



Designnotat 6

Tittel: Ulineær Oscillator

Forfattere: Sindre Danielsen

Versjon: 1.5

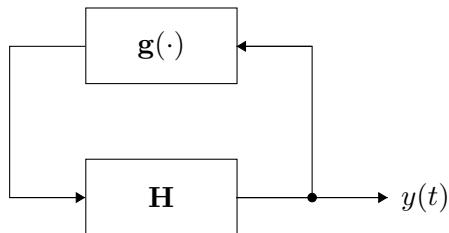
Dato: 11.12.21

Innhold

1	Problembeskrivelse	2
2	Prinsipiell løsning	3
2.1	Ulineær analyse	4
2.2	Opampenes funksjonalitet	6
2.3	Bestemme frekvensen på $y(t)$	8
3	Realisering og test	9
4	Konklusjon	16

1 Problembeskrivelse

For å generere et signal ved en spesifisert frekvens, så brukes en oscillator. En oscillator har kun tilgang til en DC-strøm/spenning og fra det, så generes et signal på den formen som er ønsket for formålet. Vi skal her analysere en mulig løsning, kalt en ulineær oscillator. Hensikten bak denne er å generere et sinussignal gjennom ulineær oppførsel, som hele tiden forsøker å holde dempningsfaktoren $\zeta = 1$ (for mer om dempning, se [3]). En slik oscillator er vist ved figur 1.



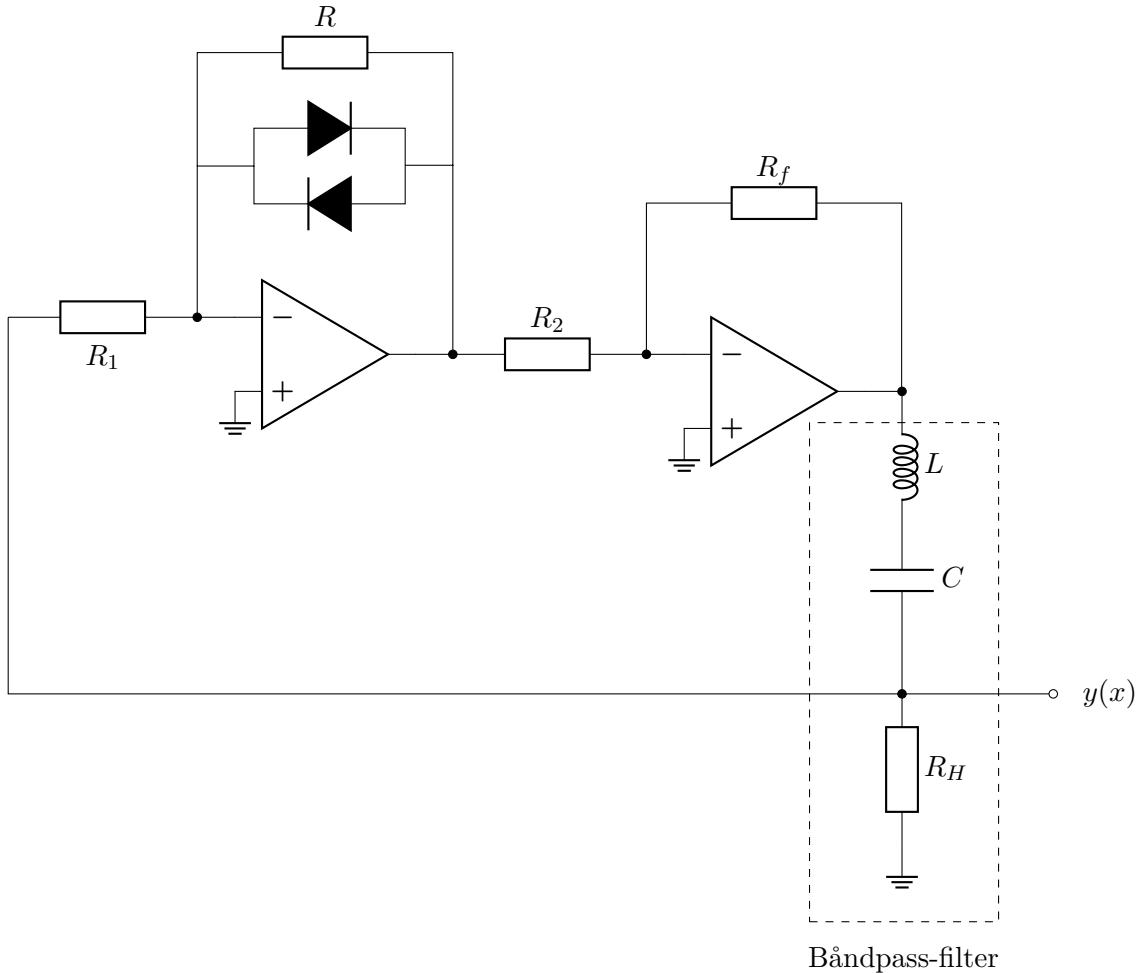
Figur 1: Oppførsel til en ulineær oscillator.

Den ulineære oppførselen skapes av $g(\cdot)$, mens H er et båndpassfilter som gir ut en ønsket frekvens på utgangssignalet $y(t)$.

For et slikt system, så er det verdt å vurdere sammenhengen mellom teoretiske verdier og verdier som realiseres. For oscillatorer er det hensiktsmessig å se på kvaliteten til $y(t)$. Det blir ofte oppgitt på formen *SNR* (Signal-To-Noise-Ratio).

2 Prinsipiell løsning

Kretsdesignet for den oscillatoren som skal undersøkes er vist ved figur 2.



Figur 2: Kretsdesignet til en ulineær oscillator.

Her er R_1 en inngangsmotstand til den første opampen og R_2 til den andre opampen. Motstanden R fungerer som en tilbakekobling, som er i parallel med to omvendt koblede dioder i parallel. Motstanden R_f er tilbakekoblingen for den andre opampen. Motstandene fungerer i hovedssak til å bestemme forsterkningen på opampene. Det forklares i seksjon 2.2. For å filtrere ut signalet består systemet av et båndpassfilter med spolen L , kondensatoren C og båndbredde-motstanden R_H .

2.1 Ulineær analyse

Kretsen i figur 2 har en ulineær oppførsel på grunn av diodene, som blir brukt. Generelt sett, så vil en lineær oscillator ha en differensiallikning på formen

$$\ddot{y} + (1 + G) \frac{R}{L} \dot{y} + \frac{1}{LC} y = 0. \quad (1)$$

G er forsterkningsfaktoren til opampene. Denne har kun teoretisk interesse, siden å ha en G alltid lik 1 er ikke mulig i praksis. Derfor brukes dioder for å utvikle et oppførsel som vil rette seg inn mot $G = 1$, for hver gang G øker eller minker. For en mer teoretisk gjennomgåelse, se [2].

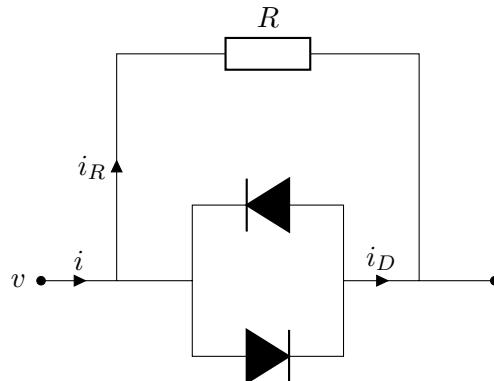
Et av problemene med ulineær oppførsel er at det blir fort komplisert å løse en differensiallikning beskrevet ved

$$\ddot{y} + \left[\dot{y} - \frac{d}{dt} g(y) \right] + \frac{1}{LC} y = 0. \quad (2)$$

Fremfor å gå frem matematisk, så kan vi bruke det vi allerede vet om dioder. Det er en matematisk modell for dioder, kalt den *eksponentielle diodemodellen* [1]. Likningen er gitt ved

$$i_D = I_0 \left(e^{\frac{v}{V_0}} - 1 \right). \quad (3)$$

Den ulineære delen av kretsen er vist ved figur 3 med de viktige analytiske strømmene oppsatt.



Figur 3: Ulineært kretssystem.

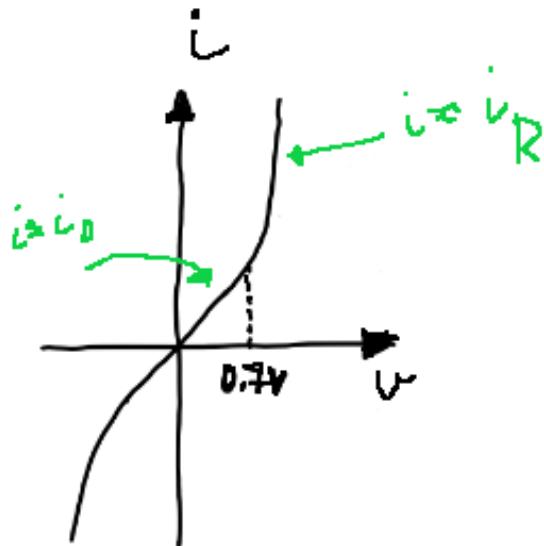
Strømmen finner vi ved strømdelingen

$$i = i_D + i_R = i_D + \frac{v}{R}. \quad (4)$$

Spenninga i parallellkoblinga er da gitt ved

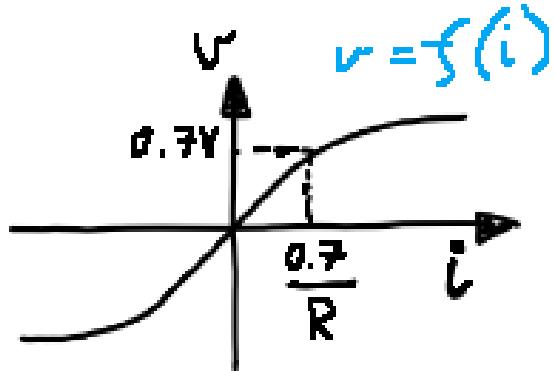
$$v = V_0 \ln \left(1 + \frac{i_D}{I_0} \right). \quad (5)$$

Vi vet for dioder at for små spenninger, som varierer litt avhengig av dioden, så går det neglisjerbar mengde strøm. Det betyr at kretsen kun oppfører seg som en motstand R . Når strømmen i er stor, så vil diodene dominere strømmen, slik at vi får en oppførsel vist ved figur 4.

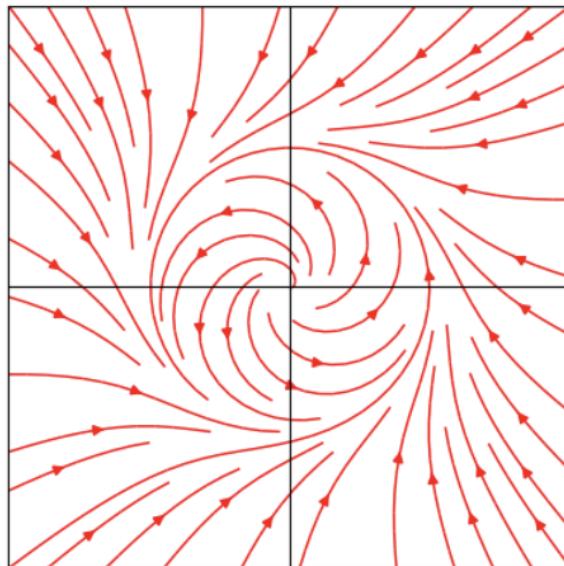


Figur 4: Kurven for diodeoppførselen $i(v)$.

Det ulineære systemet i figur 3 vil utvikle en invers funksjon av kurven $i(v)$ kalt $f(i)$ fra figur 5. Egenskapen til $f(i)$ er at den vil hele tiden forsøke å inrette spenningen slik at den blir lineær. Det vil si at dersom spenningen blir for høy, så vil den forsøke å minke spenningen. Når spenningen blir for lav, så vil den forsøke å øke spenningen. En grafisk forestilling er vist av grensesyklusen i figur 6.



Figur 5: Oppførselen $f(i)$ til det ulineære systemet i figur 3.



Figur 6: Grensesyklus: Ettersom forsterkninga minker/øker så rettes den inn mot en stabil sirkel.

2.2 Opampenes funksjonalitet

Kretsen tar i bruk to opamper med ulik tilbakekobling. Den første har et ulineært system, mens opamp 2 ser ut til å være kun en forsterker med en bufferegenskap. Det kan også merkes at det er valgt å bruke inverterende oppkobling på opampene, som kan forhindre ustabilitet

i signalet enn dersom man bruker ikke-inverterende. Det er da hensiktsmessig å invertere signalet to ganger, dersom fasen på signalet er av betydning.

For opamp 2, så har vi en den generelle likningen for den inverteerde forsterkningen

$$A_v = -\frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_o}{R_i}. \quad (6)$$

Og dersom den brukes som en buffer, så har vi at

$$A_v = -\frac{R_1}{R} = -\frac{R_F}{R_2} = -1 \cdot y(x). \quad (7)$$

2.3 Bestemme frekvensen på $y(t)$

Båndbreddens senterpunkt på $y(t)$ for en RCL krets er gitt ved frekvensen

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (8)$$

Størrelsen på R_H bestemmer bredden på båndpasset, samt hvor mye amplituaderesponsen minker. Når impedansen Z øker så vil amplituaderesponsen minke. Frekvensen er gitt ved $\omega = 2\pi f$. Slik at vi får en impedans gitt ved

$$Z = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R_H. \quad (9)$$

Den reelle motstandsverdien for ω er gitt ved $|Z|$.

3 Realisering og test

En teoretisk frekvens $f_0 = 2750\text{Hz}$. velges for å teste systemet.

Oppkoblingen av kretsen bruker da komponentverdiene gitt ved tabell 1.

Navn	Verdi	Beskrivelse
L	179mH	Valgt pga. tilgjengelighet.
C	20nF	Bedre å gå litt for stort enn for smått.
R	$\in [0, 9]\text{k}\Omega$	Potensiometer.
R_1	0.97k Ω	
R_2	9.86k Ω	
R_f	9.86k Ω	
R_H	18.7k Ω	
Dioder	1N4007	Tilgjengelige dioder.
opamp	LF353N	Tilgjengelige opamper.

Tabell 1: Reelle verdier på komponentene basert på tabell 2.

Navn	Verdi	Beskrivelse
L	179mH	Målt verdi av spole.
C	18.7nF	Likning 10.
R_1	1k Ω	Vanlig verdi på inngangsmotstand.
R_2	10k Ω	Valgt verdi.
R_f	10k Ω	$R_f = R_2 \implies$ buffer.
R_H	20k Ω	for å minke båndbredden.

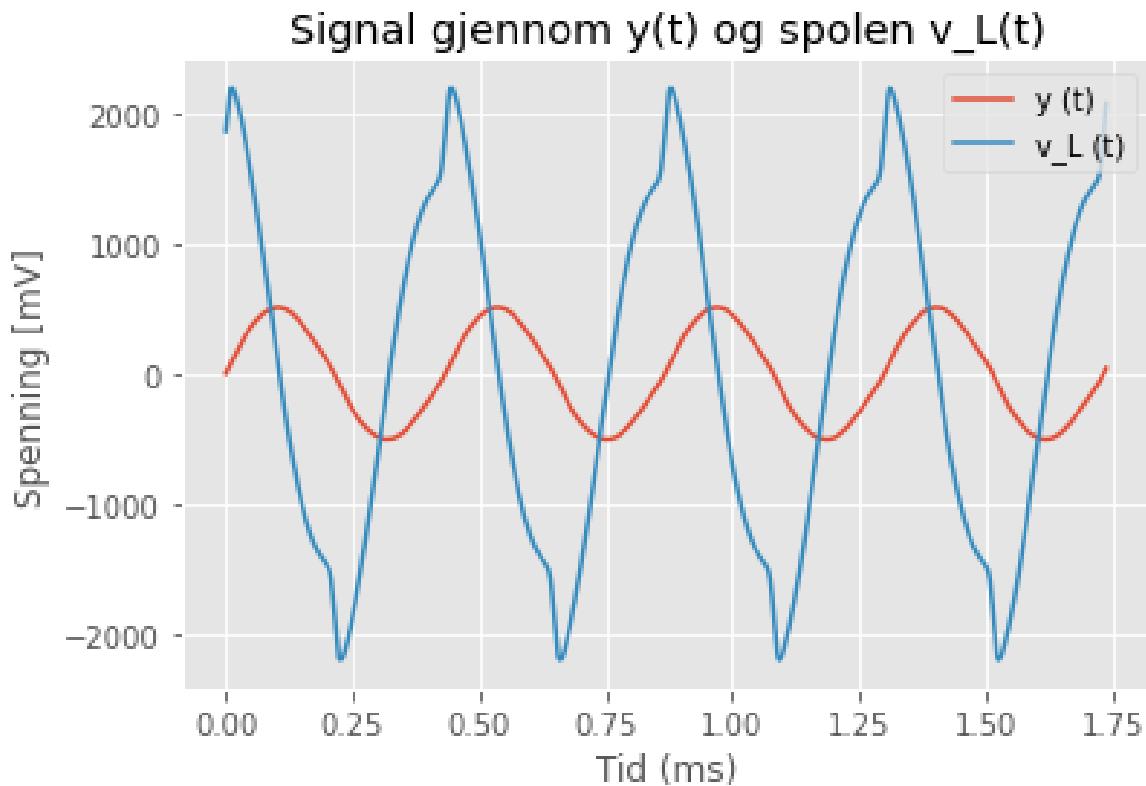
Tabell 2: De teoretiske verdiene av komponentene i figur 2.

Ved oppkobling av en krets som har spoler og kondensatorer, så er det ofte lurt å bestemme seg for en spole og dermed finne kondensator verdien. Målte en tilgjengelig spole $L = 179\text{mH}$ og omformer så likning 8, slik at

$$C = \frac{1}{L(2\pi f_0)^2} = 18.7\text{nF} . \quad (10)$$

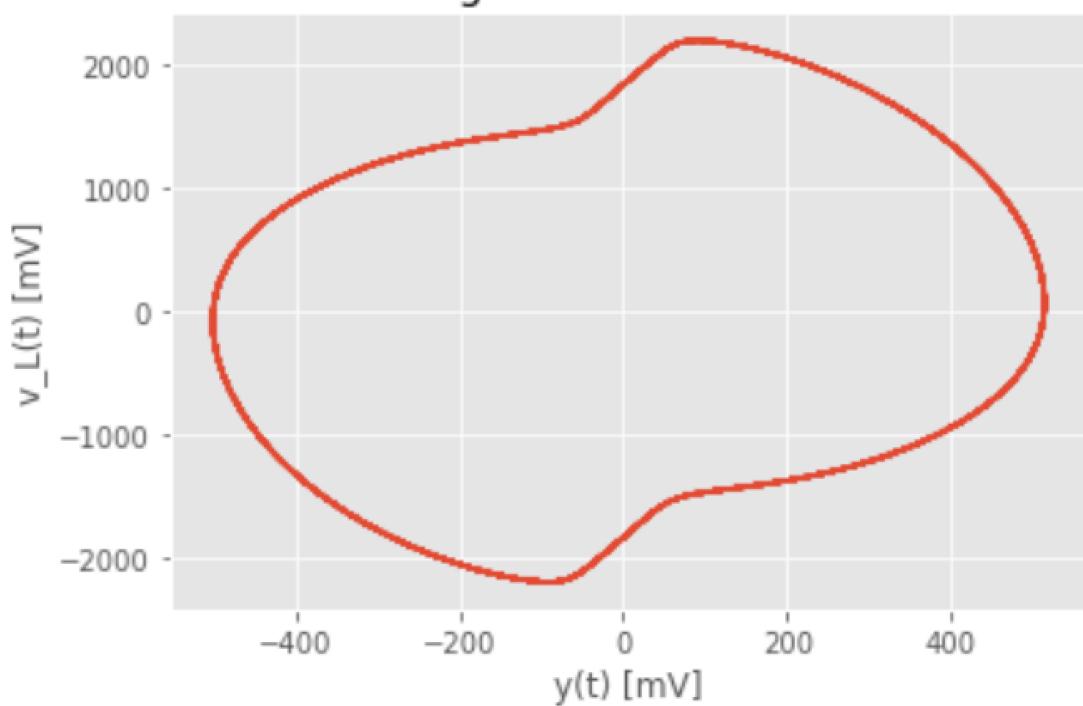
For å lettere evaluere hva som foregår i den ulineære delen av kretsen, så brukes et potensiometer for R . Måler to verdier for R i et oscilloskop. Det gir resultatene:

- $R = 3.96\text{k}\Omega \implies y(t)$ og spolesignalet $v_L(t)$ i figur 7 og fasediagrammet i figur 8.
- $R = 1.3\text{k}\Omega \implies y(t)$ og $v_L(t)$ i figur 9 og fasediagrammet i figur 10.

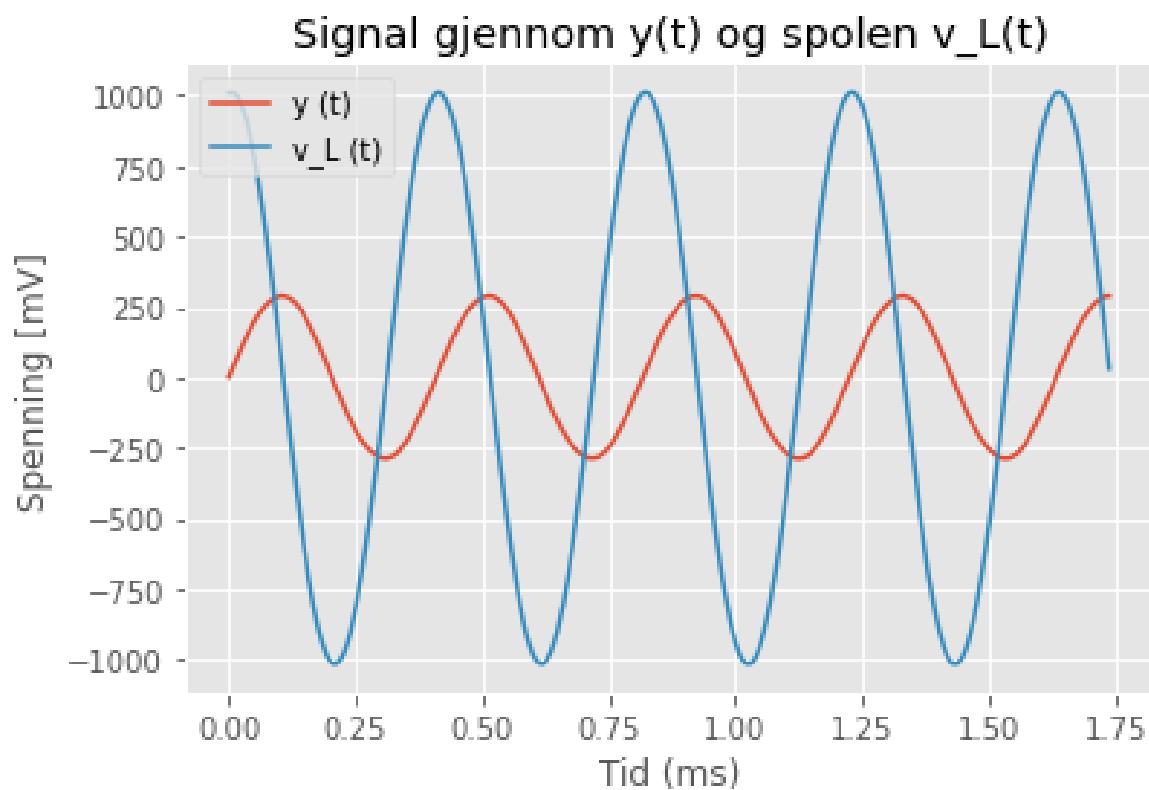


Figur 7: Signalene $y(t)$ og $v_L(t)$ for $R = 3.96\text{k}\Omega$.

Fasediagram for $R = 3.96\text{k}\ \Omega$.

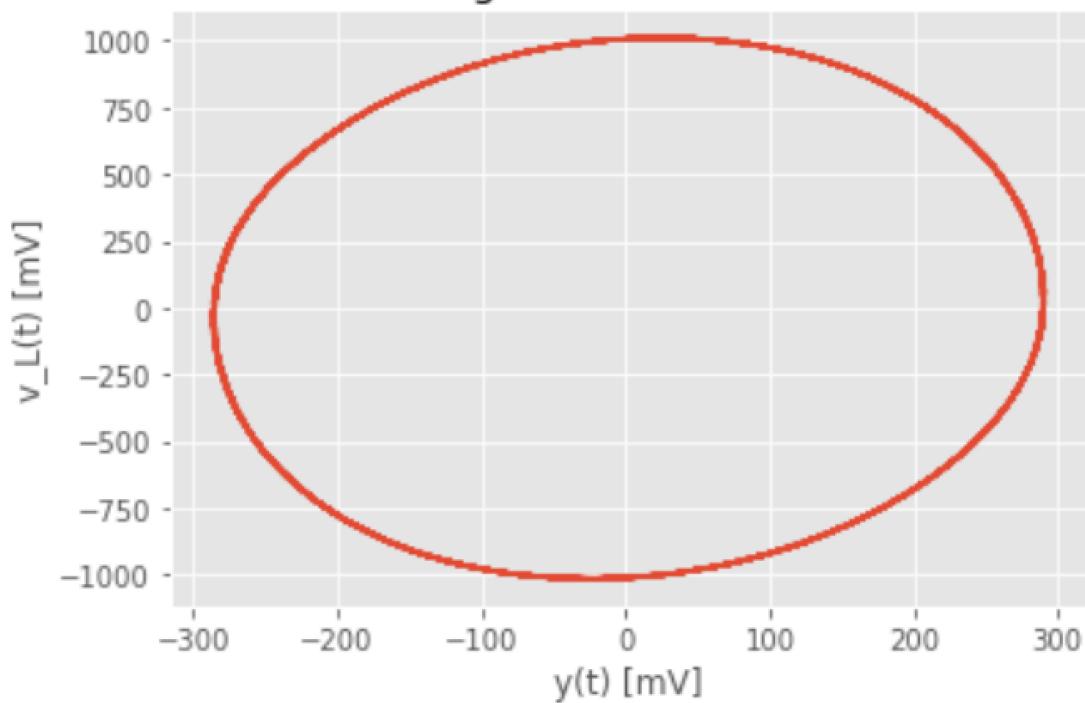


Figur 8: Fasediagrammet til $y(t)$ mot $v_L(t)$ for $R = 3.96\text{k}\Omega$.



Figur 9: Signalene $y(t)$ og $v_L(t)$ for $R = 1.3\text{k}\Omega$.

Fasediagram for $R = 1.3\text{k ohm.}$



Figur 10: Fasediagrammet til $y(t)$ mot $v_L(t)$ for $R = 1.3\text{k}\Omega$.

Vi kan sammenlikne dataene fra fasediagrammene og signalresponsene med den målte SNR fra et oscilloskop.

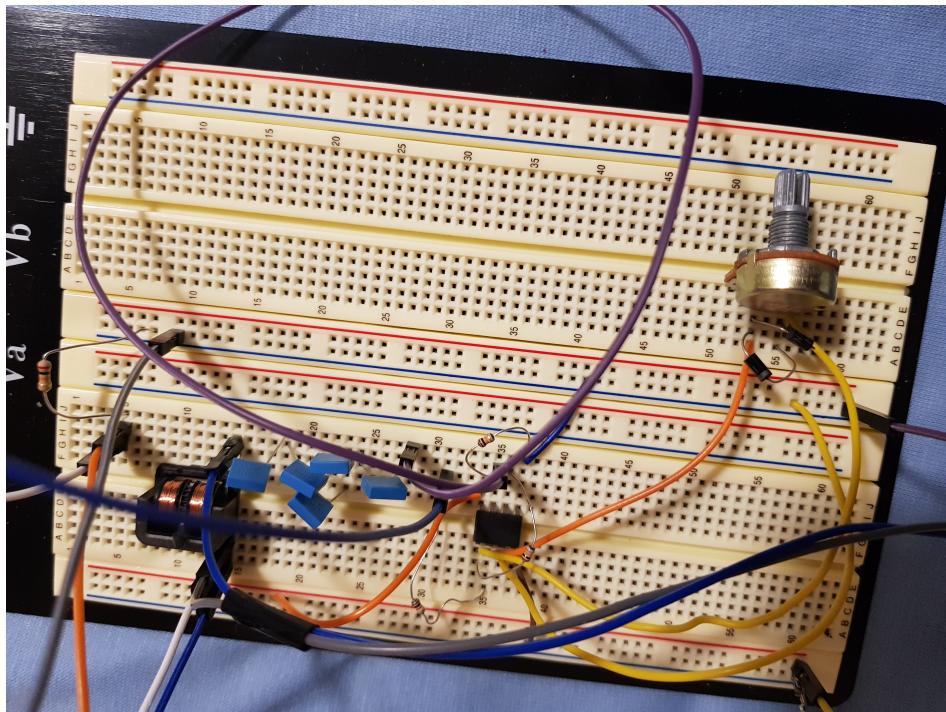
Ved $R \approx 3.96\text{k}\Omega$, så minker stigningen av SNR betraktelig. Velger derfor å stoppe her. Det som skjer når vi øker R er at målingen over spolen blir mindre og mindre sinusformet, slik at fasediagrammet ikke blir sirkulært, men får et par områder (topp- og bunn-punktet til spolen) som spriker ut fra sirkelen. Målingen ved bruk av oscilloskop gir en $\text{SNR} \approx 17.1\text{dB}$.

Ved $R \approx 1.3\text{k}\Omega$, så er fasediagrammet tilnærmet sirkulært (dersom man skalerer x-aksen litt). Derimot så er $\text{SNR} = 14.91\text{dB}$, som er betraktelig mindre enn for $R = 3.96\text{k}\Omega$.

Her kan vi observere at v_L er tilnærmet proporsjonal med $y(t)$ (har en faseforskyvning).

Ved testing, så viser det seg at ved å øke R fra $3.96\text{k}\Omega$ til $9\text{k}\Omega$, så får SNR ikke noe betydelig vekst, men fasediagrammet forvrenges mer.

For den realiserte frekvensen av f_0 , så har den et avvik. Den reelle frekvensen blir 2440Hz . En del av årsaken til avviket er på grunn av avviket i kondensatorverdien fra teoretisk til realisering. Avvik i frekvens kan også forekomme på grunn av ulineær oppførsel.



Figur 11: Realisert krets

4 Konklusjon

Ved tolkning av en ulineær krets, som inneholder komponenter som skaper en differensiallikning, så blir det fort komplisert å rekne ut. Siden vi vet den matematiske modellen for diode og vi kan bruke signalanalyse for å tolke hva som foregår, så blir alt mye lettere. Det vi kan finne er at $v_L(t)$ går fra lineær til ulineær form ettersom R økes. Så dersom $v_L(t)$ er ønsket lineær så bruk lave verdier for R . Merk at kvaliteten på signalet, altså SNR minker betraktelig. Dersom spenningen over spolen er ubetydelig, så kan større verdier for R brukes. Det kan da oppnåes en større SNR. Sammenlikning av målinger: $R = 3.96\text{k}\Omega \implies 17.1\text{dB}$ mot $R = 1.3\text{k}\Omega \implies 14.91\text{dB}$. Merk at for $R > 3.96\text{k}\Omega$, så avtar stigningen av SNR. Noe som også avtar, altså fra teoretisk utrekning til realisering er frekvensen f_0 . Den er basert på hvor nøyaktig de realisert kondensatorene og spolene matcher den teoretiske RCL kretsen. Her er det også et ulineært system, som betyr at frekvensen kan bli endret.

Referanser

- [1] L. Lundheim (2020),
“Innføring i analog og digital elektronikk: Eit hjelpehefte”
Tilgjengelig ved:
Blackboard, TTT4203 Innføring i analog og digital elektronikk, NTNU.
- [2] L. Lundheim (2021),
“Oscillatorar, tilbakekopling, difflikningar, dynamiske system og litt til”
Tilgjengelig ved:
Blackboard, TTT4265 Elektronisk systemdesign og -analyse II, NTNU.
- [3] Wikipedia, the free encyclopedia (2021)
“Damping”
Tilgjengelig ved:
<https://en.wikipedia.org/wiki/Damping>