

Лабораторная работа III. Список с пропусками.

Задача: создание структуры данных «список с пропусками» для отработки навыков написания кода в соответствии с основными идеями стандартной библиотеки шаблонов.

Список с пропусками.

Список с пропусками - это вероятностная динамическая структура данных, позволяющая выполнять операции добавления, удаления и поиска элемента с ожидаемой средней асимптотической сложностью $O(\log N)$, где N - количество элементов в списке. Технически список с пропусками представляет собой несколько отсортированных списков, каждый из которых содержит часть элементов и только один содержит все элементы. Схематически список с пропусками можно представить следующим образом:

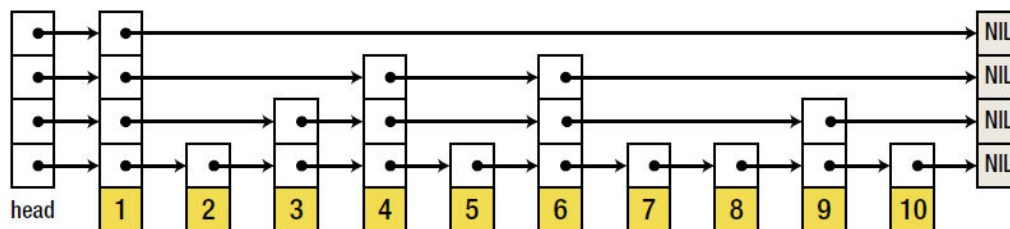


Рис. 1: Схематическое изображение списка с пропусками

Поиск элемента в такой структуре данных осуществляется сначала в самом «редком» списке простым последовательным просмотром узлов. Как только текущий узел оказывается больше ключа, поиск возвращается к предыдущему элементу и опускается на уровень ниже. Процедура повторяется пока не достигнут самый «подробный» список. Будем называть каждый такой список «уровнем». Список со всеми элементами будем называть «первым уровнем» или «нижним уровнем».

Идеально сбалансированный список с пропусками на каждом последующем уровне содержит вдвое меньше элементов, что гарантирует асимптотическую сложность $O(\log N)$. Однако балансировка заняла бы слишком много времени. Вместо этого предлагается вероятностный механизм: при добавлении нового элемента случайным образом с вероятностью p выбирается один из двух вариантов ($\xi = \{1 - p, p\}$): ничего не делать или добавить элемент на уровень выше. Процедура добавления продолжается до тех пор, пока случайная величина не выбросит «ничего не делать» или мы не добавим элемент на уровень $K + 1$, где K - текущее количество уровней. При удалении элемента его следует удалить со всех уровней, дополнительная балансировка не производится.

Задание 1. Реализация списка с пропусками. (8 баллов)

Опишите список с пропусками как шаблон класса на языке C++.

```
1 template <typename T> class SkipList;
```

Класс должен удовлетворять следующим требованиям:

1. наличие конструктора по умолчанию для пустого списка без элементов;
2. наличие конструктора от диапазона итератора (output iterator), на любую другую структуру данных, например **std::unordered_set**;
3. наличие конструктора копирования и оператора копирующего присваивания;
4. наличие эффективных конструктора перемещения и перемещающего присваивания;
5. наличие метода **empty**, возвращающего **true**, если список пуст, иначе - **false**;

6. наличие метода **size**, возвращающего текущее количество элементов в списке за $O(1)$;
7. наличие метода **insert** для вставки нового значения с амортизированной сложностью $O(\log N)$;
8. наличие перегруженного метода **insert** для вставки диапазона итератора (output iterator);
9. наличие итератора для обхода списка в отсортированном порядке для использования в стандартных алгоритмах STL, итератор должен удовлетворять требованию **bidirectional iterator**;
10. наличие специального итератора для обхода списка в обратном направлении (reverse iterator);
11. наличие метода **find** для поиска положения ключа в списке: если ключ найден - вернуть итератор на значение, если ключ не найден - вернуть **past-the-end** итератор, равный вызову **end**;
12. наличие метода **count**, возвращающего количество вхождений заданного ключа;
13. наличие метода **lower_bound**, возвращающего итератор на первый элемент *не меньше заданного*;
14. наличие метода **upper_bound**, возвращающего итератор на первый элемент *строго больше заданного*;
15. наличие метода **clear** для удаления всех элементов списка;
16. наличие метода **erase** для удаления элемента из списка по итератору, при удалении полученные ранее итераторы на другие элементы списка должны оставаться верными;
17. наличие перегруженного метода **erase** для удаления промежутка итераторов, при удалении полученные ранее

итераторы на другие элементы списка должны оставаться верными;

18. предусмотрите возможность создания списка с произвольным компаратором;
19. предусмотрите возможность хранения повторяющихся элементов в списке: метод **find** возвращает первый из одинаковых элементов и метод **count** возвращает количество вхождений повторяющегося элемента, при удалении одного из повторяющихся элементов другие остаются доступны;
20. предусмотрите метод **equal_range**, возвращающий промежуток итераторов на равные заданному ключу элементы.

Задание 2. Исследование списка с пропусками. (2 балла)

Опираясь на созданную реализацию списка с пропусками, проведите тестирование структуры данных и оцените асимптотическую сложность операций поиска, вставки и удаления. Как меняется время поиска в зависимости от p - вероятности создания копии элемента в списке более высокого уровня?