

計算量を学ぼう！



# 計算量を学ぼう！

ぱうえる（けんた）

# 速いコードが書きたい！

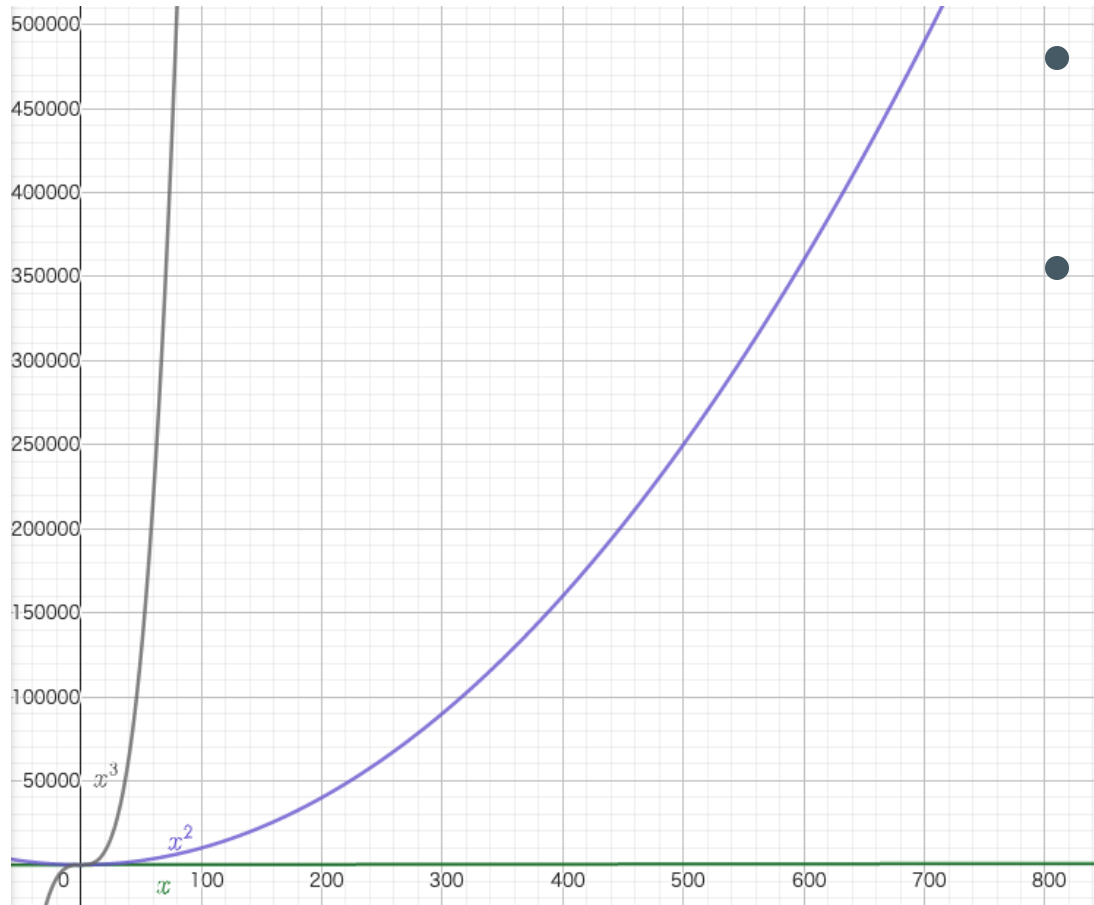
でも速いコードってどうやって評価する??

- 「1,000,000個のデータに対して5秒で終了しました！」
  - データの個数が変わったらどうなる??
  - そもそもPythonで実行するかC言語で実行するかでも変わりそう

---

「データの大きさ」や「実行する環境」に依存しない評価方法が必要  
→ 計算量の出番

# オーダー記法 (1/2)



- $n, n^2, n^3$  では  $n$  が大きくなったとき値が大きく変化する
- 定数倍を考えないで、 $n$  の項だけに注目すればいいのでは??

→  $O$  (ランダウの記号) を用いる

# オーダー記法 (2/2)

- 計算量は基本的にオーダー記法で書く
  1. 一番大きい項のみ残して表記する
$$n! > a^n > n^a > \log n > a \quad (a \text{ は定数})$$
  2. 定数倍は無視する

オーダー記法の例)

$$5n^3 + 4n^2 + 100n \longrightarrow O(n^3)$$

$$2^n + n^{100} + 10^9 n \longrightarrow O(2^n)$$

# コードの計算量の調べ方

- $n$  回のループをする  $\rightarrow O(n)$
- $n$  回のループの中で  $n$  回のループをする（二重ループ）  
 $\rightarrow O(n^2)$
- bit全探索（ $n$  個の要素についてある/ないの2通りを考える）  
 $\rightarrow O(2^n)$
- $n$  個の順列を全て調べる  $\rightarrow O(n!)$

# 問題！

このコードの計算量は？？（わかった人は高速化してみよう）

```
# 1~n までの数の和を求める
n = int(input())

ans = 0
for i in range(1, n+1):
    ans += i

print(ans)
```

# 答え

このコードの計算量は？？（わかった人は高速化してみよう）

```
# 1~n までの数の和を求める
n = int(input())

ans = 0
for i in range(1, n+1):
    ans += i

print(ans)
```

→  $O(n)$  ( $n$  までのループを1回している)

# 計算量を落とす (1/3)

上のコードは、 $1 \sim n$  の和を求めるために  $O(n)$  の計算をしています  
( $n = 100,000,000$  で2.6秒くらい必要)

```
In [6]: %%timeit
...: # 1~n までの数の和を求める
...: n = 100_000_000
...:
...: ans = 0
...: for i in range(1, n+1):
...:     ans += i
...:
```

```
2.61 s ± 3.82 ms per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 1 loop each)
```



# 計算量を落とす (2/3)

この公式を使えば、

$$\sum_{i=1}^n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

```
# 1~n までの数の和を求める  
n = int(input())  
ans = n * (n + 1) // 2  
  
print(ans)
```

# 計算量を落とす (3/3)

```
In [9]: %%timeit
...: # 1~n までの数の和を求める
...: n = 100_000_000
...: ans = n * (n + 1) // 2
...:
...:
53.7 ns ± 3.87 ns per loop (mean ± std. dev. of 7 runs, 10,000,000 loops each)
```

なんと、53.7ナノ秒で終了！！

→ 約**5億倍**の高速化（ちょっと極端な例ではあるけど）

# 計算量を落とすテクニック

今回は代表的なものを2つ紹介します。

- **累積和**

数列の区間の和を高速に求めるアルゴリズム

- **二分探索**

条件を満たす値があるかを高速に調べるアルゴリズム

# 累積和 (/n)

あるたい焼き屋さんでは 毎日、売れた個数を記録しています。  
営業開始から 7 日目までの売り上げは以下の通りでした。

1日目	2日目	3日目	4日目	5日目	6日目	7日目
20	50	30	10	30	0	40

2 日目から 5 日目までの売り上げの合計はいくらでしょうか？

$$\rightarrow 50 + 30 + 10 + 30 = 120 \text{ (個)}$$

# 累積和 (/n)

一般化してみると??

---

あるたい焼き屋さんでは、毎日売り上げを記録しています。

営業開始から  $i$  日目の売り上げは  $A_i$  円でした。

このとき、以下の問題に答えて下さい。

$i$  日目から  $j$  日目までの売り上げの合計はいくらでしょうか？

---

# 累積和 (/n)

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$
20	50	30	10	30	0	40

# 参考

- 計算量オーダーの求め方を総整理！ ～どこからlogが出て来るか～