Diskrete Wahrscheinlichkeitstheorie

Zusammenfassung für die Klausurvorbereitung

Christian Rupp

15. Mai 2014

Inhaltsverzeichnis

1 Vorwort

Dieses Dokument orientiert sich an den Inhalten der Vorlesung Diskrete Wahrscheinlichkeitstheorie der Fakultät für Informatik der Technischen Universität München aus dem Sommersemester 2014. Es erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit und Korrektheit.

2 Hilfreiche Formeln

- Allgemeine Binomische Formel: $(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^n b^{n-i}$
- $\sum_{x=0}^{r} \binom{a}{x}\binom{b}{r-x} = \binom{a+b}{r}$
- $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$

2.1 Kombinatorik

Anzahl der Verteilungen von v Bällen auf m Urnen.

	beliebig viele Bälle pro Urne (beliebig)	höchstens ein Ball pro Urne (injektiv)	mindestens ein Ball pro Urne (surjektiv)	genau ein Ball pro Urne (bijektiv)
Bälle unterscheidbar Urnen unterscheidbar	m^n	$m^{\underline{n}}$	$m! * S_{n,m}$	$n!$
Bälle gleich Urnen unterscheidbar	$\binom{n+m-1}{n}$	$\binom{m}{n}$	$\binom{n-1}{m-1}$	1
Bälle unterscheidbar Urnen gleich	$\sum_{k=0}^{m} S_{n,k}$	1	$S_{n,m}$	1
Bälle gleich Urnen gleich	$\sum_{k=0}^{m} P_{n,k}$	1	$P_{n,m}$	1

3 Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume

3.1 Grundlagen

- diskreter Wahrscheinlichkeitsraum: $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\} \mid n \in \mathbb{N}$
- Elementarereignis:
  - $0 \leq \Pr[\omega_i] \leq 1$
  - $\sum_{i=1}^{n} \Pr[\omega_i] = 1$

  - $\Pr[\omega_i] := \frac{1}{|\Omega|}$

- Ereignis:
  - $E \subseteq \Omega$
  - $\Pr[E] := \sum_{\omega \in E} \Pr[\omega]$
  - $\Pr[E] := \frac{|E|}{|\Omega|}$
- $\Pr[\emptyset] = 0$,$\Pr[\Omega] = 1$
- $0 \leq \Pr[A] \leq 1$
- $\Pr[\bar{A}] = 1 - \Pr[A]$
- $A \subseteq B \Rightarrow \Pr[A] \leq \Pr[B]$

Laplace verteilt heißt, das jedes Elementarereignis gleich wahrscheinlich ist.

3.1.1 disjunkte Ereignisse

$\forall (i, j) \in \mathbb{N} : i \neq j, A_i \cap A_j$