

1. Độ đo thông tin:

$$I(x_i) = f\left(\frac{1}{p(x_i)}\right)$$

$$I(x_i) = \log \frac{1}{p(x_i)} = -\log p(x_i)$$

2. Lượng tin riêng

$$I(x_i) = -\log p(x_i) \text{ (dvtt)}$$

3. Lượng tin riêng của nguồn

$$I(X) = \sum_i p(x_i) \cdot I(x_i)$$

$$= -\sum p(x_i) \cdot \log p(x_i) \text{ (dvtt/tin)}$$

4. Entropi của nguồn

- Rời rạc

$$H(x_i) = I(x_i) = -\log p(x_i)$$

$$H(X) = I(X) = -\sum p(x_i) \cdot \log p(x_i)$$

- Liên tục

$$H(X) = \int w(x) dx$$

5. Lượng tin đồng thời

- Rời rạc

$$I(x_i, y_i) = -\log P(x_i, y_i)$$

$$I(x_i, y_i) = I(x_i) + I(y_i) - I(x_i; y_i)$$

$$I(X, Y) = H(X, Y) = -\sum_{i,j} P(x_i, y_i) \log P(x_i, y_i)$$

- Liên tục

$$I(X, Y) = H(X, Y) = -\int w(x, y) \log w(x, y) dx dy$$

6. Độ bất định có điều kiện

- Rời rạc

$$I(x_i / y_i) = -\log P(x_i / y_i)$$

$$I(X / Y) = H(X / Y) = -\sum_{i,j} P(x_i, y_i) \log P(x_i / y_i)$$

$$I(Y / X) = H(Y / X) = -\sum_{i,j} P(x_i, y_i) \log P(y_i / x_i)$$

- Liên tục

$$H(X / Y) = I(X / Y) = -\int w(x, y) \log w(x / y) dx dy$$

$$H(Y / X) = I(Y / X) = -\int w(x, y) \log w(y / x) dx dy$$

7. Quan hệ giữa các Entropi

- $H(X, Y) = H(X) + H(Y/X)$
 $= H(X) + H(X/Y)$

- $H(Y/X) = H(Y)$

$$H(Y/X) = H(X)$$

Nếu X, Y độc lập thống kê

8. Lượng tin tương hỗ

$$I(x_i; y_i) = H(x_i) - H(x_i / y_i) = \log \frac{p(x_i / y_i)}{p(x_i)}$$

$$I(x_i; y_i) = I(x_i) + I(y_i) - I(x_i, y_i)$$

9. Lượng tin tương hỗ trung bình

- Nguồn rời rạc

$$I(X; Y) = \sum_{i,j} p(x_i, y_j) \log \frac{p(x_i / y_j)}{p(x_i)}$$

$$= \sum_{i,j} p(x_i, y_j) \log \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i) \cdot p(y_j)}$$

$$= \sum_{i,j} p(x_i, y_j) \log \frac{p(y_j / x_i)}{p(y_j)}$$

$$I(X; Y) = H(X) - H(X / Y)$$

$$= H(X) + H(Y) - H(X, Y)$$

$$= H(Y) - H(Y / X)$$

10. Tốc độ lập tin của nguồn

$$R(X) = n_0 \cdot H(X)$$

- Nguồn rời rạc

n_0 - Tần số tạo tin của nguồn

$$R(X) = F \cdot H(X)$$

Nếu $p(x_i) = p \forall$

$$R = F \cdot \log(N)$$

- Nguồn liên tục

$$R = 2F_{\max} H(X)$$

- Nguồn có giá trị đỉnh hữu hạn

$$\begin{cases} X = \{x\} & x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \\ w(x) = w = \frac{d(\frac{1}{N})}{dx} = 0 \end{cases}$$

$$R = 2F_{\max} \log(x_{\max} - x_{\min})$$

- Nguồn có công suất trung bình hữu hạn

$$\begin{cases} X = \{x\} & -\infty < x < +\infty \\ w(x) & P_{tb} < \infty \end{cases}$$

$$R = 2F_{\max} \cdot \log \sqrt{2\Gamma e P_{tb}}$$

11. Thông lượng của kênh

$$C = n_0 \cdot I(X, Y)$$

- Kênh rời rạc

$$C = \Delta f \cdot H(X)_{\max}$$

- Kênh liên tục

$$C = 2\Delta f [H(Y) - H(N)]$$

Thường là nhiễu chuẩn

$$H(N) = \log \sqrt{2\Gamma e N}$$

$$C = 2\Delta f (\log \sqrt{2\Gamma e P_y} - \log \sqrt{2\Gamma e N})$$

$$= \Delta f \log(1 + \frac{P_x}{N}) = \Delta f \log(1 + \frac{S}{N})$$

1. Các công thức xác suất

$$P(B | A) = P(A, B) / P(A)$$

$$P(A_i | B) = P(A_i, B) / P(B)$$

$$= \frac{P(B, A_i) \cdot P(A_i)}{\sum_{j=1}^n P(B, A_j) \cdot P(A_j)}$$

2. Mã hóa nguồn rời rạc

Mô hình $(A, p(x_i))$

$$X = \{x_1 \dots x_L\}$$

$$P(X) = (p(x_1) \dots p(x_L))$$

$$H(X) = -\sum p(x_i) \log_2 p(x_i) \leq \log_2 L$$

$$H(X)_{\max} \Leftrightarrow p(x_1) = p(x_2) = \dots = p(x_L) = \frac{1}{L}$$

$$H(X)_{\max} = \log_2 L$$

- Mã hóa với từ mã có độ dài cố định

- Độ dài từ mã tối thiểu

$$R = \lceil \log_2 L \rceil + 1$$

- Hiệu suất mã hóa

$$\frac{H(X)}{R} = \frac{H(X)}{\lceil \log_2 L \rceil} + 1$$

$$\text{Hiệu suất bằng 1} \Leftrightarrow \begin{cases} H(X)_{\max} \\ L = 2^k \end{cases}$$

- Định lý mã hóa nguồn 1:
X: Nguồn rời rạc không nhớ, $H(X)$ hữu hạn.
Với $\varepsilon > 0$:

$$P_e \rightarrow 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = \frac{N}{J} \geq H(X) + \varepsilon \\ J \rightarrow \infty \end{cases}$$

$$P_e \rightarrow 1 \Leftrightarrow \begin{cases} R \leq H(X) + \varepsilon \\ J \rightarrow \infty \end{cases}$$

- Mã hóa với từ mã có độ dài thay đổi

- Xây dựng bộ mã \bar{R}_{\min}

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^L n_i \cdot p(x_i) \rightarrow \min$$

- Bất đẳng thức Kraft:
Nếu bộ mã có các từ mã có độ dài tương ứng là $n_1 < n_2 < \dots < n_L$ điều kiện cần và đủ để mọi bộ mã có tính Prefix:

$$\sum_{i=1}^L 2^{-n_i} \leq 1$$

- Định lý mã hóa nguồn 2:
Có thể xây dựng được một mã hiệu nhị phân có tính Prefix và có độ dài từ mã trung bình \bar{R} thỏa mãn bất đẳng thức:

$$H(X) \leq \bar{R} \leq H(X) + 1$$

3. Mã hóa Huffman

Chọn n_0

$$\begin{cases} 2 \leq n_0 \leq m \\ \left\lceil \frac{L - n_0}{m - 1} \right\rceil \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

n_0 -Số kí hiệu được nhóm

4. Giới hạn Hamming về độ dài từ mã chống nhiễu

- Mã phát hiện sai

$$\text{Điều kiện: } N_{1E} \leq R$$

$$\text{mà } \begin{cases} N_{1E} = \sum_{i=1}^t C_n^i \cdot (m-1)^i \\ R = m^n - m^k \end{cases}$$

$$\Rightarrow m^n - m^k \geq \sum_{i=1}^t C_n^i \cdot (m-1)^i$$

- Mã sửa sai

$$\text{Điều kiện } R \geq N \cdot N_{1E}$$

$$\Leftrightarrow m^n - m^k \geq m^k \cdot \sum_{i=1}^t C_n^i (m-1)^i$$

$$\Leftrightarrow n - k \geq \log_m \sum_{i=0}^t C_n^i (m-1)^i$$

5. Giới hạn Hamming về quãng cách mã

- Phát hiện sai kênh có số sai t
 $d \geq t + 1$
- Sửa sai hoàn toàn kênh có số sai t
 $d \geq 2t + 1$