= ARITMETICA MANUALĂ =

1) CONVERSIA $()_{10} \to ()_b$:

a) NR. ÎNTREGI:

Ex: • $(4235)_{16} = \overline{108B}$

```
4235 | 16
32   |------
---  | 264 | 16
103  | 16  |-----
 96  | --- | 16 | 16
---  | 104 | 16 |----
  75 |  96 | [0]|  1 | 16
  64 | [8] |    |  0 | 0 #
 ---                [1]
[11] -> B
```

← (invers)

• $(105)_2 = \overline{1101001}$

```
105 | 1   ↑
 52 | 0
 26 | 0
 13 | 1
  6 | 0
  3 | 1
  1 | 1
  0 |
  #
```

TABEL:

= NUMERE =

BAZA 10	2	8	16	4
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	10	2	2	2
3	11	3	3	3
4	100	4	4	10
5	101	5	5	11
6	110	6	6	12
7	111	7	7	13
8	1000	10	8	20
9	1001	11	9	21
10	1010	12	A	22
11	1011	13	B	23
12	1100	14	C	30
13	1101	15	D	31
14	1110	16	E	32
15	1111	17	F	33

b) FRACȚII:

Ex: • $(7,8)_2 = \overline{111,(1100)}$

7	1
3	1
1	1
0	

$0,8 \cdot 2 = \underset{\sim}{1},6$
$0,6 \cdot 2 = \underset{\sim}{1},2$
$0,2 \cdot 2 = \underset{\sim}{0},4$
$0,4 \cdot 2 = \underset{\sim}{0},8$

• $(7,8)_5 = \overline{111,4}$

$0,8 \cdot 5 = \underset{\sim}{4},0$
$0,0 \cdot 5 =$ END

• $(4,(3))_2 = \overline{100,(01)}$

$(3) \cdot 2 = \frac{3}{9} \cdot 2 = \frac{1}{3} \cdot 2 = \underset{\sim}{0} + \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3} = \underset{\sim}{1} + \frac{1}{3}$

2) CONVERSIA $()_b \to ()_{10}$:

Ex: • $(\overline{\underset{3}{1}\underset{2}{1}\underset{1}{0}\underset{0}{1}})_2^{-1} = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13$

• $(\overline{\underset{2}{A}\underset{1}{2}\underset{0}{C}})_{16}^{-1} = 10 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = 2604$

• $(12,4)_5^{-1} = 1 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 + 4 \cdot 5^{-1} = 5 + 2 + \frac{4}{5} = 7,8$

• $(\overline{10,\underline{1}(\underset{\sim}{011})})_2^{-1} = \left(\overline{10} + \frac{\overline{1011} - \overline{\underline{1}}}{\underset{\sim}{\overline{1110}}}\right)_2^{-1} = (\overline{10})_2^{-1} + \frac{(\overline{1011})_2^{-1} - (\overline{1})_2^{-1}}{(\overline{1110})_2^{-1}} = 2 + \frac{11-1}{14} =$

$= 2 + \frac{10}{14} = 2 + \frac{5}{7} = \frac{19}{7} = 2,(714285)$

3) CONVERSIA $()_{b1} \to ()_{b2}$:

Ex: • $(\overline{1A.B})_{16} = ?$ (BAZA 2)

$1_{(16)} = \underbrace{\overline{0001}}_{4\ cifre}{}_{(2)}$ $(2^4 \to 2)$

(TĂIEM „0"-URILE CARE NU-S NECESARE)

$A_{(16)} = \overline{1010}_{(2)}$

$B_{(16)} = \overline{1011}_{(2)}$

$(\overline{1A.B})_{16} = \overline{11010,1011}_{(2)}$

• $\overline{\underbrace{1,1010}_{4\ cifre},11}_{(2)} = ?_{(16)}$ $(2 \to 2^4)$

$\overline{0001}_{(2)} = 1_{(16)}$ (GRUPĂM CÂTE 4 CIFRE)

$\overline{1010}_{(2)} = A_{(16)}$

$\overline{1100}_{(2)} = C_{(16)}$

$\overline{11010,11}_{(2)} = \overline{1A,C}_{(16)}$

OPERAȚII ÎNTR-O BAZĂ:

1) ADUNAREA:

Ex: $b=2$ (BAZA)

$$\begin{cases} 1+0=1 \\ 0+0=0 \\ 1+1=10 \\ 10+1=11 \\ 11+1=100 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 111011\,+ \\ 10111 \\ \hline 1010010 \end{array}$$

2) SCĂDEREA:

Ex: $b=16$

$$\begin{array}{r} \dot{D}A\,- \\ 5C \\ \hline 7E \end{array}$$

$$\begin{cases} A=10 \\ B=11 \\ C=12 \\ D=13 \\ E=14 \\ F=15 \end{cases}$$

$A+16=10+16=26$

$26-12=14$

$$\begin{array}{r} \dot{B}A\,- \\ 9B \\ \hline 1F \end{array}$$

$A+16-B=26-11=15$

3) ÎNMULȚIREA:

Ex: $b=2$

$$\begin{array}{r} 101,11\,\cdot \\ 1,101 \\ \hline 10111 \\ 10111 \\ 10111 \\ \hline 1001,01011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110,11\,\cdot \\ 1,001 \\ \hline 11011 \\ 11011 \\ \hline 111,10011 \end{array}$$

4) ÎMPĂRȚIRE:

Ex: $b=2$

$$\begin{array}{l|l} 10100,011 & 11 \\ \cline{2-2} 11 & 110,110(01) \\ \hline 100 & \\ 11 & \\ \hline 100 & \\ 11 & \\ \hline 11 & \\ 11 & \\ \hline =\,100 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 100 \\ 11 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 10000,01 & 11 \\ \cline{2-2} 11 & 101,01(10) \\ \hline 100 & \\ 11 & \\ \hline 101 & \\ 11 & \\ \hline 100 & \\ 11 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

FORMATUL INTERN ÎN VIRGULĂ MOBILĂ

REGLEMENTAT PRIN STANDARDUL "IEEE 754".

FOLOSIM 2 DIMENSIUNI:

n = NR TOTAL BIȚI

$2 \leq K \leq n-2$

- b_{n-1} (BIT NR. 1, CEL MAI SEMNIFICATIV) = SEMN
- $b_{n-2} \dots b_{n-K-1}$ (CARACTERISTICA, CU CÂTE CIFRE SE MUTĂ VIRGULA)
- $b_{n-K-2} \dots b_0$ (FRACȚIA)

$p = n - K$ (PRECIZIA = NR. CIFRE MANTISĂ) $\Rightarrow |f| = p-1$ BIȚI

$E_{min} = -2^{K-1} + 2$ (EXPONENT MIN.)

$E_{max} = 2^{K-1} - 1$ (" — " — " MAX.) = BIAS

$\Rightarrow E$ (AL NOSTRU) $\in [E_{min}; E_{max}]$

$C = E + BIAS$ (CARACTERISTICA $\Rightarrow 1 \leq C \leq 2^K - 2$)

- $E > E_{max} \Rightarrow$ NR. NEREPREZENTABIL
- $E \in [E_{min}; E_{max}] \Rightarrow$ NR. CU REPREZENTARE NORMALIZATĂ
- $E < E_{min} \Rightarrow$ NR. CU REPREZENTARE DENORMALIZATĂ (CREȘTEM "E" PÂNĂ LA "E_{min}")

CUM REPREZENTĂM DIFERITE VALORI ÎN VIRGULĂ MOBILĂ?

- $\boxed{X_1 = (-1)^s \times 2^E \times \overline{1.f}}$ (FORMAT NORMALIZAT) $\Rightarrow E \in [E_{min}; E_{max}]$

  $(E \in [\underbrace{0\dots01}_{1}; \underbrace{1\dots10}_{2^K-2}])$

  $s = \begin{cases} 0 \text{ (NR +)} \\ 1 \text{ (NR -)} \end{cases}$

  X_1: | s | E+BIAS | f |

  s (SEMN), C (CARACTERISTICA), f (FRACȚIA)

- $\boxed{X_2 = (-1)^s \times 2^{E_{min}} \times \overline{0.f} \; (f \neq 0)}$ (F. DENORMALIZAT) X_2: | s | 0...0 | f |
- $\boxed{X_3 = \pm 0 = (-1)^s \times 2^{E_{min}} \times \overline{0.0}}$ X_3: | s | 0...0 | 0 |
- $\boxed{X_4 = \pm \infty}$ X_4: | s | 1...1 | 0 |
- $\boxed{X_5 = \text{NaN (NOT A NR.)}}$ X_5: | s | 1...1 | ≠0 |

* FORMATUL SINGLE (PRECIZIE SIMPLĂ) $\Rightarrow NR \in [-2^{-126}; 2^{127}]$

(PT. NR. NORMALIZATE)

- $n = 32$
- $K = 8 \Rightarrow BIAS = 2^{K-1} - 1 = 127 \Rightarrow \begin{cases} E_{max} (= BIAS) = 127 \\ E_{min} = -126 \end{cases}$
- $p = n - K = 24 \Rightarrow |f| = 23$

* FORMATUL DOUBLE (PRECIZIE DUBLĂ) $\Rightarrow NR \in [2^{-1022}; 2^{1023}]$

(PT. NR. NORMALIZATE)

- $n = 64$
- $K = 11 \Rightarrow BIAS = 1023 \Rightarrow \begin{cases} E_{max} = 1023 \\ E_{min} = -1022 \end{cases}$
- $p = n - K = 53 \Rightarrow |f| = 52$

---

1) $X = 7,75$ ÎN F. SINGLE

(*) VIRGULA TB. PUSĂ DUPĂ PRIMUL "1" DIN REPREZENTAREA BINARĂ.

$X \notin \{\pm 0; \pm\infty; NaN\}$

$7 = \overline{111}_{(2)}$

$\left.\begin{array}{l} 0,75 \cdot 2 = 1,5 \\ 0,5 \cdot 2 = 1,0 \end{array}\right\} \Rightarrow 7,75 = \overline{111,11}_{(2)} = X$

$0,0 \cdot 2 =$

$X = \overline{111,11} = \overline{1,1111} \times 2^{2} \to 2 = E \in [-126; 127]$ ✓

$\to$ MANTISA

$l(1111) = 4$ (LUNGIME "f", i.e. CE E DUPĂ ",") $\leq |f| = 23$ ✓

REPREZENTARE:

Δ: 0 (NR +) $\leftrightarrow$ SEMN

$c: (2 + 127)_2 = (129)_2 = \overbrace{10000001}^{\text{"K" (=8) CIFRE ÎN TOTAL}}$ (COMPLETAM CU "0" DACĂ NU-S 8")

(E + BIAS)

129	1
64	0
32	0
16	0
8	0
4	0
2	0
1	1
0	

$f: \overbrace{1111\underbrace{00\ldots0}_{19}}^{|f| = 23 \text{ CIFRE ÎN TOTAL}}$

DECI, X: $\underbrace{0100}_{4}\underbrace{0000}_{0}\underbrace{1111}_{F}\underbrace{1000}_{8}\underbrace{\overbrace{0\ldots0}^{16 \text{ DE "0"}}}_{0000}$ ($|\Delta|c|f|$) (BINAR $\to$ 32 BIȚI)

4 0 F 8 0000 (HEXA)

X: 40F80000

2) $X = -4{,}75$ ÎN F. DOUBLE

$X \notin \{\pm 0; \pm\infty; NaN\}$

$4 = \overline{100}_{(2)}$

(DE LA ① 0,75) $\Big\} \Rightarrow -4{,}75 = -\overline{100{,}11}_{(2)} = X$

$X = -\overline{100{,}11} = -\overline{1{,}0011} \cdot 2^2$; $2 \in [-1022; 1023]$ ✓

$l(0011) = 4 \leq |f| = 52$ ✓

REPREZENTARE:

S: 1 (NR −)

e: $(2+1023)_2 = (1025)_2 = \overline{10000000001}_{(2)}$

f: $0011\underbrace{0\ldots0}_{48 \text{ de } "0"}$ $(52-4=48)$

1025	1
512	0
256	0
128	0
64	0
32	0
16	0
8	0
4	0
2	0
1	1
0	

$X: \underbrace{1100}_{C}\underbrace{0000}_{0}\underbrace{0001}_{1}\underbrace{0011}_{3}\overbrace{\underbrace{0\ldots0}_{0\ldots0 \text{ (12 ori)}}}^{48 \text{ de } "0"}$ (BINAR → 64 BIȚI)

X: C013000000000000 (HEXA)

3) $X = -0{,}125$ (PT. CĂ E ATÂT DE MIC, FOLOSIM FORMAT PARTICULAR)

$n=8; k=3; p=5; |f|=4; E_{min}=-2; E_{max}=BIAS=3$ $(NR \in [-0{,}25; 0{,}25])$

$0{,}125 \cdot 2 = \underline{0},25$

$0{,}25 \cdot 2 = \underline{0},5$ $\Big\} \Rightarrow X = -\overline{0{,}001}_{(2)}$

$0{,}5 \cdot 2 = \underline{1},0$

$0{,}0 \cdot 2 =$

$X = -\overline{0{,}001}$ = (VIRGULA TB. PUSĂ DUPĂ PRIMUL 1) -1×2^{-3}; $-3 \notin [-2; 3] \Rightarrow$

⇒ FORMAT DENORMALIZAT ⇒ CREȘTEM "E" LA "E_{min}" $\Rightarrow X = -\overline{0{,}1} \times 2^{-2}$

$l(1) = 1 \leq |f| = 4$ ✓

REPREZENTARE:

S: 1

e: 000 (F. DENORMALIZAT)

f: 1000

$X: \underline{1000}\,\underline{1000}_{(2)} = 88_{(16)}$

4) INTERPRETAȚI CA SINGLE "B7000000" ȘI DUPĂ CONVERTIȚI ÎN $()_{10}$.

$\#$

$B = \overline{1011}$ $\quad 0 = \overline{0000}$

$7 = \overline{1111}$

$X: \underbrace{1}_{s},\underbrace{0111111}_{c}\underbrace{0,\overbrace{0\ldots0}^{23 \text{ de } "0"}}_{f}$

$c: 01111110 \notin \{\underbrace{\overline{0\ldots0}}_{\pm 0}; \underbrace{\overline{1\ldots1}}_{\pm\infty/NaN}\} \Rightarrow$ NORMALIZAT

$X = (-1)^s \times 2^E \times \overline{1.f} = -1 \times 2^{-1} \times \overline{1.0} = -\frac{1}{2} = -0,5$ (BAZA 10)

$E = c - BIAS \Rightarrow (\underbrace{\cancel{0}1111110}_{c})_2 = (111111)_2 - 1 = 2^6+2^5+2^4+2^3+2^2+2^1+\cancel{2^0}-\cancel{1} =$

$= 64+32+16+\underbrace{8+4}_{20}+2 = 126 \Rightarrow E = 126 - 127 = -1$

10

30

5) INTERPRETAȚI 85 ÎN FORMAT PARTICULAR

$n=8; K=3; p=5; |f|=4; E_{max} = BIAS = 3; E_{min} = -2$

$\#$

$8 = \overline{1000}$

$5 = \overline{0101}$

$\underbrace{1}_{s}\underbrace{000}_{c}\underbrace{0101}_{f}$

$c: 000$

$f: 0101 \Rightarrow$ FORMAT DENORMALIZAT $\Rightarrow$

$\Rightarrow X = (-1)^s \times 2^{E_{min}} \times \overline{0.f} = (-1)^1 \times 2^{-2} \times \overline{0.0101} = -\frac{1}{2^2} \times \frac{5}{2^4} = -\frac{5}{2^6} = -0,078125$

$\overline{0.0101} = 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = 2^{-2} + 2^{-4} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} = \frac{5}{2^4}$

6) ADUNARE ÎN VIRGULĂ MOBILĂ

ÎN FORMAT SINGLE PT. $X = 7,75$ ȘI $Y = -0,5$.

$\#$

(EX 1; pag 5) $X = \overline{111,11}_{(2)} = \overline{1,1111} \times 2^2$

$0,5 \cdot 2 = 1,0$

$0,0 \cdot 2$ $\Rightarrow Y = -\overline{0,1}_{(2)} = -\overline{1} \times 2^{-1}$

(LE REPREZENTĂM ÎN BAZA 2, ÎN NOTAȚIE ȘTIINȚIFICĂ)

VERIFICARE: 2 și $-1 \in [-126; 127]$

$l(1111) = 4 \leq |f| = 23$ $\Rightarrow \checkmark$ FORMAT SINGLE

$-1 < 2 \Rightarrow$ ÎL MODIFICĂM PE "y" (EXPONENTUL SĂ-L EGALEZE PE CEL A LUI "x") $\Rightarrow \boxed{Y = -\overline{0,001} \times 2^2}$

$$S = X + Y = \begin{array}{r} 1,1111 \ - \\ 0,0010 \\ \hline 1,1101 \end{array} \times 2^2 = S$$

TEST OVERFLOW/UNDERFLOW: $S = \overline{1,1101} \times 2^2$

$2 \in [-126; 127]$ ✓

TEST ROTUNJIRE: $\ell(1101) = 4 \leq |f| = 23$ ✓

DECI, SUMA E DEJA NORMALIZATĂ $\Rightarrow S = \overline{1,1101} \times 2^2 = \frac{\overline{11101}}{2^{\cancel{4}2}} \times \cancel{2^2} = \frac{29}{4} = 7,25$

$\overline{11101} = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 16 + 8 + 4 + 1 = 29$

7) ÎNMULȚIREA ÎN VIRGULĂ MOBILĂ

ÎN FORMAT SINGLE PT. $X = 7,75$ ȘI $Y = -0,5$.

EX. ANTERIOR $\Rightarrow \begin{cases} X = \overline{1,1111} \times 2^2 \\ Y = -\overline{1,0} \times 2^{-1} \end{cases} \Rightarrow$ REZULTATUL: $2 - 1 = 1$

SEMN: $-$

$$\begin{array}{r} 1,1111 \ \times \\ 1,0000 \\ \hline 1,1111 \end{array} \Rightarrow XY = -\overline{1,1111} \times 2^1$$

TEST OVERFLOW/UNDERFLOW: $1 \in [-126; 127]$ ✓

TEST ROTUNJIRE: $\ell(1111) = 4 \leq |f| = 23$ ✓

DECI, ÎNMULȚIREA E NORMALIZATĂ $\Rightarrow XY = -\overline{1,1111} \times 2 = -\frac{\overline{11111}}{2^{\cancel{4}3}} \times \cancel{2} = -\frac{31}{8} = -3,875$

$\underbrace{\overline{11111}}_{5}{}_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 2^5 - 1 = 31$

ALGEBRĂ BOOLEANĂ

"SAU" = $\vee$ = "+" ; "ȘI" = $\wedge$ = "·" (NOTAȚII PT. OPERAȚIILE LOGICE)

•	0	1
0	0	0
1	0	1

+	0	1
0	0	1
1	1	1

NEGAȚIA: $\begin{cases}\bar{0}=1\\ \bar{1}=0\end{cases}$ } OPERAȚII DE BAZĂ

• AL. BOOLEANĂ = ALGEBRĂ $(B, \overset{\text{CELE 3 OP. DE MAI SUS}}{+, \cdot, \bar{\ }}, 0, 1)$ a.î.:

AXIOME

1) ASOCIATIVITATE:

$(x+y)+z = x+(y+z)$

$(x\cdot y)\cdot z = x\cdot(y\cdot z)$

2) COMUTATIVITATE:

$x+y=y+x$

$x\cdot y = y\cdot x$

3) ABSORBȚIA:

$\begin{cases} x+(x\cdot y) = x\cdot(\overbrace{1+y}^{\text{"1" MEREU}}) = x \\ x\cdot(x+y) = x\end{cases}$

SAU

4) DISTRIBUTIVITATEA:

$x\cdot(y+z) = x\cdot y + x\cdot z$

$x+(y\cdot z) = (x+y)\cdot(x+z)$

5) MĂRGINIRE: $0 \leq a \leq 1$

$\begin{cases} 0+x=x;\ 0\cdot x = 0 \\ 1+x=1;\ 1\cdot x = x \end{cases}$; $(\forall)\ x \in B_2$

6) COMPLEMENTARE:

$\begin{cases} x+\bar{x}=1 \\ x\cdot\bar{x}=0 \end{cases}$; $(\forall)\ x\in B_2$

OPERAȚII DERIVATE:

• IMPLICAȚIA: $x \to y = \bar{x}+y$

• DIFERENȚA: $x - y = x\cdot\bar{y}$

• ECHIVALENȚA: $x \leftrightarrow y = (x\to y)\cdot(y\to x) = (\bar{x}+y)\cdot(\bar{y}+x)$

• XOR: $x \oplus y = x\cdot\bar{y}+\bar{x}\cdot y$

• NAND: $x * y = \overline{x\cdot y}$

x	y	x·y	x+y	x−y	x→y	x⊕y
0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0

! $\bar{x}\cdot\bar{y} \neq \overline{x\cdot y}$

ALTE PROPRIETĂȚI:

1) IDEMPOTENȚA: $\begin{cases} x+x=x \\ x\cdot x = x\end{cases}$

2) LEGEA DUBLEI NEGAȚII: $\bar{\bar{x}} = x$

3) LEGILE LUI DE MORGAN:

$\begin{cases} \overline{x+y} = \bar{x}\cdot\bar{y};\ \overline{x\cdot y} = \bar{x}+\bar{y} \\ \overline{\bar{x}+\bar{y}} = x\cdot y;\ \overline{\bar{x}\cdot\bar{y}} = x+y \end{cases}$

4) ABSORBȚIA BOOLEANĂ:

$\begin{cases} x+\bar{x}\cdot y = x+y \\ x\cdot(\bar{x}+y) = x\cdot y \end{cases}$

5) UNICITATEA COMPLEMENTULUI:

$\begin{cases} x+y=1 \text{ și } x\cdot y = 0 \Rightarrow y=\bar{x} \\ x+y=0 \Rightarrow x=y=0 \\ x\cdot y = 1 \Rightarrow x=y=1 \end{cases}$

FUNCȚIA BOOLEANĂ: $f: B_2^n \to B_2^k$

- $k = 1 \Rightarrow$ F.B. SCALARĂ
- $k > 1 \Rightarrow$ F.B. VECTORIALĂ (ALCĂTUITĂ DIN MAI MULTE F.B.S.)

F.B.S.:

- FND (FUNCȚIE NORMALĂ DISJUNCTIVĂ) $\to$ "SAU": $(\cdot)+(\cdot)+\ldots+(\cdot) = (1)$
  (UNDE DĂ FUNCȚIA "1")
- FNC (F.N. CONJUNCTIVĂ) $\to$ "ȘI": $(+)\cdot(+)\cdot\ldots\cdot(+) = (0)$ (UNDE DĂ FUNCȚIA "0")

EX: $f_1, f_2: B_2^3 \to B_2$; $f_1(x,y,z) = (x \oplus \bar{y}) \cdot y \cdot z$; $f_2(x,y,z) = x \cdot (\bar{x} \oplus z)$

x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$x \oplus \bar{y}$	$\bar{x} \oplus z$	f_1	f_2	
0	0	0	1	1	1	1	0	0	(0)
0	0	1	1	1	1	0	0	0	(1)
0	1	0	1	0	0	1	0	0	(2)
0	1	1	1	0	0	0	0	0	(3)
1	0	0	0	1	0	0	0	0	(4)
1	0	1	0	1	0	1	0	1	(5)
1	1	0	0	0	1	0	0	0	(6)
1	1	1	0	0	1	1	1	1	(7)

FND: $f_1 = x \cdot y \cdot z$ (7)

$f_2 = x \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot y \cdot z$ (5)+(7)

FNC: $f_1 = (x+y+z)\cdot(x+y+\bar{z})\cdot(x+\bar{y}+z)\cdot(x+\bar{y}+\bar{z})\cdot(\bar{x}+y+z)\cdot(\bar{x}+y+\bar{z})\cdot(\bar{x}+\bar{y}+z)$

(0)·(1)·...·(6)

$f_2 = (x+y+z)\cdot(x+y+\bar{z})\cdot(x+\bar{y}+z)\cdot(x+\bar{y}+\bar{z})\cdot(\bar{x}+y+z)\cdot(\bar{x}+\bar{y}+z)$

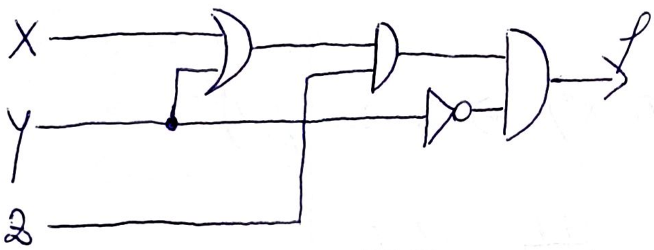
CIRCUITE LOGICE

(I) → O-ΔS (CIRCUITE COMBINAȚIONALE)

1) PORȚI LOGICE:

- "AND" 
- "NAND" 
- "OR" 
- "NOR" 
- "XOR" 
- "NXOR" 
- "NOT" 

Ex: $f: B_2^3 \to B_2;\ f(x,y,z) = (x+y)\cdot z \cdot \bar{y}$

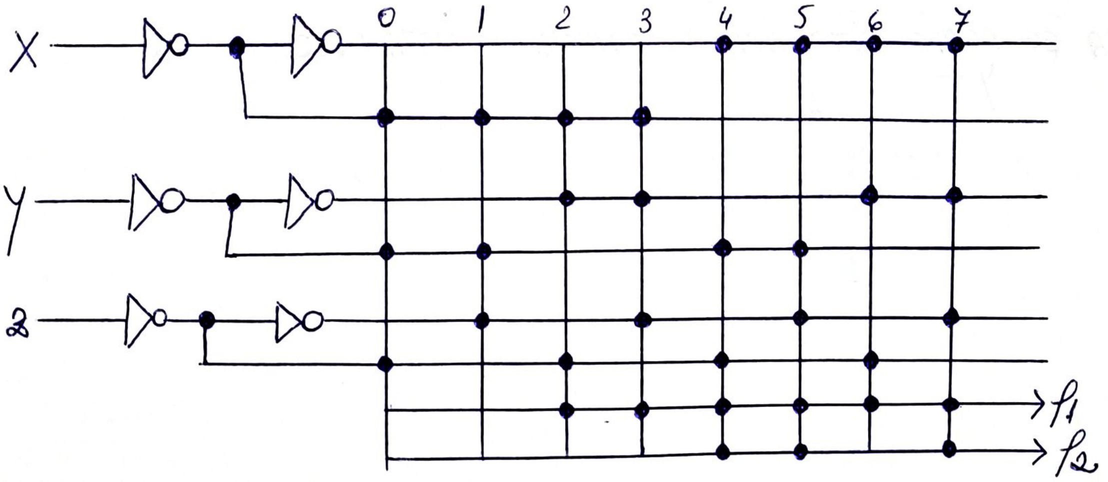


} CIRCUIT UNIVERSAL

2) PROM: ("PROGRAMMABLE READ-ONLY MEMORY") → CAZ PARTICULAR DE PLA → PROM SIMPLIFICAT (VARIABILELE APAR O SINGURĂ DATĂ ȘI FĂRĂ "0"-URI)

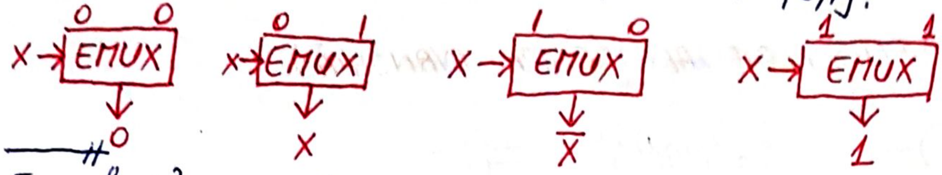
Ex: $f: B_2^3 \to B_2^2;\ f(x,y,z) = (f_1, f_2);\ f_1 = x+y;\ f_2 = x\cdot(\bar{y}+z)$

x	y	z	f_1	$\bar{y}+z$	f_2	
0	0	0	0	1	0	(0)
0	0	1	0	1	0	(1)
0	1	0	1	0	0	(2)
0	1	1	1	1	0	(3)
1	0	0	1	1	1	(4)
1	0	1	1	1	1	(5)
1	1	0	1	0	0	(6)
1	1	1	1	1	1	(7)



3) MULTIPLEXORI ELEMENTARI (EMUX):

"EMUX" = MULTIPLEXOR CU DOAR 2 INTRĂRI {0,1}.



Ex: $f : B_2^3 \to B_2$; $f(X, Y, Z) = X + Y$

← cel mai puțin semnificativ

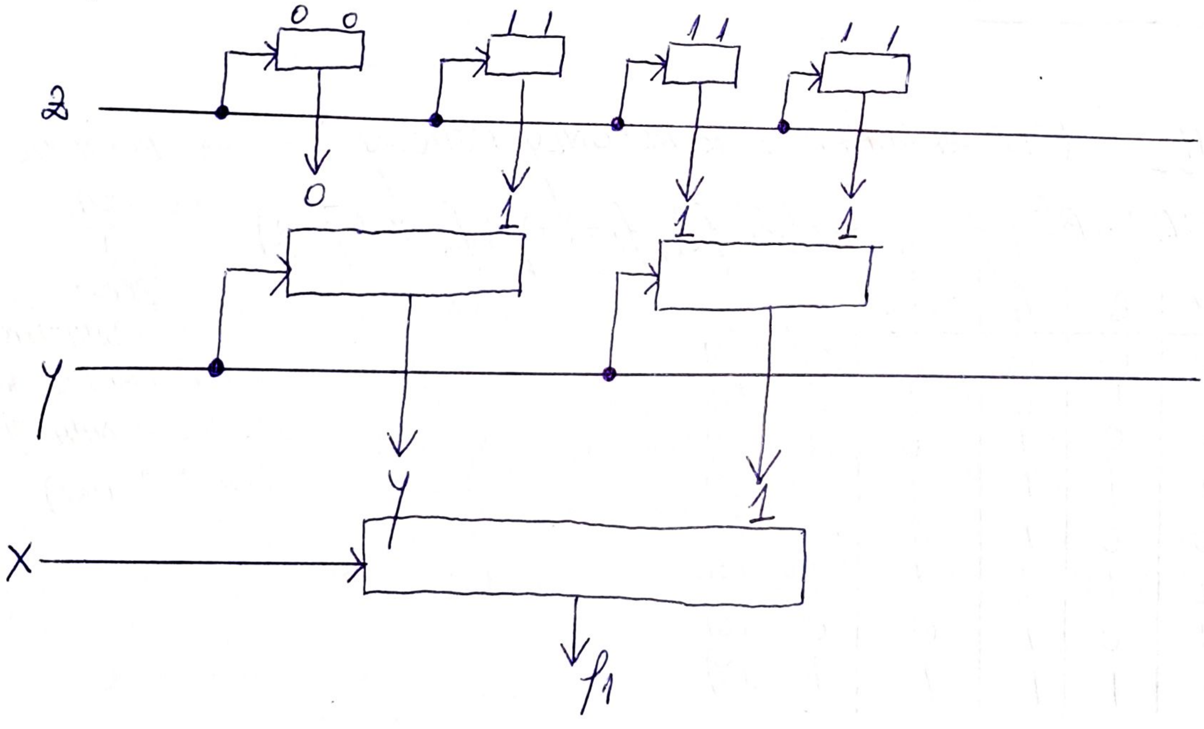
X	Y	Z	f		
0	0	0	0	(0)	} EMUX
0	0	1	0	(1)	
0	1	0	1	(2)	} EMUX
0	1	1	1	(3)	
1	0	0	1	(4)	} EMUX
1	0	1	1	(5)	
1	1	0	1	(6)	} EMUX
1	1	1	1	(7)	

ÎNCEPEM CU CEL MAI NESEMNIFICATIV BIT:

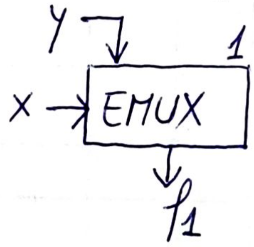
Z cu $(\overset{(0)}{0}, \overset{(1)}{0}) \to 0$
Z cu $(\overset{(2)}{1}, \overset{(3)}{1}) \to 1$ } EMUX (PT. "Y")

Z cu $(\overset{(4)}{1}, \overset{(5)}{1}) \to 1$
Z cu $(\overset{(6)}{1}, \overset{(7)}{1}) \to 1$ } EMUX (PT. "Y")

Y cu $(0,1) \to Y$
Y cu $(1,1) \to 1$ } EMUX (PT. "X") $\Rightarrow$ X cu $(Y, 1)$



SCHEMA SE POATE SIMPLIFICA ELIMINÂND CONSTANTELE:



EXERCIȚII:

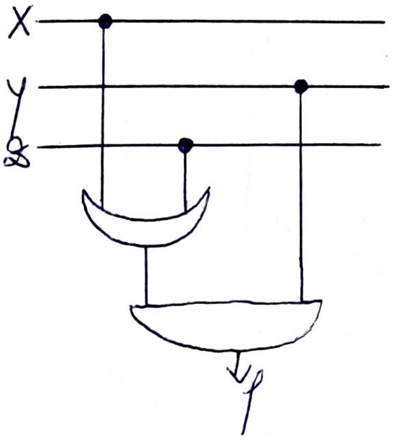
1) REPREZENTAȚI CU NR. MIN. DE PORȚI LOGICE PT.: (FND)

X	Y	Z	f	
0	0	0	0	(0)
0	0	1	0	(1)
0	1	0	0	(2)
0	1	1	1	(3)
1	0	0	0	(4)
1	0	1	0	(5)
1	1	0	1	(6)
1	1	1	1	(7)

ÎNCEPEM MEREU DE LA COADĂ

$$f(X,Y,Z)=(\overline{X}\cdot Y\cdot Z)+(X\cdot Y\cdot \overline{Z})+(X\cdot Y\cdot Z)=\overline{X}\cdot Y\cdot Z+X\cdot Y\underbrace{(\overline{Z}+Z)}_{1}=$$

$$=Y\cdot(\overline{X}\cdot Z+X)=Y\cdot(X+Z)$$

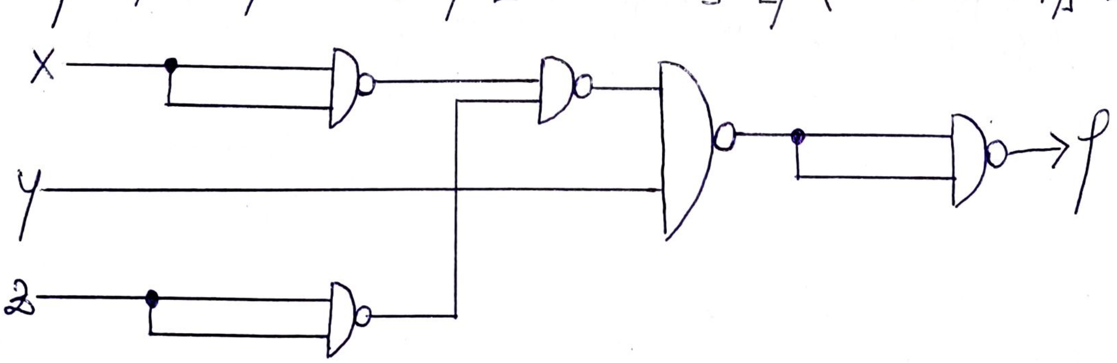


2) CIRCUIT CU "NAND" PT. $f(X,Y,Z)=Y\cdot(X+Z)$.

$X*Y=\overline{X\cdot Y}$ (NAND)

$$\begin{cases}\overline{X}=\overline{X\cdot X}=X*X\\ X\cdot Y=\overline{\overline{X\cdot Y}}=\overline{X*Y}=(X*Y)*(X*Y)\\ X+Y=\overline{\overline{X}\cdot\overline{Y}}=\overline{X}*\overline{Y}=(X*X)*(Y*Y)\end{cases}$$

$$f(X,Y,Z)=Y\cdot(X+Z)=Y\cdot[(X*X)*(Z*Z)]=[Y*((X*X)*(Z*Z))]*[Y*((X*X)*(Z*Z))]$$



3) MULTIPLEXORI ELEMENTARI, APOI SIMPLIFICAȚI PT:

x	y	z	f	
0	0	0	0	(0)
0	0	1	0	(1)
0	1	0	0	(2)
0	1	1	1	(3)
1	0	0	0	(4)
1	0	1	0	(5)
1	1	0	1	(6)
1	1	1	1	(7)

z cu (0,0) → 0

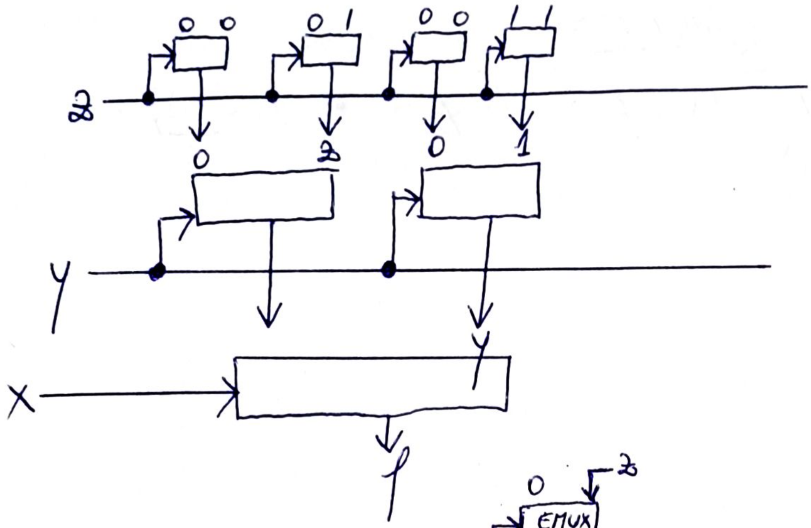
z cu (0,1) → z

z cu (0,0) → 0

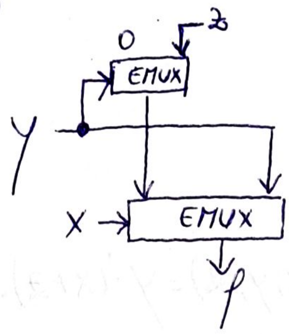
z cu (1,1) → 1

y cu (0,z)

y cu (0,1) → y

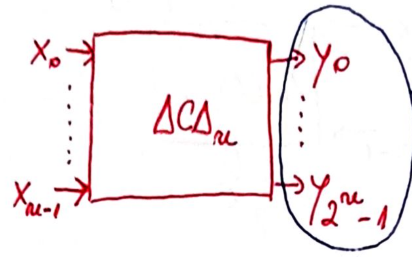


SIMPLIFICARE:



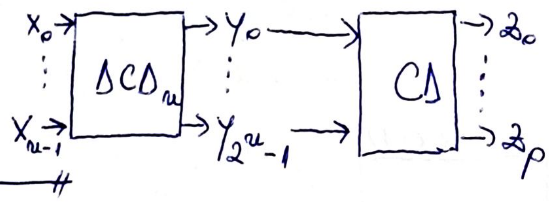
=CIRCUITE LOGICE=
(II)

1) DECODIFICATOR: O-DS



→ DOAR UN SINGUR $y=1$

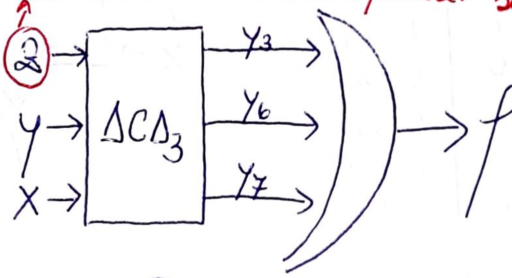
*CODIFICATORUL E ÎNSOȚIT MEREU DE UN DECODIFICATOR.



Ex: $f: B_2^3 \to B_2$

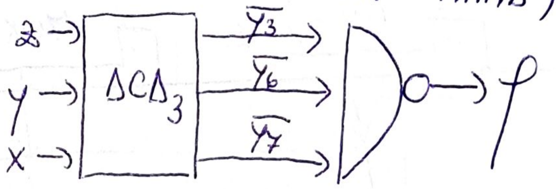
x	y	z	f	
0	0	0	0	(0)
0	0	1	0	(1)
0	1	0	0	(2)
0	1	1	1	(3)
1	0	0	0	(4)
1	0	1	0	(5)
1	1	0	1	(6)
1	1	1	1	(7)

de la cel mai nesemnificativ bit

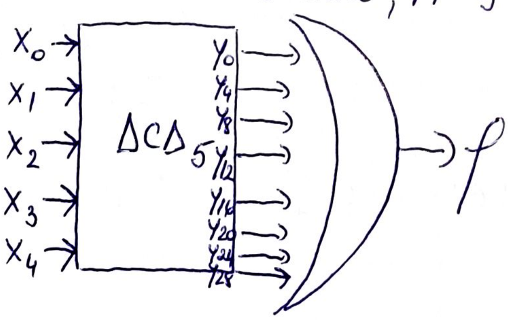


SAU

(DECÂT DACĂ SPECIFICĂ "NAND")



Ex: CODIFICATOR CARE, PT 5 BIȚI, SCOATE "1" DACĂ $x \vdots 4$.

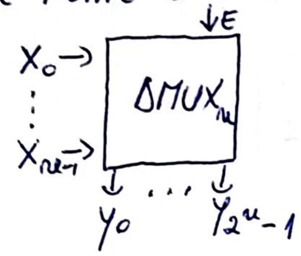


$2^5-1 = 32-1 = 31$

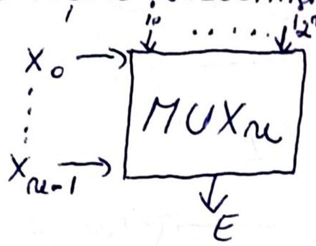
NR $\vdots 4$ $< 31 = \{0,4,8,12,16,20,24,28\}$

2) DEMULTIPLEXOR: O-DS

E O GENERALIZARE A CODIFICATORULUI. E UN COMUTATOR ("ONE INTO MANY") CARE POATE CONECTA O INTRARE UNICĂ LA O IEȘIRE SELECTABILĂ PRINTR-UN COD NR..



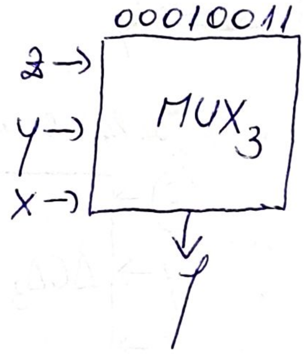
$E \in \{0,1\}$



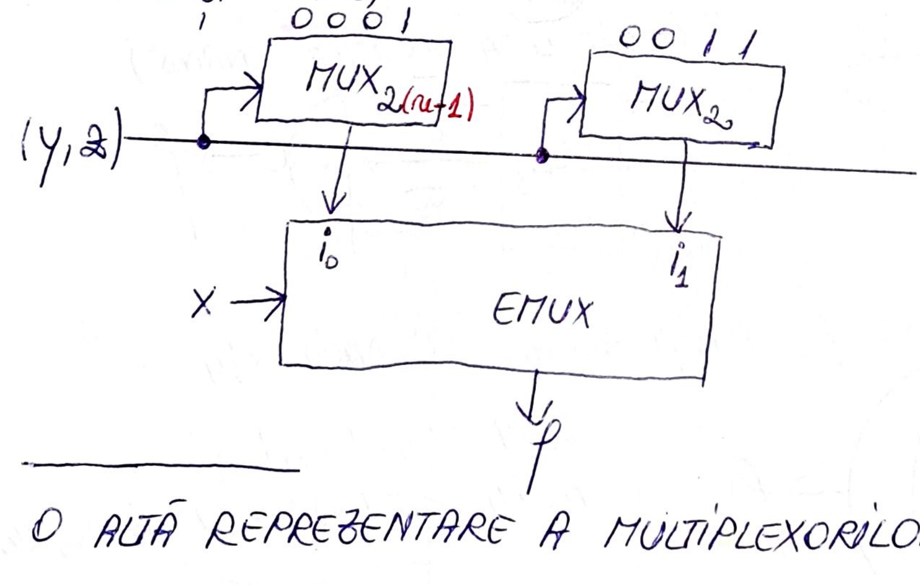
MULTIPLEXOR ("MANY INTO ONE") E UN COMUTATOR CARE POATE CONECTA O INTRARE SELECTABILĂ PRINTR-UN COD NUMERIC LA O IEȘIRE UNICĂ.

Ex: $f: B_2^3 \to B_2$

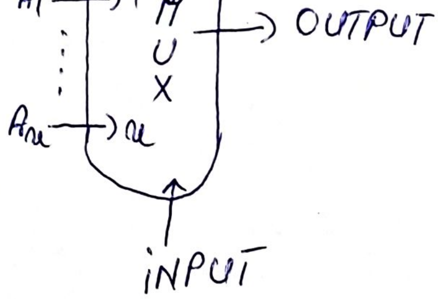
X	Y	Z	f	
0	0	0	0	(0)
0	0	1	0	(1)
0	1	0	0	(2)
0	1	1	1	(3)
1	0	0	0	(4)
1	0	1	0	(5)
1	1	0	1	(6)
1	1	1	1	(7)



Ex: (ACELAȘI TABEL)



O ALTĂ REPREZENTARE A MULTIPLEXORILOR:



= INSTRUCȚIUNI MIPS =

1) DE TIP "R":

CU 3 ARGUMENTE. Ex: add \$t0, \$t1, \$t2. NE UITĂM PESTE ENCONDING AL ACESTEI INSTRUCȚIUNI PT. A SCRIE ÎN HEXA (ȘI NR. REGIȘTRIILOR DIN MIPS).

\$t0 → rd → d; \$t1 → rs → s; \$t2 → rt → t

0 1 2 A 4 0 2 0

000000	01001	01010	01000	00000	100000
OPCODE (6 biți)	rs (5b)	rt (5b)	rd (5b)	SHIFT AMOUNT (5b)	FUNCTION (6b)

→ 012A4020

2) DE TIP "I":

CU 2 REGIȘTRII (rs; rt): lw, sw; BRANCH

------	-----	-----	----------------
OPCODE (6b)	rs (5b)	rt (5b)	VAL. IMEDIATĂ (16b)

3) DE TIP "j": (JUMP)

------	-------...-
OPCODE (6b)	ADRESĂ ETICHETĂ (26b)

= NUMERE REGIȘTRII MIPS =

\$zero : 0
\$at : 1
\$v0 : 2
\$v1 : 3
\$a0 : 4
\$a1 : 5
\$a2 : 6
\$a3 : 7
\$t0 : 8
\$t1 : 9
\$t2 : 10
\$t3 : 11
\$t4 : 12
\$t5 : 13
\$t6 : 14
\$t7 : 15
\$s0 : 16
\$s1 : 17
\$s2 : 18
\$s3 : 19
\$s4 : 20
\$s5 : 21
\$s6 : 22
\$s7 : 23
\$t8 : 24
\$t9 : 25
\$k0 : 26
\$k1 : 27
\$gp : 28
\$sp : 29
\$fp : 30
\$ra : 31

EX: SCRIEȚI ÎN BINAR ȘI HEXA

sub $t0, $t0, $t1 → d, s, t (SINTAXA INSTRUCȚIUNII)

$t0 = 8 (01000)
$t1 = 9 (01001) BINAR

} DIN PAG. ANTERIOARĂ

NE UITĂM LA ENCONDING:

$\underbrace{0000}_{0}\ \underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{0000}_{0}\ \underbrace{1001}_{9}\ \underbrace{0100}_{4}\ \underbrace{0000}_{0}\ \underbrace{0010}_{2}\ \underbrace{0010}_{2}$

! REPREZENTARE NR. NEGATIVE ÎN BINAR:

Ex: -3

3 | 1
1 | 1
0 |

ÎL VREAU PE 16b: 0000 0000 0000 0011

REPREZINT ÎN COMPLEMENT FAȚĂ DE 2:

$$\begin{array}{r} 1111\ 1111\ 1111\ 1100 + \\ 1 \\ \hline \underbrace{1111}_{F}\ \underbrace{1111}_{F}\ \underbrace{1111}_{F}\ \underbrace{1101}_{D} \end{array} \rightarrow \text{REZULTAT}$$

---

* DACĂ ETICHETA E ÎNAINTE DE BRANCH/JUMP ⇒ OFFSET NEGATIV.
* OFFSET = NR. INSTRUCȚIUNI.

Ex:

```
beq ..., ..., et  -> 6+1
                     -> 5
cont:           ) 1
  mul...
  sub... -> 2
  sw... -> 3
exit:           ) 4
  li...
  syscall -> 5
et2:            ) 6
  add...
```

```
et:
  sub...   ) -> -2
  sw...    -> -1
beq ..., ..., et -> -2-1 = -3
                      de la noi
```

* (NR WORD - 1) !

~~.txt~~
~~1 - - -~~
~~2 - - -~~
~~3 - - -~~
~~4 continue~~
~~:~~
~~f continue~~

(refăcut)