28 数据流分析：你写的程序，它更懂

上一讲，我提到了删除公共子表达式、拷贝传播等本地优化能做的工作，其实，这几个工作也可以在全局优化中进行。

只不过，全局优化中的算法，不会像在本地优化中一样，只针对一个基本块。而是更复杂一些，因为要覆盖多个基本块。这些基本块构成了一个CFG，代码在运行时有多种可能的执行路径，这会造成多路径下，值的计算问题，比如活跃变量集合的计算。

当然了，还有些优化只能在全局优化中做，在本地优化中做不了，比如：

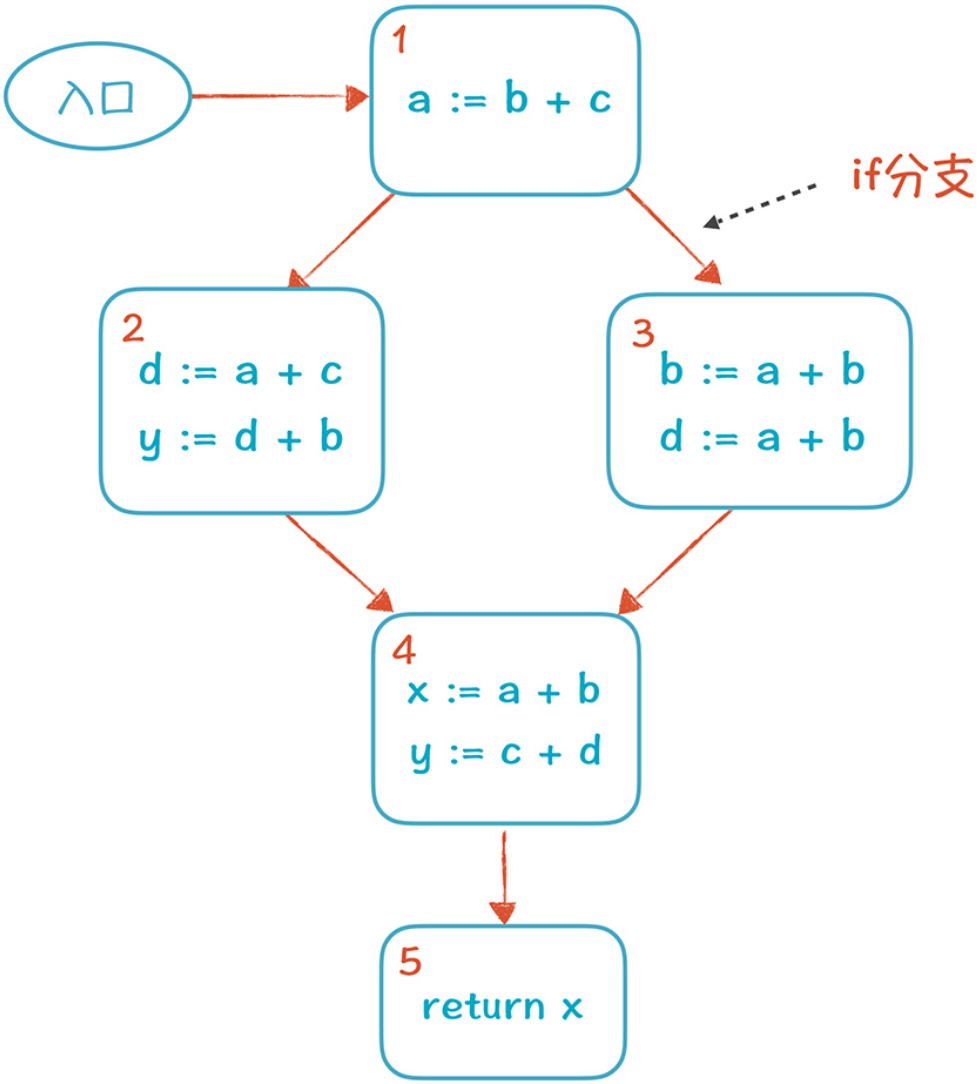
- 代码移动（code motion）能够将代码从一个基本块挪到另一个基本块，比如从循环内部挪到循环外部，来减少不必要的计算。
- 部分冗余删除（Partial Redundancy Elimination），它能把一个基本块都删掉。

总之，全局优化比本地优化能做的工作更多，分析算法也更复杂，因为CFG中可能存在多条执行路径。不过，我们可以在上一节课提到的本地优化的算法思路上，解决掉多路径情况下，V值的计算问题。**而这种基于CFG做优化分析的方法框架，就叫做数据流分析。**

本节课，我会把全局优化的算法思路讲解清楚，借此引入数据流分析的完整框架。而且在解决多路径情况下，V值的计算问题时，我还会带你学习一个数学工具：半格理论。这样，你会对基于数据流分析的代码优化思路建立清晰的认识，从而有能力根据需要编写自己的优化算法。

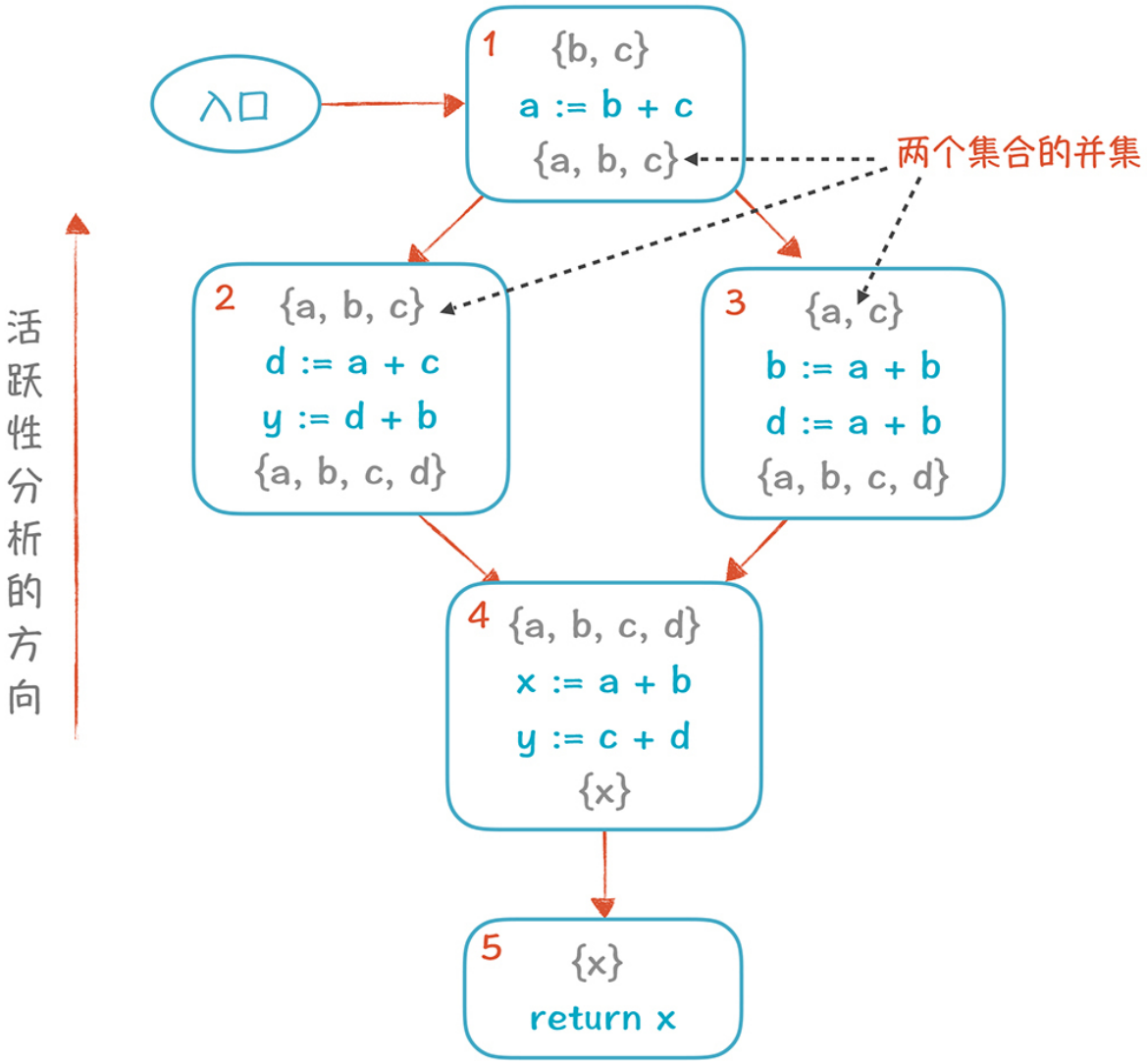
数据流分析的场景：活跃性分析

上一讲，我已经讲了本地优化时的活跃性分析，那时，情况比较简单，你不需要考虑多路径问题。**而在做全局优化时，情况就要复杂一些：**代码不是在一个基本块里简单地顺序执行，而可能经过控制流图（CFG）中的多条路径。我们来看一个例子（例子由if语句形成了两条分支语句）：

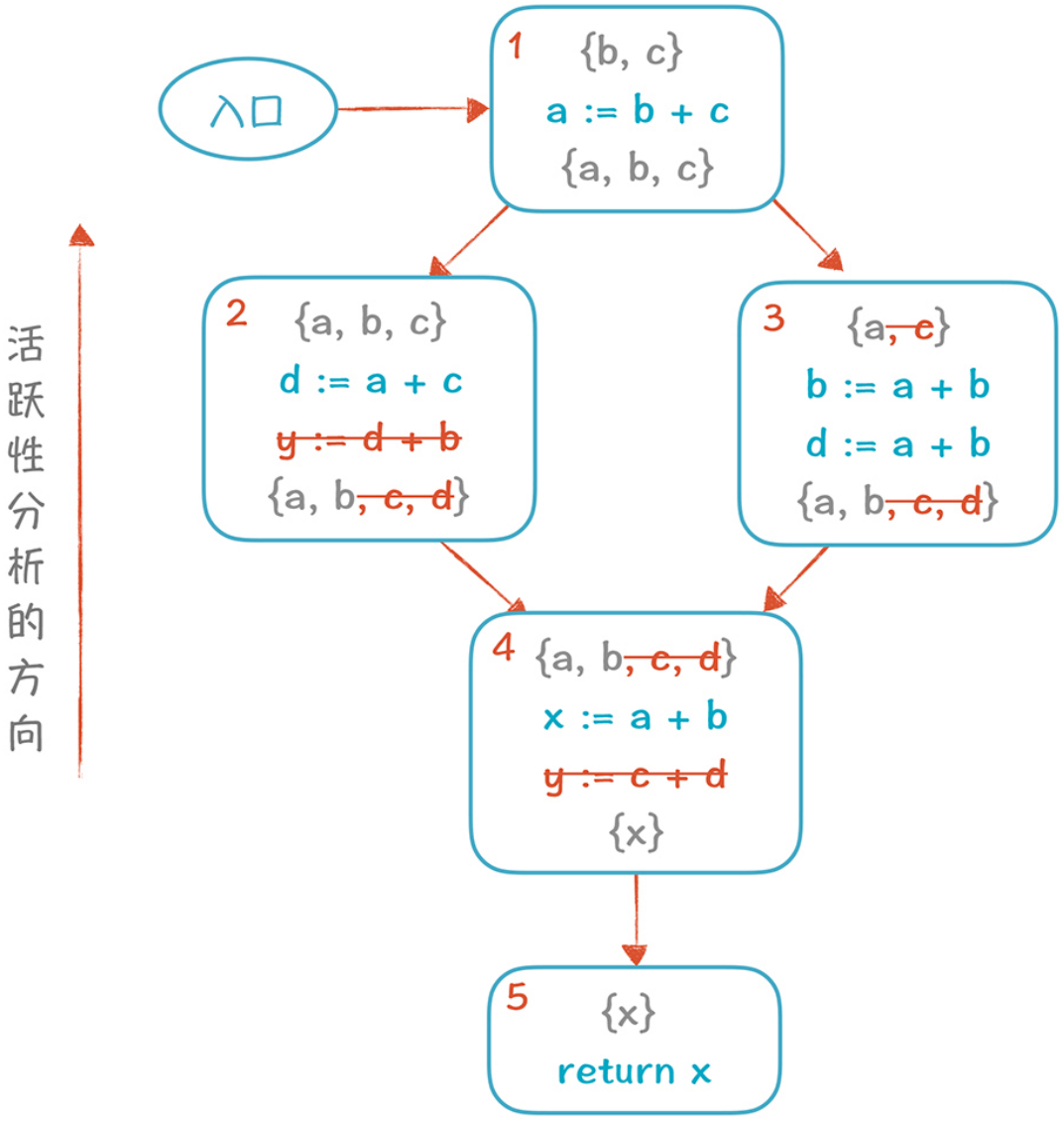


基于这个CFG，我们可以做全局的活跃性分析，从最底下的基本块开始，倒着向前计算活跃变量的集合（也就是从基本块5倒着向基本块1计算）。

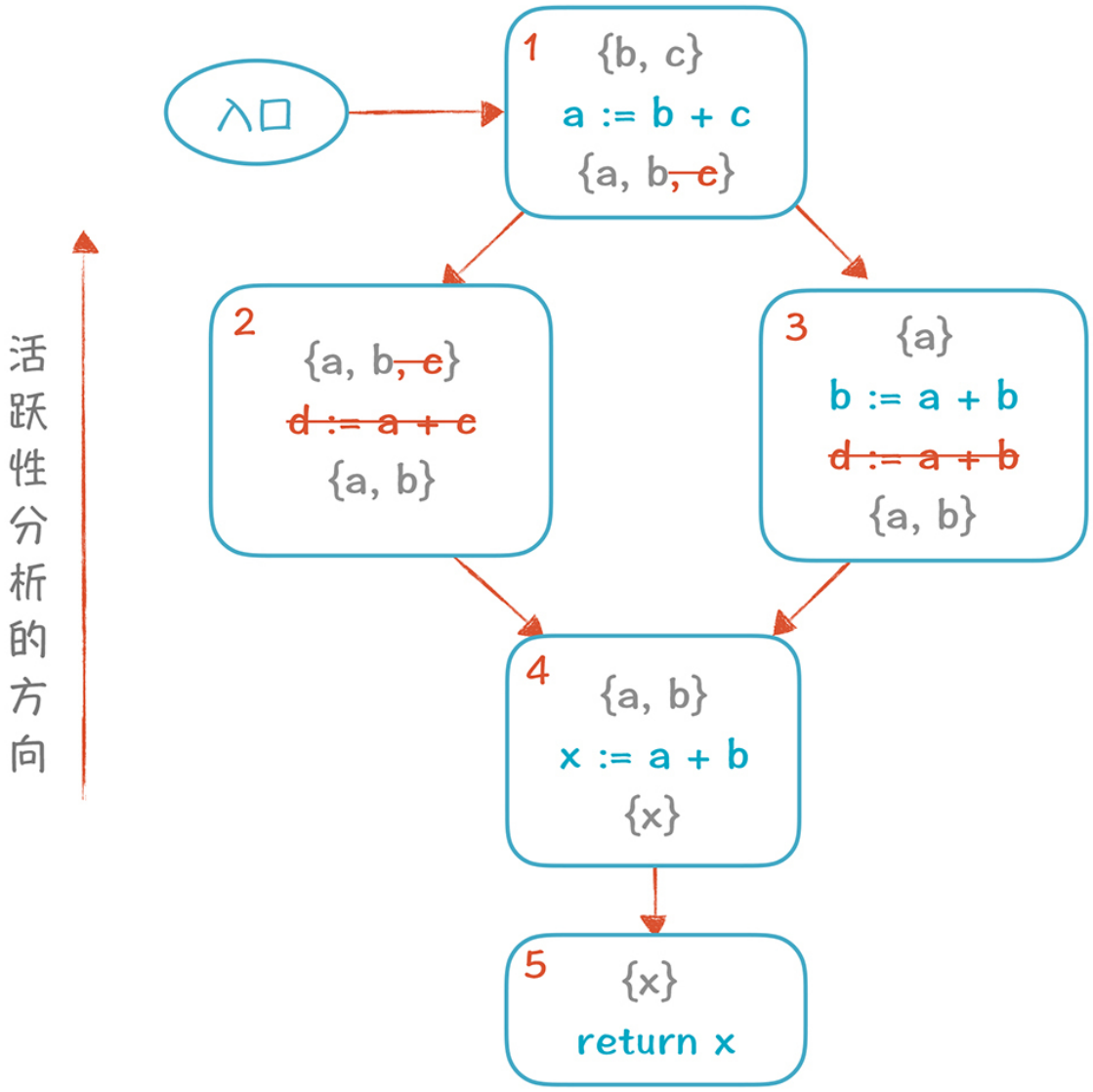
这里需要注意，对基本块1进行计算的时候，它的输入是基本块2的输出，也就是{a, b, c}，和基本块3的输出，也就是{a, c}，计算结果是这两个集合的并集{a, b, c}。也就是说，基本块1的后序基本块，有可能用到这三个变量。这里就是与本地优化不同的地方，我们要基于多条路径来计算。



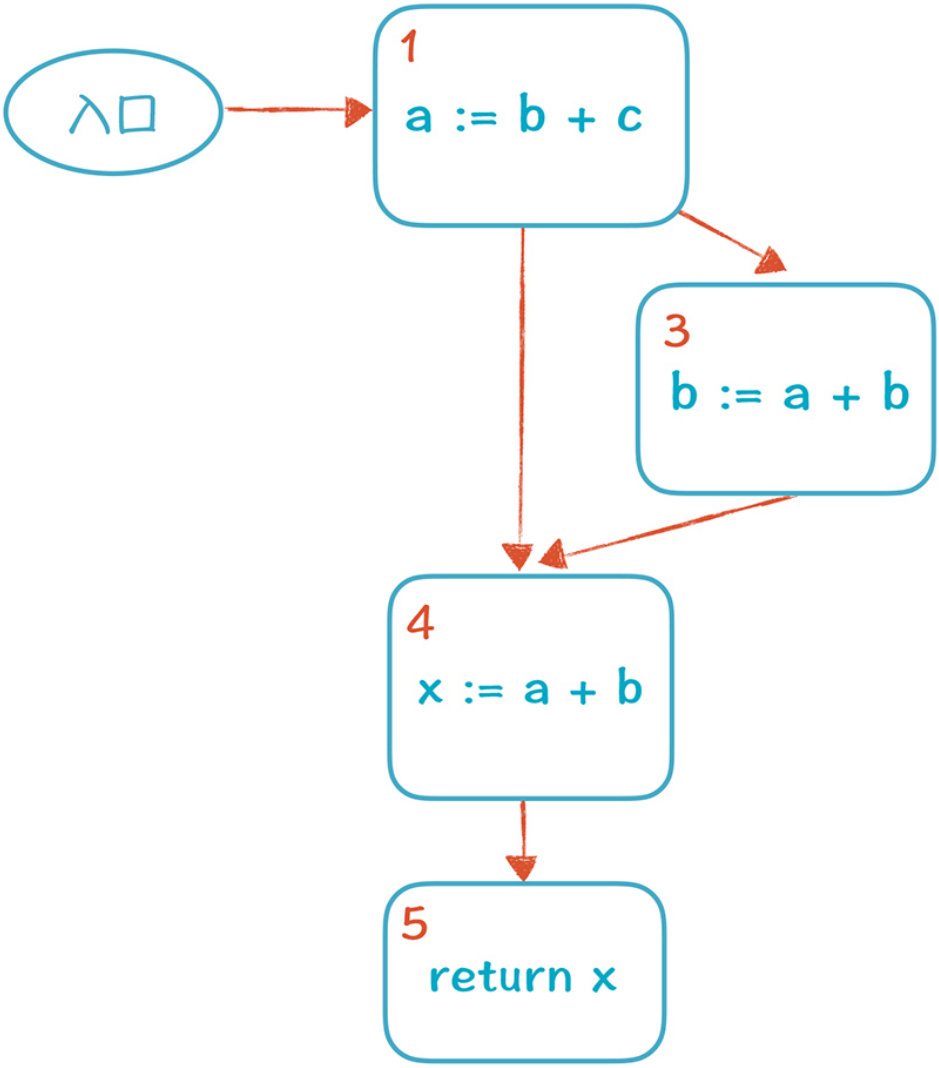
基于这个分析图，我们马上发现y变量可以被删掉（因为它前面的活变量集合{x}不包括y，也就是不被后面的代码所使用），并且影响到了活跃变量的集合。



删掉y变量以后，再继续优化一轮，会发现d也可以删掉。

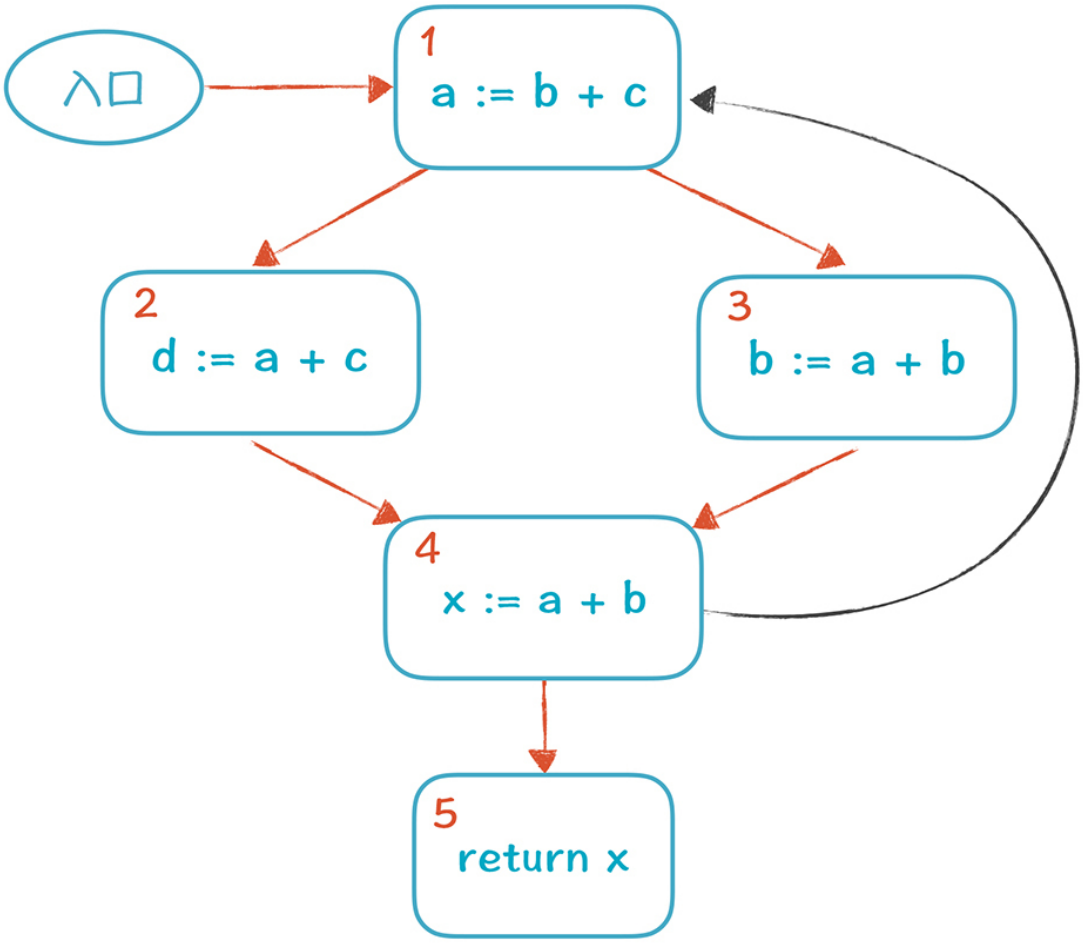


d删掉以后，2号基本块里面已经没有代码了，也可以被删掉，**最后的CFG是下面这样：**



到目前为止，我们发现：全局优化总体来说跟本地优化很相似，唯一的不同，就是要基于多个分支计算集合的内容（也就是V值）。在进入基本块1时，2和3两个分支相遇（meet），我们取了2和3V值的并集。**这就是数据流分析的基本特征，你可以记住这个例子，建立直观印象。**

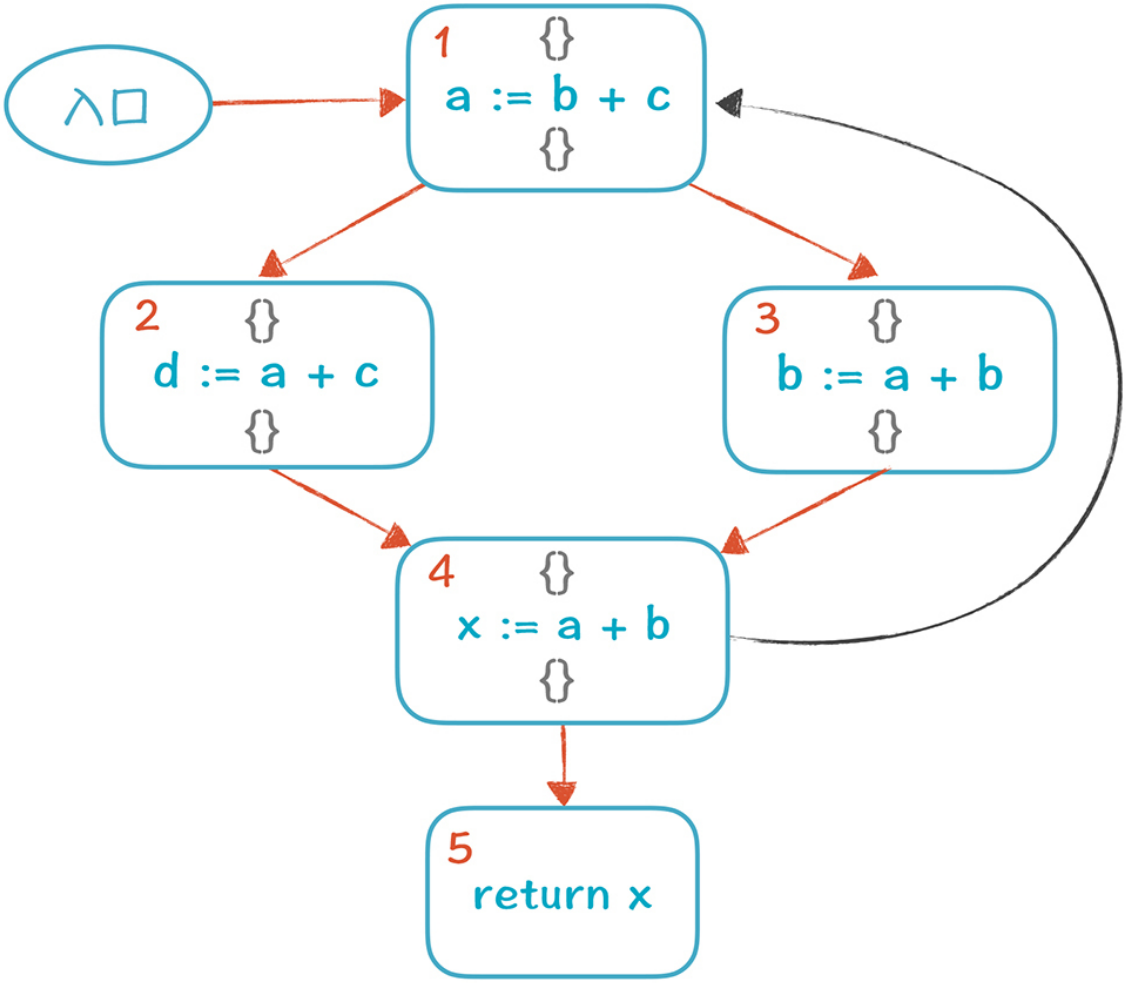
但是，上面这个CFG还是比较简单的，因为它没有循环，属于有向无环图。**这种图的特点是：**针对图中的每一个节点，我们总能找到它的前序节点和后序节点，所以我们只需要按照顺序计算就好了。但是如果加上了环路，就不那么简单了，来看一看下面这张图：



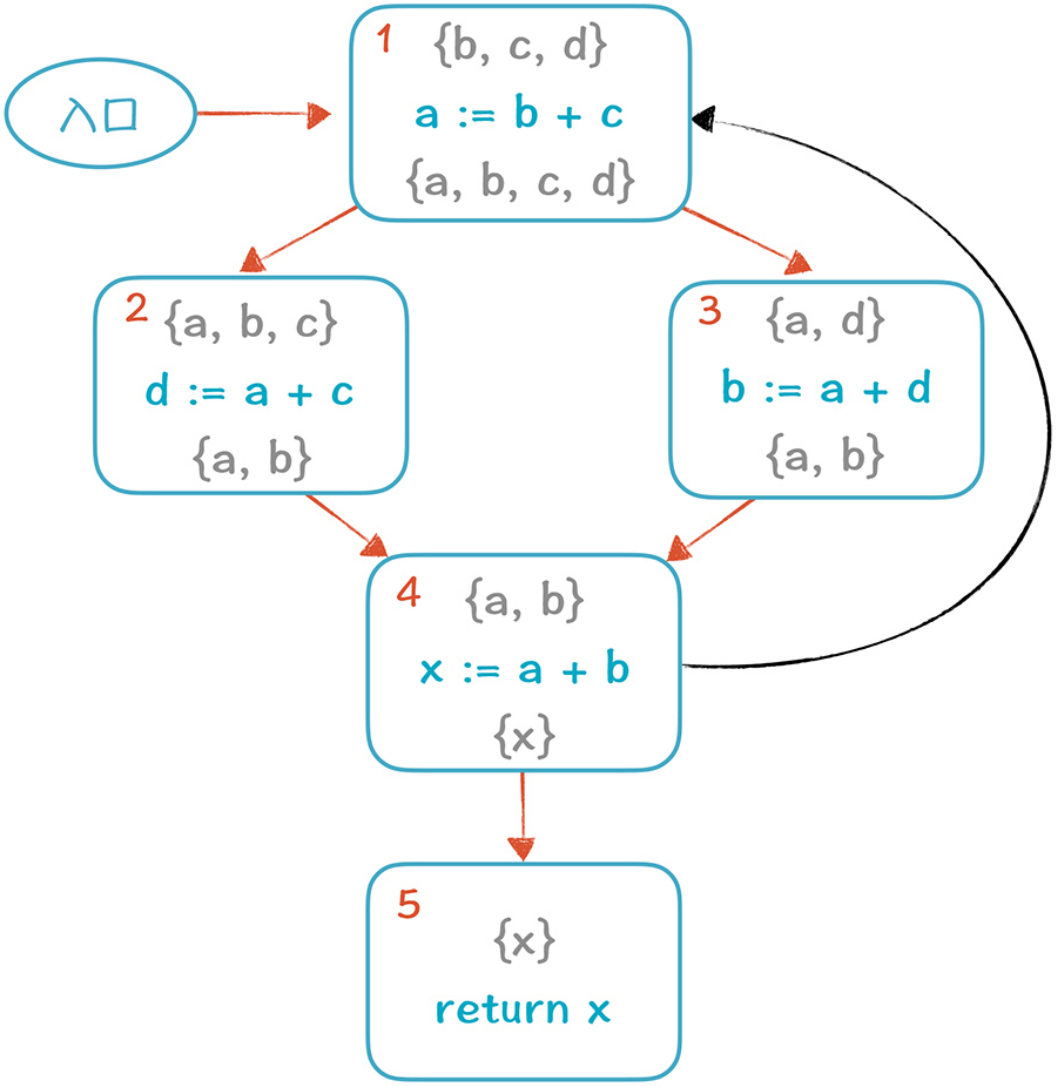
基本块4有两个后序节点，分别是5和1，所以要计算4的活跃变量，就需要知道5和1的输出是什么。5的输出好说，但1的呢？还没计算出来呢。因为要计算1，就要依赖2和3，从而间接地又依赖了4。**这样一来，1和4是循环依赖的。**再进一步探究的话，你发现其实1、2、3、4四个节点之间，都是循环依赖的。

所以说，一旦在CFG中引入循环回路，严格的前后计算顺序就不存在了。**那你要怎么办呢？**

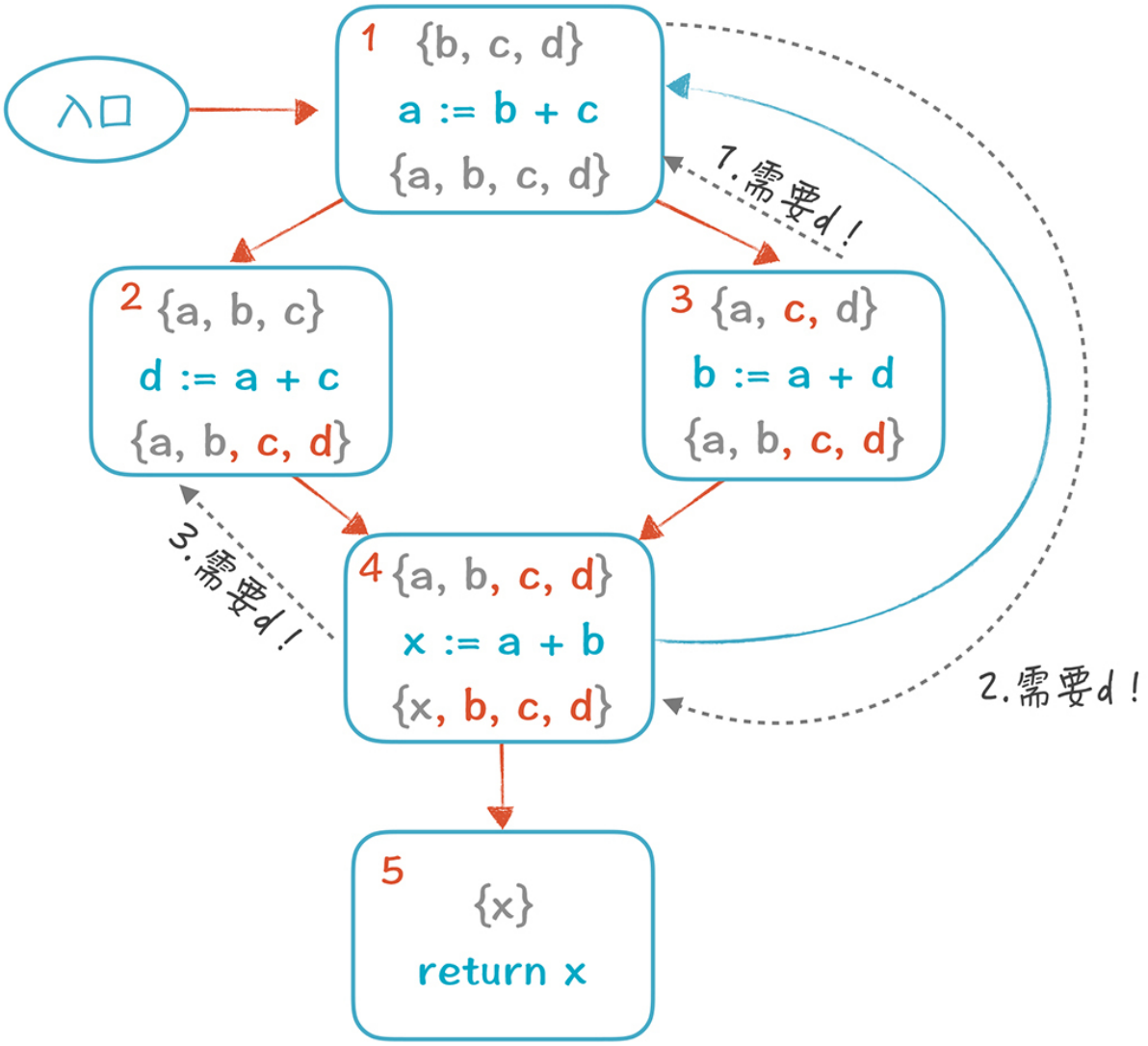
其实，我们不是第一次面对这个处境了。在前端部分，我们计算First和Follow集合的时候，就会遇到循环依赖的情况，只不过那时候没有像这样展开，细细地分析。不过，你可以回顾一下17讲和18讲，那个时候你是用什么算法来破解僵局的呢？是不动点法。**在这里，我们还是要运用不动点法，具体操作是：**给每个基本块的V值都分配初始值，也就是空集合。



然后对所有节点进行多次计算，直到所有集合都稳定为止。第一遍的时候，我们按照5-4-3-2-1的顺序计算（实际上，采取任何顺序都可以），计算结果如下：

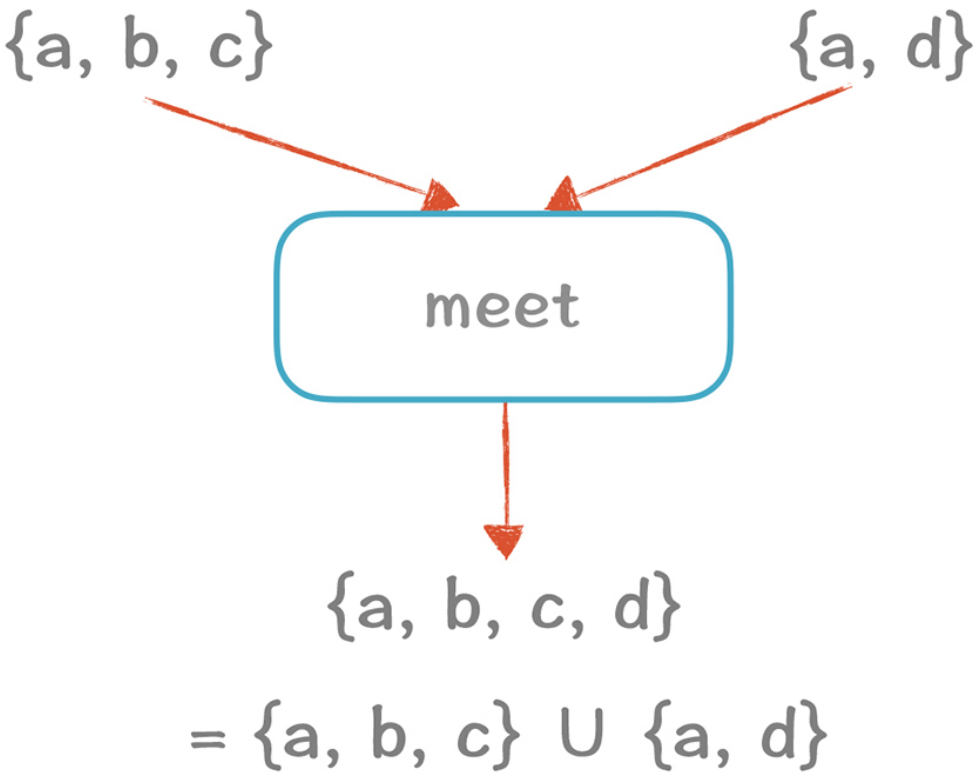


如果现在计算就结束，我们实际上可以把基本块2中的d变量删掉。但如果我们再按照5-4-3-2-1的顺序计算一遍，就会往集合里增加一些新的元素（在图中标的是橙色）。**这是因为，**在计算基本块4的时候，基本块1的输出{b, c, d}也会变成4的输入。这时，我们发现，进入基本块2时，活变量集合里是含有d的，所以d是不能删除的。



你再仔细看看，这个d是哪里需要的呢？**是基本块3需要的**：它会跟1去要，1会跟4要，4跟2要。所以，再次证明，1、2、3、4四个节点是互相依赖的。

我们再来看一下，对于活变量集合的计算，当两个分支相遇的情况下，最终的结果我们取了两个分支的并集。



在上一讲，我们说一个本地优化分析包含四个元素：方向（D）、值（V）、转换函数（F）和初始值（I）。在做全局优化的时候，我们需要再多加一个元素，就是两个分支相遇的时候，要做一个运算，计算他们相交的值，这个运算我们可以用大写的希腊字母Λ（lambda）表示。包含了D、V、F、I和Λ的分析框架，**就叫做数据流分析。**

那么Λ怎么计算呢？研究者们用了一个数学工具，叫做“半格”（Semilattice），帮助做Λ运算。

直观地理解半格理论

如果要从数学理论角度完全把“半格”这个概念说清楚，需要依次介绍清楚“格”（Lattice）、“半格”（Semilattice）和“偏序集”（Partially Ordered Set）等概念。我想这个可以作为爱好数学的同学的一个研究题目，或者去向离散数学的老师求教。**在我们的课程里，我只是通过举例子，让你对它有直观的认识。**

首先，半格是一种偏序集。偏序集就是集合中只有部分成员能够互相比较大小。**举例来说会比较直观。**在做全局活跃性分析的时候，{a, b, c}和{a, c}相遇，产生的新值是{a, b, c}。我们形式化地写成{a, b, c} Λ {a, c} = {a, b, c}。

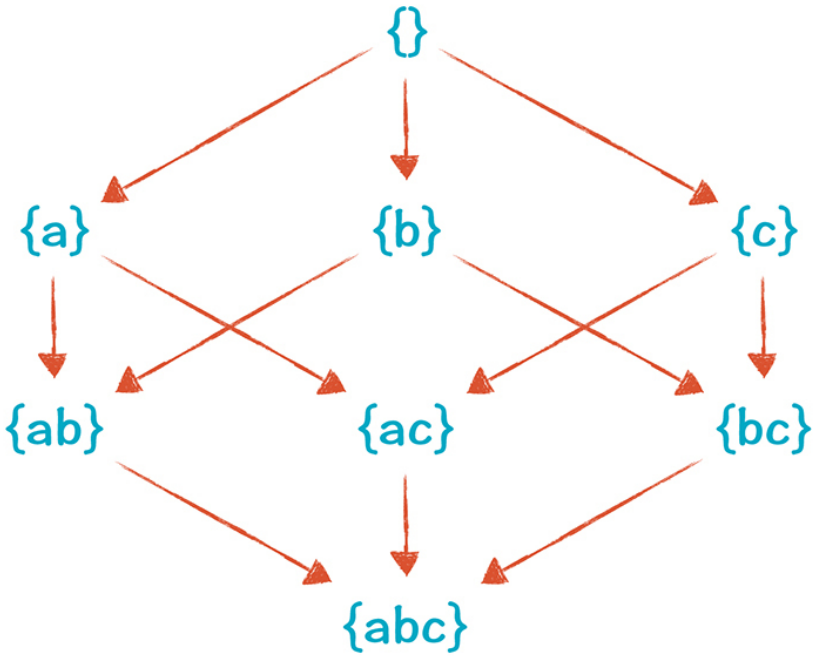
这时候我们说{a, b, c}是可以跟{a, c}比较大小的。那么哪个大哪个小呢？

> 如果X∧Y=X，我们说X<=Y。

所以，{a, b, c}是比较小的，{a, c}是比较大的。

当然，{a, b, c}也可以跟{a, b}比较大小，但它没有办法跟{c, d}比较大小。所以把包含了{{a, b, c}、{a, c}、{a, b}、{c, d}...}这样的一个集合，叫做偏序集，它们中只有部分成员之间可以比较大小。哪些成员可以比较呢？就是下面的半格图中，可以通过有方向的线连起来的。

半格可以画成图形，理解起来更直观，假设我们的程序只有a, b, c三个变量，那么这个半格画成图形是这样的：



沿着上面图中的线，两个值是可以比较大小的，按箭头的方向依次减少：{}>{a}>{a, b}> {a, b, c}。如果两个值之间没有一条路径，那么它们之间就是不能比较大小的，就像{a}和{b}就不能比较大小。

对于这个半格，我们把{}（空集）叫做Top，Top大于所有的其他的值。而{a, b, c}叫做Bottom，它是最小的值。

在做活跃性分析时，我们的∧运算是计算两个值的最大下界（Greatest Lower Bound）。怎么讲呢？就是比两个原始值都小的值中，取最大的那个。{a}和{b}的最大下界是{a, b}，{a, b, c} 和{a, c}的最大下界就是{a, b, c} 。

- 如果一个偏序集中，任意两个元素都有最大下界，那么这个偏序集就叫做**交半格（Meet Semilattice）**。

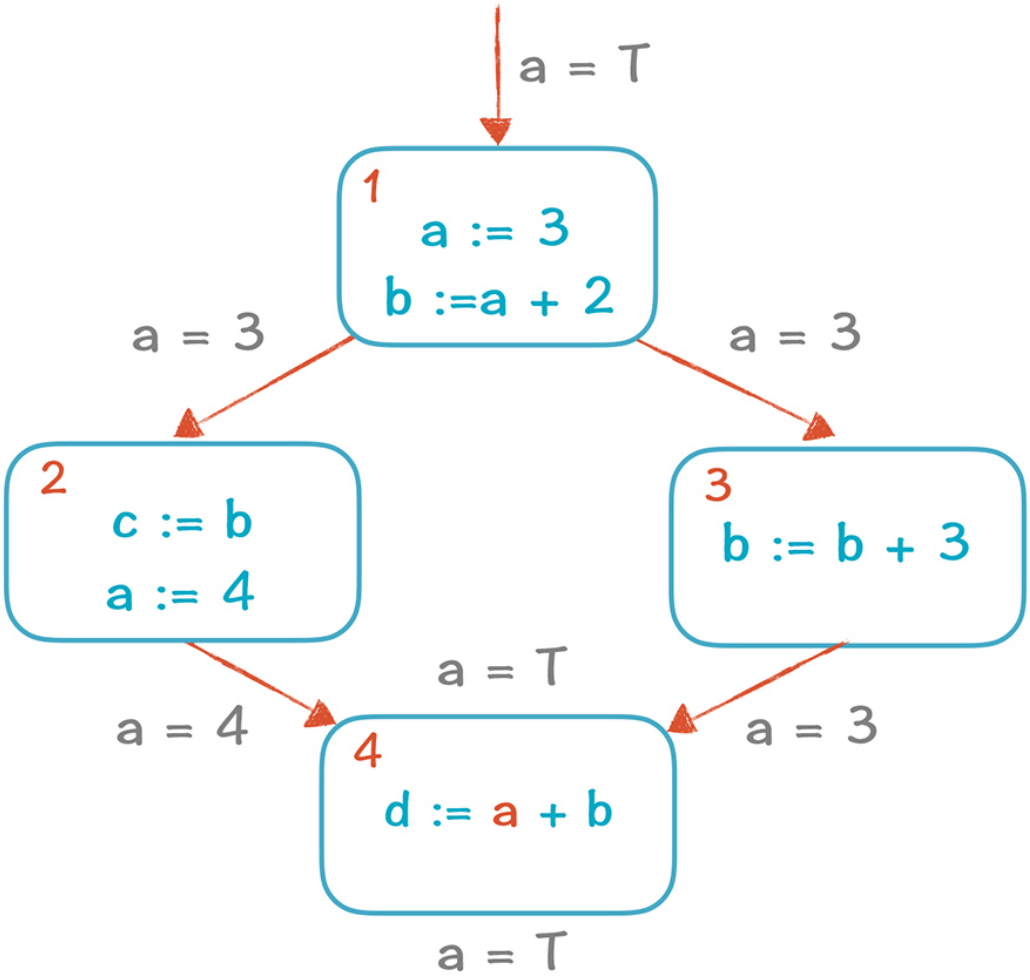
- 与此相对应的，如果集合中的每个元素都有**最小上界（Least Upper Bound），**那么这个偏序集叫做**并半格（Join Semilattice）。**
- 如果一个偏序集既是交半格，又是并半格，我们说这个偏序集是一个格，示例的这个偏序集就是一个格。

你可能会奇怪，为什么要引入这么复杂的一套数学工具呢？不就是集合运算吗？两个分支相遇，就计算它们的并集，不就可以了吗？**事情没那么简单。**因为并不是所有的分析，其V值都是一个集合，就算是集合，相交时的运算也不一定是求并集，而有可能是求交集。

我们通过另一个案例来分析一下非集合的半格运算：**常数传播。**

数据流分析的场景：常数传播

常数传播，就是如果知道某个变量的值是个常数，那么就把用到这个变量的表达式，都用常数去替换。看看下面的例子，在基本块4中，a的值能否用一个常数替代？



答案是不能。到达基本块4的两条路径，一条a=3，另一条a=4。我们不知道在实际运行的时候，会从哪条路径过来，所以这个时候a的取值是不确定的，基本块4中的a无法用常数替换。

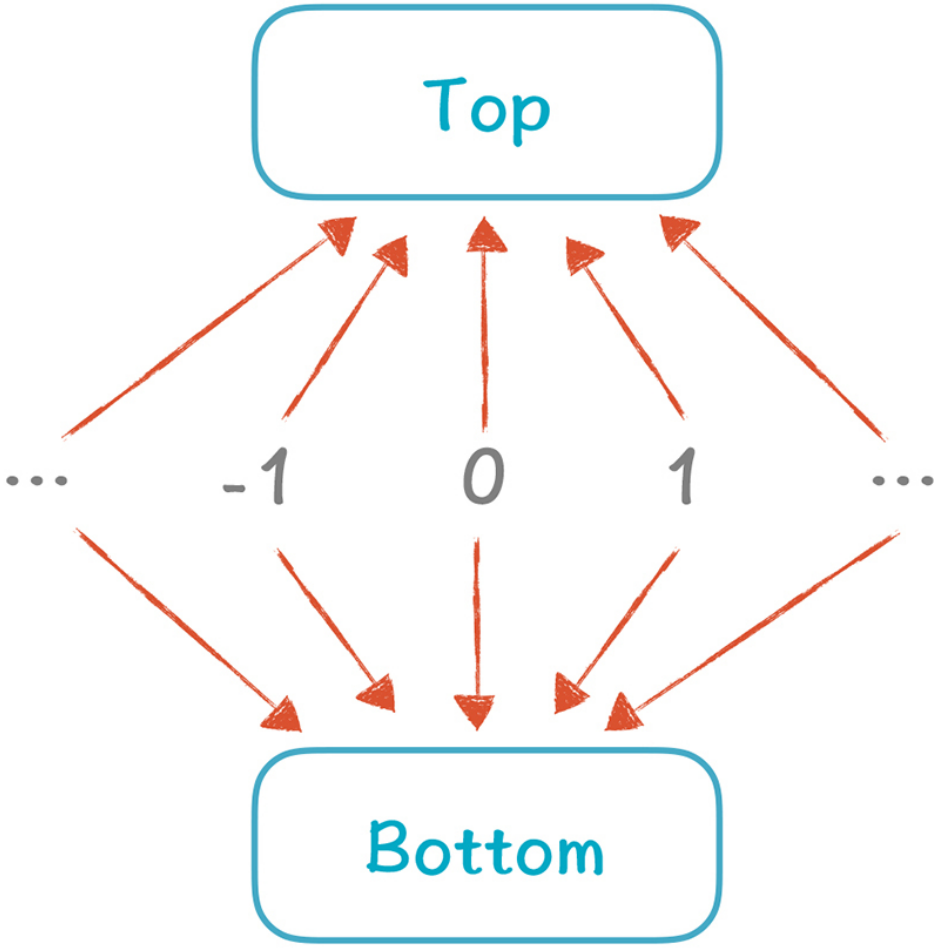
那么，运用数据流分析的框架怎么来做常数传播分析呢?

在这种情况下，V不再是一个集合，而是a可能取的常数值，但a有可能不是一个常数啊，所以我们再定义一个特殊的值：Top（T）。

除了T之外，我们再引入一个与T对应的特殊值：Bottom（它的含义是，某个语句永远不会被执行）。总结起来，常数传播时，V的取值可能是3个：

- 常数c
- Top：意思是a的值不是一个常数
- Bottom：某个语句不会被执行。

这些值是怎么排序的呢?最大的是Top，中间各个常数之间是无法比较的，Bottom是最小的。

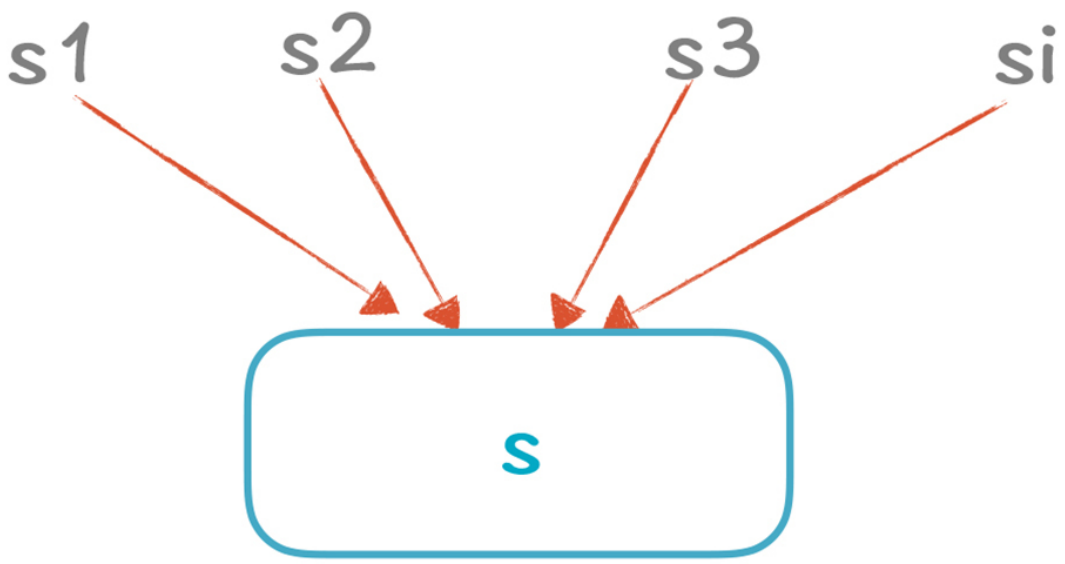


接下来，我们看看如何计算多个V值相交的值。

我们再把计算过程形式化一下。在这个分析中，当我们经过每个语句的时候，V值都可能发生变化，我们用下面两个函数来代表不同地方的V值：

- C(a, s, in)。表示在语句s之前a的取值，比如，C(a, b:=a+2, in) = 3。
- C(a, s, out)。表示在语句s之后a的取值，比如，C(a, a:=4, out) = 4。

如果s的前序有i条可能的路径，那么多个输出和一个输入“C(a, si, out)和C(a, s, in)”的关系，可以制定一系列规则：



1.如果有一条输入路径是Top，或者说C(a, si, out)是Top，那么结果C(a, s, in)就是Top。

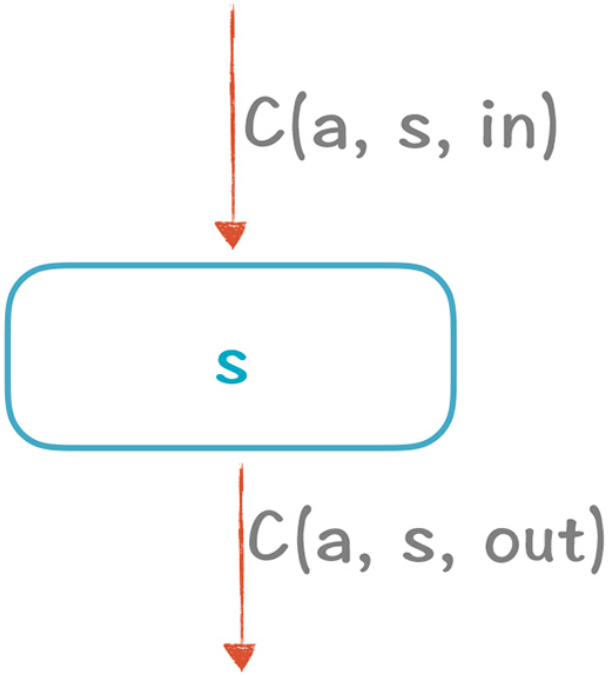
2.如果输入中有两个不同的常数，比如3和4，那么结果也是Top（我们的示例就是这种情况）。

3.如果所有的输入都是相同的常数或Bottom，那么结果就是该常数。如果所有路径a的值都是3，那么这里就可以安全地认为a的值是3。那些Bottom路径不影响，因为整条路径不会执行。

4.如果所有的输入都是Bottom，那么结果也是Bottom。

上面的这4个规则，就是一套半格的计算规则。

在这里，我们也可以总结一下它的转换规则，也就是F，考虑一下某个Statement的in值和out值的关系，也就是经过该Statement以后，V值会有啥变化：



1.如果输入是Bottom，那么输出也是Bottom。也就是这条路径不会经过。- 2.如果该Statement就是“ a := 常数”，那么输出就是该常数。- 3.如果该Statement是a赋予的一个比较复杂的表达式，而不是常数，那么输出就是Top。- 4.如果该Statement不是对a赋值的，那么V值保持不变。

好了，转换函数F也搞清楚了。初始值I是什么呢？是Top，因为一开始的时候，a还没有赋值，所以不会是常数；方向D是什么呢？D是向下。**这个时候，D、V、F、I和Λ5个元素都清楚了，我们就可以写算法实现了。**

课程小结

本节课，我们基于全局优化分析的任务，介绍了数据流分析这个框架，并且介绍了半格这个数学工具。**我希望你在本讲记住几个要点：**

- 全局分析比本地分析多处理的部分就是CFG，因为有了多条执行分支，所以要计算分支相遇时的值，当CFG存在环路的时候，要用不动点法来计算出所有的V值。
- 数据流分析框架包含方向（D）、值（V）、转换函数（F）、初始值（I）和交运算（Λ）5个元素，只要分析清楚这5个元素，就可以按照固定的套路来编写分析程序。
- 对于半格理论，关键是要知道如何比较偏序集中元素的大小，理解了这个核心概念，那么求最大下界、最小上界这些也就没有问题了。

数据流分析也是一个容易让学习者撞墙的知识点，特别是再加上“半格”这样的数学术语的时候。不过，我们通过全局活跃性分析和全局常数传播的示例，对“半格”的抽象数学概念建立

了直觉的理解。遇到全局分析的任务，你也应该能够比照这两个示例，设计出完整的数据流分析的算法了。**不过我建议你，**还是要按照上一讲中对LLVM优化功能的介绍，多做几个例子实验一下。

一课一思

如果我们想做一个全局分析，用于删除公共子表达式，它的数据流分析框架应该是怎样的？也就是D、V、F、I和Λ各自应该如何设计呢？欢迎分享你的想法。

最后，感谢你的阅读，如果这篇文章让你有所收获，也欢迎你将它分享给更多的朋友。

上一页 下一页