0078. 子集

ITCharge 大约 6 分钟

- 标签：位运算、数组、回溯
- 难度：中等

题目链接

- 0078. 子集 - 力扣

题目大意

描述：给定一个整数数组 `nums` ，数组中的元素互不相同。

要求：返回该数组所有可能的不重复子集。可以按任意顺序返回解集。

说明：

- $1 \leq nums.length \leq 10$。
- $-10 \leq nums[i] \leq 10$。
- `nums` 中的所有元素互不相同。

示例：

- 示例 1：

```py
输入 nums = [1,2,3]
输出 [[],[1],[2],[1,2],[3],[1,3],[2,3],[1,2,3]]
```

- 示例 2：

```py
输入：nums = [0]
输出：[[],[0]]
```

解题思路

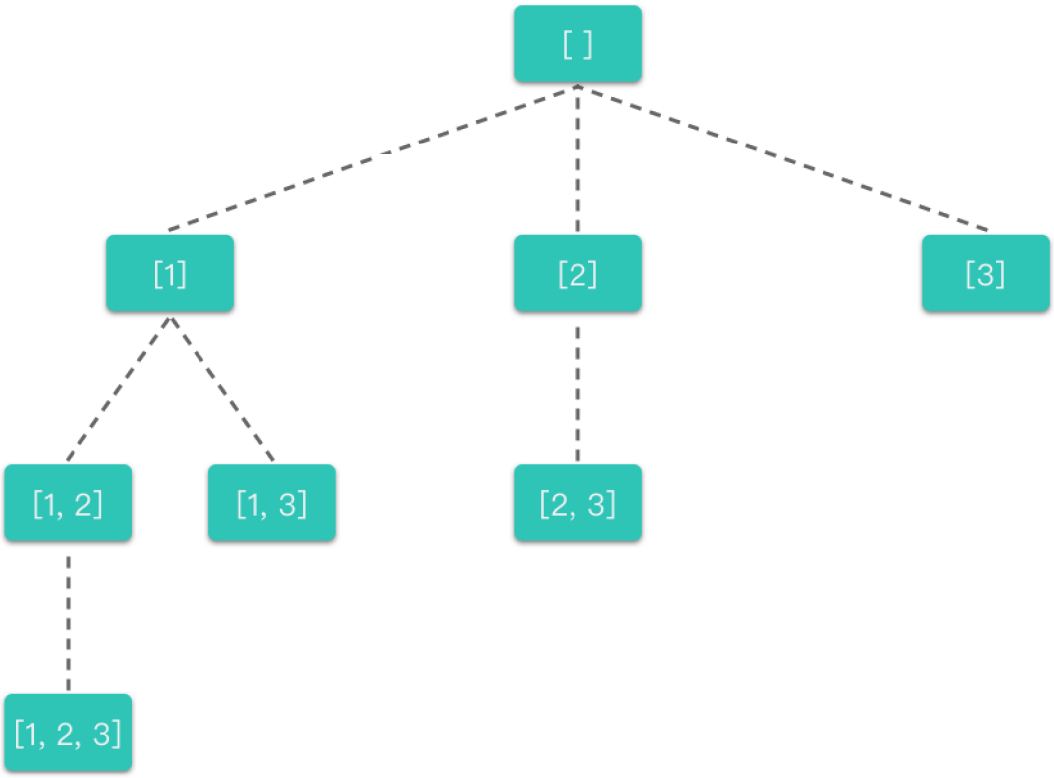
思路 1：回溯算法

数组的每个元素都有两个选择：选与不选。

我们可以通过向当前子集数组中添加可选元素来表示选择该元素。也可以在当前递归结束之后，将之前添加的元素从当前子集数组中移除（也就是回溯）来表示不选择该元素。

下面我们根据回溯算法三步走，写出对应的回溯算法。

1. **明确所有选择**：根据数组中每个位置上的元素选与不选两种选择，画出决策树，如下图所示。



2. **明确终止条件**：
    - 当遍历到决策树的叶子节点时，就终止了。即当前路径搜索到末尾时，递归终止。
3. **将决策树和终止条件翻译成代码：**

1. 定义回溯函数：
    - `backtracking(nums, index)`：函数的传入参数是 `nums`（可选数组列表）和 `index`（代表当前正在考虑元素是 `nums[i]`），全局变量是 `res`（存放所有符合条件结果的集合数组）和 `path`（存放当前符合条件的结果）。
    - `backtracking(nums, index)`：函数代表的含义是：在选择 `nums[index]` 的情况下，递归选择剩下的元素。
2. 书写回溯函数主体（给出选择元素、递归搜索、撤销选择部分）。
    - 从当前正在考虑元素，到数组结束为止，枚举出所有可选的元素。对于每一个可选元素：
        - 约束条件：之前选过的元素不再重复选用。每次从 `index` 位置开始遍历而不是从 `0` 位置开始遍历就是为了避免重复。集合跟全排列不一样，子集中 `{1, 2}` 和 `{2, 1}` 是等价的。为了避免重复，我们之前考虑过的元素，就不再重复考虑了。
        - 选择元素：将其添加到当前子集数组 `path` 中。
        - 递归搜索：在选择该元素的情况下，继续递归考虑下一个位置上的元素。
        - 撤销选择：将该元素从当前子集数组 `path` 中移除。

```py
for i in range(index, len(nums)):    # 枚举可选元素列表
    path.append(nums[i])             # 选择元素
    backtracking(nums, i + 1)        # 递归搜索
    path.pop()                       # 撤销选择
```

3. 明确递归终止条件（给出递归终止条件，以及递归终止时的处理方法）。
    - 当遍历到决策树的叶子节点时，就终止了。也就是当正在考虑的元素位置到达数组末尾（即 `start >= len(nums)`）时，递归停止。
    - 从决策树中也可以看出，子集需要存储的答案集合应该包含决策树上所有的节点，应该需要保存递归搜索的所有状态。所以无论是否达到终止条件，我们都应该将当前符合条件的结果放入到集合中。

思路 1：代码

```py
class Solution:
    def subsets(self, nums: List[int]) -> List[List[int]]:
        res = []  # 存放所有符合条件结果的集合
        path = []  # 存放当前符合条件的结果
        def backtracking(nums, index):          # 正在考虑可选元素列表中第 index 个元素
```

```
            res.append(path[:])                 # 将当前符合条件的结果放入集合中
            if index >= len(nums):              # 遇到终止条件（本题）
                return

            for i in range(index, len(nums)):   # 枚举可选元素列表
                path.append(nums[i])            # 选择元素
                backtracking(nums, i + 1)       # 递归搜索
                path.pop()                      # 撤销选择

        backtracking(nums, 0)
        return res
```

思路 1：复杂度分析

- **时间复杂度**：$O(n \times 2^n)$，其中 n 指的是数组 `nums` 的元素个数，2^n 指的是所有状态数。每种状态需要 $O(n)$ 的时间来构造子集。
- **空间复杂度**：$O(n)$，每种状态下构造子集需要使用 $O(n)$ 的空间。

思路 2：二进制枚举

对于一个元素个数为 `n` 的集合 `nums` 说，每一个位置上的元素都有选取和未选取两种状态。我们可以用数字 `1` 来表示选取该元素，用数字 `0` 来表示不选取该元素。

那么我们就可以用一个长度为 `n` 的二进制数来表示集合 `nums` 或者表示 `nums` 的子集。其中二进制的每一位数都对应了集合中某一个元素的选取状态。对于集合中第 `i` 个元素（`i` 从 `0` 开始编号）来说，二进制对应位置上的 `1` 代表该元素被选取，`0` 代表该元素未被选取。

举个例子来说明一下，比如长度为 `5` 的集合 `nums = {5, 4, 3, 2, 1}`，我们可以用一个长度为 `5` 的二进制数来表示该集合。

比如二进制数 `11111` 就表示选取集合的第 `0` 位、第 `1` 位、第 `2` 位、第 `3` 位、第 `4` 位元素，也就是集合 `{5, 4, 3, 2, 1}`，即集合 `nums` 本身。如下表所示：

集合 nums 对应位置（下标）	4	3	2	1	0
二进制数对应位数	1	1	1	1	1
对应选取状态	选取	选取	选取	选取	选取

再比如二进制数 `10101` 就表示选取集合的第 `0` 位、第 `2` 位、第 `5` 位元素，也就是集合 `{5, 3, 1}` 。如下表所示：

集合 nums 对应位置（下标）	4	3	2	1	0
二进制数对应位数	1	0	1	0	1
对应选取状态	选取	未选取	选取	未选取	选取

再比如二进制数 `01001` 就表示选取集合的第 `0` 位、第 `3` 位元素，也就是集合 `{5, 2}` 。如下标所示：

集合 nums 对应位置（下标）	4	3	2	1	0
二进制数对应位数	0	1	0	0	1
对应选取状态	未选取	选取	未选取	未选取	选取

通过上面的例子我们可以得到启发：对于长度为 `5` 的集合 `nums` 来说，我们只需要从 `00000` ~ `11111` 枚举一次（对应十进制为 $0 \sim 2^4 - 1$）即可得到长度为 `5` 的集合 `S` 的所有子集。

我们将上面的例子拓展到长度为 `n` 的集合 `nums` 。可以总结为：

- 对于长度为 `5` 的集合 `nums` 来说，只需要枚举 $0 \sim 2^n - 1$（共 2^n 种情况），即可得到所有的子集。

思路 2：代码

py

```
class Solution:
    def subsets(self, nums: List[int]) -> List[List[int]]:
        n = len(nums)                       # n 为集合 nums 的元素个数
        sub_sets = []                       # sub_sets 用于保存所有子集
        for i in range(1 << n):             # 枚举 0 ~ 2^n - 1
            sub_set = []                    # sub_set 用于保存当前子集
            for j in range(n):              # 枚举第 i 位元素
                if i >> j & 1:              # 如果第 i 为元素对应二进制位为 1，则
```

```
表示选取该元素
                    sub_set.append(nums[j]) # 将选取的元素加入到子集 sub_set 中
            sub_sets.append(sub_set)        # 将子集 sub_set 加入到所有子集数组
sub_sets 中
        return sub_sets                     # 返回所有子集
```

思路 2：复杂度分析

- **时间复杂度**：$O(n \times 2^n)$，其中 n 指的是数组 `nums` 的元素个数，2^n 指的是所有状态数。每种状态需要 $O(n)$ 的时间来构造子集。
- **空间复杂度**：$O(n)$，每种状态下构造子集需要使用 $O(n)$ 的空间。