0051. N 皇后

ITCharge 大约 5 分钟

- 标签：数组、回溯
- 难度：困难

题目链接

- 0051. N 皇后 - 力扣

题目大意

描述：给定一个整数 `n`。

要求：返回所有不同的「`n` 皇后问题」的解决方案。每一种解法包含一个不同的「`n` 皇后问题」的棋子放置方案，该方案中的 `Q` 和 `.` 分别代表了皇后和空位。

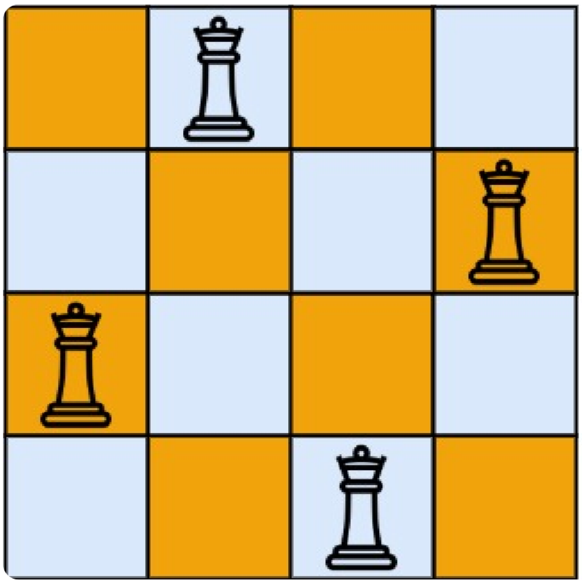
说明：

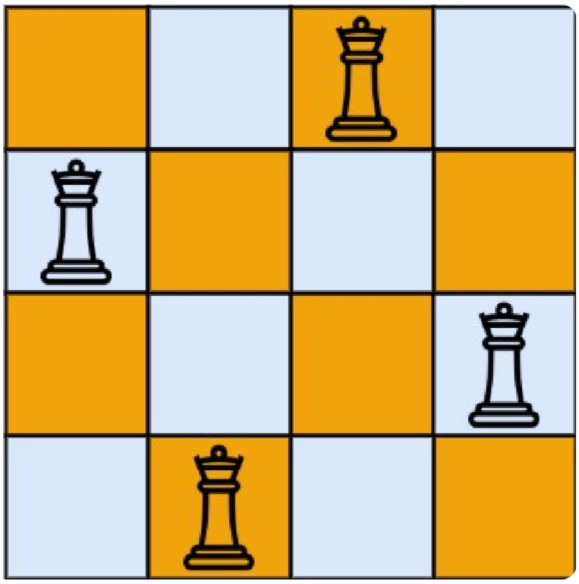
- **n 皇后问题**：将 `n` 个皇后放置在 `n * n` 的棋盘上，并且使得皇后彼此之间不能攻击。
- **皇后彼此不能相互攻击**：指的是任何两个皇后都不能处于同一条横线、纵线或者斜线上。
- $1 \le n \le 9$。

示例：

- 示例 1：

```py
输入：n = 4
输出：[[".Q..","...Q","Q...","..Q."],["..Q.","Q...","...Q",".Q.."]]
解释：如下图所示，4 皇后问题存在 2 个不同的解法。
```





解题思路

思路 1：回溯算法

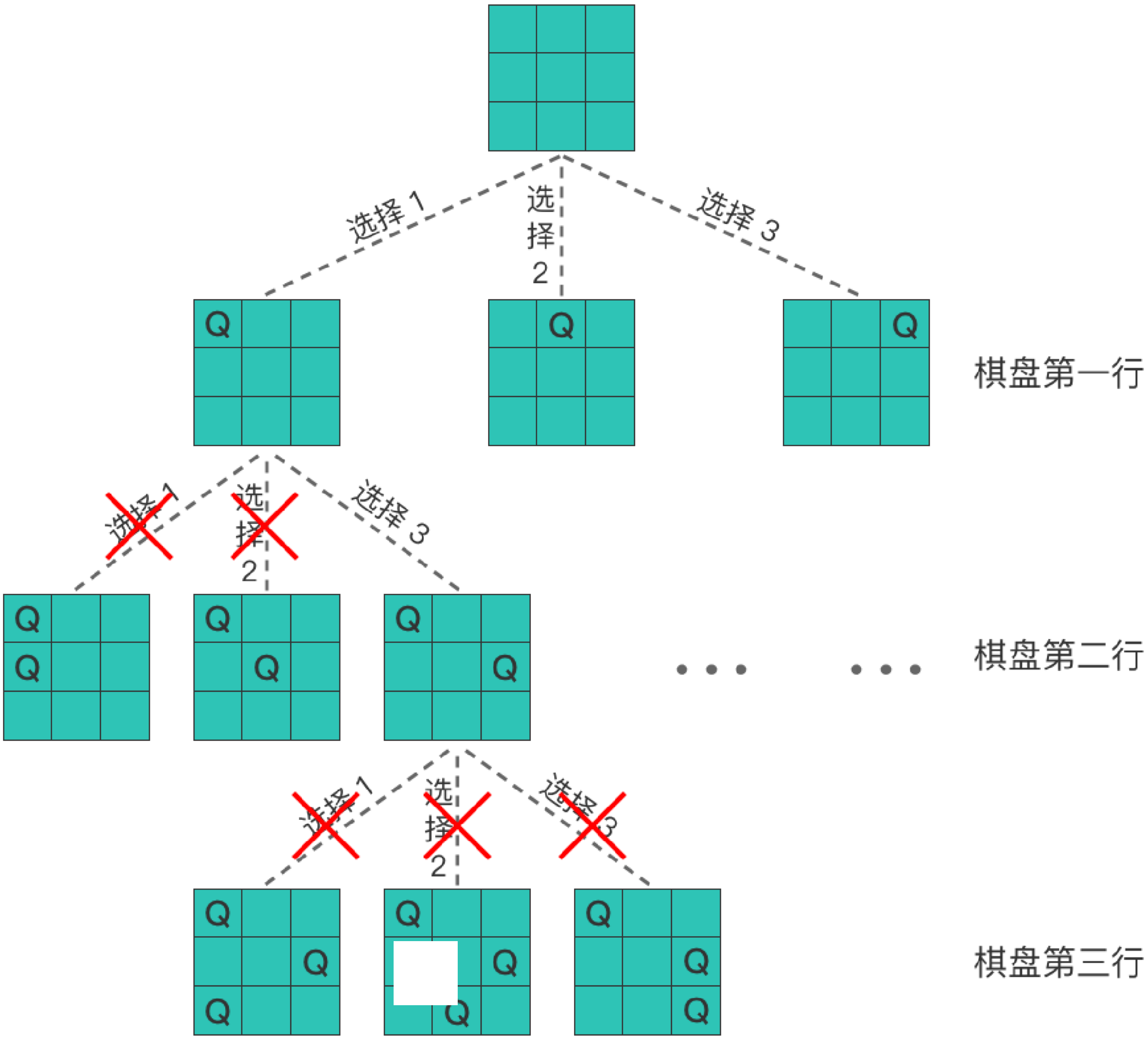
这道题是经典的回溯问题。我们可以按照行序来放置皇后，也就是先放第一行，再放第二行 …… 一直放到最后一行。

对于 `n * n` 的棋盘来说，每一行有 `n` 列，也就有 `n` 种放法可供选择。我们可以尝试选择其中一列，查看是否与之前放置的皇后有冲突，如果没有冲突，则继续在下一行放置皇后。依次类推，直到放置完所有皇后，并且都不发生冲突时，就得到了一个合理的解。

并且在放置完之后，通过回溯的方式尝试其他可能的分支。

下面我们根据回溯算法三步走，写出对应的回溯算法。

1. **明确所有选择**：根据棋盘中当前行的所有列位置上是否选择放置皇后，画出决策树，如下图所示。



2. **明确终止条件**：
   - 当遍历到决策树的叶子节点时，就终止了。也就是在最后一行放置完皇后时，递归终止。
3. **将决策树和终止条件翻译成代码：**
   1. 定义回溯函数：
      - 首先我们先使用一个 `n * n` 大小的二维矩阵 `chessboard` 来表示当前棋盘，`chessboard` 中的字符 `Q` 代表皇后，`.` 代表空位，初始都为 `.`。
      - 然后定义回溯函数 `backtrack(chessboard, row):` 函数的传入参数是 `chessboard`（棋盘数组）和 `row`（代表当前正在考虑放置第 `row` 行皇后），全局变量是 `res`（存放所有符合条件结果的集合数组）。
      - `backtrack(chessboard, row):` 函数代表的含义是：在放置好第 `row` 行皇后的情况下，递归放置剩下行的皇后。

2. 书写回溯函数主体（给出选择元素、递归搜索、撤销选择部分）。

  - 枚举出当前行所有的列。对于每一列位置：
    - 约束条件：定义一个判断方法，先判断一下当前位置是否与之前棋盘上放置的皇后发生冲突，如果不发生冲突则继续放置，否则则继续向后遍历判断。
    - 选择元素：选择 `row, col` 位置放置皇后，将其棋盘对应位置设置为 `Q` 。
    - 递归搜索：在该位置放置皇后的情况下，继续递归考虑下一行。
    - 撤销选择：将棋盘上 `row, col` 位置设置为 `.` 。

```py
# 判断当前位置 row, col 是否与之前放置的皇后发生冲突
def isValid(self, n: int, row: int, col: int, chessboard: List[List[str]]):
    for i in range(row):
        if chessboard[i][col] == 'Q':
            return False

    i, j = row - 1, col - 1
    while i >= 0 and j >= 0:
        if chessboard[i][j] == 'Q':
            return False
        i -= 1
        j -= 1
    i, j = row - 1, col + 1
    while i >= 0 and j < n:
        if chessboard[i][j] == 'Q':
            return False
        i -= 1
        j += 1

    return True
```

```py
for col in range(n):                               # 枚举可放置皇后的列
   if self.isValid(n, row, col, chessboard):   # 如果该位置与之前放置的皇后不发生冲突
       chessboard[row][col] = 'Q'                 # 选择 row, col 位置放置皇后
       backtrack(row + 1, chessboard)             # 递归放置 row + 1 行之后的皇后
       chessboard[row][col] = '.'                 # 撤销选择 row, col 位置
```

3. 明确递归终止条件（给出递归终止条件，以及递归终止时的处理方法）。
  - 当遍历到决策树的叶子节点时，就终止了。也就是在最后一行放置完皇后（即 `row == n` ）时，递归停止。

- 递归停止时，将当前符合条件的棋盘转换为答案需要的形式，然后将其存入答案数组 `res` 中即可。

思路 1：代码

```py
class Solution:
    res = []
    def backtrack(self, n: int, row: int, chessboard: List[List[str]]):
        if row == n:
            temp_res = []
            for temp in chessboard:
                temp_str = ''.join(temp)
                temp_res.append(temp_str)
            self.res.append(temp_res)
            return
        for col in range(n):
            if self.isValid(n, row, col, chessboard):
                chessboard[row][col] = 'Q'
                self.backtrack(n, row + 1, chessboard)
                chessboard[row][col] = '.'

    def isValid(self, n: int, ro    nt, col: int, chessboard: List[List[str]]):
        for i in range(row):
            if chessboard[i][col] == 'Q':
                return False

        i, j = row - 1, col - 1
        while i >= 0 and j >= 0:
            if chessboard[i][j] == 'Q':
                return False
            i -= 1
            j -= 1
        i, j = row - 1, col + 1
        while i >= 0 and j < n:
            if chessboard[i][j] == 'Q':
                return False
            i -= 1
            j += 1

        return True
```

```python
    def solveNQueens(self, n: int) -> List[List[str]]:
        self.res.clear()
        chessboard = [['.' for _ in range(n)] for _ in range(n)]
        self.backtrack(n, 0, chessboard)
        return self.res
```

思路 1：复杂度分析

- **时间复杂度**：$O(n!)$，其中 n 是皇后数量。
- **空间复杂度**：$O(n^2)$，其中 n 是皇后数量。递归调用层数不会超过 n，每个棋盘的空间复杂度为 $O(n^2)$，所以空间复杂度为 $O(n^2)$。