23 站在生活的十字路口,如何用数学抉择?

人的一生需要面临很多重大的选择和决策, 举例而言:

- 大漂亮毕业一年后遇到了一个小伙靠谱哥; 面对靠谱哥的追求, 大漂亮是应该接受还是拒绝?
- 大迷糊工作 3 年,猎头推荐给他一个不错的工作机会,面对年薪 30% 的涨幅,大迷糊 是接受 offer 还是拒绝 offer?

除了这些重大决策以外,我们生活中也需要做一些小的决策。

- 例如,点外卖时遇到满 30 元减 8 元,是强迫自己多消费到 30 元,还是只买自己所需的物品?
- 打德州扑克的时候,面对对手的加注,是跟注还是弃牌?

其实,当你面对这些选择时,完全可以利用数学知识来做出更合理的决策。这一讲的彩蛋, 我们就围绕其中的几个场景,试着从数学的角度来进行解析。

放弃还是继续, 如何选择最优?

人生充满了不确定性。在面临不确定性的时候,我们经常会面临下面的选择:是珍惜眼前,还是寄希望于未来?

举个例子,大漂亮是个各方面条件都很不错的女孩子。工作之后,她遇到一个男生靠谱哥, 靠谱哥身上有优点,也有缺点,但综合来看,确实是个靠谱的年轻人。

那么,大漂亮是应该放弃靠谱哥,期待以后能遇到更优秀的男生;还是珍惜眼前,接受聪明哥的爱意,继续这段姻缘呢?

这就是一个在不确定性环境中,需要做出最优决策的问题。在这里,大漂亮面对的不确定性环境是,拒绝靠谱哥后还能不能遇到更优秀的男生。

人生的魅力就在于未来,而未来的特点就是不确定,人生中诸如此类的选择还有很多。而我们的数学家们,对这一类问题进行了抽象,总结出了经典的最优停止问题。

【最优停止问题】

最优停止问题有很多中描述方式,我们以"聘请秘书"为例来描述。

假设大聪明要聘请一名秘书,现在有 n 人来面试,其中 n 是已知的,每个候选人的能力有量化的得分。现在,这些候选人被按照随机的顺序进行面试,大聪明每次只能面试一个候选人,查看该候选人的能力得分,并需要立即决定是否聘用该候选人。

如果决定不聘用该候选人,这个候选人便不会再回来;如果决定聘用该候选人,后续的候选人就没有面试的机会了。

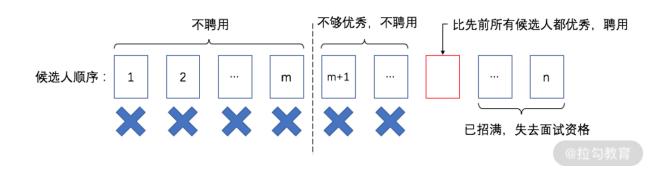
问: 大聪明用怎样的策略, 才能让他有更高的概率选到能力得分最高的候选人?

顾名思义,最优停止问题,就是面对一个又一个的输入样本,去选择一个最好的停止时刻。 它有以下几个特点。

- 第一, 候选人只能一个接一个地面试, 不能同时参加面试;
- 第二,面试官大聪明能且只能选择聘用1个候选人;
- 第三,面试当场,大聪明就需要做出聘用与否的决策,不能"骑驴找马"地选择待定。

接下来,我们就来通过数学的方式去计算出最优的策略。

其实,最优停止问题的答案很简单;有时候,也被人简称为"三七法则"。具体而言,是对前 m 个候选人,不论多么优秀,都拒绝聘用。接着,从第 m+1 个人开始,如果遇到了一个比 先前所有面试者都优秀的候选人,那么就聘请这个人。



流程上如上图所示,而之所以被称为"三七法则",是因为当 m/n 等于 37% 时,选到能力得分最高的候选人的概率是最大的,而且这个选中最优候选人的最大的概率也恰好是 0.37。

【代码实现】

我们先试着用代码仿真一下上面的结论。我们假设候选人的人数 n 为 100, 每个候选人都

有一个能力得分,取值为0到1之间的小数,则代码如下:

```
import random
import numpy as np
t = 0
f = 0
for i in range(1000):
    a = np.random.random((100,1))
    all_max = max(a)
    get = 0
    m_max = max(a[0:37])
    for k in range(37,100):
        if a[k] > m_max:
            get = a[k]
            break
    if get == all_max:
        t += 1
    else:
        f += 1
print "true: " + str(t)
print "false: " + str(f)
print "percentage: " + str(100.0*t/(t+f))
```

我们对代码进行走读:

- 第4行和第5行,分别定义两个变量,用来存放找到最优候选人的次数和没有找到最优 候选人的次数;
- 第6行开始, 执行一个1000次的循环;
- 在每次的循环中,第7行,调用随机函数生成一个100维的数组 a,数组 a 中的每个元素,都是0到1之间的小数,代表候选人的能力得分;

- 第 8 行,调用 max 函数,保存好数组 a 中的最大值,也就是能力最高的候选人的能力 得分;
- 第 9 行, 定义 get 变量, 用来保存用"三七法则"找到的候选人的能力得分;
- 第 10 行, 再调用 max 函数, 计算出前 37% 的候选人的能力最大值;
- 第 11 行开始, 对 a 数组的 37% 位置之后的元素, 开始执行 for 循环;
- 第 12 行, 判断循环过程中的元素, 是否比前 37% 个元素的最大值还要大;
- 如果是,则执行第 13 行,找到"三七法则"的输出结果,并跳出循环;
- 接着, 第 15 行, 判断"三七法则"找到的最大值, 和a数组全局视角的最大值是否相等;
- 如果是,则第 16 行的 t 变量加 1;
- 否则,则第 18 行的 f 变量加 1;
- 最后, 第 19~21 行, 打印 1000 次循环的结果。

我们运行代码的结果如下图所示。在 1000 次的试验中,采用"三七法则"找到最大值的次数 有 376 次,没有找到最大值有 624 次。综合来看,找到最大值的概率是 37.6%,这远比我们随机去猜(100 个样本选最优,1% 的选中概率)要好得多。

admindeMacBook-Pro:rensheng zhoujin\$ python sim.py

true: 376 false: 624

percentage: 37.6

@拉勾教育

这里我们通过代码仿真,已经模拟并验证了"三七法则"这一结论;而关于"三七法则"的数学推导,则需要用到调和级数等高等数学的知识,感兴趣的同学可以自己去查阅一些资料来补充学习。

【婚恋中的"三七法则"】

在这里,我们给出一些基于"三七法则"的实战建议。老话说,"枪打出头鸟""万事开头难",这些话在"三七法则"面前还是有一定道理的。

如果最优秀的候选人出现在了前 37% 个样本中,那么无论如何他都是不会被选中的;反过来,躲在最后也不是最好的选择。这是因为,如果最优秀的候选人躲在最后才去参加竞争,很可能被第二优秀或者第三优秀的人,捷足先登抢到了机会。

我们回到最开始大漂亮和靠谱哥的故事中,试着用"三七法则"给大漂亮一些建议。我们假设 女孩子会在 18~30 岁结婚。那么,这个年龄段的前 37% 的时间内,不论遇到谁、不论他 多么优秀,大漂亮都不应该去考虑结婚。 而此阶段的终止年龄是 18+(30-18)×0.37=22.44 岁, 也就是大漂亮到了 22.44 岁后, 如果 她遇到了一个比先前所有遇到的人都优秀的男孩子, 那么她应该去考虑与这个男孩子相处并 结婚。所以, 决定大漂亮是否要接受靠谱哥有两个条件, 分别是:

- 大漂亮的年龄是否到达了 22.44 岁;
- 靠谱哥是否比大漂亮之前遇到过的人都优秀。

在《王牌对王牌》的一期节目中,韩雪喊出的青春告白,就是"三七法则"的道理。虽然她的 表述不完全正确,但她还是准确地提到了 22.44 岁。看来,这背后定有数学高人在指导韩 雪和节目组啊。

当然啦,你可能认为人在大学四年的时期都过于幼稚迷茫,并不是好的择偶期,那你可以将时间定义为 22~30岁,那么对应的 37%就是 25岁,也刚好是毕业三年后,职场新人蜕变的时期,希望你可以在这时事业、爱情双丰收。

又聊回了"职场话题", 我们看看大漂亮的学长"大迷糊"的职业发展情况吧。

涨薪 30%, 跳槽吗?

很多人,尤其是那些不愁 offer 的优秀的人,常常会纠结要不要跳槽。其实,这也可以用数学去进行一些计算,来辅助做出一些决策的。

我们先把所有可能影响跳槽的因素列出来。在这里,我大致总结出以下几个关键因素:薪酬、职级、个人能力成长空间、适应成本、与领导的信任关系、公司发展前景。接着,我们需要对比出新旧两份工作在这些因素上的得失。如果总得比总失多,就可以考虑跳槽;如果总得比总失少,得不偿失,就不应该跳槽。

下面给你一个关于跳槽涨薪的案例。大迷糊是一线互联网公司的工程师,他的薪酬在所在职级中是中等偏上的水平。由于多年的刻苦努力工作,大迷糊在公司中与领导的信任关系很好。下半年,因为公司高管调整,大迷糊的主管被调整到其他部门。随之而来的,是一个毫不认识的新主管。

在同年 11 月,大迷糊拿到了另一个超一线互联网公司的工程师 offer,获得了 30% 的薪酬涨幅,职级也相应提高了一级。对方要求大迷糊在 11 月内做出决策,是否接受 offer 并入职。

【现在是否应该跳槽?】

我们来帮大迷糊计算一下得失吧,以"新 offer"代表新机会,以"旧公司"代表当前的公司。

• 首先, 算一下薪酬

在 11 月内跳槽,意味着失去了旧公司当年的年终奖,这是"失"。我们假设年终奖是 3 个月,大迷糊在旧公司的月薪是 a 元,那么总"失"为 L=3a;

新的 offer 年薪上有 30% 的涨幅,但 11 月入职的员工,却不会被新公司普调覆盖,而旧公司的普调平均值是 8%。那么大迷糊未来一年内的总"得",为 G=(30%-8%)a×(12+3)=3.3a。

这样, 总"得"和总"失"的差值为 G-L=0.3a>0。

• 其次, 再计算一下职级

新的 offer 涨了一级,这是"得";然而,旧公司次年也有晋升机会,大迷糊是骨干,我们假设大他在旧公司的晋升概率为 0.7,这显然就是潜在的"失"。

那么在职级这里的总"得"和总"失"的差值,为 G-L=1-0.7×1=0.3级 > 0

• 接着,个人能力成长空间

我们假设这一项是差不多的,毕竟在一线互联网公司中,工程师还是比较吃香的。

• 下一个,适应成本

大迷糊是旧公司的老员工,对于公司的制度文化、工作环境、同事相处,都必然会更适应,这里没有"得",因为不跳槽并不会让自己的适应性增强。

然而,到了新公司后,新的工作环境、全新的同事、新公司的文化氛围,都是需要一定的时间来适应。这样看,适应成本就由适应期时间长短决定了。

因为适应期必然大于零, 所以这里一定会有"失", 即 G-L<0。

• 再下一个,与领导的信任关系

很多人会说,旧公司因为高管调整,空降了一个新的主管。这对阿强来说并不是个好消息。 然而问题就在于,跳槽也是无法解决这个矛盾的。大迷糊去了一个新的公司,仍然要与一个 不认识的领导,要去重新相处,去建立新的信任关系。

所以说,在这个维度上,没有"得",也没有"失",即 G-L=0。

• 最后,公司发展前景

大迷糊由一线公司,跳槽到超一线公司,公司前景必然是更广阔了。然而,公司的前景和个人的回报之间,很难有明确、量化的兑换关系,这里的得和失很难被计算了。

明确的是,得大于失,G-L>0。

好了,我们把以上所有的因素总结在下面的表格里,来帮助大迷糊做最后的抉择。

维度	得	失	得失关系
薪酬	3.3a	3a	大得,大失。增量收益较少
职级	+1	-0.7	大得,大失。增量收益较少
成长空间	-	-	无得,无失
适应成本	0	f(t)	无得,有失。取决于适应能力
与领导的信任	0	0	无得,无失
公司发展前景	m	n	有得,有失。增量收益有,不明确

根据这个表格,我们能发现,任何一个维度都不支持大迷糊做出跳槽的动作。所以,大迷糊更好的选择是,拒绝 offer,继续在旧公司工作。

【跳槽合适的时机?】

那么,什么时候大迷糊才能跳槽呢?我们把上面的环境稍稍改动就会得到不一样的结果。假设,新 offer 的时间并不是 11 月,而是次年的 4 月份,此时改变的因素有二:

- 第一,大迷糊已经收到了年终奖,或者旧公司经营惨淡,年终奖几乎为0;
- 第二,大迷糊已经参加了旧公司的晋升,并且晋升失败。

那么上面的表格就要做出下面红色部分的修正。在薪酬和职级上,原本的损失都没了。得失关系,也由原来的"大得大失"变成了"大得无失"。此时的环境,就足够支撑大迷糊去做出跳槽的抉择了。

维度	得	失	得失关系
薪酬	3.3a	0	大得,无失。增量收益大

职级	+1	0	大得,无失。增量收益大
成长空间	-	-	无得,无失
适应成本	0	f(t)	无得,有失。取决于适应能力
与领导的信任	0	0	无得,无失
公司发展前景	m	n	有得,有失。增量收益有,不明确

@拉勾教育

最后,我们为跳槽的决策做一些实战性总结。跳槽时,一定要算清楚、想明白"得"和"失"。 在考虑跳槽时机的时候,一定要尽量让结果是增加自己的"得",降低自己的"失",充分考虑 清楚,千万不能因为一时冲动而做出"小得大失"的决定。那样,最终吃亏的还是自己。

另外,在薪酬和职级这两个维度上,通常在上半年的 3~4 月是"失"最小的时间。这是因为,你已经拿到了上一年的年终奖,且绝大多数的互联网公司的晋升和普调都是在这个时间点上。这样,不管是钱还是级,你的损失都已经降到了最低。这也是找工作中常说的"金三银四"背后的道理。

当然了,如果你决定跳槽,也一定要在拉勾网这样的大平台上去多多寻找机会。大平台有更多一线以上公司的招聘机会,所以你在公司发展前景这个维度上,会有更多收益。

小结

人生的魅力来自未来的不确定性。也是因此,人们常常需要在不确定性的环境中,做出选择。在做抉择时,一个通用的思路是计算得失。你所有的决策依据,都应该是尽可能降低自己的"失",而谋求更多的"得"。

与此同时,有了数学武器,不代表你能做出最完美的选择。这是因为,在人生的不确定性中,总有你计算之外的不确定因素。因此,在做抉择时,你还需要调整好心态,做到"不以物喜,不以己悲"。只要你计算的过程是正确的,就不需要因为一时的得失而气馁。

因为,只要你坚持这样的思考方式,长期统计看,收益一定是更可观的。相信无论哪个决定,只要你脚踏实地,深耕你的专业,热爱你的生活,你一定会有意外之喜。

上一页