

单调栈结构解决三道算法题



通知: 数据结构精品课 V1.6 持续更新中, 第八期打卡挑战 开始报名。

读完本文, 你不仅学会了算法套路, 还可以顺便解决如下题目:

牛客	LeetCode	力扣	难度
_	496. Next Greater Element I	496. 下一个更大元素	
_	503. Next Greater Element II	503. 下一个更大元素	
_	739. Daily Temperatures	739. 每日温度	

栈(stack)是很简单的一种数据结构,先进后出的逻辑顺序,符合某些问题的特点,比如说函数调用栈。单调栈实际上就是栈,只是利用了一些巧妙的逻辑,使得每次新元素入栈后,栈内的元素都保持有序(单调递增或单调递减)。

听起来有点像堆(heap)?不是的,单调栈用途不太广泛,只处理一类典型的问题,比如「下一个更大元素」,「上一个更小元素」等。本文用讲解单调队列的算法模版解决「下一个更大元素」相关问题,并且探讨处理「循环数组」的策略。至于其他的变体和经典例题,我会在数据结构精品课中讲解。

单调栈模板

现在给你出这么一道题:输入一个数组 nums ,请你返回一个等长的结果数组,结果数组中对应索

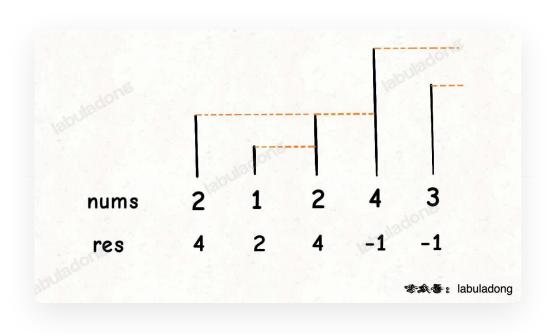
引存储着下一个更大元素,如果没有更大的元素,就存-1。函数签名如下:

```
int[] nextGreaterElement(int[] nums);
```

比如说,输入一个数组 nums = [2,1,2,4,3],你返回数组 [4,2,4,-1,-1]。因为第一个 2 后面比 2 大的数是 4; 1 后面比 1 大的数是 2; 第二个 2 后面比 2 大的数是 4; 4 后面没有比 4 大的数,填 -1; 3 后面没有比 3 大的数,填 -1。

这道题的暴力解法很好想到,就是对每个元素后面都进行扫描,找到第一个更大的元素就行了。但是暴力解法的时间复杂度是 0(n^2)。

这个问题可以这样抽象思考:把数组的元素想象成并列站立的人,元素大小想象成人的身高。这些人面对你站成一列,如何求元素「2」的下一个更大元素呢?很简单,如果能够看到元素「2」,那么他后面可见的第一个人就是「2」的下一个更大元素,因为比「2」小的元素身高不够,都被「2」挡住了,第一个露出来的就是答案。



这个情景很好理解吧?带着这个抽象的情景,先来看下代码。

```
int[] nextGreaterElement(int[] nums) {
   int n = nums.length;
   // 存放答案的数组
   int[] res = new int[n];
```

```
Stack<Integer> s = new Stack<>();

// 倒着往栈里放

for (int i = n - 1; i >= 0; i--) {

// 判定个子高矮

while (!s.isEmpty() && s.peek() <= nums[i]) {

// 矮个起开,反正也被挡着了。。。
    s.pop();
    }

// nums[i] 身后的更大元素

res[i] = s.isEmpty() ? -1 : s.peek();
    s.push(nums[i]);
}

return res;
}
```

这就是单调队列解决问题的模板。for 循环要从后往前扫描元素,因为我们借助的是栈的结构,倒着入栈,其实是正着出栈。while 循环是把两个「个子高」元素之间的元素排除,因为他们的存在没有意义,前面挡着个「更高」的元素,所以他们不可能被作为后续进来的元素的下一个更大元素了。

这个算法的时间复杂度不是那么直观,如果你看到 for 循环嵌套 while 循环,可能认为这个算法的复杂度也是 $O(n^2)$, 但是实际上这个算法的复杂度只有 O(n) 。

分析它的时间复杂度,要从整体来看: 总共有 n 个元素,每个元素都被 push 入栈了一次,而最多会被 pop 一次,没有任何冗余操作。所以总的计算规模是和元素规模 n 成正比的,也就是 0(n) 的复杂度。

问题变形

单调栈的使用技巧差不多了,首先来一个简单的变形,力扣第496题「下一个更大元素」):



```
输入: nums1 = [4,1,2], nums2 = [1,3,4,2].
输出: [-1,3,-1]
解释: nums1 中每个值的下一个更大元素如下所述:
- 4 ,用加粗斜体标识,nums2 = [1,3,4,2]。不存在下一个更大元素,所以答案是 -1 。
- 1 ,用加粗斜体标识,nums2 = [1,3,4,2]。下一个更大元素是 3 。
- 2 ,用加粗斜体标识,nums2 = [1,3,4,2]。不存在下一个更大元素,所以答案是 -1 。
```

这道题给你输入两个数组 nums1 和 nums2, 让你求 nums1 中的元素在 nums2 中的下一个更大元素,函数签名如下:

```
int[] nextGreaterElement(int[] nums1, int[] nums2)
```

其实和把我们刚才的代码改一改就可以解决这道题了,因为题目说 nums1 是 nums2 的子集,那么我们先把 nums2 中每个元素的下一个更大元素算出来存到一个映射里,然后再让 nums1 中的元素 去香表即可:

```
int[] nextGreaterElement(int[] nums1, int[] nums2) {
   // 记录 nums2 中每个元素的下一个更大元素
   int[] greater = nextGreaterElement(nums2);
   // 转化成映射: 元素 x -> x 的下一个最大元素
   HashMap<Integer, Integer> greaterMap = new HashMap<>();
   for (int i = 0; i < nums2.length; i++) {</pre>
       greaterMap.put(nums2[i], greater[i]);
   }
   // nums1 是 nums2 的子集,所以根据 greaterMap 可以得到结果
   int[] res = new int[nums1.length];
   for (int i = 0; i < nums1.length; i++) {</pre>
       res[i] = greaterMap.get(nums1[i]);
   return res;
}
int[] nextGreaterElement(int[] nums) {
   // 见上文
}
```

再看看力扣第 739 题「每日温度」:

给你一个数组 temperatures ,这个数组存放的是近几天的天气气温,你返回一个等长的数组,计算:对于每一天,你还要至少等多少天才能等到一个更暖和的气温;如果等不到那一天,填 0。函数签名如下:

```
int[] dailyTemperatures(int[] temperatures);
```

比如说给你输入 temperatures = [73,74,75,71,69,76], 你返回 [1,1,3,2,1,0]。因为第一天 73 华氏度,第二天 74 华氏度,比 73 大,所以对于第一天,只要等一天就能等到一个更暖和的气温,后面的同理。

这个问题本质上也是找下一个更大元素,只不过现在不是问你下一个更大元素的值是多少,而是问你当前元素距离下一个更大元素的索引距离而已。

相同的思路, 直接调用单调栈的算法模板, 稍作改动就可以, 直接上代码吧:

```
int[] dailyTemperatures(int[] temperatures) {
    int n = temperatures.length;
    int[] res = new int[n];
    // 这里放元素索引,而不是元素
    Stack<Integer> s = new Stack<>();
    /* 单调栈模板 */
    for (int i = n - 1; i >= 0; i--) {
        while (!s.isEmpty() && temperatures[s.peek()] <= temperatures[i]) {
            s.pop();
        }
        // 得到索引问距
        res[i] = s.isEmpty() ? 0 : (s.peek() - i);
        // 将索引入栈,而不是元素
        s.push(i);
    }
    return res;
}</pre>
```

单调栈讲解完毕,下面开始另一个重点:如何处理「循环数组」。

如何处理环形数组

同样是求下一个更大元素,现在假设给你的数组是个环形的,如何处理?力扣第 503 题「下一个更大元素 II」就是这个问题:输入一个「环形数组」,请你计算其中每个元素的下一个更大元素。

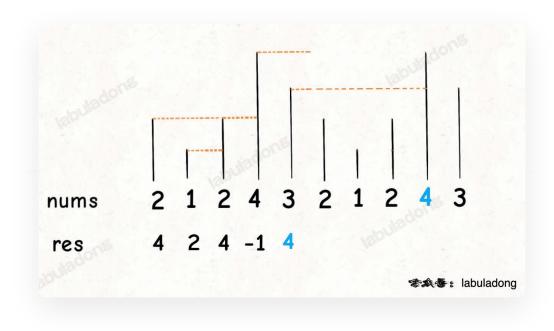
比如输入 [2,1,2,4,3], 你应该返回 [4,2,4,-1,4], 因为拥有了环形属性, **最后一个元素 3 绕 了一圈后找到了比自己大的元素 4**。

我们一般是通过%运算符求模(余数),来模拟环形特效:

```
int[] arr = {1,2,3,4,5};
int n = arr.length, index = 0;
while (true) {
    // 在环形数组中转圈
    print(arr[index % n]);
    index++;
}
```

这个问题肯定还是要用单调栈的解题模板,但难点在于,比如输入是 [2,1,2,4,3] ,对于最后一个元素 3,如何找到元素 4 作为下一个更大元素。

对于这种需求,常用套路就是将数组长度翻倍:



这样,元素 3 就可以找到元素 4 作为下一个更大元素了,而且其他的元素都可以被正确地计算。

有了思路,最简单的实现方式当然可以把这个双倍长度的数组构造出来,然后套用算法模板。但是,**我们可以不用构造新数组,而是利用循环数组的技巧来模拟数组长度翻倍的效果**。直接看代码吧:

```
int[] nextGreaterElements(int[] nums) {
    int n = nums.length;
    int[] res = new int[n];
    Stack<Integer> s = new Stack<>();
    // 数组长度加倍模拟环形数组
    for (int i = 2 * n - 1; i >= 0; i--) {
        // 索引 i 要求模, 其他的和模板一样
        while (!s.isEmpty() && s.peek() <= nums[i % n]) {
            s.pop();
        }
        res[i % n] = s.isEmpty() ? -1 : s.peek();
        s.push(nums[i % n]);
    }
    return res;
}</pre>
```

这样,就可以巧妙解决环形数组的问题,时间复杂度 O(N)。

最后提出一些问题吧,本文提供的单调栈模板是 nextGreaterElement 函数,可以计算每个元素的下一个更大元素,但如果题目让你计算上一个更大元素,或者计算上一个更大或相等的元素,应该如何修改对应的模板呢? 而且在实际应用中,题目不会直接让你计算下一个(上一个)更大(小)的元素,你如何把问题转化成单调栈相关的问题呢?

我会在单调栈的几种变体对比单调栈的几种其他形式,并在单调栈的运用中给出单调栈的经典例题。

▶ 引用本文的题目

▶ 引用本文的文章

《labuladong 的算法小抄》已经出版,关注公众号查看详情;后台回复关键词「进群」可加入算法群;回复「PDF」可获取精华文章 PDF: