

贪心算法之区间调度问题

 Stars 108k  B站 @labuladong 配套PDF和插件 下载 打卡挑战 报名 精品课程 查看





微信搜一搜

Q labuladong公众号

通知： 数据结构精品课 V1.7 持续更新中；B 站可查看 核心算法框架系列视频。

读完本文，你不仅学会了算法套路，还可以顺便解决如下题目：

牛客	LeetCode	力扣	难度
-	435. Non-overlapping Intervals	435. 无重叠区间	
-	452. Minimum Number of Arrows to Burst Balloons	452. 用最少数量的箭引爆气球	

什么是贪心算法呢？贪心算法可以认为是动态规划算法的一个特例，相比动态规划，使用贪心算法需要满足更多的条件（贪心选择性质），但是效率比动态规划要高。

比如说一个算法问题使用暴力解法需要指数级时间，如果能使用动态规划消除重叠子问题，就可以降到多项式级别的时间，如果满足贪心选择性质，那么可以进一步降低时间复杂度，达到线性级别的。

什么是贪心选择性质呢，简单说就是：每一步都做出一个局部最优的选择，最终的结果就是全局最优。注意哦，这是一种特殊性质，其实只有一部分问题拥有这个性质。

比如你面前放着 100 张人民币，你只能拿十张，怎么才能拿最多的面额？显然每次选择剩下钞票中面值最大的一张，最后你的选择一定是最优的。

然而，大部分问题明显不具有贪心选择性质。比如斗地主，对手出对儿三，按照贪心策略，你应

该出尽可能小的牌刚好压制住对方，但现实情况我们甚至可能会出王炸。这种情况就不能用贪心算法，而得使用动态规划解决，参见前文 [动态规划解决博弈问题](#)。

一、问题概述

言归正传，本文解决一个很经典的贪心算法问题 Interval Scheduling（区间调度问题），也就是力扣第 435 题「[无重叠区间](#)」：

给你很多形如 `[start, end]` 的闭区间，请你设计一个算法，**算出这些区间中最多有几个互不相交的区间**。

```
int intervalSchedule(int[][] intvs);
```

举个例子，`intvs = [[1,3], [2,4], [3,6]]`，这些区间最多有 2 个区间互不相交，即 `[[1,3], [3,6]]`，你的算法应该返回 2。注意边界相同并不算相交。

这个问题在生活中的应用广泛，比如你今天有好几个活动，每个活动都可以用区间 `[start, end]` 表示开始和结束的时间，请问你今天**最多能参加几个活动呢**？显然你一个人不能同时参加两个活动，所以说这个问题就是求这些时间区间的最大不相交子集。

二、贪心解法

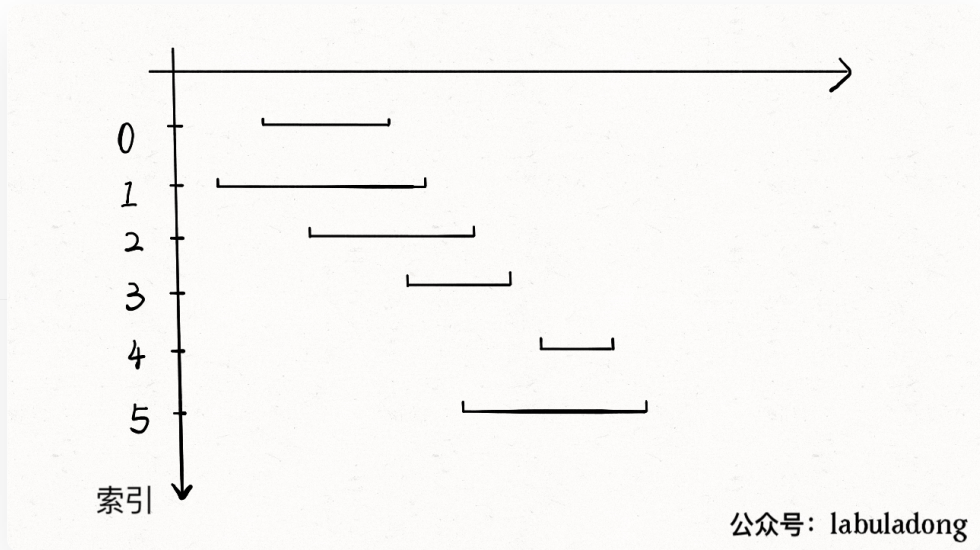
这个问题有许多看起来不错的贪心思路，却都不能得到正确答案。比如说：

也许我们可以每次选择可选区间中开始最早的那个？但是可能存在某些区间开始很早，但是很长，使得我们错误地错过了一些短的区间。或者我们每次选择可选区间中最短的那个？或者选择出现冲突最少的那个区间？这些方案都能很容易举出反例，不是正确的方案。

正确的思路其实很简单，可以分为以下三步：

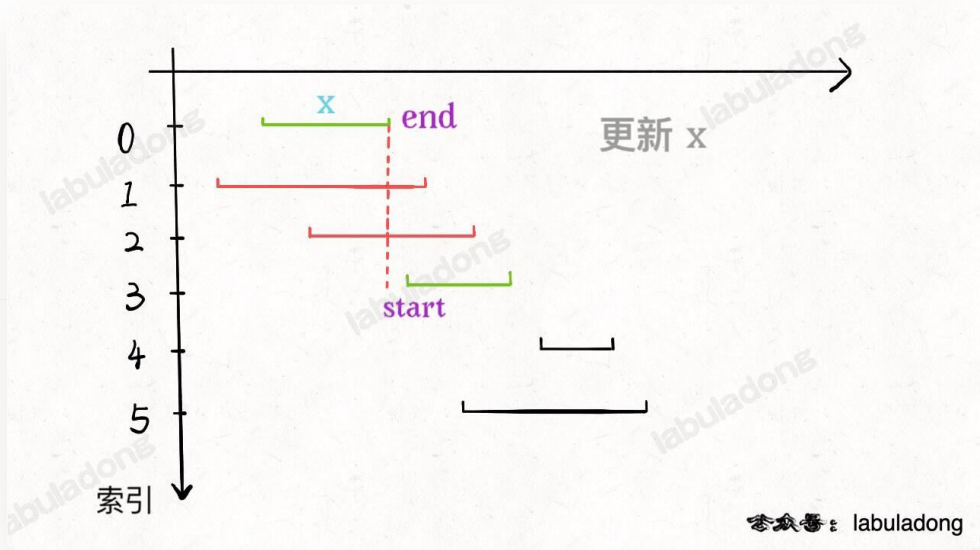
- 1、从区间集合 `intvs` 中选择一个区间 `x`，这个 `x` 是在当前所有区间中**结束最早的**（`end` 最小）。
- 2、把所有与 `x` 区间相交的区间从区间集合 `intvs` 中删除。
- 3、重复步骤 1 和 2，直到 `intvs` 为空为止。之前选出的那些 `x` 就是最大不相交子集。

把这个思路实现成算法的话，可以按每个区间的 `end` 数值升序排序，因为这样处理之后实现步骤 1 和步骤 2 都方便很多，如下 GIF 所示：



现在来实现算法，对于步骤 1，由于我们预先按照 `end` 排了序，所以选择 `x` 是很容易的。关键在于，如何去除与 `x` 相交的区间，选择下一轮循环的 `x` 呢？

由于我们事先排了序，不难发现所有与 `x` 相交的区间必然会与 `x` 的 `end` 相交；如果一个区间不想与 `x` 的 `end` 相交，它的 `start` 必须要大于（或等于）`x` 的 `end`：



看下代码：

```

public int intervalSchedule(int[][] intvs) {
    if (intvs.length == 0) return 0;
    // 按 end 升序排序
    Arrays.sort(intvs, new Comparator<int[]>() {
        public int compare(int[] a, int[] b) {
            return a[1] - b[1];
        }
    });
    // 至少有一个区间不相交
    int count = 1;
    // 排序后，第一个区间就是 x
    int x_end = intvs[0][1];
    for (int[] interval : intvs) {
        int start = interval[0];
        if (start >= x_end) {
            // 找到下一个选择的区间了
            count++;
            x_end = interval[1];
        }
    }
    return count;
}

```

三、应用举例

下面再举例几道具体的题目应用一下区间调度算法。

首先是力扣第 435 题「无重叠区间」问题：

输入一个区间的集合，请你计算，要想使其中的区间都互不重叠，至少需要移除几个区间？函数签名如下：

```
int eraseOverlapIntervals(int[][] intvs);
```

其中，可以假设输入的区间的终点总是大于起点，另外边界相等的区间只算接触，但并不算相互重叠。

比如说输入是 `intvs = [[1,2],[2,3],[3,4],[1,3]]`，算法返回 1，因为只要移除 `[1,3]` 后，剩

下的区间就没有重叠了。

我们已经会求最多有几个区间不会重叠了，那么剩下的不就是至少需要去除的区间吗？

```
int eraseOverlapIntervals(int[][] intervals) {  
    int n = intervals.length;  
    return n - intervalSchedule(intervals);  
}
```

再说leetcode第 452 题「用最少的箭头射爆气球」，我来描述一下题目：

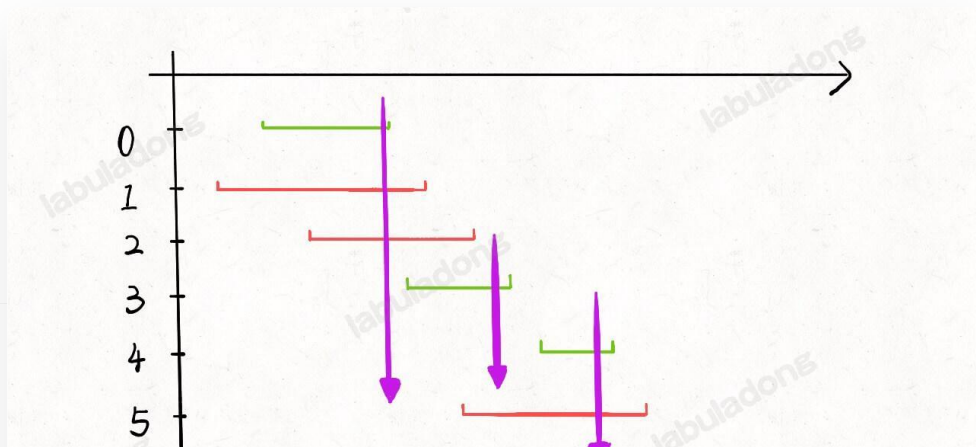
假设在二维平面上有很多圆形的气球，这些圆形投影到 x 轴上会形成一个个区间对吧。那么给你输入这些区间，你沿着 x 轴前进，可以垂直向上射箭，请问你至少要射几箭才能把这些气球全部射爆呢？

函数签名如下：

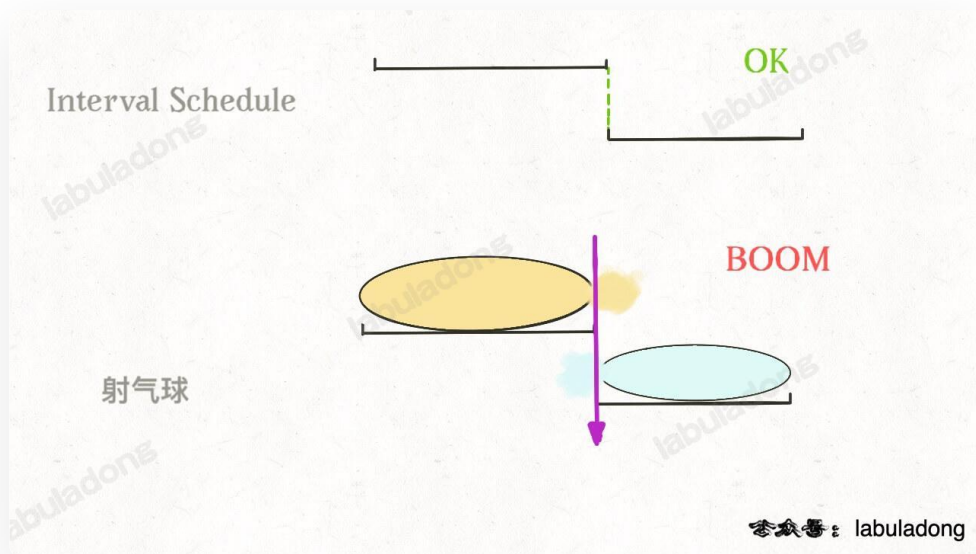
```
int findMinArrowShots(int[][] intvs);
```

比如说输入为 `[[10,16],[2,8],[1,6],[7,12]]`，算法应该返回 2，因为我们可以先在 x 为 6 的地方射一箭，射爆 `[2,8]` 和 `[1,6]` 两个气球，然后在 x 为 10, 11 或 12 的地方射一箭，射爆 `[10,16]` 和 `[7,12]` 两个气球。

其实稍微思考一下，这个问题和区间调度算法一模一样！如果最多有 n 个不重叠的区间，那么就至少需要 n 个箭头穿透所有区间：



只是有一点不一样，在 `intervalSchedule` 算法中，如果两个区间的边界触碰，不算重叠；而按照这道题目的描述，箭头如果碰到气球的边界气球也会爆炸，所以说相当于区间的边界触碰也算重叠：



所以只要将之前的算法稍作修改，就是这道题目的答案：

```
int findMinArrowShots(int[][] intvs) {  
    // ...  
  
    for (int[] interval : intvs) {  
        int start = interval[0];  
        // 把 >= 改成 > 就行了  
        if (start > x_end) {  
            count++;  
            x_end = interval[1];  
        }  
    }  
    return count;  
}
```