常用的位操作

通知： **数据结构精品课 V1.6 持续更新中，** **第八期打卡挑战 开始报名。**

读完本文，你不仅学会了算法套路，还可以顺便解决如下题目：

牛客	LeetCode	力扣	难度
-	136. Single Number	136. 只出现一次的数字	🟢
-	191. Number of 1 Bits	191. 位1的个数	🟢
-	231. Power of Two	231. 2 的幂	🟢
-	268. Missing Number	268. 丢失的数字	🟢
-	-	剑指 Offer 15. 二进制中1的个数	🟢

本文分两部分，第一部分列举几个有趣的位操作，第二部分讲解算法题中常用的位运算操作。因为位操作很简单，所以假设读者已经了解与、或、异或这三种基本操作。

位操作（Bit Manipulation）可以玩出很多奇技淫巧，但是这些技巧大部分都过于晦涩，没必要深究，读者只要记住一些有用的操作即可。

一、几个有趣的位操作

1. **利用或操作 `|` 和空格将英文字符转换为小写**

```
('a' | ' ') = 'a'
('A' | ' ') = 'a'
```

2. **利用与操作 `&` 和下划线将英文字符转换为大写**

```
('b' & '_') = 'B'
('B' & '_') = 'B'
```

3. **利用异或操作 `^` 和空格进行英文字符大小写互换**

```
('d' ^ ' ') = 'D'
('D' ^ ' ') = 'd'
```

以上操作能够产生奇特效果的原因在于 ASCII 编码。ASCII 字符其实就是数字，恰巧这些字符对应的数字通过位运算就能得到正确的结果，有兴趣的读者可以查 ASCII 码表自己算算，本文就不展开讲了。

4. **判断两个数是否异号**

```
int x = -1, y = 2;
boolean f = ((x ^ y) < 0); // true

int x = 3, y = 2;
boolean f = ((x ^ y) < 0); // false
```

这个技巧还是很实用的，利用的是补码编码的符号位。如果不用位运算来判断是否异号，需要使用 if else 分支，还挺麻烦的。读者可能想利用乘积或者商来判断两个数是否异号，但是这种处理方

式可能造成溢出，从而出现错误。

5. **不用临时变量交换两个数**

```
int a = 1, b = 2;
a ^= b;
b ^= a;
a ^= b;
// 现在 a = 2, b = 1
```

6. **加一**

```
int n = 1;
n = -~n;
// 现在 n = 2
```

7. **减一**

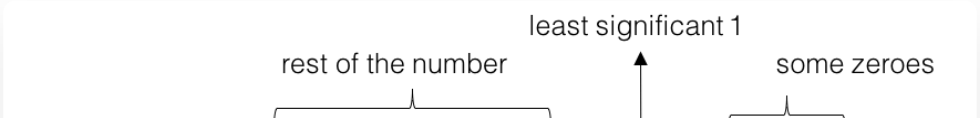
```
int n = 2;
n = ~-n;
// 现在 n = 1
```

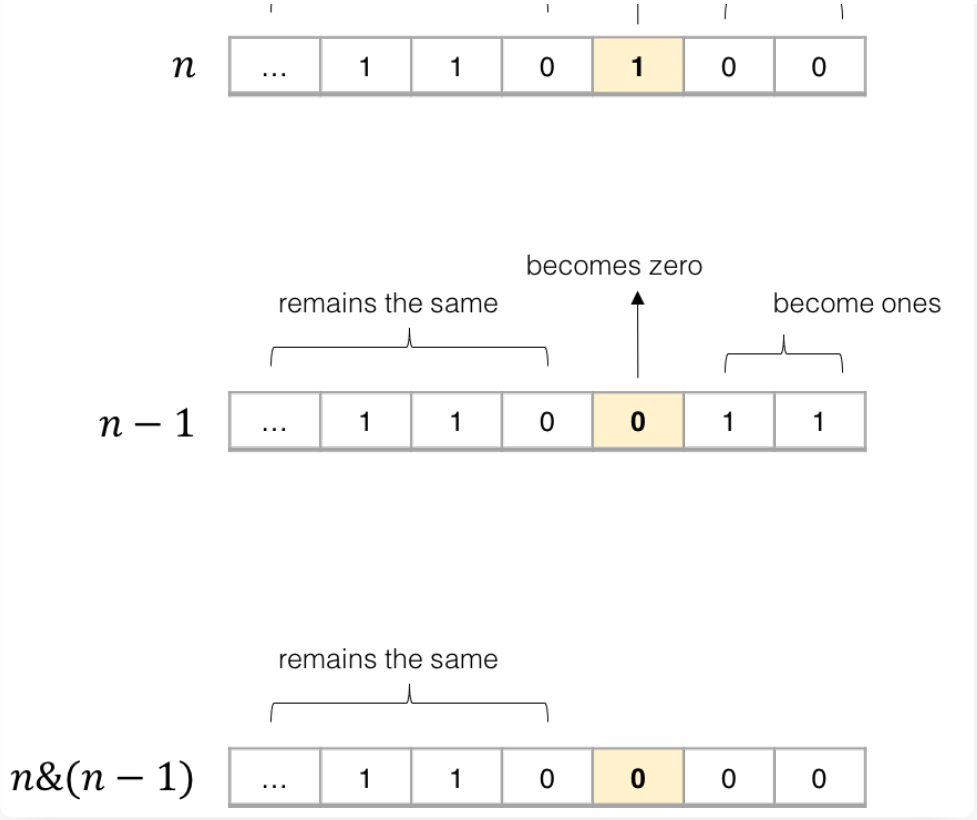
> PS：上面这三个操作就纯属装逼用的，没啥实际用处，大家了解了解乐呵一下就行。

二、`n & (n-1)` 的运用

`n & (n-1)` 这个操作是算法中常见的，作用是消除数字 `n` 的二进制表示中的最后一个 1。

看个图就很容易理解了：

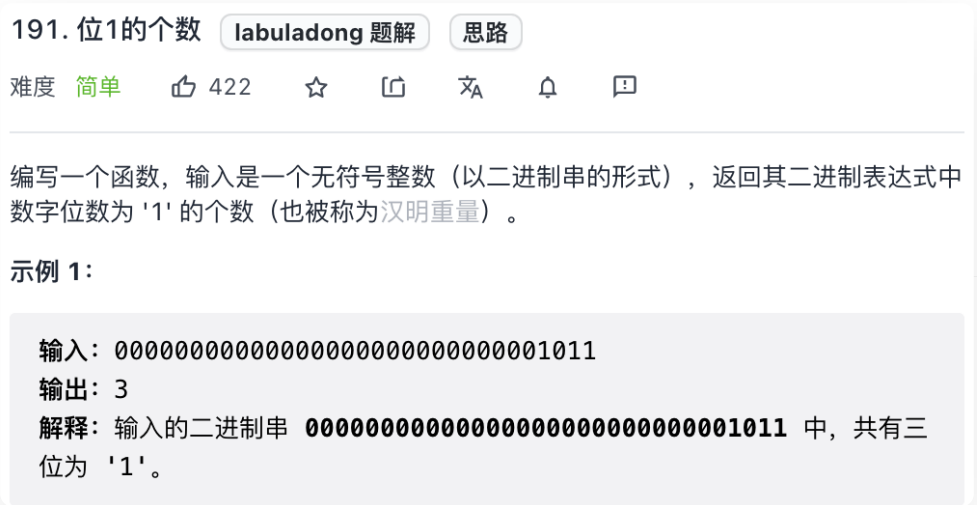




其核心逻辑就是，`n - 1` 一定可以消除最后一个 1，同时把其后的 0 都变成 1，这样再和 `n` 做一次 `&` 运算，就可以仅仅把最后一个 1 变成 0 了。

1、计算汉明权重（Hamming Weight）

这是力扣第 191 题「位 1 的个数」：



就是让你返回 `n` 的二进制表示中有几个 1。因为 `n & (n - 1)` 可以消除最后一个 1，所以可以用一个循环不停地消除 1 同时计数，直到 `n` 变成 0 为止。

```
int hammingWeight(int n) {
    int res = 0;
    while (n != 0) {
        n = n & (n - 1);
        res++;
    }
    return res;
}
```

2、判断一个数是不是 2 的指数

力扣第 231 题「2 的幂」就是这个问题。

一个数如果是 2 的指数，那么它的二进制表示一定只含有一个 1:

```
2^0 = 1 = 0b0001
2^1 = 2 = 0b0010
2^2 = 4 = 0b0100
```

如果使用 `n & (n-1)` 的技巧就很简单了（注意运算符优先级，括号不可以省略）：

```
boolean isPowerOfTwo(int n) {
    if (n <= 0) return false;
    return (n & (n - 1)) == 0;
}
```

三、`a ^ a = 0` 的运用

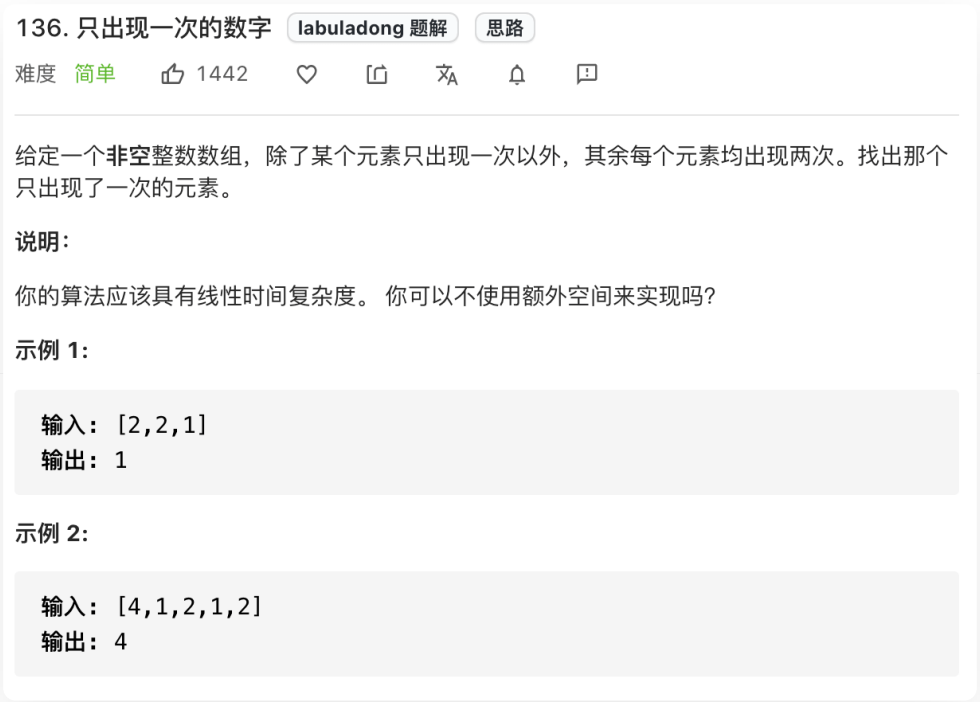
异或运算的性质是需要我们牢记的：

一个数和它本身做异或运算结果为 0，即 `a ^ a = 0`；一个数和 0 做异或运算的结果为它本身，

即 `a ^ 0 = a`。

1、查找只出现一次的元素

这是力扣第 136 题「只出现一次的数字」：



136. 只出现一次的数字 labuladong 题解 思路

难度 简单 1442

给定一个**非空**整数数组，除了某个元素只出现一次以外，其余每个元素均出现两次。找出那个只出现了一次的元素。

说明：

你的算法应该具有线性时间复杂度。 你可以不使用额外空间来实现吗？

示例 1：

```
输入：[2,2,1]
输出：1
```

示例 2：

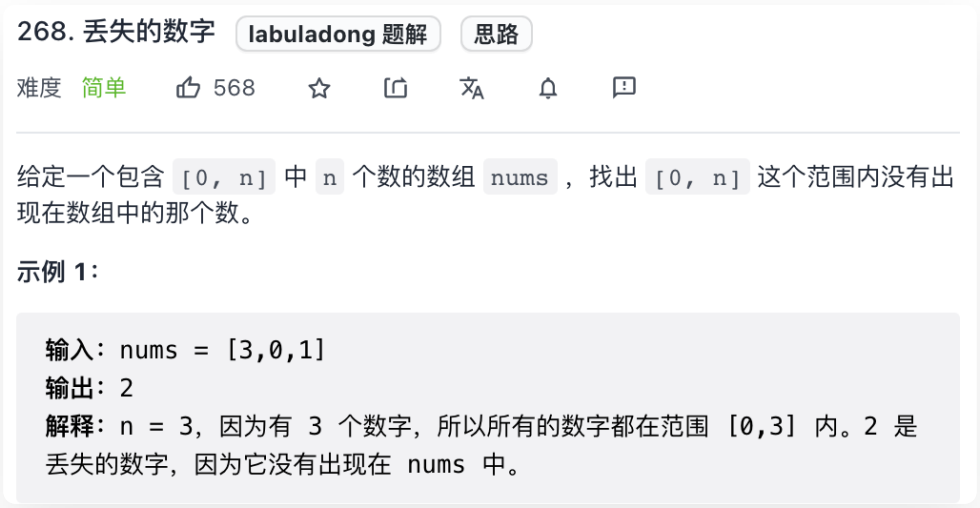
```
输入：[4,1,2,1,2]
输出：4
```

对于这道题目，我们只要把所有数字进行异或，成对儿的数字就会变成 0，落单的数字和 0 做异或还是它本身，所以最后异或的结果就是只出现一次的元素：

```
int singleNumber(int[] nums) {
    int res = 0;
    for (int n : nums) {
        res ^= n;
    }
    return res;
}
```

2、寻找缺失的元素

这是力扣第 268 题「丢失的数字」：



给一个长度为 `n` 的数组，其索引应该在 `[0,n)`，但是现在你要装进去 `n + 1` 个元素 `[0,n]`，那么肯定有一个元素装不下嘛，请你找出这个缺失的元素。

这道题不难的，我们应该很容易想到，把这个数组排个序，然后遍历一遍，不就很容易找到缺失的那个元素了吗？

或者说，借助数据结构的特性，用一个 HashSet 把数组里出现的数字都储存下来，再遍历 `[0,n]` 之间的数字，去 HashSet 中查询，也可以很容易查出那个缺失的元素。

排序解法的时间复杂度是 O(NlogN)，HashSet 的解法时间复杂度是 O(N)，但是还需要 O(N) 的空间复杂度存储 HashSet。

这个问题其实还有一个特别简单的解法：等差数列求和公式。

题目的意思可以这样理解：现在有个等差数列 `0, 1, 2,..., n`，其中少了某一个数字，请你把它找出来。那这个数字不就是 `sum(0,1,..n) - sum(nums)` 嘛？

```
int missingNumber(int[] nums) {
    int n = nums.length;
    // 虽然题目给的数据范围不大，但严谨起见，用 long 类型防止整型溢出
    // 求和公式：(首项 + 末项) * 项数 / 2
    long expect = (0 + n) * (n + 1) / 2;
    long sum = 0;
    for (int x : nums) {
        sum += x;
    }
    return (int)(expect - sum);
```

```
}
```

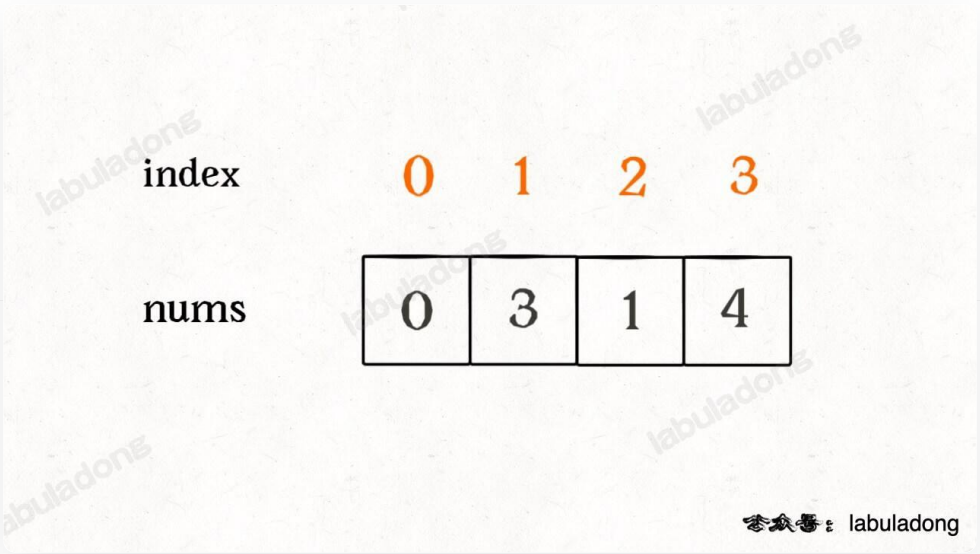
不过，本文的主题是位运算，我们来讲讲如何利用位运算技巧来解决这道题。

再回顾一下异或运算的性质：一个数和它本身做异或运算结果为 0，一个数和 0 做异或运算还是它本身。

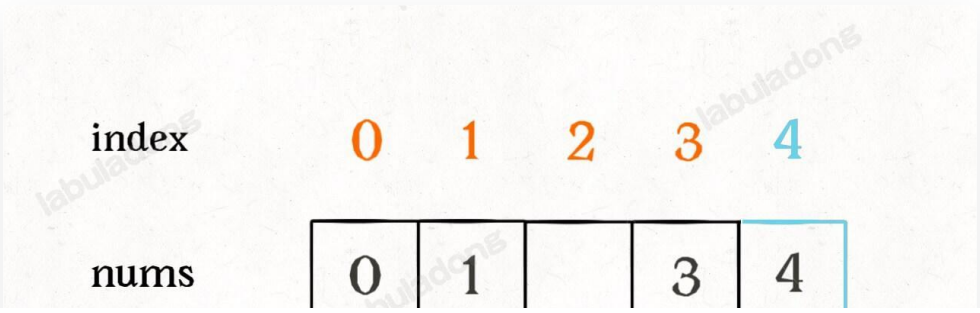
而且异或运算满足交换律和结合律，也就是说：

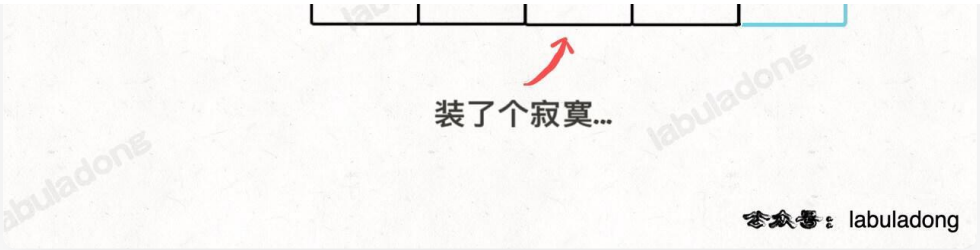
```
2 ^ 3 ^ 2 = 3 ^ (2 ^ 2) = 3 ^ 0 = 3
```

而这道题索就可以通过这些性质巧妙算出缺失的那个元素，比如说 `nums = [0,3,1,4]`：



为了容易理解，我们假设先把索引补一位，然后让每个元素和自己相等的索引相对应：

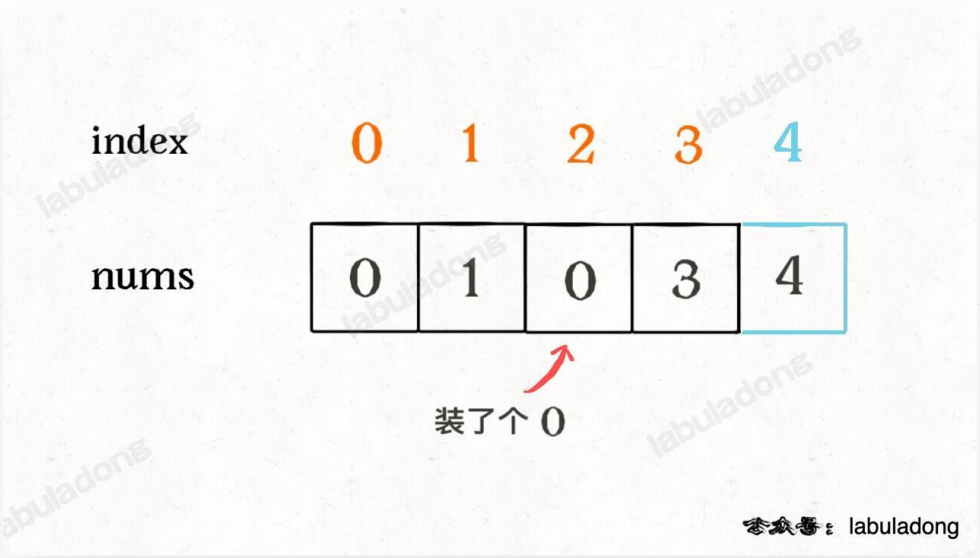




这样做了之后，就可以发现除了缺失元素之外，所有的索引和元素都组成一对儿了，现在如果把这个落单的索引 2 找出来，也就找到了缺失的那个元素。

如何找这个落单的数字呢，**只要把所有的元素和索引做异或运算，成对儿的数字都会消为 0，只有这个落单的元素会剩下**，也就达到了我们的目的：

```
int missingNumber(int[] nums) {
    int n = nums.length;
    int res = 0;
    // 先和新补的索引异或一下
    res ^= n;
    // 和其他的元素、索引做异或
    for (int i = 0; i < n; i++)
        res ^= i ^ nums[i];
    return res;
}
```



由于异或运算满足交换律和结合律，所以总是能把成对儿的数字消去，留下缺失的那个元素。

以上便是一些有趣/常用的位操作。其实位操作的技巧很多，有一个叫做 Bit Twiddling Hacks 的外国网站收集了几乎所有位操作的黑科技玩法，感兴趣的读者可以查看：

http://graphics.stanford.edu/~seander/bithacks.html#ReverseParallel

▸ **引用本文的题目**

▸ **引用本文的文章**

- - - - - - - - - - - - - -

《labuladong 的算法小抄》已经出版，关注公众号查看详情；后台回复关键词「进群」可加入算法群；回复「PDF」可获取精华文章 PDF：

共同维护高质量学习环境，评论礼仪见这里，违者直接拉黑不解释

6 Comments - *powered by utteranc.es*

Feyl commented on Dec 25, 2021

有关位运算的知识涉及的都是计算机组成原理课程的内容与数值在计算机中存储的格式有关（原码、反码、补码、移码...等相关的内容），至于编程语言在底层如何表示和处理数值的还没有研究过。

下面均以8位格式表示各个整数，写一下个人对以上"奇淫技巧"的理解。

4. 判断两个数是否异号
   在计算机中，带符号整数是以补码的形式存储。
   二进制表示的首位为符号位，符号位为 0 时表示正数，符号位为 1 时表示负数。

```
int x = -1, y = 2; // -1的补码表示：1,1111111；2的补码表示：0,0000010
bool f = ((x^y) < 0) // (-1)^2 补码表示：1,1111101    符号位为1表示负数（小于0）所以f为true
int x = 3, y = 2; // 3的补码表示：0,0000101；2的补码表示：0,0000010
bool f = ((x^y) < 0) // (3)^2 补码表示：0,0000111    符号位为0表示正数（大于0）所以f为false
```