

如何调度考生的座位



通知: 数据结构精品课 V1.7 持续更新中; 第九期打卡挑战 开始报名; B 站可查看核心算法框架系列视频。

读完本文, 你不仅学会了算法套路, 还可以顺便解决如下题目:

牛客	LeetCode	力扣	难度
-	855. Exam Room	855. 考场就座	

本文讲一讲力扣第855题「考场就座」,有趣且具有一定技巧性。这种题目并不像动态规划这类算法拼智商,而是看你对常用数据结构的理解和写代码的水平,个人认为值得重视和学习。

另外说句题外话,很多读者都问,算法框架是如何总结出来的,其实框架反而是慢慢从细节里抠出来的。希望大家看了我们的文章之后,最好能抽时间把相关的问题亲自做一做,纸上得来终觉浅, 绝知此事要躬行嘛。

先来描述一下题目:假设有一个考场,考场有一排共 N 个座位,索引分别是 [0..N-1],考生会 陆续进入考场考试,并且可能在任何时候离开考场。

你作为考官,要安排考生们的座位,满足:**每当一个学生进入时,你需要最大化他和最近其他人的 距离;如果有多个这样的座位,安排到他到索引最小的那个座位**。这很符合实际情况对吧,

也就是请你实现下面这样一个类:

```
class ExamRoom {
    // 构造函数,传入座位总数 N
    public ExamRoom(int N);
    // 来了一名考生,返回你给他分配的座位
    public int seat();
    // 坐在 p 位置的考生离开了
    // 可以认为 p 位置一定坐有考生
    public void leave(int p);
}
```

比方说考场有5个座位,分别是[0..4]:

第一名考生进入时(调用 seat()),坐在任何位置都行,但是要给他安排索引最小的位置,也就是返回位置 0。

第二名学生进入时(再调用 seat()),要和旁边的人距离最远,也就是返回位置 4。

第三名学生进入时,要和旁边的人距离最远,应该做到中间,也就是座位2。

如果再进一名学生,他可以坐在座位1或者3,取较小的索引1。

以此类推。

刚才所说的情况,没有调用 leave 函数,不过读者肯定能够发现规律:

如果将每两个相邻的考生看做线段的两端点,新安排考生就是找最长的线段,然后让该考生在中间把这个线段「二分」,中点就是给他分配的座位。 leave(p) 其实就是去除端点 p, 使得相邻两个线段合并为一个。

核心思路很简单对吧,所以这个问题实际上实在考察你对数据结构的理解。对于上述这个逻辑,你用什么数据结构来实现呢?

一、思路分析

根据上述思路,首先需要把坐在教室的学生抽象成线段,我们可以简单的用一个大小为 2 的数组表示。

另外,思路需要我们找到「最长」的线段,还需要去除线段,增加线段。

和平衡二叉搜索树了。二叉堆实现的优先级队列取最值的时间复杂度是 O(logN), 但是只能删除最大值。平衡二叉树也可以取最值,也可以修改、删除任意一个值,而且时间复杂度都是 O(logN)。

综上,二叉堆不能满足 **leave** 操作,应该使用平衡二叉树。所以这里我们会用到 Java 的一种数据结构 **TreeSet**,这是一种有序数据结构,底层由红黑树维护有序性。

这里顺便提一下,一说到集合(Set)或者映射(Map),有的读者可能就想当然的认为是哈希集合(HashSet)或者哈希表(HashMap),这样理解是有点问题的。

因为哈希集合/映射底层是由哈希函数和数组实现的,特性是遍历无固定顺序,但是操作效率高,时间复杂度为 O(1)。

而集合/映射还可以依赖其他底层数据结构,常见的就是红黑树(一种平衡二叉搜索树),特性是自动维护其中元素的顺序,操作效率是 O(logN)。这种一般称为「有序集合/映射」。

我们使用的 TreeSet 就是一个有序集合,目的就是为了保持线段长度的有序性,快速查找最大线段,快速删除和插入。

二、简化问题

首先,如果有多个可选座位,需要选择索引最小的座位对吧?**我们先简化一下问题,暂时不管这个要求**,实现上述思路。

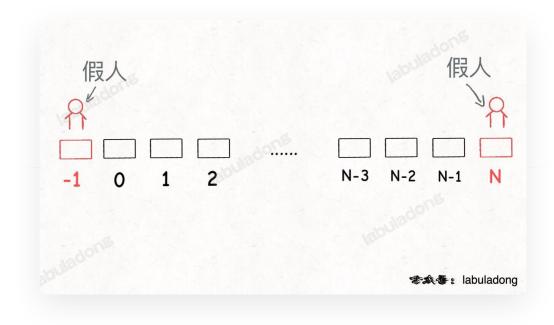
这个问题还用到一个常用的编程技巧,就是使用一个「虚拟线段」让算法正确启动,这就和链表相关的算法需要「虚拟头结点」一个道理。

```
// 将端点 p 映射到以 p 为左端点的线段
private Map<Integer, int[]> startMap;
// 将端点 p 映射到以 p 为右端点的线段
private Map<Integer, int[]> endMap;
// 根据线段长度从小到大存放所有线段
private TreeSet<int[]> pq;
private int N;

public ExamRoom(int N) {
    this.N = N;
    startMap = new HashMap<>();
    endMap = new HashMap<>();
    pq = new TreeSet<>((a, b) -> {
        // 算出两个线段的长度
```

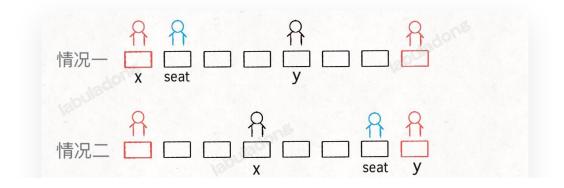
```
// 天/文史下的史人, 排/归 四
       return distA - distB;
   });
   // 在有序集合中先放一个虚拟线段
   addInterval(new int[] {-1, N});
}
/* 去除一个线段 */
private void removeInterval(int[] intv) {
   pq.remove(intv);
   startMap.remove(intv[0]);
   endMap.remove(intv[1]);
}
/* 增加一个线段 */
private void addInterval(int[] intv) {
   pq.add(intv);
   startMap.put(intv[0], intv);
   endMap.put(intv[1], intv);
}
/* 计算一个线段的长度 */
private int distance(int[] intv) {
   return intv[1] - intv[0] - 1;
}
```

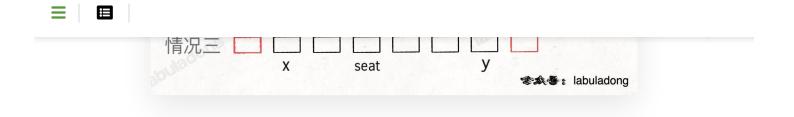
「虚拟线段」其实就是为了将所有座位表示为一个线段:





```
public int seat() {
   // 从有序集合拿出最长的线段
   int[] longest = pq.last();
   int x = longest[0];
   int y = longest[1];
   int seat;
   if (x == -1) { // 情况一
       seat = 0;
   } else if (y == N) { // 情况二
       seat = N - 1;
   } else { // 情况三
       seat = (y - x) / 2 + x;
   }
   // 将最长的线段分成两段
   int[] left = new int[] {x, seat};
   int[] right = new int[] {seat, y};
   removeInterval(longest);
   addInterval(left);
   addInterval(right);
   return seat;
}
public void leave(int p) {
   // 将 p 左右的线段找出来
   int[] right = startMap.get(p);
   int[] left = endMap.get(p);
   // 合并两个线段成为一个线段
   int[] merged = new int[] {left[0], right[1]};
   removeInterval(left);
   removeInterval(right);
   addInterval(merged);
}
```

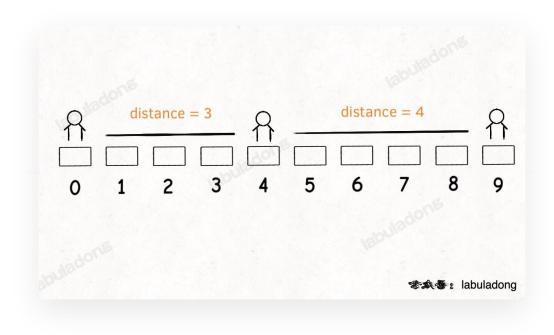




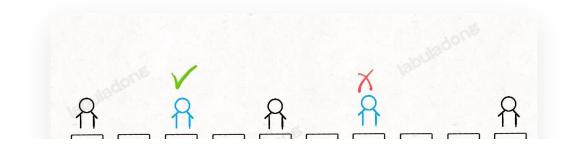
至此,算法就基本实现了,代码虽多,但思路很简单:找最长的线段,从中间分隔成两段,中点就是 seat()的返回值;找 p 的左右线段,合并成一个线段,这就是 leave(p) 的逻辑。

三、进阶问题

但是,题目要求多个选择时选择索引最小的那个座位,我们刚才忽略了这个问题。比如下面这种情况会出错:



现在有序集合里有线段 [0,4] 和 [4,9], 那么最长线段 longest 就是后者,按照 seat 的逻辑,就会分割 [4,9],也就是返回座位 6。但正确答案应该是座位 2,因为 2 和 6 都满足最大化相邻考生距离的条件,二者应该取较小的。





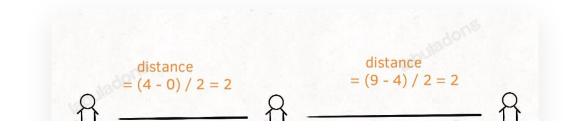
📚 🍇 🕏 ៖ labuladong

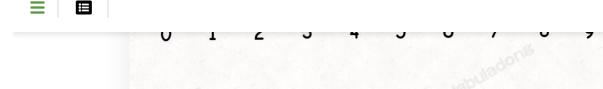
遇到题目的这种要求,解决方式就是修改有序数据结构的排序方式。具体到这个问题,就是修改 TreeMap 的比较函数逻辑:

```
pq = new TreeSet<>((a, b) -> {
    int distA = distance(a);
    int distB = distance(b);
    // 如果长度相同,就比较索引
    if (distA == distB)
        return b[0] - a[0];
    return distA - distB;
});
```

除此之外,还要改变 distance 函数,不能简单地让它计算一个线段两个端点间的长度,而是让它计算该线段中点和端点之间的长度。

```
private int distance(int[] intv) {
    int x = intv[0];
    int y = intv[1];
    if (x == -1) return y;
    if (y == N) return N - 1 - x;
    // 中点和端点之间的长度
    return (y - x) / 2;
}
```





🗫 🏶 : labuladong

这样, [0,4] 和 [4,9] 的 distance 值就相等了, 算法会比较二者的索引, 取较小的线段进行分割。到这里, 这道算法题目算是完全解决了。

四、最后总结

本文聊的这个问题其实并不算难,虽然看起来代码很多。核心问题就是考察有序数据结构的理解和使用,来梳理一下。

处理动态问题一般都会用到有序数据结构,比如平衡二叉搜索树和二叉堆,二者的时间复杂度差不多,但前者支持的操作更多。

既然平衡二叉搜索树这么好用,还用二叉堆干嘛呢?因为二叉堆底层就是数组,实现简单啊,详见前文 二叉堆详解。你实现个红黑树试试?操作复杂,而且消耗的空间相对来说会多一些。具体问题,还是要选择恰当的数据结构来解决。

希望本文对大家有帮助。

《labuladong 的算法小抄》已经出版,关注公众号查看详情;后台回复关键词「进群」可加入算法群;回复「PDF」可获取精华文章 PDF:







共同维护高质量学习环境,评论礼仪见这里,违者直接拉黑不解释





