静态单赋值形式（2）

在**静态单赋值形式（1）**中提到还有其他的方式能够解决消除ϕ函数，这里就进行介绍。要介绍的内容主要来自*Sreedhar et al.*的论文[1]，主要内容包括：

1. Phi Congruence Class的概念。
2. **TSSA**和**CSSA**的概念。
3. 如何将**TSSA**转为**CSSA**。

Phi Congruence Class

Phi Congruence Class就是被ϕ函数连接的变量的集合，如果一个ϕ函数结点有$x_0 \leftarrow \phi(x_1, x_2, x_3)$，那么有集合$S = \{x_0, x_1, x_2, x_3\}$，这个集合元素都在同一个Phi Congruence Class中。ϕ函数对变量的连接关系是可以传递的，也就是说，有$x_0 \leftarrow \phi(x_1, x_2, y_1)$和$y_0 \leftarrow \phi(y_1, y_2)$这样两个ϕ函数结点，那么有集合$S = \{x_0, x_1, x_2, y_0, y_1, y_2\}$，其中元素都属于同一个Phi Congruence Class。

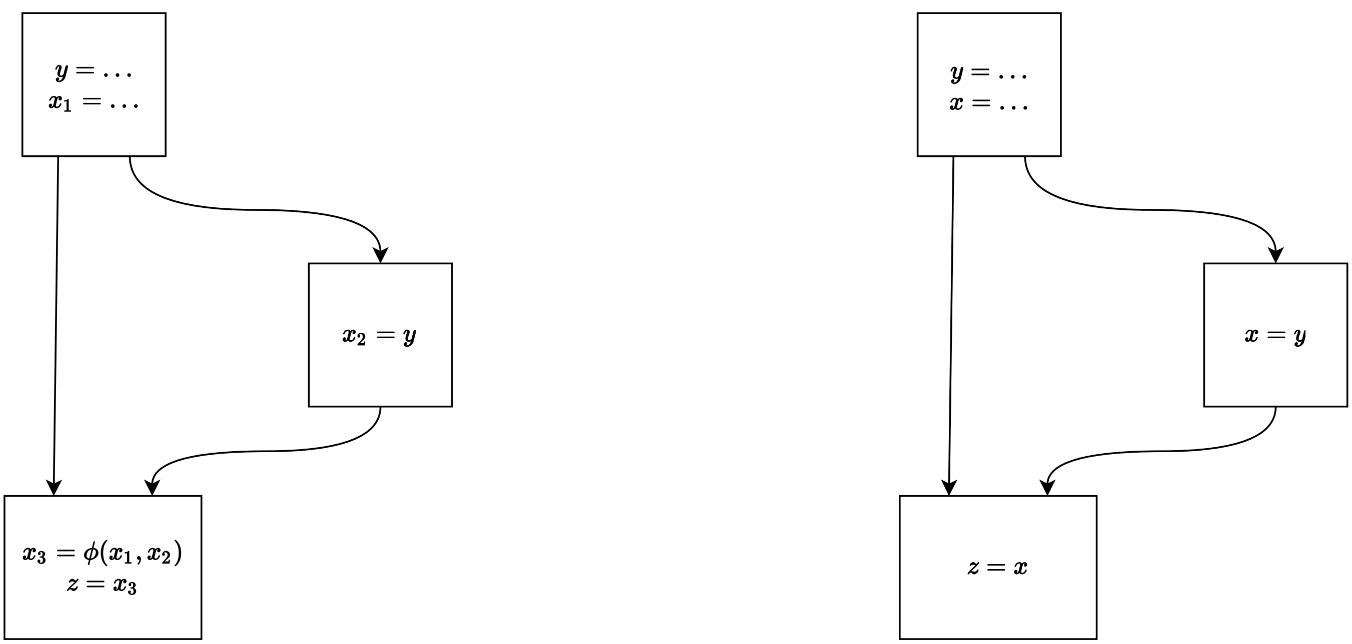
本文种用*phiCongruenceClass[x]*表示与变量*x*同在一个Phi Congruence Class的变量的集合，这个集合包括了*x*自己。注意，如果变量x未被任何的ϕ结点引用（作为source或者是target），那么为空集。

CSSA 和 TSSA

先说两个名字什么意思，CSSA即Conventional SSA，感觉应该可以翻译为常规SSA；TSSA即Transformed SSA，转换后的SSA。

如果SSA满足每个变量和同属于一个Phi Congruence Class的其他变量不产生冲突，那么这样的SSA就是CSSA，这里的冲突指的是活跃区间上的冲突，也就是活跃区间不能发生重叠。

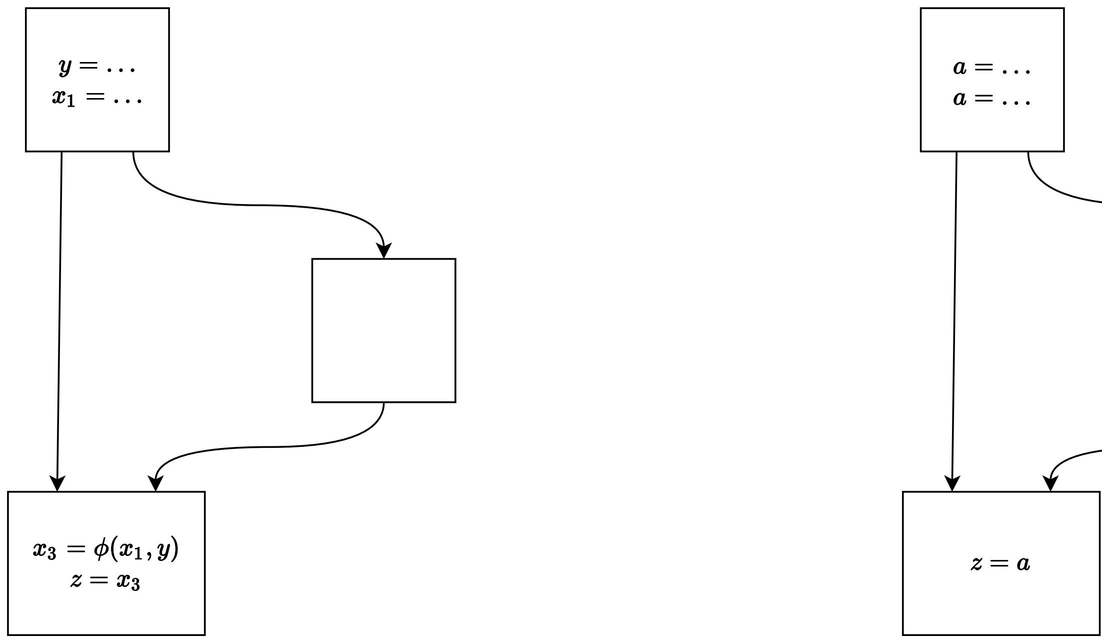
如果一个IR是CSSA形式的，同在一个Phi Congruence Class的变量之间不存在冲突。如果IR是CSSA形式的，那么可以通过将所有的同在一个Phi Congruence Class的变量分配同一个名字来消除掉所有的ϕ函数。按照**静态单赋值形式（1）**讲到的方法得到的SSA是满足CSSA要求的，如下图**Fig 1**所示。



(a)CSSA **(b)替换为同一个名字**

Fig 1

而TSSA则不能这么做，**Fig 2**是一个TSSA的例子，其中同在一个Phi Congruence Class的变量之间发生了冲突，如果将同一个Phi Congruence Class的变量替换为同样的名字，则会产生错误。



(a)TSSA **(b)替换为同一个名字**

Fig 2

定义phi结点有关变量的活跃性

如**Fig 3**中，可以假定x_1和x_2属于对应前驱基本块的LiveOut集合，但是被ϕ函数引用，不能算是被使用了。

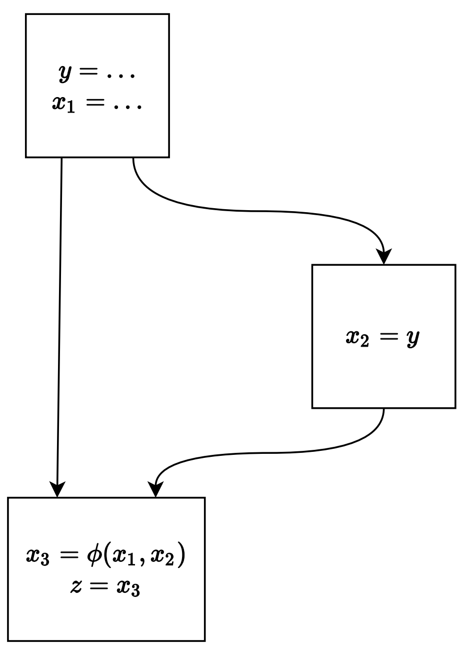


Fig 3

那么为什么不让x1和x2在L3的开头处被使用呢？原因是如果两个变量在一个地方被使用的话，那么无论如何都是冲突的，而事实上这种冲突完全是没有必要的，因为我们最后消除ϕ函数的时候事实上是将copy指令插入到对应的前驱基本块的末尾，而不是放在定义了ϕ函数的开头。除此之外，还需要假定有$x3 \in \mathrm{LiveIn}(L3)$，需要这么做的原因和处理Lost-Copy Problem和Swap Problem有关。

在做了这些特殊处理之后，使用普通的数据流算法对LiveIn、LiveOut和冲突图进行计算就行了。

从TSSA转为CSSA

文中一共介绍了3种将TSSA转换为CSSA的方法。先对这三种方法的结果和性能就行比较再来说说具体是如何做的。

插入一个copy指令事实上是将变量从其本身的Phi Congruence Class移除出去，比如$x' \leftarrow x$，让x从*phiCongruenceClass[x]*中去除掉，x'代替了x的位置。

第一种方式

第一种是最为直接的方式，如**Fig 4**，给每个phi函数中的参数对应的前驱的末尾加上对应的copy指令，同时，在ϕ函数的后面也加入一个copy指令。同时，生成的新变量，只会用在ϕ函数中。这样确实可以保证同一个Phi Congruence Class内部不会发生冲突，但是这样也会插入很多多余的copy指令，**Fig 4(b)**中仅有$x2' = x2$是必要的，其他的copy指令都可以去除。

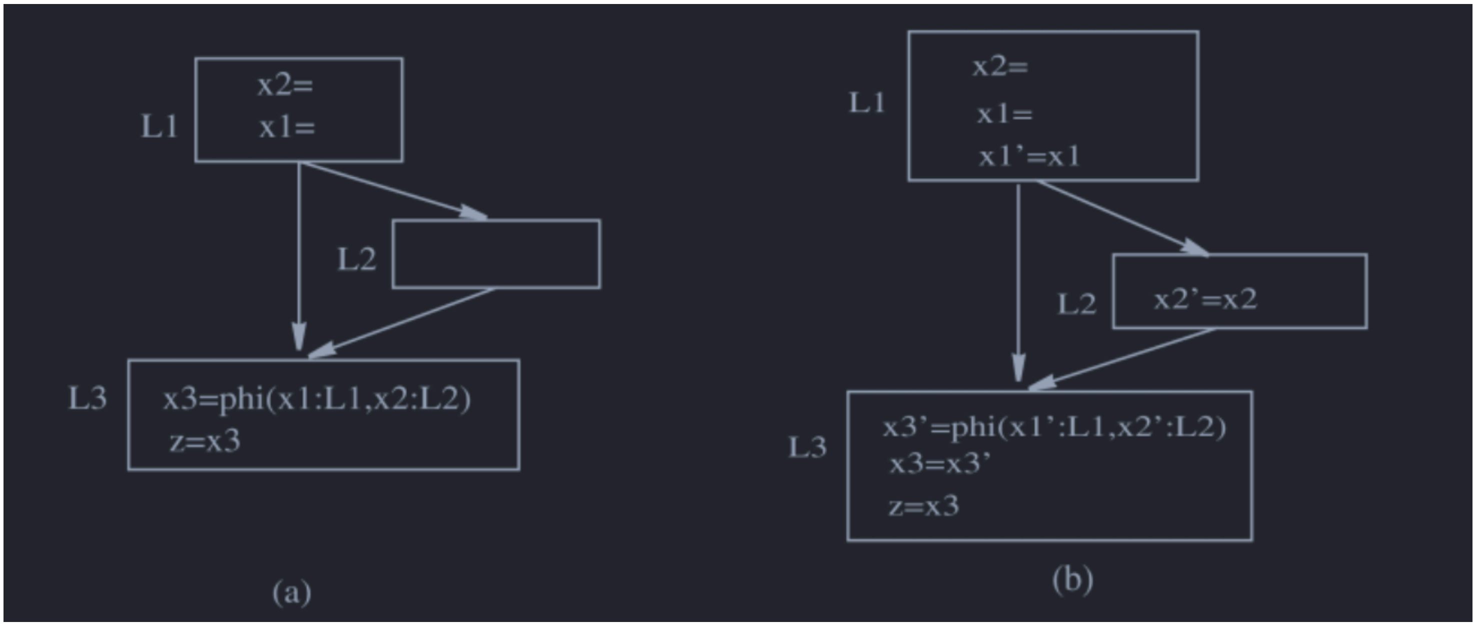


Fig 4

第二种方式

第二种方法借助了冲突图来对copy指令的插入进行引导。只有当在同一个ϕ函数的的变量出现了冲突才会插入copy指令，这种情况下将，为生成两个copy指令，涉及冲突的都要插入copy指令，插入的方法和第一种中是一样的，对**Fig 4(a)**的转换结果为**Fig 5**。

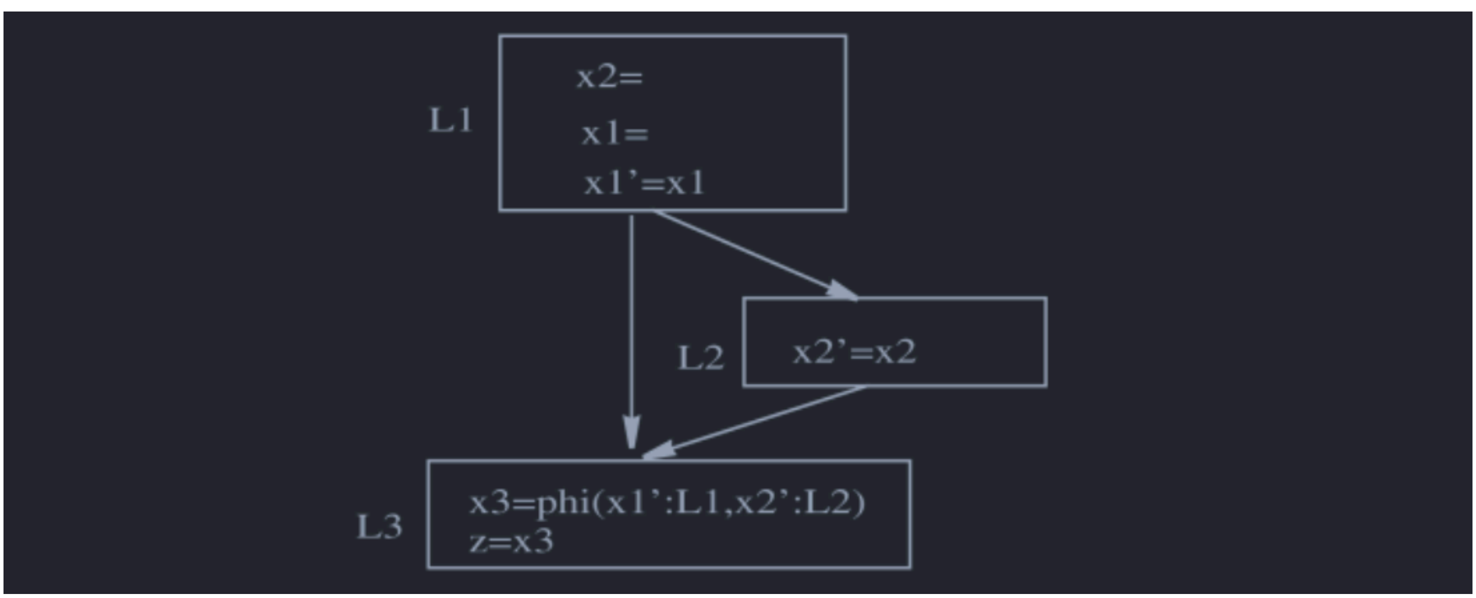


Fig 5

虽然减少了一条copy，不过$x1' = x1$仍是多余的，由于在L1插入了$x2' = x2$，因此x2已经被移除出了原本的phiCongruenceClass，用于替换x2的$x2'$不会和x1有冲突，这是因为$x1 \notin \text{LiveOut}(L2)$，所以和$x2'$使用同样的名字不是问题。

注意，这里并没有使用phiCongruenceClass，而是对phi-node进行的而处理。

第三种方式

上面提到过为什么**Fig 5**中的$x1' = x1$是多余的，可以利用这个观察，同时使用冲突图和活跃性信息对copy指令插入进行引导。这里给出**Fig 4(a)**中的LiveOut信息，$\mathrm{LiveOut}(L1) = \{x1, x2\}$，$\mathrm{LiveOut}(L2) = \{x2\}$。

如果在一个ϕ函数结点的参数之间（假设是x_i和x_j，它们对应前驱分别是B_i和B_j）发生了冲突（在处理的ϕ函数的目标的时候同时也会需要LiveIn信息，具体如何使用见后面），根据$\mathrm{LiveOut}(B_i)$、$\mathrm{LiveOut}(B_j)$的情况那么一共可以分为四种情况进行讨论

注意，这下面使用的是$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_i]$而非$x_i$，虽然一开始$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_i] = \{x_i\}$，但是每处理一个ϕ结点会进行一次phiCongruenceClass的更新。

第一种，$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_i] \cap \mathrm{LiveOut}(x_j) = \emptyset$且$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_j] \cap \mathrm{LiveOut}(x_i) \neq \emptyset$。在$B_i$结尾插入一条$x_i' \leftarrow x_i$，这么做的原因已经说过了。

第二种，$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_i] \cap \mathrm{LiveOut}(x_j) \neq \emptyset$且$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_j] \cap \mathrm{LiveOut}(x_i) = \emptyset$。是第一种情况的对称，所以是类似的在$B_j$结尾插入一条$x_j' \leftarrow x_j$。

第三者，$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_i] \cap \mathrm{LiveOut}(x_j) \neq \emptyset$且$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_j] \cap \mathrm{LiveOut}(x_i) \neq \emptyset$，需要在$B_i$结尾处插入一条$x_i' \leftarrow x_i$同时在$B_j$结尾插入一条$x_j' \leftarrow x_j$。需要插入两条copy指令的原因是，以$x_i$为例，即使插入了$x_i' \leftarrow x_i$，依旧会让$x_i'$和$x_j$冲突，因为两者同时在$B_i$的结尾处是活跃的，类似的只插入$x_j' \leftarrow x_j$也不行。

第四种，$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_i] \cap \mathrm{LiveOut}(x_j) = \emptyset$且$\mathrm{phiCongruenceClass}[x_j] \cap \mathrm{LiveOut}(x_i) = \emptyset$，这种情况下，虽然$x_i$和$x_j$是冲突的，但是从Phi Congruence Class中移除任意一个都可以解决问题。

虽然在第四种情况中，虽然插入任意一个copy指令都能够解决问题，但是还是可能产生多余的copy指令，所以需要对copy指令的插入进行延后，直到ϕ结点中所有冲突都被处理了之后再来进行实际的插入。因为要等到所有冲突被处理完之后再实际地进行插入，那么，上面提到的插入其实只是进行一个记录*candidateResourceSet*中，而不是实际进行插入。

具体来说，如果在一个ϕ结点中，$x1 : L1$和$x_2 : L2$出现了冲突，满足情况4，在L1末尾插入$x1' = x1$或者在L2末尾插入$x2' = x2$都可以，同时接下来的冲突导致了必须要在$L2$末尾插入$x2' = x2$，那么之前的copy指令是可以省略的。所以在处理情况4的时候需要进行记录，如果是$x1 : L1$和$x_2 : L2$出现了冲突，那么将x_2加入到$\mathrm{unresolvedNeighborMap}[x_1]$集合，将$x_1$加入到$\mathrm{unresolvedNeighborMap}[x_2]$集合。之后按照*unresolvedNeighborMap*集合的大小进行排序，从大到小，如果$\mathrm{unresolvedNeighborMap}[x_i] \neq \emptyset$，那么将$x_i$放入上面说的记录*candidateResourceSet*中，在加入之后需要将x_i进行删除，如果*candidateResourceSet*已经出现了对应的，那么也进行移除，所以需要对照着*candidateResourceSet*进行处理。

也就是说，由于在*candidateResourceSet*中会存在$x2$，所以，会被从unresolvedNeighborMap中删去，而引用也会被删去，所以，就不会产生多余的copy指令了。

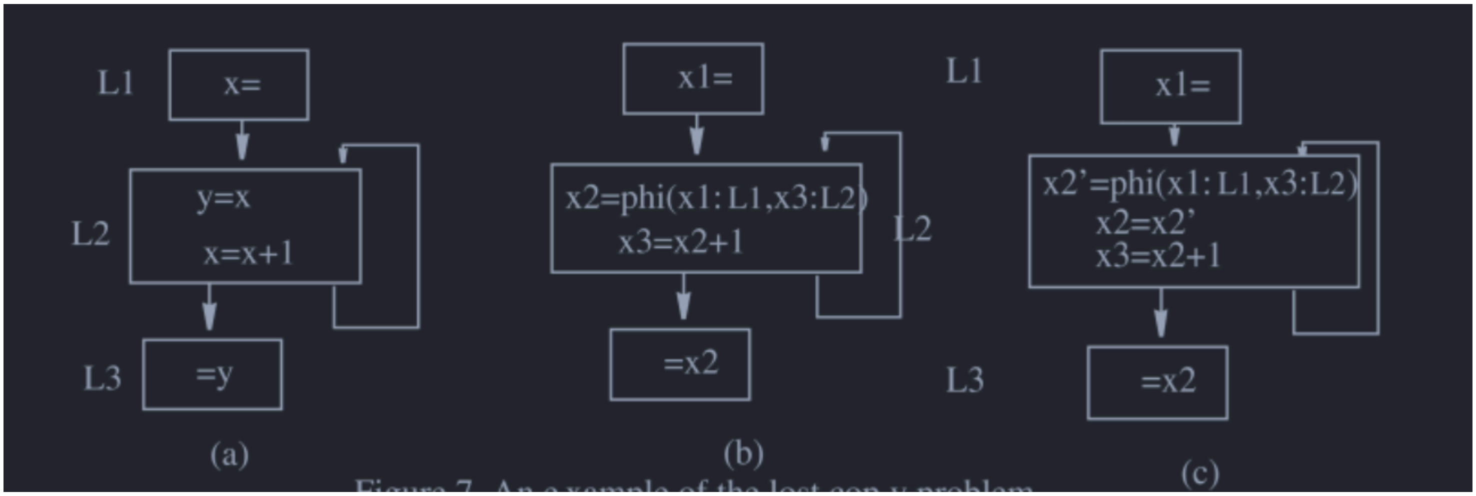
在完整的算法中进行插入逻辑位于 `code.txt` 中的 `insertCopy` ，观众可以去code.txt文件中进行查看。

The Lost-Copy Problem 和 The Swap Problem

来看看这个算法对于解决这两个问题的效果如何，同时看看当ϕ函数的target和source产生冲突的时候，如何进行处理。

The Lost-Copy Problem

先来看The Lost-Copy Problem，[1]中给出了一个例子：



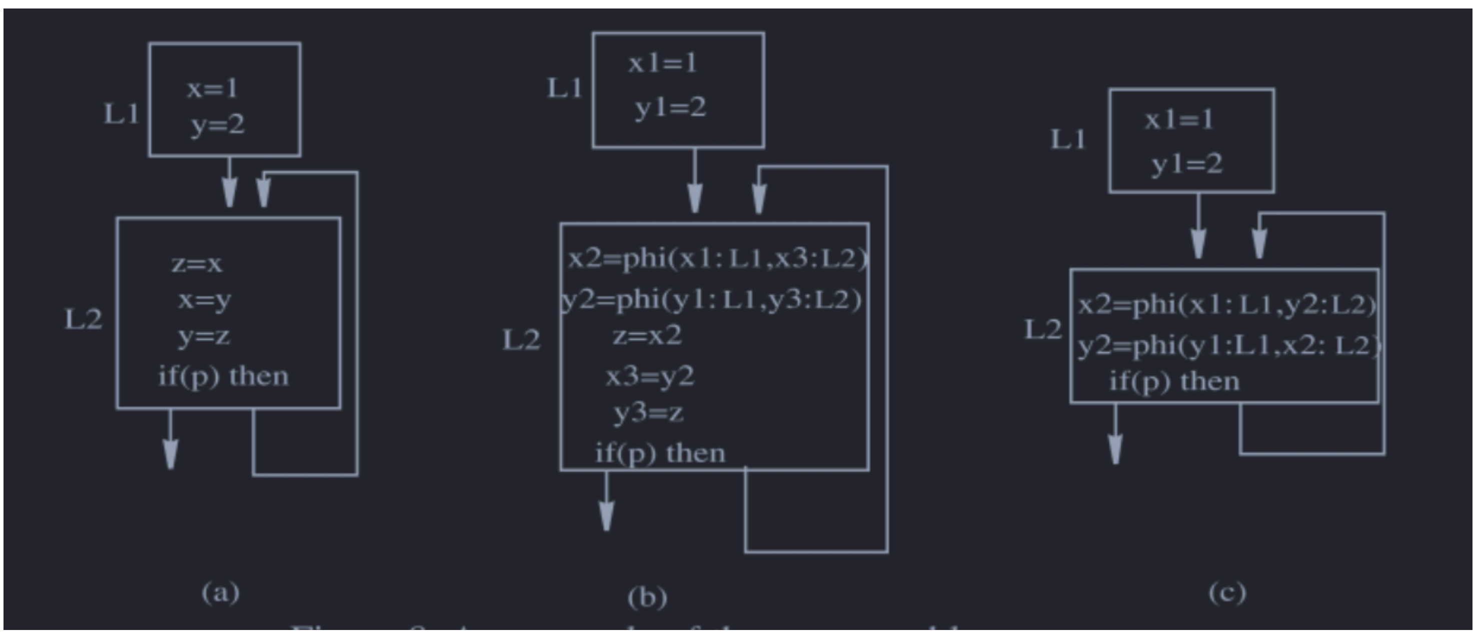
其中**(a)**是转为SSA之前的代码，**(b)**是转为SSA并进行了复制折叠的代码，**(c)**是按照之前算法进行处理后的代码。

查看$\mathrm{x2 = phi(x1 : L1, X3 : L2)}$的时候能够看出来，$\mathrm{x2}$由于在$\mathrm{L3}$中仍然被引用，所以，有$\mathrm{x2} \in \mathrm{LiveOut(L2)}$，由于$\mathrm{x2}$是个target，所以有$\mathrm{x2} \in \mathrm{LiveIn(L2)}$，而$\mathrm{x3} \notin \mathrm{LiveIn(L2)}$，所以插入是$\mathrm{x2 = x2'}$，而且插入的位置是$\phi$结点下面并将原本的$\mathrm{x2 = phi(x1 : L1, X3 : L2)}$替换为$\mathrm{x2' = phi(x1 : L1, X3 : L2)}$。

这里的情况和第一种或者第二种是类似的，只是与target相联系的不是前驱的LiveOut，而是当前块的LiveIn，同时插入copy指令的方法有不同。

The Swap Problem

[1]中给出了一个例子：



其中**(a)**是转为SSA之前的代码，**(b)**是转为SSA的代码，**(c)**是进行了复制折叠的代码。

首先对第一个ϕ结点进行考察，发现$\mathrm{x2}$和$\mathrm{y2}$是冲突的，而且，$\mathrm{x2}$是一个target，所以需要比较$\mathrm{LiveOut(L2) = \{x2, y2\}}$和$\mathrm{LiveIn(L2) = \{x2, y2\}}$，依据上面的第三种情况，可以知道需要插入两条copy语句，进行了插入之后的结果如**Fig 6(a)**。

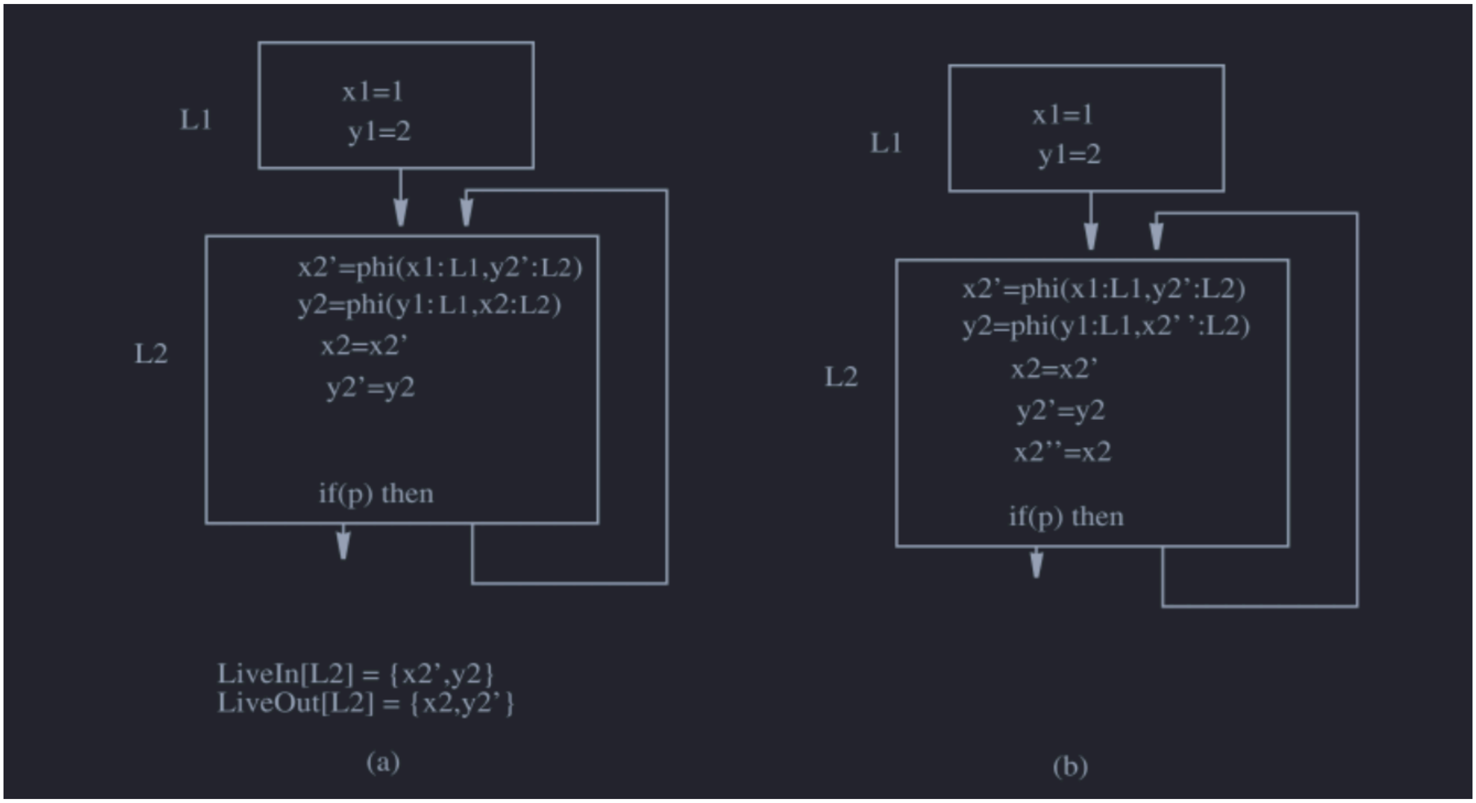


Fig 6

在插入了两条copy语句后，对冲突图、基本块的LiveIn和LiveOut都进行了更新，不过第二个ϕ结点中，同一个Phi Congruence Class的$y2$和$x2$仍旧是冲突的。所以按照之前的思路进行处理，最后得到**Fig 6(b)**。

完整的算法

将论文中原文复制过来，进行了排版整理，见同目录下文件 `code.txt` ，并不打算进行讲解了。

我感觉这种算法要比在**静态单赋值形式（1）**中提到的要好，主要的原因就是因为这种方法更加统一，没有特别地处理The Lost-Copy Problem和The Swap Problem，而且能够更少地插入copy指令。

利用Phi Congruence Class进行合并（Coalescing）

考虑图中的情况，由于出现了活跃区间的冲突，所以使用类似在图着色寄存器分配中提到的算法无法消除这种复制。但是，其实可以看出来$x1 = y1$是可以被去除的，也就是用$y1$代替$x1$的出现并不会有问题，替换的算法在**静态单赋值形式（1）**中提到了，使用类似的方法就行，将**Fig 7(a)**替换后的结果如**Fig 8**所示。

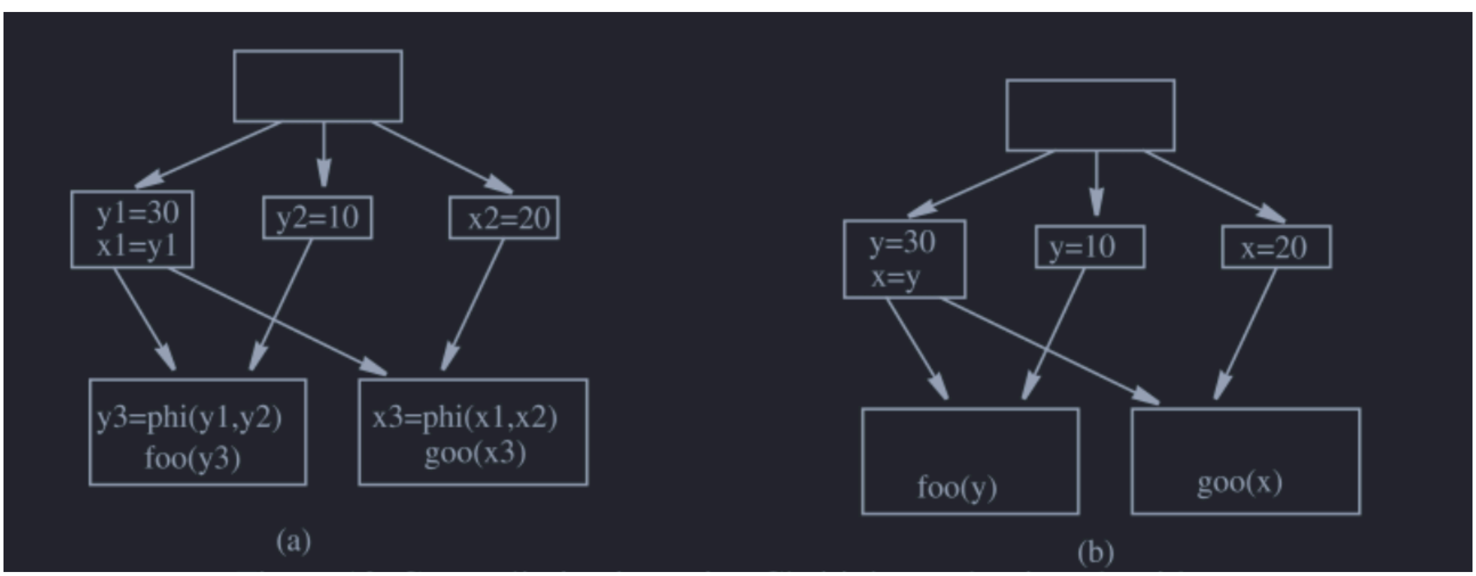


Fig 7

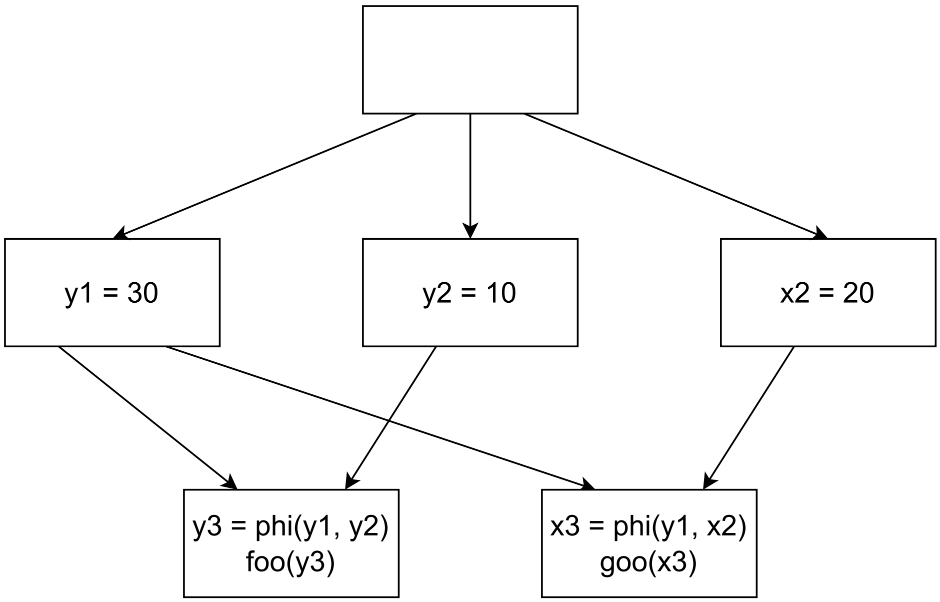


Fig 8. 对(a)进行copy coalescing后

但是借助Phi Congruence Class的性质却可以处理这种复制语句，具体来说，从**Fig 8**的结果来看，虽然Phi Congruence Class变为了$S = \{y_1, y_2, y_3, x_2, x_3\}$，但是如果没有导致S内的变量发生冲突，就可以去除掉$x1 = y1$。

在考虑一个复制语句$x = y$时，根据$phiCongruenceClass[x]$和$phiCongruenceClass[y]$的关系有四种情况。

第一种，$phiCongruenceClass[x] = \{\}$且$phiCongruenceClass[y] = \{\}$，合并之后也时空的，所以可以删除$x = y$。

第二种，$phiCongruenceClass[x] = \{\}$且$phiCongruenceClass[y] \neq \{\}$，如果x和$phiCongruenceClass[y] - y$中元素冲突，就不可以删除$x = y$，反之可以。

第三种，$phiCongruenceClass[x] \neq \{\}$且$phiCongruenceClass[y] = \{\}$，是上面一种情况的对称，所以也是类似的。

第四种，$phiCongruenceClass[x] \neq \{\}$且$phiCongruenceClass[y] \neq \{\}$，那么对于$phiCongruenceClass[x] - x$和$phiCongruenceClass[y] - y$之间的任意一对变量不能存在冲突，如果存在则无法去除$x = y$，反之可以。

注意，如果两者本身就在同一个phiCongruenceClass，而且时CSSA，那么可以直接删除$x = y$。

引用

> [1] V. C. Sreedhar, R. D.-C. Ju, D. M. Gillies和V. Santhanam, 《Translating Out of Static Single Assignment Form》, 收入 *Static Analysis*, 卷 1694, A. Cortesi和G. Filé, 编 Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1999, 页 194–210. doi: 10.1007/3-540-48294-6_13.