一个系列彻底搞懂map(二):红黑树实现

上文讲到了利用哈希结构实现map，除此之外还可以用红黑树实现。相较于hash结构的实现，红黑树实现虽然查找删除的时间复杂度由O(1)退化为O(logN)，但却拥有更优的空间效率，同时还提供了对key排序的功能，因此广泛应用于数据库存储领域。

红黑树

维基百科定义：

> *a **red–black tree** is a kind of self-balancing binary search tree. Each node stores an extra bit representing "color" ("red" or "black"), used to ensure that the tree remains balanced during insertions and deletions.*

红黑树是一种自平衡的二叉搜索树，每个节点分为红色与黑色，通过一定的规则保证插入删除时的平衡。

红黑树的平衡条件相较于AVL更为宽松，AVL树见笔者另一篇文章手撕数据结构——平衡二叉树，预先阅读会帮助这篇文章理解。AVL需要任一节点的左右子树高度相差小于等于1，而红黑树是左右子树高度相差小于一倍，因此红黑树在插入删除时更易保持平衡，所需要调整树的次数更少，从而具有更高的效率。

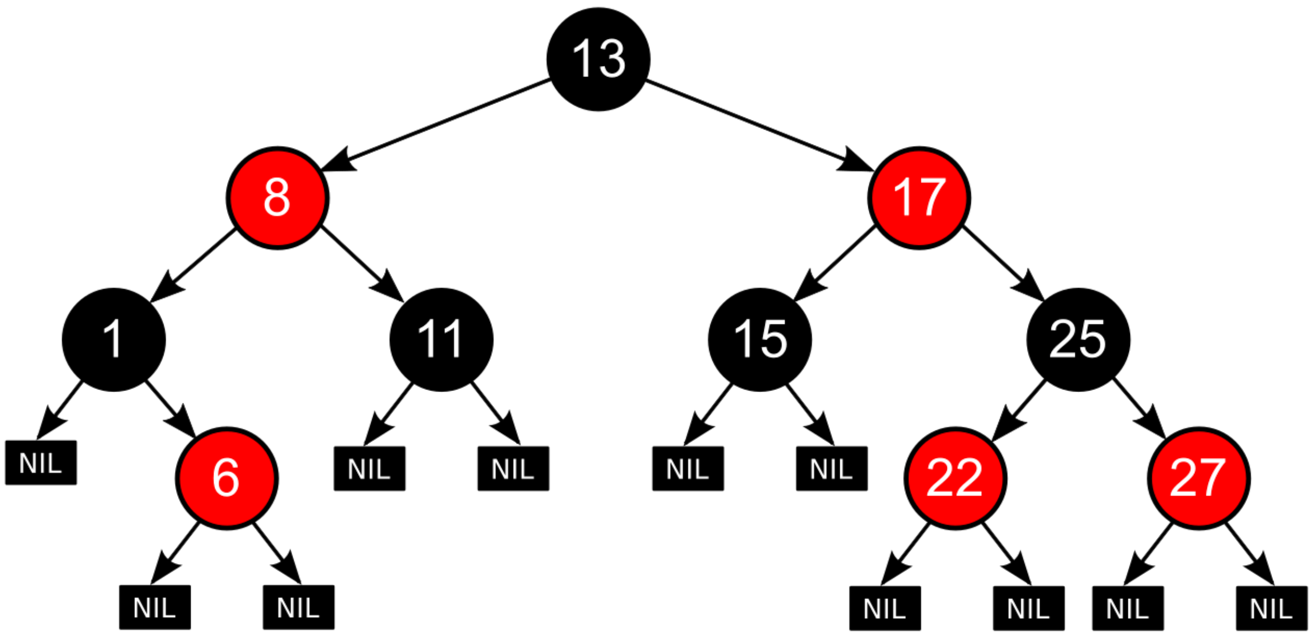
红黑树除了是二叉搜索树外，还满足以下性质：

1. 所有null节点都认为是黑色。
2. 一个红节点不能有红色孩子，即红色节点之间不能相邻。
3. 红黑树中的节点到其任意叶子节点路径上的黑节点个数相同。
4. 新插入的节点都是红色，在平衡过程中可能变色。

性质2和性质3就是红黑树的平衡条件。对于一个节点来说，既然左右子树路径上的黑色节点个数相同，因此决定左右子树高度差的因素就是红节点的个数，最极端的情况就是一条子树没有任何红节点，另一条子树尽可能多的有红节点，即红黑节点交替出现(因为红节点之间不能相邻)。因此左右子树高度差不会超过一倍，能够保证查找删除的时间复杂度为O(logN)。

红黑树难就难在如何在插入删除时，保证上述的条件2和条件3的性质。

红黑树案例如图所示，图来自维基百科：



查找

和二叉搜索树一样，不再赘述，详见手撕数据结构——平衡二叉树。

插入

在红黑树中所有新插入的节点都是**红色**，null节点都是**黑色**，如果插入后满足上述的条件2和条件3，则不需要调整；否则我们需要通过旋转或者变色等一定操作使树重新平衡。

这里给出一个节点**黑色深度**的定义：这个节点到任意一个叶子节点上黑色节点的数量。如上图中节点13到任意一条叶子节点路径如13->17->15->Nil上存在三个黑色节点，因此黑色深度为3。

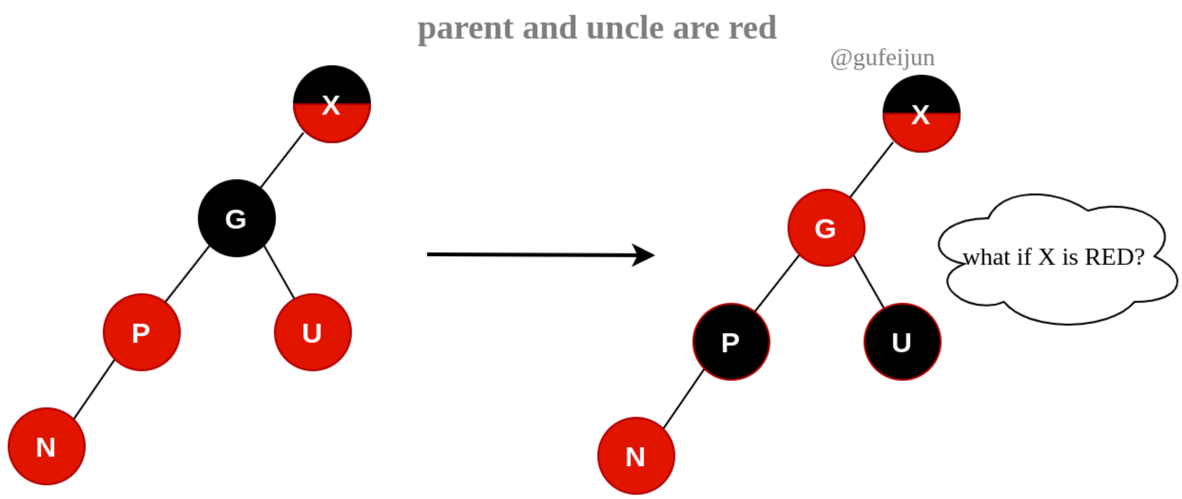
为了讨论方便，我们在此做出以下规定：插入的节点叫做N，N的父亲节点叫做P，N的叔叔节点即P的兄弟节点叫做U，N的祖父节点叫做G。

插入时所有情况如下：

1. 如果N为第一个插入红黑树的，让N为根节点即可。

2. 如果P是黑色节点。插入红色节点N不会违反条件2和条件3，因此不需调整。

3. 如果P是红色节点且U是红色节点。根据条件2则可推断G是黑色，如图所示：

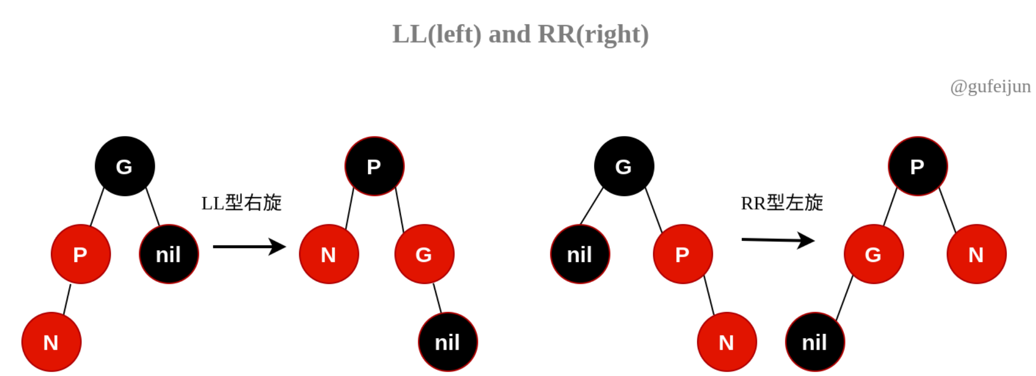


这时P和N两个红节点相邻，违反条件2。我们第一个能想到的解决方案就是让P变为黑色，这样P的黑色深度+1，我们相应的让U也变黑色，让U的黑色深度也加一，就保证了以G为根的子树的平衡。但这样会导致G的黑色深度+1，所以我们进而让G变为红色-1，这样就不会影响G的黑色深度，从而让G与其兄弟节点保持平衡。

但需要注意的是，因为G变为红色，如果G的父亲X也为红色，则违反了条件2，我们这时需要将G当做新一轮N节点进行递归调整。

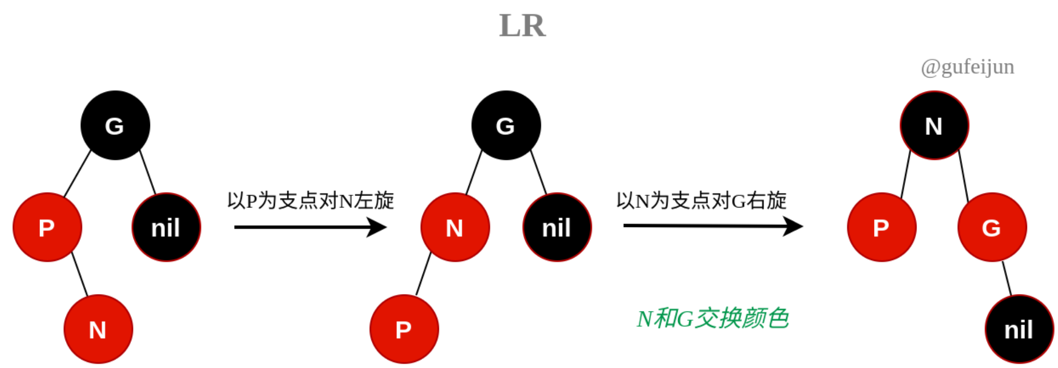
4. 如果P是红色节点且U是黑色节点(性质3可推导U只能为nil节点)，这时就存在四种和AVL中类似的不平衡状态。无法单单通过变色保持平衡，需要通过旋转改变树的结构。读者可自行验证下述旋转过程是否保证红黑树平衡。

    - LL型或者RR型。LL型指N是G的左孩子的左孩子，RR型指N是G的右孩子的右孩子。旋转过程注意旋转点G和支点P之间颜色的交换即可。

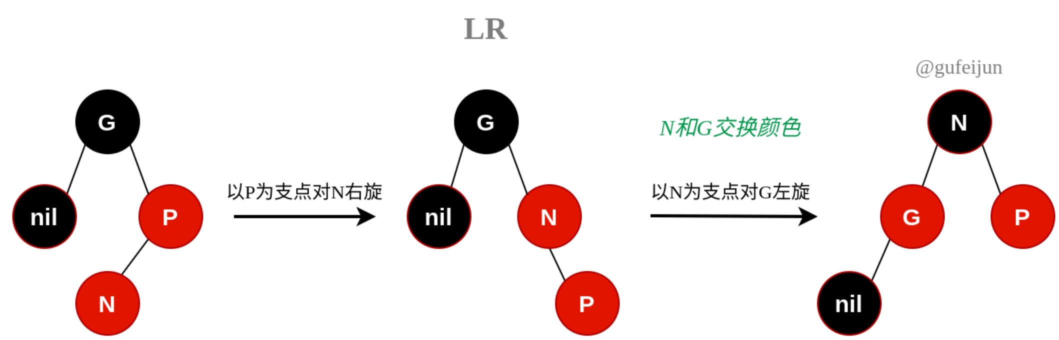


U只可能为nil节点，旋转过程中P和G交换颜色

    - LR型。分两步进行，先以P为支点对N左旋转化为LL型，然后再以N为支点对G右旋。



- RL型。分两步进行，先以P为支点对N右旋转化为RR型，然后再以N为支点对G左旋。



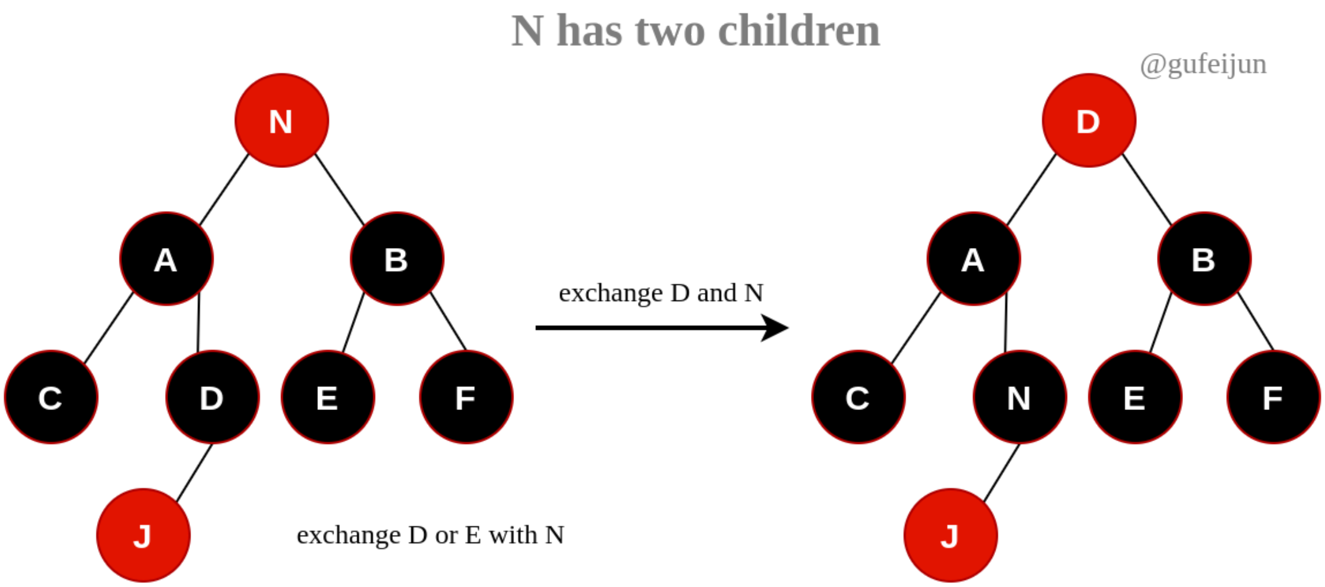
红黑树的插入过程相较于AVL更为简单，AVL需要在插入过程中更新节点高度，而红黑树只需更新节点颜色即可。

删除

删除相较于插入会复杂许多，情况最多，我们使用穷举的方式推导整个过程：

根据待删除节点N孩子个数可以分为三种情况：

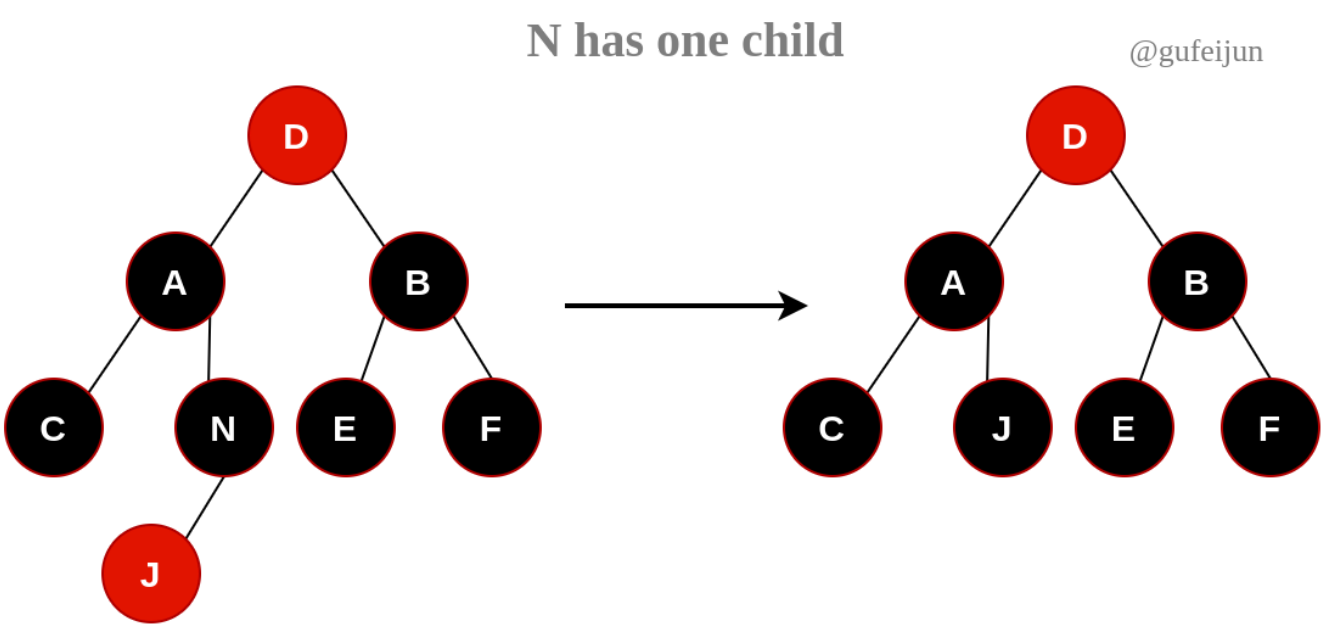
1、N有两个孩子。



拿左子树最右(即最大)节点如D或者右子树最左(即左小)节点如E与N交换即可。最左和最右节点最多拥有一个孩子，因此这时再去删除N会转化为N有一个孩子或者N无孩子的问题。

2、N有一个孩子。

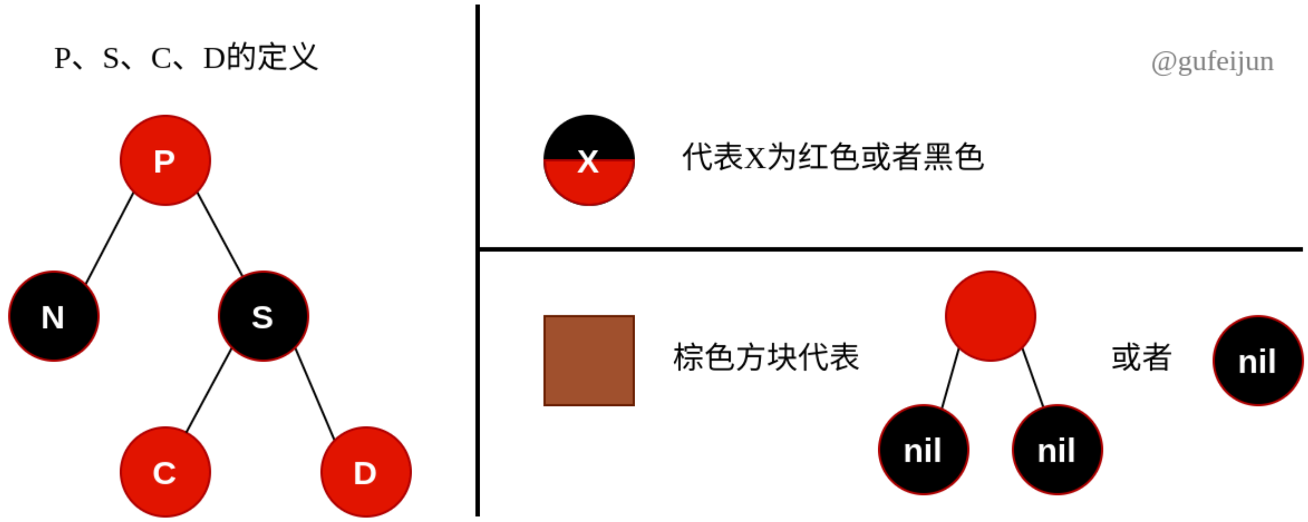
这时已经能确定N的颜色。因为如果N为红色，则根据条件2孩子必须为黑色，一旦这个唯一孩子为黑色非Nil节点，则左右子树黑色深度相差1，不满足条件3，因此**N只能为黑色**，孩子只能为红色。如图所示：



调整极为简单，我们只需要将N删除，让孩子替代N的位置，再将孩子变为黑色即可。

3、N没有孩子

这是最复杂的情况，调整的过程涉及父亲P、兄弟S、两个侄子节点C与D。C是空间上与自己最近的侄子(见下图，即N和C要么都是父亲的左孩子，要么都是右孩子)，D是另外一个侄子节点。为了描述方便，我们还做出如下规定：



棕色方块代表黑色深度为1的子树。我们再对N为红还是黑进行讨论：

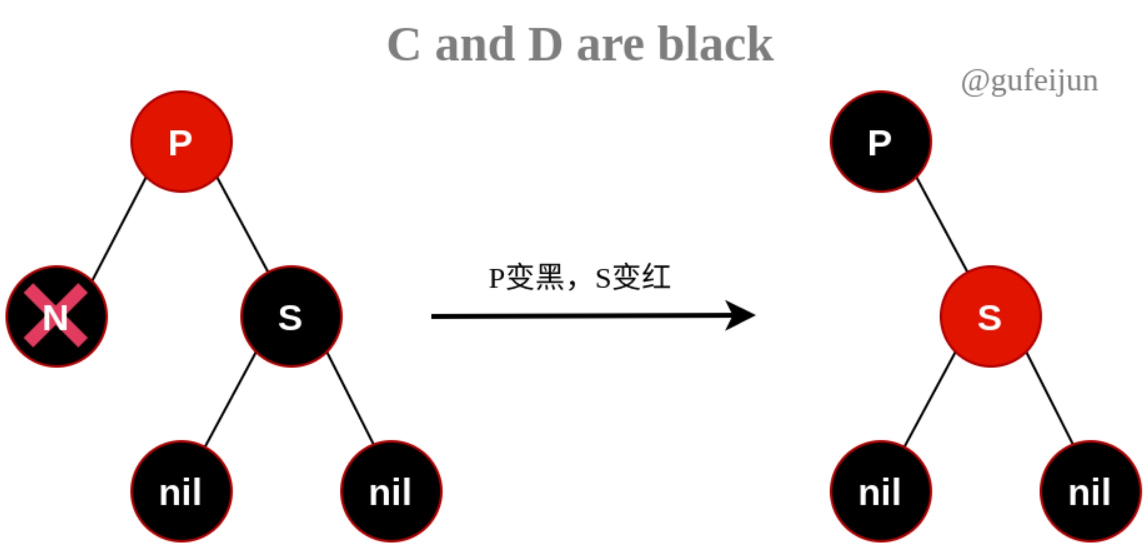
如果N红色，则可以直接删除N，不会违反条件2和3。

下面只需要讨论N为黑色的情况：

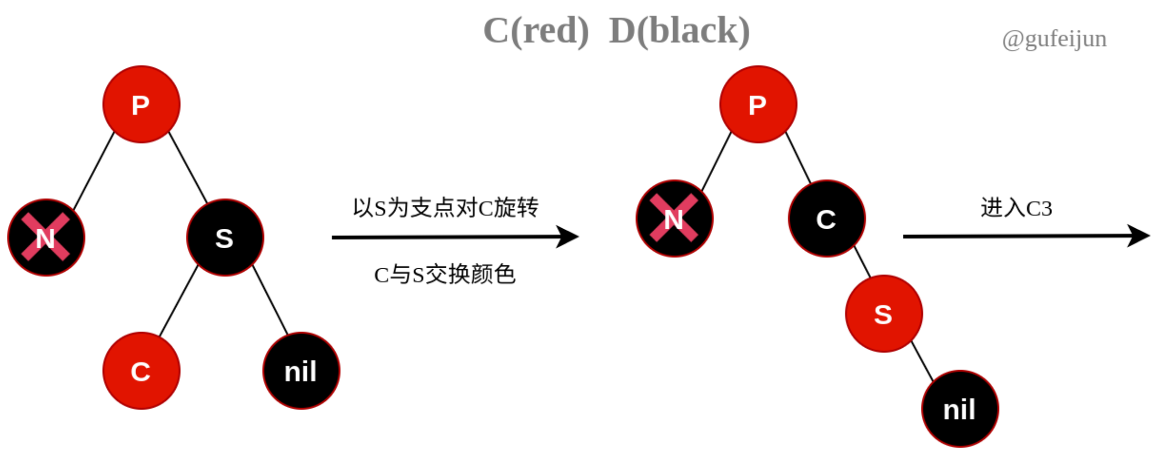
①当P为红色时：

那么S则只能为黑色，C和D要么为nil要么为红色，那么会有四种组合：

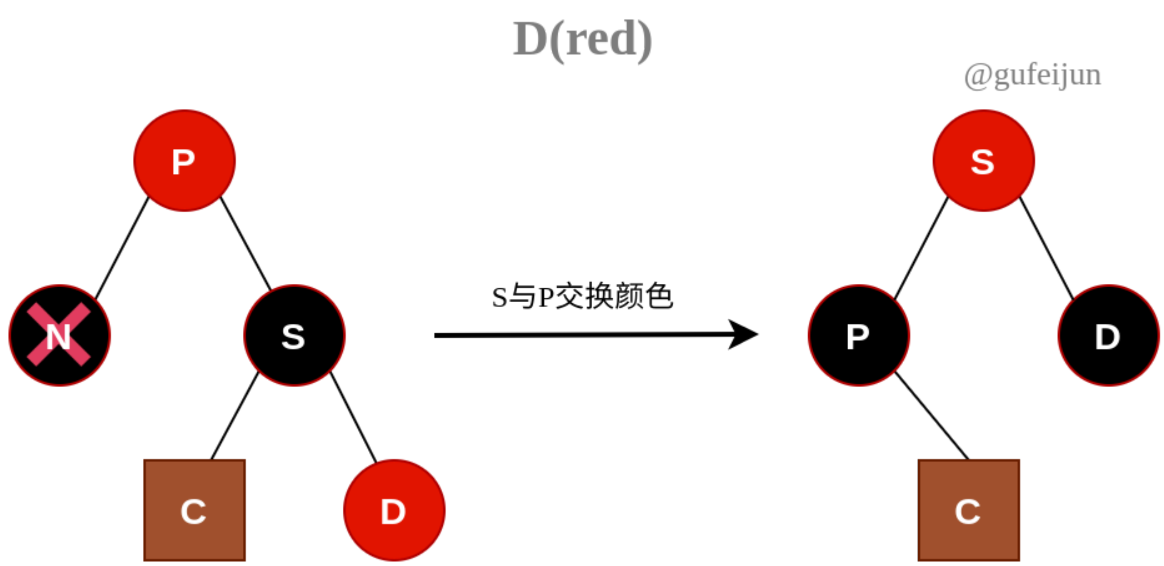
- **C1**：C和D都为黑色。P与S交换颜色即可让P左右子树保证了平衡，同时保证了P的黑色深度不变。



- **C2**：C为红，D为黑色。分两步进行，先以S为支点对C旋转，变成情况C3。

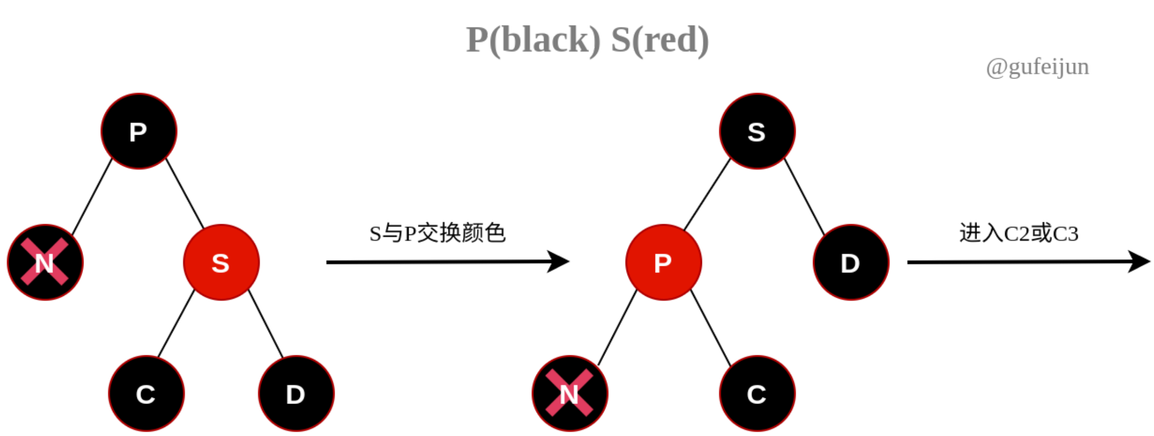


- **C3**：D为红色，C为黑或者红。以S为支点对P左旋，S和P交换颜色，D变为黑色即可。

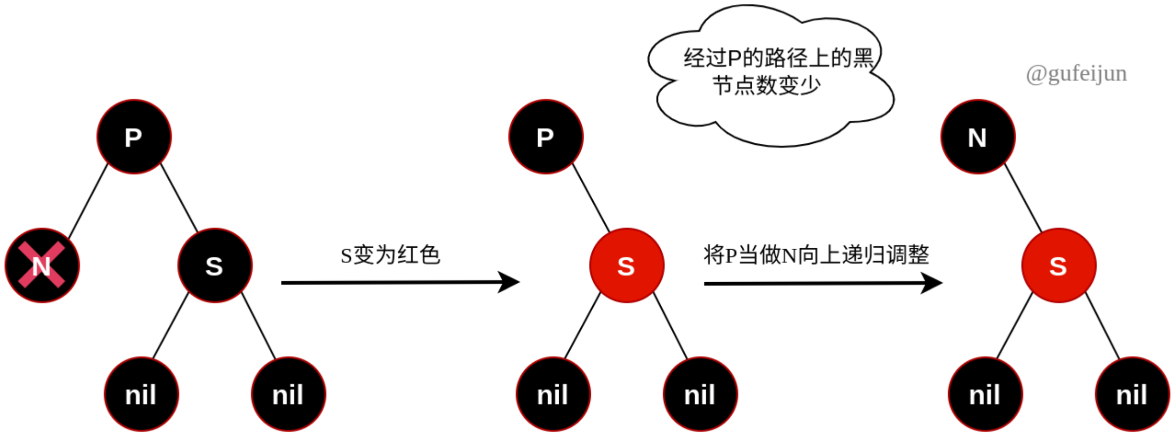


②当P为黑色时：

- **C4**：S为红色，则C和D必须为非nil的黑节点。分两步调整，先以S为支点对P旋转，然后再进入C2或者C3状态。

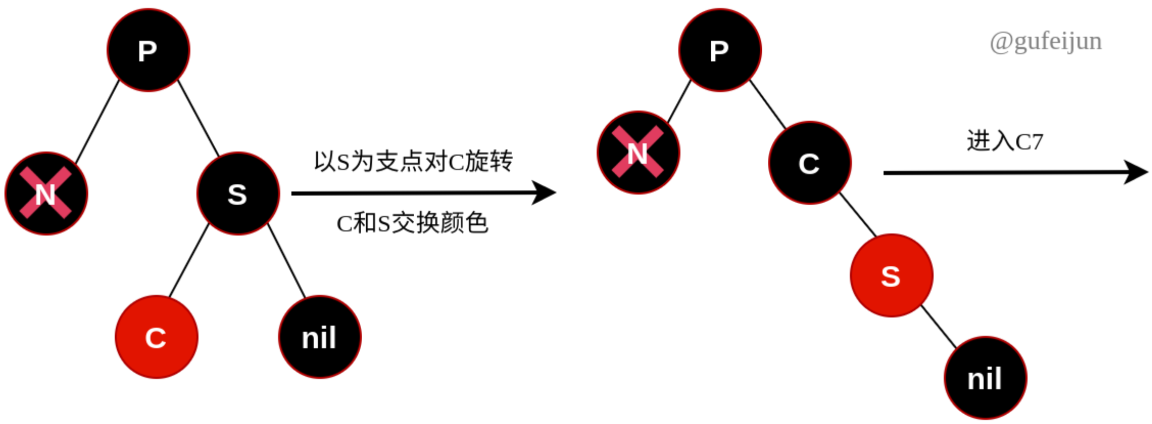


- **C5**：S为黑色，且C和D都是nil。

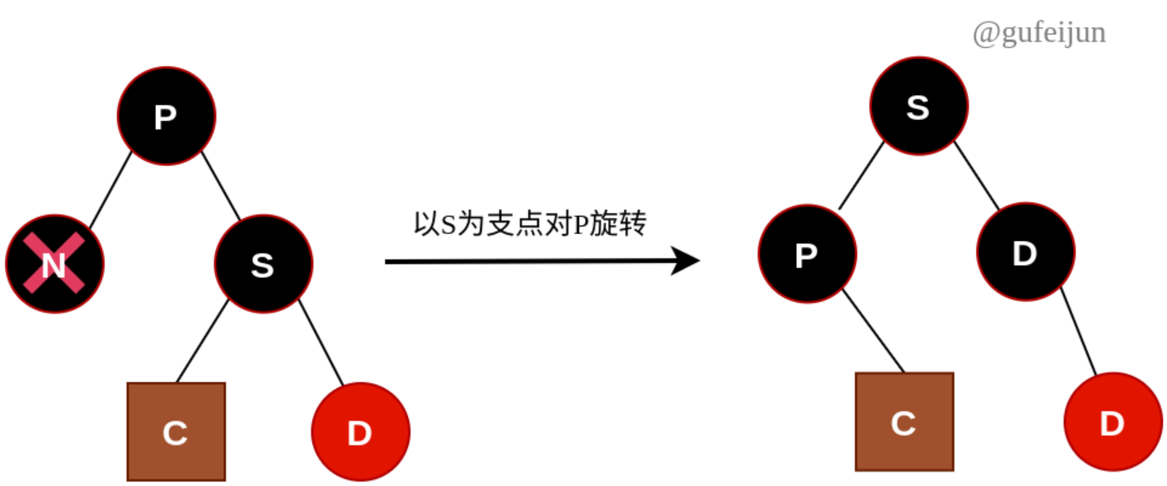


和C1类似，让S变为红色后，P的左右子树能够保证平衡，但P的黑色深度-1，导致P的父亲不满足平衡条件。因此我们需要将P当做N(不过不再需要删除N节点)，不断向上迭代调整，直至平衡。

- **C6**：S为黑色，C为红色，D为黑色。分两步进行，先旋转后，再进入C7状态。

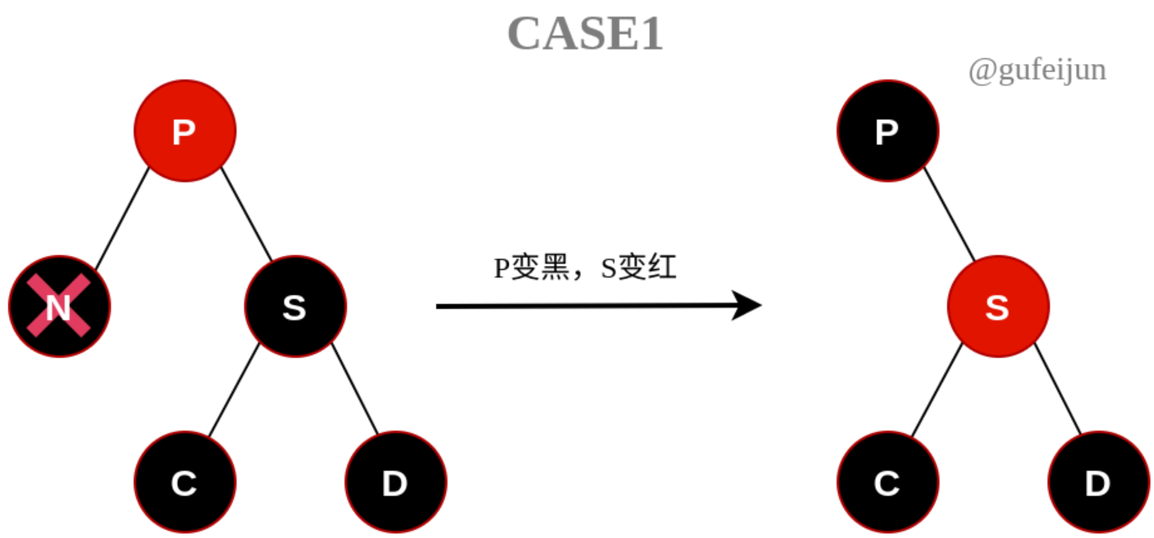


- **C7**：S为黑色。D为红色，C为黑色或者红色。

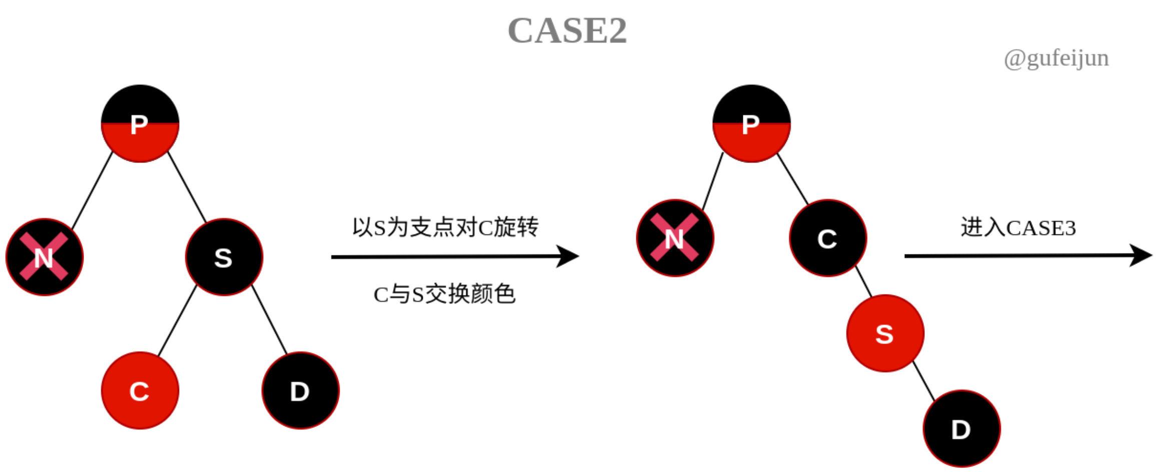


上述就一步步推到了所有情况，有些情况操作相同，可以进行合并，最终只有5种情况：

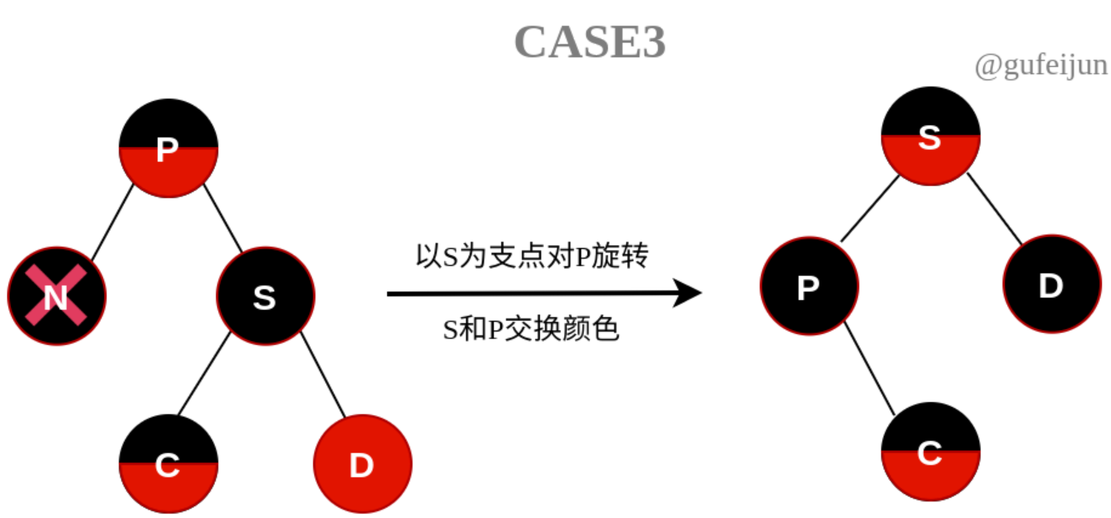
- **CASE1**：P红、S黑、C黑、D黑。情况C1。



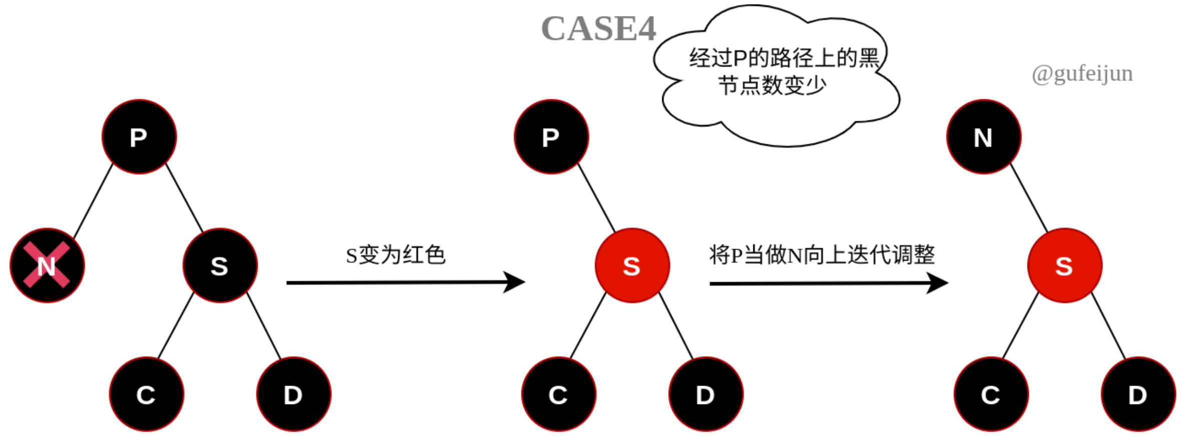
- **CASE2**：P为红或黑，S黑，C红，D黑。情况C2和C6合并。



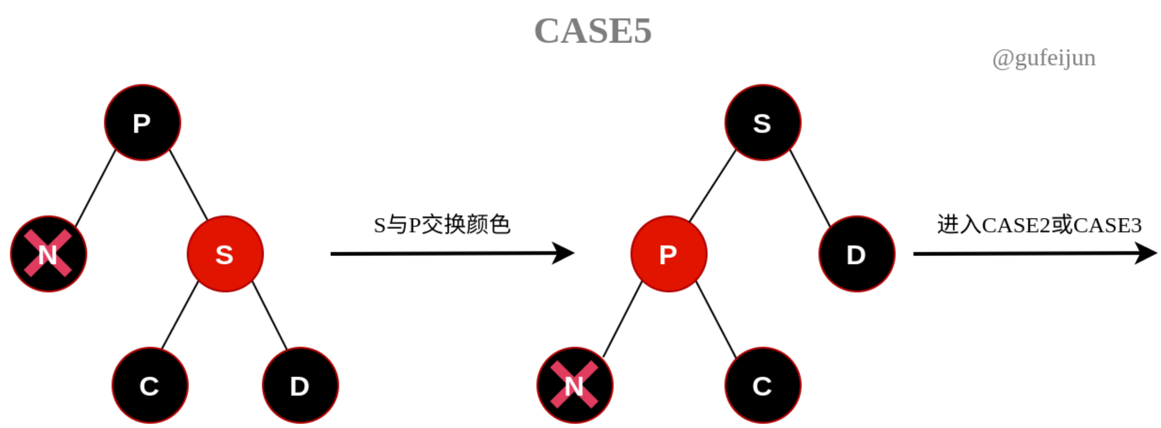
- **CASE3**：P为红或黑，S黑，C红或黑，D红。情况C3和C7合并。



- **CASE4**：P黑，S黑，C黑，D黑。情况C5。



- **CASE5**：P黑，S红，C黑，D黑。情况C4。



删除时根据不同情况进行处理即可。

本文是通过穷举方式推导出所有情景后，再进行情况的归并，因此相较于其他文章直接给出结论以及调整步骤的方式，更容易让人接受和理解，不会产生见木不见林的感觉，跟着笔者思路就不需要过多的死记硬背。

代码实现

有了理论知识储备，代码实现是很轻松的，相信读者已经磨刀霍霍准备大展拳脚了，实话实说，这确实是令人挺愉悦的过程，本文代码见rbtree。

数据结构

节点的数据结构如下，很常规：

```
type node struct {
	color  int                    // 颜色
	key    int                    // 保存的key
	value  interface{}      // 保存的value
	lchild *node            // 左孩子
```

```
        rchild *node            // 右孩子
        parent *node            // 父亲指针，方便回溯
}

const (
        RED = iota
        BLACK
)
```

红黑树的数据结构只需要保存根节点即可：

```
type RBTree struct {
        root *node      // 红黑树的根
}

func NewRBTree() *RBTree {
        return &RBTree{}
}
```

我们为node结构绑定一些很简单的辅助方法：

```
// 判断节点颜色
func (n *node) isBlack() bool {
        return n == nil || n.color == BLACK
}

// 获取兄弟节点
func (n *node) getSibling() *node {
        if n.parent == nil {
                return nil
        }
        if n.parent.lchild == n {
                return n.parent.rchild
        }
        return n.parent.lchild
}

// 返回两个侄子节点，离自己最近的第一个返回
func (n *node) getNephews() (closest *node, another *node) {
        p := n.parent
        if n == p.lchild {
                return p.rchild.lchild, p.rchild.rchild
        } else {
                return p.lchild.rchild, p.lchild.lchild
        }
}
```

```go

// 获取亲戚，依次返回父亲，兄弟，最近的侄子，另外一个侄子
func (n *node) getRelatives() (parent, sibling, closetNephew, anotherNephew *node) {
	parent = n.parent
	if parent == nil {
		return
	}
	sibling = n.getSibling()
	closetNephew, anotherNephew = n.getNephews()
	return
}

// 将n从父亲节点下摘除
func (n *node) detachFromParent() {
	if n == nil || n.parent == nil {
		return
	}
	if n.parent.lchild == n {
		n.parent.lchild = nil
	} else {
		n.parent.rchild = nil
	}
}

// 获取孩子数量
func (n *node) childCount() (cnt int) {
	if n.lchild != nil {
		cnt++
	}
	if n.rchild != nil {
		cnt++
	}
	return
}

// 获取以@n为根的子树中最大的节点，即最右节点
func (n *node) maxNode() *node {
	for n != nil {
		if n.rchild == nil {
			return n
		}
		n = n.rchild
	}
	return nil
}

// 让@target指向@n的父亲
func (n *node) shareParent(target *node) {
```

```go
	parent := n.parent
	if target != nil {
		target.parent = parent
	}
	//说明n为根节点
	if parent == nil {
		return
	}
	if parent.lchild == n {
		parent.lchild = target
	} else {
		parent.rchild = target
	}
}
```

辅助方法都比较简单，不再赘述。

查找

按照BST规则查找即可，见`Get`方法：

```go
func (rbt *RBTree) Get(key int) (interface{}, bool) {
	if target := get(rbt.root, key); target != nil {
		return target.value, true
	}
	return nil, false
}

func get(n *node, key int) *node {
	for n != nil {
		if n.key == key {
			return n
		}
		if key < n.key {
			n = n.lchild
		} else {
			n = n.rchild
		}
	}
	return nil
}
```

插入

见`Set`方法：

```go
// 插入数据
func (rbt *RBTree) Set(key int, value interface{}) {
	// 第一次插入情况
	if rbt.root == nil {
		rbt.root = &node{
			key:   key,
			value: value,
		}
		return
	}
	n := &node{
		key:   key,
		value: value,
		color: RED,     //新插入的节点为红色
	}
	// Set数据时可能key已经存在，这时是更新操作，不会出现失衡，直接返回
	if justUpdate := insert(rbt.root, n); justUpdate {
		return
	}
	// 检查并保持平衡
	rbt.makeBalance(n)
}
```

insert会将节点插入到红黑树中，如果是更新操作不会导致树结构的变化，因此不会出现失衡现象，直接返回即可。

makeBalance方法会检查插入的情况，如果导致了不平衡，我们会对红黑树进行修复。

insert函数和二叉搜索树操作一样，遵循左小右大规则，如下：

```go
func insert(root *node, n *node) (justUpdate bool) {
	if root.key == n.key {
		root.value = n.value
		return true
	}
	if root.key > n.key {
		if root.lchild == nil {
			root.lchild = n
			n.parent = root
			return
		}
		return insert(root.lchild, n)
	} else {
		if root.rchild == nil {
			root.rchild = n
			n.parent = root
			return
```

```
            }
            return insert(root.rchild, n)
        }
}
```

`makeBalance`方法如下，对比前面讨论的情况阅读：

```go
func (rbt *RBTree) makeBalance(n *node) {
        // p是父亲节点
        p := n.parent

        // 父节点为黑色时插入红色节点不会导致失衡
        if p == nil || p.color == BLACK {
                return
        }
        // 没有爷爷，即父亲为根节点
        if p.parent == nil {
                p.color = BLACK // 让根变为黑色即可
                return
        }

        u := p.getSibling() //叔叔

        //叔叔是红色时，不需要旋转，只需要变色
        if !u.isBlack() {
                p.color = BLACK
                u.color = BLACK
                p.parent.color = RED //祖父
                // 因为祖父变为红色，如果祖祖父也是红色的话，需要继续递归调整
                rbt.makeBalance(p.parent)
                return
        }

        // 如果祖父p是根节点，则后面的调整可能导致根节点变化，我们这里用flag记录
        flag := p.parent.parent == nil

        // 父亲为红，叔叔为黑色，需要进行LL、RR、LR或者RL调整
        if subTreeRoot := rbt.adjust(n); flag {
                rbt.root = subTreeRoot
        }
}
```

注释比较全面，这里讲一下前面未讨论到的情况：如果插入节点N的父亲是根节点，直接让根节点变为黑色即可。

在调用`adjust`方法前，都不需要对树进行结构调整。`adjust`函数会检测不平衡类型，从而进行相应的处理。

值得注意的是，一旦树进行调整，如果调整过程导致了根节点的变化，我们也要相应的对`rbt.root`更改。调整过程涉及父亲P、祖父G和叔叔U，即变化都限定在以祖父G为根的子树中，`adjust`方法会将调整后的该子树的新根返回。`adjust`如下：

```
func (rbt *RBTree) adjust(n *node) *node {
	//判断类型
	p := n.parent
	g := p.parent
	if n == p.lchild {
		if p == g.lchild { //LL
			g.adjustLL()
		} else { //RL
			g.adjustRL()
		}
	} else {
		if p == g.rchild { //RR
			g.adjustRR()
		} else { //LR
			g.adjustLR()
		}
	}
	return g.parent //读者可自行推导，不论是哪种情况，g.parent都会是新子树的根
}

// 先右旋后左旋
func (n *node) adjustRL() {
	n.rchild.adjustLL()
	n.adjustRR()
}

// 先左旋后右旋
func (n *node) adjustLR() {
	n.lchild.adjustRR()
	n.adjustLL()
}

// 左旋
func (n *node) adjustRR() {
	rchild := n.rchild
	rchild.shareParent(rchild.lchild)
	n.shareParent(rchild)
	rchild.lchild = n
	n.parent = rchild
	n.color, rchild.color = rchild.color, n.color
}

// 右旋
```

```go
func (n *node) adjustLL() {
	lchild := n.lchild
	lchild.shareParent(lchild.rchild)
	n.shareParent(lchild)
	lchild.rchild = n
	n.parent = lchild
	n.color, lchild.color = lchild.color, n.color
}
```

旋转过程和AVL树一样，详见AVL，不过需要额外注意下颜色的变化。旋转时，要将旋转点和支点进行颜色交换。

删除

重难点在于删除，相较于插入，情况更多，好在我们前面用穷举全部列举一遍，对照处理即可。

```go
// 删除
func (rbt *RBTree) Del(key int) {
	// 先找到待删除节点
	target := get(rbt.root, key)
	if target == nil {
		return
	}
	rbt.del(target)
}

func (rbt *RBTree) del(target *node) {
	// 获取待删除节点孩子个数
	cnt := target.childCount()
	switch cnt {
	case 0:
		// 如果删除节点就是根节点
		if target == rbt.root {
			rbt.root = nil
			return
		}
		// 如果删除节点是红色节点
		if target.color == RED {
			target.detachFromParent()
			return
		}
	// 删除黑色叶子节点
		rbt.delBlackLeaf(target)
	case 1: // 这时target一定是黑色，孩子一定是红色，用孩子替换target即可
		var child *node
		if target.lchild != nil {
```

```
                child = target.lchild
                target.lchild = nil
            } else {
                child = target.rchild
                target.rchild = nil
            }
            target.key, target.value = child.key, child.value
        case 2:
            // 以左子树最右孩子替换，这样就能转化为case 0或者case 1情况。
            replace := target.lchild.maxNode()
            target.key, target.value = replace.key, replace.value
            rbt.del(replace)
        }
}
```

有一个孩子的情况很好处理，用孩子替换待删除节点即可。

有两个孩子的情况中，可以用target的左子树最大或者右子树最小节点与target替换，这样就能转化为待删除节点只有一个孩子或者无孩子的情况。

无孩子是最复杂的，见`delBlackLeaf`，与上文讨论的五种CASE对照阅读：

```
// 删除无孩子的黑色叶子节点
func (rbt *RBTree) delBlackLeaf(target *node) {
    // p父亲,s兄弟，c为离自己最近的侄子，d为另外一个侄子
    p, s, c, d := target.getRelatives()
    // 删除target
    target.detachFromParent()

    //CASE4和CASE5需要多次迭代，所以用for循环
    for target != rbt.root {
        if s.isBlack() && c.isBlack() && d.isBlack() { // CASE1、CASE4
            if !p.isBlack() { //CASE1
                p.color, s.color = BLACK, RED
                break
            }
            s.color = RED
            // CASE4中经过p的路径上黑节点个数变化
            // 因此需要以p做新一轮target向上迭代进行调整
            target = p
            if target == rbt.root {
                return
            }
            p, s, c, d = target.getRelatives()
        } else if !c.isBlack() && d.isBlack() { // CASE2
            if s == p.rchild {
                p.adjustRL()
```

```
			} else {
				p.adjustLR()
			}
			if p == rbt.root {
				rbt.root = c
			}
			s.color = BLACK
			break
		} else { // CASE3、CASE5
			if s == p.rchild {
				p.adjustRR()
			} else {
				p.adjustLL()
			}
			if p == rbt.root {
				rbt.root = s
			}
			if !d.isBlack() { //CASE3
				d.color = BLACK
				break
			}
			// 对于CASE5，需要再进入CASE2或者CASE3进行新一轮调整
			s = c
			if s == p.rchild {
				c, d = s.lchild, s.rchild
			} else {
				c, d = s.rchild, s.lchild
			}
		}
	}
}
```

测试

为了方便顺序迭代红黑树元素，绑定`ForEach`方法：

```
func (rbt *RBTree) ForEach(cb func(key int, val interface{})) {
	forEach(rbt.root, cb)
}

// 中序遍历能够得到已排序的序列
func forEach(n *node, cb func(key int, val interface{})) {
	if n == nil {
		return
	}
	forEach(n.lchild, cb)
```

```
        cb(n.key, n.value)
        forEach(n.rchild, cb)
}
```

标准的测试应该手动构建各种情况，但限于篇幅原因，我们采用模拟随机使用场景的方式，所以可能不会覆盖所有情况，不太规范。大致过程是随机插入一些的数，然后以随机方式对数进行删除，测试如下：

```
func main() {
        rand.Seed(time.Now().Unix())
        for i := 0; i < 10000; i++ {    //测试10000次
                test()
        }
        fmt.Println("test success!")
}

func test() {
        rbt := NewRBTree()
        var eleNum int

        for i := 0; i < 1000; i++ {
                v := rand.Int() % 1000 //随机方式存入若干个1000以内的数
                vv, ok := rbt.Get(v)
                if ok {
                        if vv.(int) != v {
                                panic(fmt.Sprintf("should got %d, but got %d\n", v, vv))
                        }
                        continue
                }
                //如果没有存储该数据
                eleNum++
                rbt.Set(v, v)   // 存入键值一样
        }
        var keys []int  // keys保存排序后的键
        rbt.ForEach(func(key int, val interface{}) {
                keys = append(keys, key)
        })
        if eleNum != len(keys) {
                panic(fmt.Sprintf("should have %d elements, but got %d\n", eleNum, len(keys)))
        }
    // 判断keys是否排序
        for i := 1; i < len(keys); i++ {
                if keys[i-1] > keys[i] {
                        panic("keys are not sorted")
                }
        }
        // 生成一个0~len(keys)这些数随机排列的数组
```

```
	randArray := makeShuffedArray(len(keys))
	// 以随机顺序删除元素
	for i := 0; i < len(keys); i++ {
	// 随机访问keys的数组下标，并对元素删除
		rbt.Del(keys[randArray[i]])
	}
	hasEle := false
	rbt.ForEach(func(key int, val interface{}) {
		hasEle = true
	})
	if hasEle {
		panic("should have no elements")
	}
}

// 洗牌算法
func makeShuffedArray(length int) []int {
	arr := make([]int, length)
	for i := 0; i < length; i++ {
		arr[i] = i
	}
	for i := length - 1; i > 0; i-- {
		v := rand.Int() % i
		arr[v], arr[i] = arr[i], arr[v]
	}
	return arr
}
```

系列目录