

La réciproque du théorème de Thalès

M. MENED

1 La réciproque de Thalès

2 Exemples corrigés

Énoncé de la réciproque du théorème de Thalès

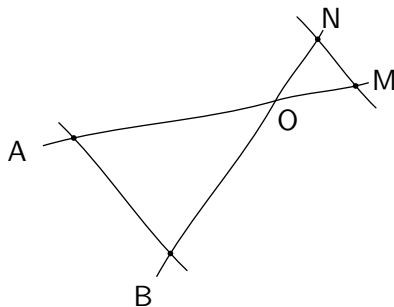
Énoncé :

Soient deux droites sécantes en un point O . Soient B et N deux points distincts de O sur l'une des droites, et A et M deux points distincts de O sur l'autre droite.

Si les points A , O , M sont alignés dans cet ordre, de même que les points B , O , N , et si les rapports des longueurs sont égaux :

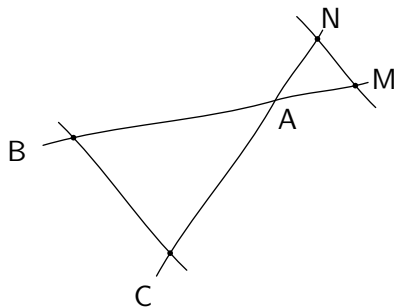
$$\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB},$$

alors les droites (AB) et (MN) sont parallèles.



Exemples

La figure est donnée à titre indicatif.



Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{AB} = \frac{35}{90} = \frac{35 \div 5}{90 \div 5} = \frac{7}{18} \\ \frac{AN}{AC} = \frac{7}{18} \end{array} \right\} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

De plus, les points A , M , B sont alignés dans le même ordre que les points A , N , C . Donc les droites (MN) et (BC) sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès.

Exemple 1 : Configuration "papillon"

Énoncé :

Dans la figure ci-dessous, les points A, B, C, D, E sont tels que :

- $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 4.5 \text{ cm}$ - $AD = 3 \text{ cm}$, $AE = 2.25 \text{ cm}$ - Les points A, D, B et A, E, C sont alignés dans cet ordre.

Montrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

Solution :

Calcul des rapports :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{3}{6} = 0.5, \quad \frac{AE}{AC} = \frac{2.25}{4.5} = 0.5$$

Les rapports sont égaux et les points sont alignés dans le même ordre, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

Exemple 2 : Triangles emboîtés

Énoncé :

Dans le triangle ABC , les points M et N sont respectivement sur $[AB]$ et $[AC]$, tels que :

- $AB = 8$ cm, $AC = 6$ cm - $AM = 5$ cm, $AN = 3.75$ cm - Les points A , M , B et A , N , C sont alignés dans cet ordre.

Montrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Solution :

Calcul des rapports :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{5}{8} = 0.625, \quad \frac{AN}{AC} = \frac{3.75}{6} = 0.625$$

Les rapports sont égaux et les points sont alignés dans le même ordre, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.