

문제

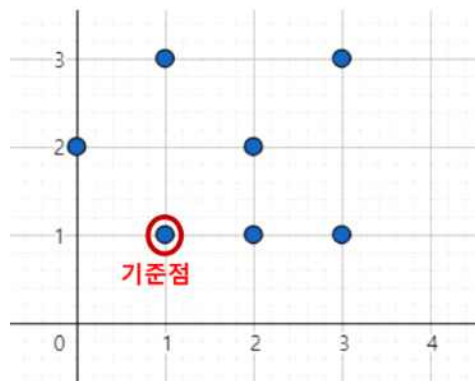
주어진 문제에서 해야하는 일을 정리하자면 다음과 같다.

- 1) 주어진 점들의 집합에 대하여 convex hull을 구한다.
- 2) 주어진 점 P에 대하여 P가 1)에서 구한 convex hull의 외부/내부에 있는지 판단한다.

풀이

1) convex hull 구하기

- ① 점들을 입력 받으면서 가장 왼쪽이며 아래쪽에 위치한 점을 찾아 기준점을 잡는다.

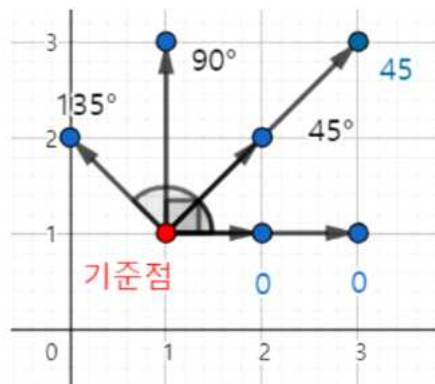


- ② 기준점을 기준으로 남은 점들과의 각도를 계산한다.

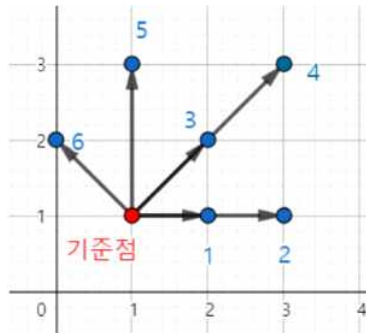
각도를 구할 수 있는 방법은 다양하지만, 두 점 사이의 거리를 구할 때, 제곱근을 사용하게 된다면 오차가 발생함으로 주의해야한다.

아래 구현에서는 $\theta = \tan^{-1} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (단, $\Delta x \neq 0$)을 이용하여 각도를 구하였다.

(참고: math.h의 atan2 함수에서는 $\Delta x=0$ 이라면 자동으로 90도를 반환해준다.)

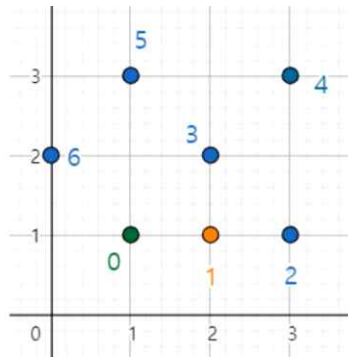


③ ②의 결과로 결정된 각도 순서대로 순서를 매긴다. 각도가 같다면 기준점과의 거리가 가까운 점에 빠른 순서를 매긴다.



④ ③에서 매긴 순서대로 순회하면서 해당 번호의 점이 convex hull에 해당하는지 판단한다. 판단하는 과정은 다음과 같다.

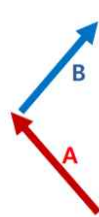
- 기준점은 가장 왼쪽 아래의 점임으로 무조건 convex hull에 포함된다.



- 그 외의 점은 $\overrightarrow{(n-1)n}, \overrightarrow{n(n+1)}$ 두 벡터의 외적을 이용하여 판별할 수 있다.

(여기서 n은 해당 번호에 매겨진 점의 번호)

두 벡터의 외적은 다음과 같은 성질을 지닌다.



시계 방향으로 회전

$$\vec{A} \times \vec{B} < 0$$



일직선

$$\vec{A} \times \vec{B} = 0$$

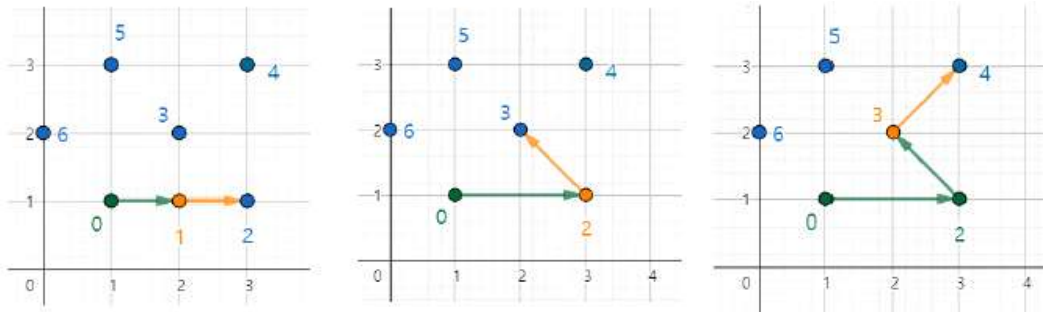


반시계 방향으로 회전

$$\vec{A} \times \vec{B} > 0$$

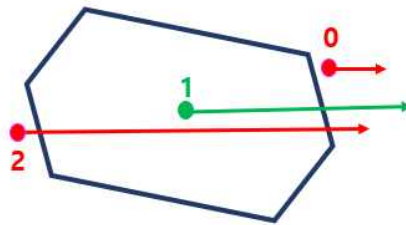
이를 바탕으로 외적이 양수인 경우 convex hull에 포함하며, 그 외는 볼록껍질에 포함시키지 않는다.

- 1번 점은 $\overrightarrow{01} \times \overrightarrow{12} = 0$ 라서 convex hull에서 제외된다.
- 2번 점은 $\overrightarrow{02} \times \overrightarrow{23} > 0$ 라서 convex hull에 포함된다.
- 3번 점은 $\overrightarrow{23} \times \overrightarrow{34} < 0$ 라서 convex hull에서 제외된다.
- (이하 생략)



2) 내/외부 판단

특정 점이 주어졌을 때, 해당 점이 convex hull(이하 cv로 표기)의 내부/외부에 위치하는 지에 대한 판단은 해당을 시작점으로 하는 반직선을 그렸을 때, 반직선과 cv가 만나는 점이 1개라면 해당점은 cv내부에 위치, 0개 혹은 2개라면 cv외부에 위치한다고 생각할 수 있다.



구현은 한 점 P가 주어지면 해당 점 P를 시작점으로 x축에 평행한 반직선을 그린다. 앞에서 구한 convex hull의 모든 선분을 순회하며 선분과 반직선이 cross되는 점을 찾으면 된다.

예제 결과

```
room813@ubuntu:~/Documents/algorithm/pa03$ cat input.txt
10
45 40
55 45
45 60
25 60
25 65
45 25
25 30
15 20
10 45
25 50
-1
P
50 30
-1
room813@ubuntu:~/Documents/algorithm/pa03$ gcc -o convexHull convexHull.c -lm
room813@ubuntu:~/Documents/algorithm/pa03$ ./convexHull input.txt ouput.txt
convex hull :
15 20
45 25
55 45
45 60
25 65
10 45
P=(50, 30) : False
room813@ubuntu:~/Documents/algorithm/pa03$
```