Pendle 收益交易协议的金融原理讲义（第二版）

Peyton(zey9991@gmail.com)

2024.09.26

1 摘要

Pendle 是一个收益交易协议，允许用户通过利用如 Aave、Compound 和 Wonderland 等顶级收益生成协议，将未来收益代币化和交易。与传统金融中的本息分离债券（STRIPS）类似，Pendle 将生息资产拆分为本金部分（零息债券）和收益组成部分（息票或浮动利率债券），从而创造新的收益交易机会。

Pendle 是 2021 年的老牌 DeFi 项目，团队挺过前一轮熊市，在本轮牛市中能实现指数级增长，肯定有不少可以学习和借鉴之处。笔者以为，链上空投积分市场的开发功不可没，这一商业模式创新使得 Pendle 能够与众多再质押和 BTCFi 赛道的新兴 DeFi 协议达成密切合作，极大地扩大了其用户基础，促进了协议的 TVL 增长。

本文简要分析了 Pendle 协议运行背后的金融原理，涵盖了本息分离代币的发行、定价、交易策略以及 AMM 模型与 LP 激励等方面，详尽地介绍了 Pendle 协议是如何据此实现了链上收益率交易市场和空投积分交易市场。最后，由于本人学识和精力有限，本文还有很多未讨论的地方，而且难免存在疏漏，还望各位大佬不吝赐教。

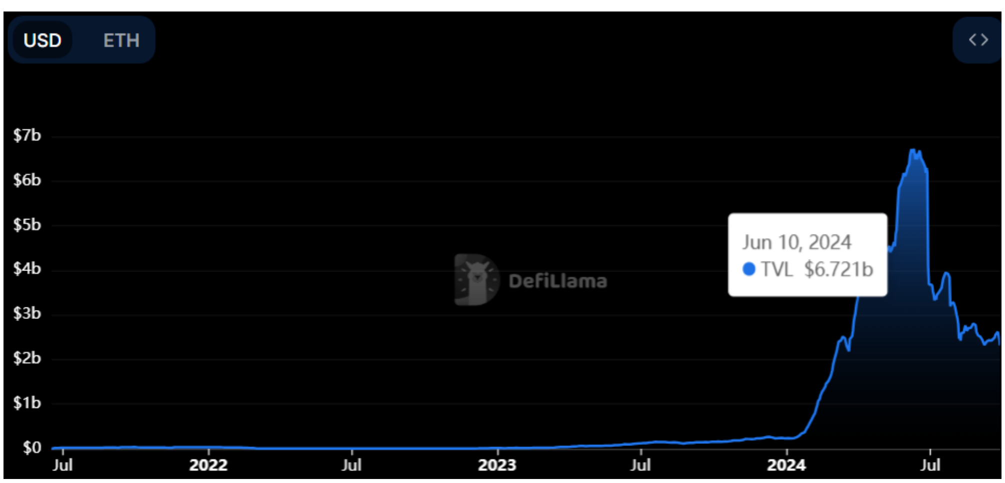


Figure 1: Pendle 协议以 USD 计的总锁仓量（TVL）

2 从本息分离债券到收益代币化

要了解 Pendle 协议运作的金融原理，就有必要了解一定的债券相关知识。债券（Bond）是一种由政府或公司发行的证券，用于向投资者募集资金，发行方承诺在未来支付一定金额。债券的条款会在债券证书中详细说明，包括所有付款的金额和日期。这些付款一直持续到一个最终的还款日期，即债券的到期日（Maturity Date）。距离到期日的剩余时间称为债券的期限（Term）。债券通常向持有人支付两种类型的款项：

1. **息票（Coupon）**：这是债券承诺的利息支付，通常会定期支付（如半年一次），直到债券到期。这种利息支付是债券发行人（如政府、公司或企业）对债券持有人的一种承诺，作为债券持有人提供资金给发行人的回报。息票在英文中对应的是“Coupon”，原指旧时债券票面的一部分，债券持有人可将其剪下，在债券付息日携至债券发行人处要求兑付当期利息。这一英文词汇也被直接借用到中文中，称为“息票”。“息”字在中文中常用来表示利息、收益等含义，“票”则通常指票据、凭证等。因此，“息票”一词直观上可以理解为表示利息支付的凭证或票据。

2. **本金或面值（Principal or Face Value）**：这是计算利息支付的名义金额，通常在债券到期时偿还。面值通常为标准的增量，例如 1000 美元。因此，面值为 1000 美元的债券通常被称为“1000 美元债券”。

为了让初学者更容易理解“息票”的概念，我们举一个例子：想象你有一张特殊的“储蓄证书”，这是银行为了感谢你把钱存在他们那里而给你的。这张“储蓄证书”上写着，每年到了某个时候，比如你的生日那天，银行会给你一笔小钱作为感谢，这笔钱就是息票。现在，假设这张“储蓄证书”的息票是 100 元，而你的生日是每年的 7 月 1 日。那么，从你把钱存进银行的那一刻起，每年 7 月 1 日，银行就会自动往你的账户里打入 100 元，作为你持有这张“储蓄证书”的回报。这个 100 元，就是你从这张“储蓄证书”（在这里我们可以把它想象成债券）上获得的息票。

实际的债券可能不会在生日这样的日子支付息票，而是有固定的支付日期，比如每半年或每年支付一次。而且，债券的息票金额通常是根据债券的面值和利率来计算的，而不是像这个例子中的固定金额。比如，当我们说一张债券的息票率是 5% 时，我们的意思是债券持有人每期可以获得的利息是债券面值的 5%。

接下来，需要介绍**零息票债券（Zero-coupon Bonds）**，这是一种没有票面利率，不附带息票的债券，到期一次性偿还本金和利息的债券，属于一种极端的折现债券。简单来说，零息票债券就是一种特殊的债券，它在发行时不给投资者任何利息，就像是没有附带“优惠券”或“息票”的债券一样。投资者购买这种债券时，实际上是以低于债券面值的价格买入的，而这个差价就相当于是投资者提前获得的利息收益。等到债券到期时，发行方会按照债券的面值一次性支付给投资者全部金额。

1981 年，美国佩尼公司首次向公众发行 8 年期的零息票债券。随后，美国通用汽车、百事可乐公司发行了零息票债券。由于零息票债券对投资者和发行方均具有极大的吸引力，使得零息票债券如雨后春笋般发展出众多品类。零息票债券的创设，成功地弥补了原有资本工具的缺陷，

是金融产品的一项重大创新。我国国家开发银行也分别于 2002 年 9 月和 11 月发行了 3 年期的零息票债券。

受以上零息债券的成功创设与盈利前景的影响，1985 年，美国财政部推出了自己创设的产品：本息分离债券，英文为 Separate Trading Registered Interest and Principal Securities, 简称 STRIPS。本息分离债券是指附息债券发行后，将原附息债券的每笔利息支付和最终本金的偿还进行拆分，然后依据各笔现金流形成对应期限和面值的零息债券，所以本息分离债券通常也被称作零息债券。因此，STRIPS 实际上也是基于国债而产生的，其中，被剥离出的息票以“零息国债—利息证券”(C-STRIPS) 的形式出售，而被剥离出的本金以“零息国债——本金证券”(P-STRIPS) 的形式出售。有趣的是，“strip”一词在日常语境中常指“剥离”或“去掉某物的部分”，带有一种分解、分离的含义。而 STRIPS 这一金融产品的名称，正是这一概念的完美体现。

类似于上文提及的“本息分离债券”，Pendle 实际上是将链上生息资产（yield-bearing assets），例如 stETH、Uniswap LP Token、sDAI 等，拆分为两个部分：**本金代币（Principal Token，下文统一称 PT）**和**收益代币（Yield Token，下文统一称 YT）**。这个将收益部分剥离为不同的代币过程称为**收益代币化（Yield Tokenization）**。

Figure 2: 将生息资产 DAI 拆分为 PT 和 YT 部分实现收益代币化

PT 代表用户质押或存入的基础资产的本金部分。YT 代表用户预期从该本金中获得的收益部分，它是基于基础资产（也就是各种生息资产）产生的利息而发行的代币。而从传统金融的角度看，PT 是 DeFi 中的零息票债券，而 YT 则是剥离出来的息票。因此，可以得到 PT 和 YT 的一个价格等式：

$$1\text{PT价格} + 1\text{YT价格} = 1\text{单位对应的基础资产/生息资产价格} \tag{1}$$

Pendle 协议规定：

- 在仓位到期前，用户可以
  - 从基础资产中铸造 PT 和 YT：用户可以将基础资产（如 ETH、DAI 等）质押或存入相应的 DeFi 协议中，以铸造等量的 PT 和 YT。
  - 将 PT 和 YT 赎回为基础资产：如果用户在仓位到期前需要资金或有其他用途，用户可以选择将 PT 和 YT 赎回回其原始的基础资产。这样做将允许用户取回用户的本金和已累积的收益（如果已领取 YT）。
  - YT 持有人可以实时领取累积的收益：作为 YT 的持有人，用户有权在任何时候领取仓位产生的累积收益。这种灵活性允许用户根据市场条件和个人需求来管理用户的收益。

- 在仓位到期后，PT 持有人可以无需 YT 即可 1:1 赎回基础资产：当仓位到期时，PT 持有人有权将其 PT 赎回为等量的基础资产。此时，YT 通常已被领取完毕或归零，因此赎回过程不需要 YT 的参与。

由于 DeFi 项目的多样性和市场动态性，用户所获得的年化收益率（APY）往往随时间波动，这既带来了高收益的可能性，也伴随着不确定性。例如，你可能急匆匆地加入了一个提供 100% APR 的新池子，但第二天却发现收益率已经下降到 10%。PT 和 YT 的结合使用，为 DeFi 用户提供了一种全新的资产管理方式。通过将它们分开表示和管理，用户可以更清晰地了解自己的仓位结构和潜在回报，并根据市场变化和个人需求，执行用 PT 锁定收益或是用 YT 来进行利率投机等灵活操作。

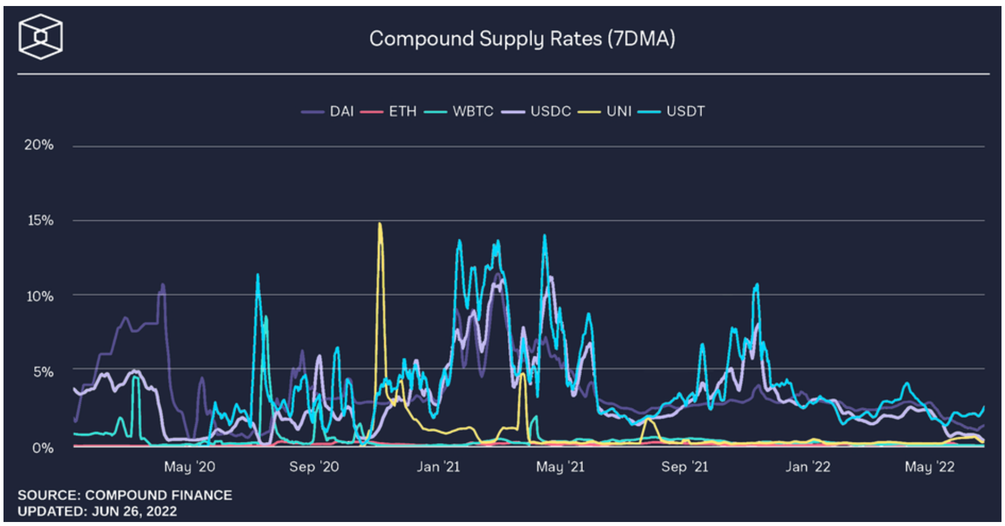


Figure 3: 生息资产的收益率变动

3 PT 和 YT 代币的发行

3.1 标准化收益代币（SY）

为了发行 PT 和 YT 代币，Pendle 首先定义了 ERC-5115 标准——**标准化收益代币 SY (Standardized Yield）代币**。ERC 是 “Ethereum Request for Comment” 的缩写，是以太坊社区用来提出和讨论新标准的机制。每个 ERC 提案都是对以太坊协议或开发规范的建议，一旦被接受和实施，就会成为以太坊网络的正式标准。

ERC-5115 是一种针对 DeFi 生息代币的标准，旨在为不同的收益生成机制（如质押、借贷、流动性提供等）提供一个统一的接口。它是 ERC-20 代币的扩展，提供了代币转移、存入、提取以及读取余额的基本功能。也是对 ERC-4626 的改进，解决了 ERC-4626 在处理复杂收益生成机制时的一些局限性，使其更好地适应 DeFi 中的复杂场景。目前，该标准仍然处于 Draft （草案）阶段，表示提案正在进行讨论和完善中，尚未经过社区的广泛审查和批准。提案在此阶段通常会频繁更新，并可能进行重大修改。[1]

[1]以太坊改进提案（EIP）通常有以下几种状态 Draft（草案）：提案处于初步阶段，仍在讨论和修改中。Review

Pendle 通过 SY 作为与所有生息代币交互的主要接口。PT 和 YT 从 SY 铸造而来，Pendle 的自动做市商（AMM）池则进行 PT 与 SY 之间的交易。尽管这听起来可能有些复杂，但 Pendle 会自动将生息代币转换为 SY，反之亦然。这一过程在后台自动完成，使用户感觉就像直接与他们的生息代币交互一样，而无需手动处理 SY 与生息代币之间的转换。例如，stETH、cDAI 和 yvUSDC 可以被封装成 SY-stETH、SY-cDAI 和 SY-yvUSDC，使它们的收益生成机制标准化，以便在 Pendle 上获得支持。

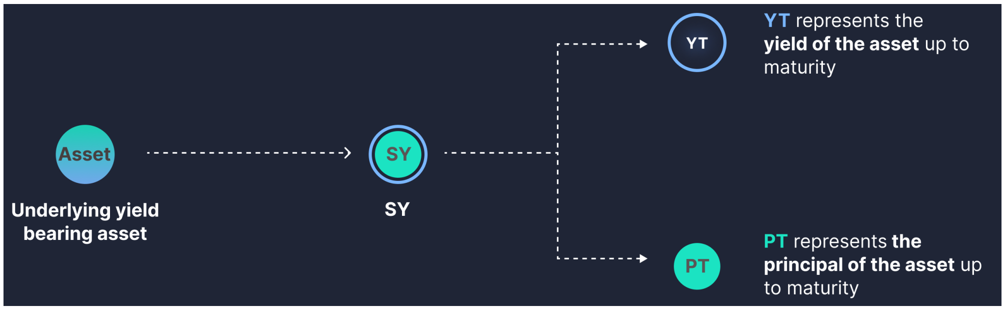


Figure 4: SY 代币

如无特别说明，下文中讨论的生息资产，都是指包装为 SY 代币的生息资产，而且认为 $1SY = 1Underlying\ asset$。[2]

3.2 标准化收益剥离机制（SYS）

SYS（Standardized Yield Stripping）是一个针对大多数 DeFi 生息资产的**标准化收益剥离机制**。其目的是在生息资产上创建一个高效、可组合且无需权限的机制，让用户能够在 DeFi 生态中灵活处理收益与本金。

SYS 机制基于 SY 代币，即标准化收益代币。每个 SY 代币可以根据设定的到期时间（expiry），分离出本金和收益部分，也就是 PT 和 YT 代币。它定义了一个存入 SY 代币用于收益剥离的池子（Yield Stripping Pool），用户通过该池铸造 PT 和 YT 代币。白皮书 [4] 中详细描述了收益剥离池中的四种状态变化：

1. 初始化（Initialisation）：在系统开始时，所有的代币数量和资产值初始化为 0。

2. 铸造/赎回 YT 和 PT（Minting/Redeeming YT and PT）：

   (a) 在到期时间之前，用户可以存入 SY 代币以铸造 PT 和 YT。

   (a) 用户也可以通过销毁 YT 和 PT 来赎回 SY 代币。

（审查）：提案正在接受社区和开发者的详细审查，可能会根据反馈进行修改。Last Call（最后公告）：提案已经经过审查，准备进入最后的审议阶段。此时，社区可以提出最终的反馈和意见。如果没有重大问题，提案会进入最终状态。Final（最终）：提案已被接受并准备实施，成为正式的以太坊标准。

[2] 严格来说，$1SY = 1Underlying\ asset$ 并不总是成立。这主要是由于 SY 代币封装的是生息资产，随着收益累积，价格可能高于底层资产。如 SY-wstETH 的价格高于 stETH。而且，某些 SY 代币因流动性不足或提取困难，可能折价交易。如 sDAI 和 gDAI。因此，将某个给定的资产封装为对应的 SY 代币时，可能会受到一定的价格影响。更多信息请参阅:https://docs.pendle.finance/Developers/Contracts/StandardizedYield

3. 到期后赎回（Redeeming after Expiry）：在到期时间之后，用户可以销毁 PT 代币以赎回相应的 SY 代币。
4. SY 代币的复利收益（Earning of Compound Interest）：
   (a) 在到期之前，SY 代币的复利收益会增加，用户持有的 YT 代币也会相应累积更多的利息收益。
   (b) 白皮书还描述了如何为用户分配持有 SY 代币期间产生的奖励代币。每个用户根据其持有的 YT 代币和未领取的利息，按比例获得奖励代币。

请注意，SY 代币和 SYS 机制的侧重点不同，SY 代币的重点在于为不同的收益生成机制提供一个统一的标准化接口。其解决的问题主要是：

1. **DeFi 中收益生成机制的标准化**：通过 SY 代币，用户可以在不同的 DeFi 协议中使用统一的接口来管理收益生成资产。这解决了当前 DeFi 生态中，各种不同协议之间缺乏互操作性的问题。

2. **简化与多种协议的集成**：SY 代币封装了不同的生息资产，使其可以跨多个 DeFi 协议和收益生成机制使用。它不仅允许用户通过标准化的接口来存入或赎回资产，还能帮助协议之间更高效地集成收益生成机制。

3. **多种收益生成机制的统一管理**：SY 代币允许不同类型的收益生成资产在同一标准下被管理，增强了 DeFi 协议的可组合性。

可见，SY 代币的侧重点在于统一标准，使得不同协议之间的生息资产管理更高效，更具互操作性。其解决的是跨协议的收益管理问题，主要针对的是不同收益生成机制的标准化封装与管理。SYS 机制的侧重点则在于收益剥离，解决的是如何将收益和本金分离，并为用户提供灵活的管理方式。其主要目标是让用户可以分别交易收益和本金部分，从而根据市场情况优化投资策略。

总之，通过 SY 代币和 SYS 机制，Pendle 协议实现了本息分离代币 PT 和 YT 的发行，不过目前仅有 Pendle 团队可以在协议中部署流动性池。

4 PT 和 YT 定价

4.1 零息债券 PT 定价

我们可以用现金流折现法来对债券进行定价。债券估值的现金流折现法是一种用于评估债券内在价值的方法，它基于债券未来产生的现金流量，并考虑资金的时间价值，将这些现金流量折算为现值来估算债券的当前价值。为了初学者更好地理解，我们简单举一个例子。

假设现在有一个 3 年期，$1000 面值，10% 息票率，每年付息一次的债券，不考虑债券违约风险，如何计算其现在的价格呢？

Step1. 我们需要确定该债券对应的未来现金流量。我们可以使用时间线（timeline）来表示，时间轴刻度上方表示时间期数，下方表示未来的现金流量，如下图所示：

Step2. 我们需要根据折现率计算现金流量的现值。这里需要给初学者简单介绍一下三个概念：货币的时间价值、折现率、现值。

- 货币的时间价值：简单来说，货币的时间价值就是“钱生钱”的能力，或者说是资金随时间推移而增值的特性。它告诉我们，今天的钱比未来的钱更有价值，因为今天的钱可以立即投入使用并产生回报，比如存入银行赚取利息，或者投资股票、债券等金融产品获得收益。想象一下，如果你今天手上有 100 元钱，和一年后同样得到这 100 元钱，你会觉得两者完全一样吗？大多数人会认为不一样，因为今天的 100 元可以立即用来购物、投资或应急，而一年后的 100 元虽然数额相同，但你却需要等待整整一年才能使用。这种因为时间流逝而使得资金增值的现象，就是货币的时间价值。

- 折现率：在金融领域，折现率是用来衡量资金时间价值的一个重要参数。它表示的是，由于时间的推移，未来的资金在当前的价值会减少多少。换句话说，折现率告诉我们，如果你现在有一笔钱，并且你愿意等待一段时间再使用它（比如存入银行或投资），那么这段时间里，这笔钱会因为时间的流逝而“增值”（比如赚取利息或投资收益），而折现率就是用来计算这种增值效果的“反向”工具。具体来说，当我们想要知道未来某一笔资金在现在的价值时，就会用到折现率。通过折现率，我们可以把未来的资金“折算”成现在的价值，这样我们就可以在同一个时间点上比较不同时间点上的资金量了。

- 现值：在金融领域，现值是指未来某一时点上的资金或收益，在考虑了货币时间价值后，折算到现在（或某一特定时点）的价值。换句话说，现值就是把未来的钱换算成现在的钱，让我们能够在一个统一的时间点上比较不同时间点上的资金量。举个例子，假设你计划在一年后收到 1000 元的奖金，但你现在想知道这 1000 元奖金在今天相当于多少钱。这时，你就可以使用现值的概念，通过考虑货币的时间价值（比如银行的存款利率或市场的投资回报率）来计算这 1000 元奖金在今天的现值。如果银行的存款利率是 5%，那么这 1000 元奖金在今天的现值就会略低于 1000 元，因为你需要等待一年才能拿到这笔钱，而这段时间里你本可以用这笔钱赚取利息。

现在，让我们假设折现率 r 为 5%，用 C_i 代表未来 i 期的利息，FV 表示债券的面值也就是本金部分，计算出该债券未来现金流量的现值（在时刻 0 的价值）：

$$PV(C_1) = \frac{100}{1+r} \approx 95.24$$
$$PV(C_2) = \frac{100}{(1+r)^2} \approx 90.91$$
$$PV(C_3 + FV) = \frac{100+1000}{(1+r)^3} \approx 869.57$$

注意到 1 时刻的现金流距离 0 时刻的时间为 1，因此该时段的现金流只需要折现一次，表现为分母部分的幂次为 1，而 2 时刻和 3 时刻的分母部分的幂次分别为 2 和 3。

Step3. 让我们汇总现值得到债券的理论价格：

$$P = \sum_{i=1}^{3} \frac{C_i}{(1+r)^i} + \frac{FV}{(1+r)^3} = 1055.71$$

相信通过上面的例子，读者应该可以掌握现金流折现法的计算步骤了。接下来，我们可以用现金流折现法来求解 PT 的理论价格，并认识到 PT 的重要特性。

前文已经提及了，PT 代币实际上是一个零息债券，其只在到期时偿还本金部分，而中途的时间不会有任何的利息返还。假设基础利率为 r，距离到期的时间为 $YearsToMaturity$，我们可以知道 PT 代币的理论价格为：

$$1\ PT\ Price = \frac{FaceValue}{(1+y)^{YearsToMaturity}} = \frac{1\ asset\ price}{(1+y)^{YearsToMaturity}} \tag{2}$$

可以看出：

- PT 代币的现值是低于本金部分的，为折价发行；
- PT 价格与基础利率 y 之间反向变动，也即 $y \uparrow \rightarrow PT \downarrow$
- PT 价格与距离到期时间 $YearsToMaturity$ 之间反向变动，也即 $YearsToMaturity \downarrow \rightarrow PT \uparrow$，PT 的价格随时间推移逐渐收敛至其基础资产的价格。

4.2 浮息债券 YT 定价

前文已知，YT 实际上反映了基础资产的利息部分。比如，前例 cDAI 拆分为 PT cDAI 和 YT cDAI 后，YT cDAI 的持有者在其仓位到期前可以一直获取利息，但是到期时，YT cDAI 的持有者不会收回任何 cDAI。

与 PT 不同，YT 的利息可能随时发生变动，类似于传统金融中的浮动利率债券（浮息债），但有几点重要不同：

- 传统金融中的浮动利率债券通常有固定的利息发放日，而 YT 持有者可以随时向协议索取利息；

- 传统金融中的浮动利率债券的票面利率随事先约定的基准利率而变动，等于基准利率加上事先规定的报价利差，而 Pendle 协议中没有此传统。
- 传统金融中的浮动利率债券通常每半年或者每季度调整票面利息。每一个利率调整周期的期初宣布本期的基准利率，因而每到一个利息调整周期的期初，本期的票面利率已经确定。而 YT 代币的收益率改变的频率可以更快，几乎随时变动，这也对应了 DeFi 流动性挖矿中高收益率往往转瞬即逝的特征。
- 传统金融中的浮动利率债券常常到期返还债券的本金或面值，YT 虽然以名义本金或面值计算利息，但到期日不返还名义本金或面值，也就是本金或面值为 0，这也是下文要介绍的，用等量的资金投资 YT 代币天然具有杠杆效应的原因。

下面，我们开始推导 YT 的定价公式。为便于使用现金流折现法，我们仍假设 YT 代币持有者按照一个固定的时间频率（比如，每天、每周或每月）申领利息，共申领 T 次，而且浮动利率为 $Underlying\ Rate$，则有：

$$1\ YT\ Price = \sum_{i=1}^{T} \frac{1\ asset \times Underlying\ Rate}{(1 + Underlying\ Rate)^i} \tag{3}$$

我们希望研究 YT Price 和浮动利率 $Underlying\ Rate$ 之间的关系 [3] ，但是注意，上式中的 $Underlying\ Rate$ 是一个随机变量，因此无法直接在式 (3) 两边同时对 $Underlying\ Rate$ 求导。一种思路是，假设浮动利率 $Underlying\ Rate$ 是一个服从关于时间 $YearsToMaturity$ 和其他因子的随机过程，接着就可以应用随机微积分等高深的数学知识加以求解了。但实际上可以有另一种更优雅的定价方式，将式 (2) 代入 (1) 中，即可得到：

$$1\ YT\ Price = 1\ \text{单位基础/生息资产价格} - PT\ Price \tag{4}$$

$$= 1\ asset - \frac{1\ asset}{(1+y)^{YearsToMaturity}} \tag{5}$$

这种方式利用了 PT 和 YT 之间的价格等式，而 PT 的收益率 y 是容易获得的[4]。观察上式可以发现：

- YT 价格与基础利率 y 之间正向变动，也即 $y \uparrow \rightarrow YT \uparrow$
- YT 价格与距离到期时间 $YearsToMaturity$ 之间正向变动，也即 $YearsToMaturity \downarrow \rightarrow YT \downarrow$，YT 的价格随时间推移逐渐收敛为 0。

4.3 投资 YT 代币的杠杆效应

由于 YT 代币面值为 0，价格通常比其基础资产便宜得多，因此相较于用同等资金购买 PT，购买 YT 实际上可以获得杠杆效应。例如，在下图中，只需花费 1 个 stETH 的成本，就可以获

[3]这实际上涉及到传统金融中的久期概念。久期通常有两种含义，第一种也是最早出现的一种，是麦考利久期（Macauley Duration），用于衡量债券收回本金的期限；第二种含义反映资产针对利率变化的价格变化，包括修正久期和金额久期。

[4]这实际上涉及传统金融的相对定价法，此处是用两种债券合成一种债券。

得约 11.9 个 stETH 的收益，这相当于在名义交易价值上实现了 11.9 倍的有效杠杆。

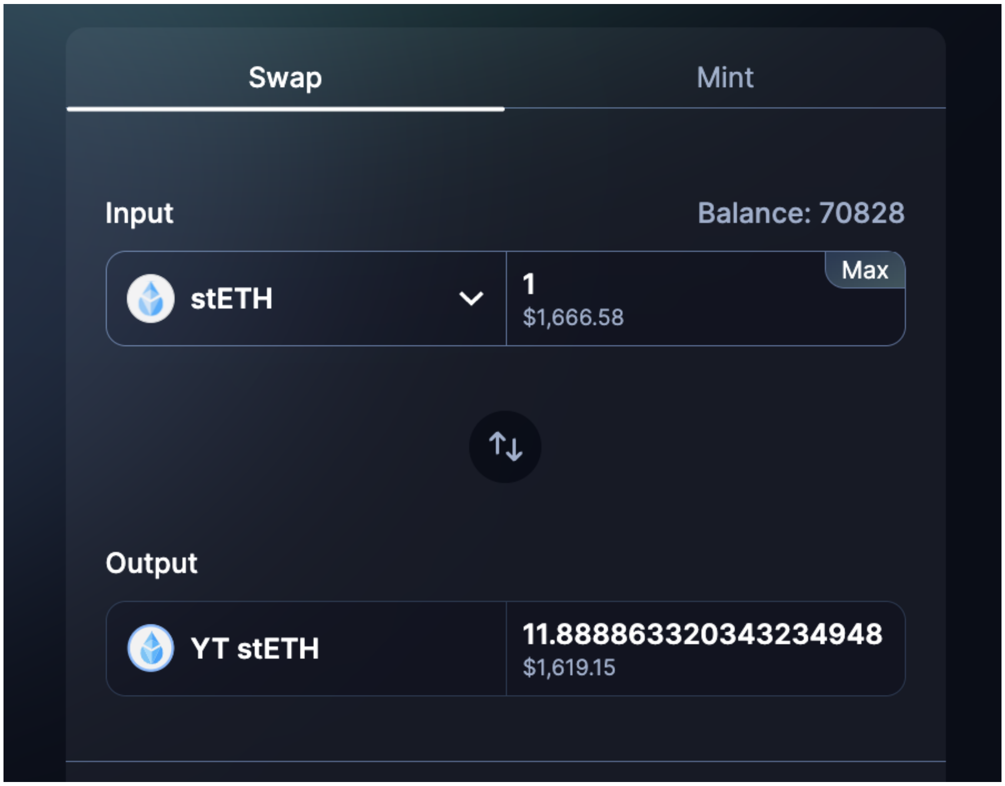


Figure 5: 投资 YT 代币的杠杆效应示例

此过程中不涉及任何借贷，因此不存在清算风险或预言机错误风险。这种杠杆仅仅是通过收益代币化实现的，它允许你以远低于原价的一小部分价格购买基础资产的收益部分。

5 PT 和 YT 代币交易者的投资策略

在债券市场中，交易者的成交价格不仅仅是简单的买卖行为，它们实际上隐含了对未来现金流回报的预期，即隐含收益率。同样地，在 Pendle V2 中通过 PT AMM 来实现的收益率交易市场中 [5]，PT 和 YT 代币的市场价格也会对应一个隐含收益率。

隐含收益率这一概念对于理解债券市场的动态、预测未来利率走势以及进行有效的投资决策至关重要。本章节将深入探讨隐含收益率的概念，其与未来利率预期的关系，以及如何通过利率期限结构来进一步分析市场行为。同时，我们还将探讨 PT 和 YT 代币如何在 DeFi 领域应用这一原理，为交易者选择对应的投资策略。

5.1 隐含收益率

隐含收益率（Implied Yield）是指债券市场价格所隐含的、投资者在未来持有期内所能获得的年化收益率。许多初学者可能未意识到，每笔债券交易背后都隐含着对市场未来利率的预期。

[5]有关 PT AMM 的细节将在下一章详细阐述。

当债券在二级市场上交易时，其成交价格反映了市场对该债券未来现金流的评估。[6]

前面的章节中我们学习过了：假设我们知道有一个 3 年期，$1000 面值，10% 息票率，每年付息的一次的债券，我们可以通过现金流折现法求出其现在的价格。现在反过来，假设一位交易者声称他以 $950 的价格买入了一张此类型的债券，在其他条件不变的前提下，我们可以反过来，用现金流折现法推算出这笔交易隐含的年化收益率 y：

$$
\begin{aligned}
P = 950 &= \sum_{i=1}^{3} \frac{C_i}{(1+y)^i} + \frac{FV}{(1+y)^3} \\
&= \sum_{i=1}^{3} \frac{1000 \times 0.1}{(1+y)^i} + \frac{1000}{(1+y)^3} \\
\rightarrow y &\approx 12.0848\%
\end{aligned}
$$

相比之下，前面我们用利率 $r = 0.05$ 计算时，该债券的现值约为 1055.71。假设该笔交易发生时的可比利率确实是 5%，那么这位交易者能够以正当方式买入此类型债券吗？他说的话可能是真的吗？请读者思考，并给出自己的答案。实际上，这种情况是可能发生的，如果出售债券的人预期未来短期内利率将大幅上升至（甚至超过 12.0848%），那么他完全可能希望现在就以 $950 的价格出售该债券，以避免他预期未来利率上升的风险。

以 Pendle 中 PT sfPEPE 流动性池举例，观察到 2024 年 9 月 15 日 PT 价格为 1PT 兑 0.9898 sfPEPE，剩余期限为 10 天 [7]，那么可以计算出该价格反映的隐含的年化收益率为

$$
1PT\ sfPEPE = \frac{1\ sfPEPE}{(1+y)^{YearsToMaturity}} = \frac{1}{(1+y)^{\frac{10}{365}}} \rightarrow y \approx 44.32\%
$$

定义 $price_a(t)$ 为在 t 时刻以 PT 代币衡量的 1 单位基础资产的价格 $price_a(t) \equiv \frac{1\ asset}{1\ PT}$，则它也是隐含收益率的一种表现形式，将 y 的近似解代入上式稍并作变形可以得到：

$$
\begin{aligned}
1PT\ sfPEPE = 0.9898\ sfPEPE &= \frac{1\ sfPEPE}{(1+y)^{YearsToMaturity}} \\
\rightarrow price_a = \frac{1\ sfPEPE}{1PT\ sfPEPE} &= (1+y)^{YearsToMaturity} = 144.32\%
\end{aligned}
\tag{6}
$$

[6] 这实际上就是传统金融中的内在收益率或债券的到期收益率，不过 Pendle 中称为隐含收益率，本文沿用。

[7] 因求的是年化收益率，这里把 10 天转化为 $\frac{10}{365}$ 年。

现在，将式 (6) 一般化，并稍作变形即可推导出：

$$
\begin{aligned}
price_a(t) &\equiv \frac{1\ asset}{1\ PT} = (1 + ImpliedAPY)^{YearsToMaturity} \qquad (7)\\
\rightarrow 1 + ImpliedAPY &= \left(\frac{1\ asset}{1\ PT}\right)^{\frac{1}{YearsToMaturity}} = \left(\frac{1\ PT + 1\ YT}{1\ PT}\right)^{\frac{1}{\frac{DaysToMaturity}{365}}}\\
\rightarrow ImpliedAPY &= [(1 + \frac{YTprice}{PTprice})^{\frac{365}{DaysToMaturity}}] - 1
\end{aligned}
$$

这也是 Pendle Academy 中隐含收益率的计算方法。[8]

5.2 收益率曲线与利率期限结构

前面，我们求解了一个五年期，$1000 面值，5% 息票率，每半年付息的一次的债券以 $950 的价格达成交易时对应的隐含收益率。债券市场上，不止有三年期的这种债券，还可能有即将到期的、剩余一年期、五年期、七年期、十年期等等期限的同类型债券。我们可以根据它们市场的价格求出其隐含收益率，并且在以到期期限为横轴，收益率为纵轴的坐标系中画出曲线图形。对于像这样具有不同到期期限的同类型债券，它们的收益率经常是不一样的，也就是说债券的收益率和债券的到期期限有着紧密联系，通常使用**收益率曲线**来表示两者之间的关系。根据定义中提及的金融工具各种不同的收益率定义，有不同的收益率曲线类型。如果选择的研究对象是**零息债券**，绘制的收益率曲线又称为即期收益率曲线或**利率期限结构**。收益率曲线的主要作用可总结如下：

1. 作为所有债务市场工具的收益率基准。收益率曲线基本上确定了期限结构不同的各种债券的价格。不同期限的政府债券收益率为市场中其他债务工具的收益率设定了基准，因为其他所有债务工具都是根据政府债券的收益率定价的。举一个例子，如果 5 年期政府债券按 5% 收益率成交，则无论谁发行的所有其他 5 年期债券在发行时的收益率都会在 5% 上，高出 5% 这一部分称为利差。可见，债务工具的发行人是根据收益率曲线为债券和所有其他债务工具定价的，因此，为新发行的证券定价时一般使用零息收益率曲线。

2. 作为未来收益率水平（甚至是一个国家经济发展前景）的指示器。收益率曲线的形状与市场对未来利率的预期相对应。债券市场参与者分析收益率曲线当前形状的目的就是获得收益率曲线中所隐含的有关市场利率未来走向的信息，这也许是收益率曲线最重要的一个功能。举例来说，历史上，国债收益率曲线倒挂是美国经济衰退的先行指标。自 1970 年以来，每一次收益率曲线倒挂都预示着 1- 2 年后美国经济将步入衰退。如何解释收益率曲线既是一门科学，也是一门艺术。不但债券交易商和基金经理会仔细审查收益率曲线所包含的信息，公司财务人员在进行项目评估时，也会考虑收益率曲线所披露的信息。此外，中央银行和政府财政部门也会分析收益率曲线，从中获得有关远期利率和通货膨胀水平的信息，并利用这些信息设定整个国家利率水平。

[8] 在 Pendle V2 AMM 的白皮书中，定义式 (7) 中的 $1 + ImpliedAPY$ 整体为 $ImpliedAPY$。请读者注意区分不同处出现的 $ImpliedAPY$ 到底包不包含 1（本金部分）。

传统金融中的收益率曲线通常可以在各类金融机构网站查询到，但显然 Pendle 协议甚至 DeFi 领域就没有这么完备的工具了。虽然可以通过静态或动态的利率期限结构模型尝试推导出隐含收益率曲线（利率期限结构），但是目前来看存在较大局限性，这就使得在接下来要介绍的投资策略（尤其是择时策略）的应用难度大大增加。

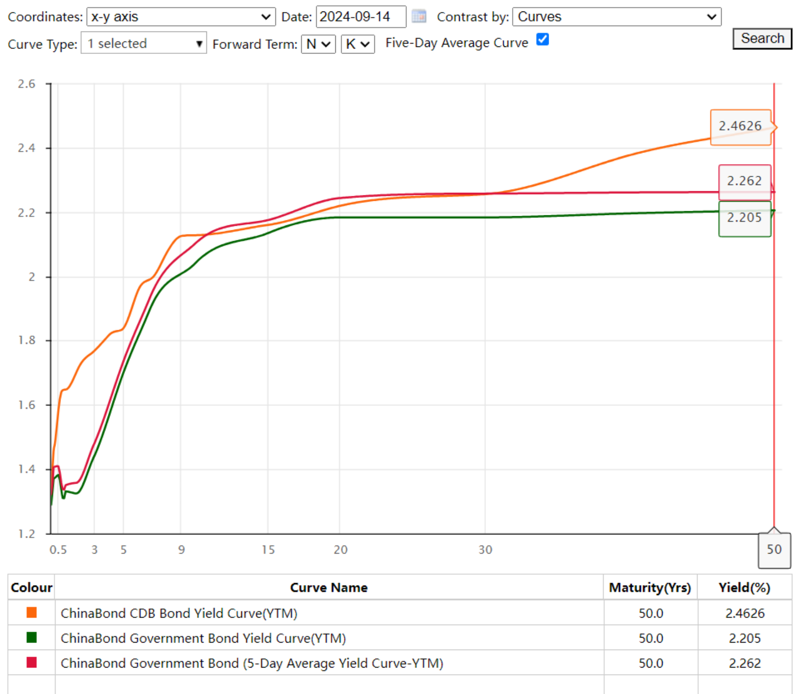


Figure 6: 中国债券信息网上的中债国债和中债国开债收益率曲线

5.3 主动型投资策略

传统金融中债券投资组合管理的投资策略主要分为三大类：保守型、主动型和对冲型。保守型投资策略认为市场是有效的，无法获得超额收益，故而选择复制市场指数来获得均衡收益，此类策略通常为追踪复制或定制市场指数策略。而主动型策略与保守型策略相反，认为市场并非总是有效的，投资者可以利用市场上被错误定价的债券来获取超额收益，并通过择时和择券的具体投资策略来实现。其主要目标都是追求更高的投资收益，同时将投资风险控制在可控范围内。最后，对冲型策略则是追求投资风险最小化，同时保证一定的收益，最常见的为免疫策略和现金流匹配策略。其中，主动型策略被 Pendle 协议极力推广，并出版了配套教程，是本文关注的重点。此外，由于链上收益率市场的特殊性，本文不会讨论保守型策略，感兴趣的读者可自行了解。同时，因为作者比较懒，对冲型策略也不介绍了，读者可以自行学习。

什么叫“市场并不是时刻有效的”？这里的“有效”其实源自**市场有效性假说**，也被称为**有效市场假说（Efficient Market Hypothesis, EMH）**，是现代金融学的基石之一，由尤金 · 法玛（Eugene Fama）于 1970 年代提出并发展完善。该假说认为，在一个信息完全透明、无交易成本、无市场摩擦（如税收、交易限制等）的理想市场中，金融资产的价格能够迅速且准确地反映所有可获得的信息，包括历史价格、财务报表、宏观经济数据、市场传闻等。根据这一假说，

投资者无法通过分析信息或采用特定的交易策略来获得超越市场平均水平的超额收益，因为市场已经是“有效”的，即所有信息都已被即时反映在价格之中。有效市场假说分为三个层次：

1. 弱式有效市场：当前价格反映了所有历史信息，因此技术分析无效。
2. 半强式有效市场：价格不仅反映了历史信息，还反映了所有公开信息，包括公司财务报告、新闻公告等，因此基本面分析也无法带来超额收益。
3. 强式有效市场：价格反映了所有公开及非公开的信息，包括内幕消息，因此没有任何投资者能够持续获得超额收益。

主动型债券组合策略（积极投资策略）正是认为市场并不是时刻有效的，资产价格未能充分反映关于资产的所有信息，可能存在错误定价。因此，投资者可以通过有效的投资分析与预测，把握时机并战胜市场，从而获得高于市场平均收益的超额回报。主动投资策略的关键在于投资者对入场、退场的时间把握和对债券种类的挑选，因此形成了两大策略：**择时策略**和**择券策略**。

债券的**择时策略**通常是根据当前的利率期限结构以及投资者对未来期限结构的变化预期对其债券组合进行调整。其实，这类似于股票交易中的“低买高卖”思想，只不过由于债券的价格和利率的密切关联，债券投资者往往可以通过利率的信号以及预测实现此类操作。总之，该策略就是要求投资者根据利率影响债券价格的因素及这些因素在未来的预期，主动选择债券投资的进入和退出时机，以期望获得更好的投资收益。

择券策略是基于相对定价的低买高卖的投资策略，其思路与套利相近。但不同的是，套利策略是投资者根据资产错误定价来卖出高估债券、买入低估债券，从而获得利益。而择券策略是投资者判断当前或未来两个债券组合之间是否存在不合理的相对价差从而进行投资。但这种判断并不一定是正确的，因此择券策略是有风险的。

基于主动型投资策略的思想，我们需要尽可能多地找出目前链上收益率市场中的不合理定价，为此有必要探讨影响 PT 和 YT 代币价格的因素。在 Pendle Academy 提供的教程中，提到了影响 PT 和 YT 价格的主要因素如下表所示：

Table 1: 影响 PT 和 YT 价格的主要因素

序号	因素	符号	PT 价格变化	YT 价格变化	YT 代币利息
1	到期期限 $\uparrow$	$t \uparrow$	$\uparrow$	$\downarrow$	$\rightarrow$
2	隐含收益率 $\uparrow$	$Implied\ APY \uparrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\rightarrow$
3	基础资产收益率 $\uparrow$	$Underlying\ APY \uparrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$
4	基础资产价格 $\uparrow$	$asset\ price \uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$	$\rightarrow$

我们在前文已经证明了上表中第 1,2 行的结论成立，相信各位读者可以自行推导出剩余因素对 PT 和 YT 价格影响的方向。

根据式 (3)

$$1\ YT\ Price = \sum_{i=1}^{T} \frac{1\ asset \times Underlying\ Rate}{(1 + Underlying\ Rate)^i}$$

可以看出，$Underlying\ APY \uparrow \rightarrow YT\ Price \uparrow$ 而且此时 PT 价格不变[9]，然后根据式 (1) 可得 $Underlying\ APY \uparrow \rightarrow PT\ Price \downarrow$，因此上表中第 3 行成立。这里的基础资产收益率对应债券中息票部分的浮动的票面利率。

对于第 4 行的证明，可以先考虑一个完整的、没有经过拆分的票面利率固定的债券，假设它的交易价格上升会对零息债券和息票部分的价格有何影响，然后考虑浮动利率债券的情况。

比如，前文提交的 3 年期，\$1000 面值，10% 息票率，每年付息的一次的债券，我们已经求出当它的交易价格是 \$950 时，隐含收益率为 $Implied\ APY \approx 12.0848\%$，据此可以算出该债券的零息债券部分现值为 $\frac{1000}{(1+12.0848\%)^3} \approx 710.17$，息票部分的现值为 $\sum_{i=0}^{3} \frac{1000\times 0.1}{(1+12.0848\%)^i} \approx 239.83$。

假设其交易价格上升到 1000，则可以计算出隐含收益率为 $Implied\ APY \approx 10\%$，该债券的零息债券部分现值为 $\frac{1000}{(1+10\%)^3} \approx 751.31$，息票部分的现值为 $\sum_{i=0}^{3} \frac{1000\times 0.1}{(1+10\%)^i} \approx 248.68$。

如果其交易价格上升到 1100，则可以计算出隐含收益率为 $Implied\ APY \approx 8.0578\%$，该债券的零息债券部分现值为 $\frac{1000}{(1+8.0578\%)^3} \approx 792.56$，息票部分的现值为 $\sum_{i=0}^{3} \frac{1000\times 0.1}{(1+8.0578\%)^i} \approx 257.44$。

可以看出，对于这个债券，当其基础资产，也就是完整的债券，交易价格上升时，零息债券部分和息票部分的现值都有上升。

根据上面几个影响因素，我们可以得出什么样的投资策略呢?

第 1 个影响因素到期期限可以利用，虽然到期期限是随时间自然流逝的，没办法人为操作，但是如果你已经很满足于当前市场隐含收益率给你提供的收益了，那么直接购买 PT 代币并且持有到期也是不错的选择。对于 U 本位的投资者还需要注意资产价格下跌的风险。

第 2 个影响因素隐含收益率对单个资产决策时一般不能直接利用，因为某个代币的隐含收益率就是我们通过 PT 和 YT 的市场价格求得的，如果说还根据隐含收益率来决策，实际上是同义反复了。在说预期未来隐含收益率将上升，实质上就等价于说预期未来 PT 价格下降或 YT 价格上升，没有任何新的有效信息可以利用。不过，在多个资产之间进行选择时，可以用隐含收益率来相互比较。比如你就喜欢前面说的持有到期策略，那么可以在多个流动性池中选择隐含收益率最高的那一个，不过同样地，对于 U 本位的投资者需要注意资产价格下跌的风险。

也可以考虑基于隐含收益率应用择券策略，如果相似代币的流动性池的隐含收益率的差距大到不合理的程度，可以考虑进行套利交易。如果把视角放大一些，Pendle 上提供的收益率和其他协议的收益率之间差距较大，也可以尝试进行套利。比如，PT-stETH 提供固定的 5% 隐含收益率，但货币市场中的 ETH 借款利率仅为 3%。在这种情况下，用户可以将 PT-stETH 作为抵押品存入，然后借款 ETH，将借入的 ETH 兑换成更多的 PT-stETH 作为更多抵押品，依此类推。此用例与在货币市场中存入一种产生收益的资产（如 wstETH）并借款（ETH）类似，但由于 PT 中的固定利率带来的确定性，这种方法更为优越。

另外，考虑到收益率通常具有周期性，通常在高点和低点之间波动。但是价格的变动则要更加剧烈，如果基础资产的价格上升也会导致 PT 和 YT 代币的价格上升。所以一般来说，流动性资产的收益率下限和上限比其价格更容易预测，这一点可以应用择时策略的思想，尝试建立预测模型，进行收益率波段内的量化交易。

第 4 个影响因素基础资产价格也不适合直接使用。虽然当你投资了 PT 或 YT 代币时，如果

[9] 严格来说，这里涉及到不同频率的收益率进行转化的问题。比如假设说，$Underlying\ Rate$ 是一个日收益率，那么就需要按照 $Underlying\ APY = (1 + Underlying\ Rate)^{365}$ 转化为 APY。但是，这不影响 $Underlying\ APY \uparrow \rightarrow Underlying\ Rate \uparrow \rightarrow YT\ Price \uparrow$ 这一点。

基础资产价格上涨，PT 或 YT 代币也可以上涨，但是这还不如直接去投资基础资产，因为投资 PT 或 YT 代币都只是基础资产的一部分，你的收益将会被稀释。不过，如果预计未来基础资产价格和收益率均有利的情况下，总收益将有乘数放大效应，大大提高。

第 3 个影响因素基础资产收益率可以重点考虑择时策略，如果预期未来基础资产的收益率将上升，则考虑做多 YT 或做空 PT；反之，如果预期未来基础资产的收益率将下降，则考虑做空 YT 或做多 PT。而且，如果当前隐含收益率大于基础资产收益率，说明在当前 PT 可能被相对低估，YT 可能被相对高估；反之，如果当前隐含收益率小于基础资产收益率，说明在当前 PT 被相对高估，YT 被相对低估。

前文已经分析过，隐含收益率是市场交易价格中反映的市场参与者对未来利率的预期，如果隐含收益率很高，高过基础资产收益率时，说明市场普遍认为基础资产收益率将上升。反之，如果隐含收益率很低，低于基础资产收益率时，说明市场普遍认为基础资产收益率将下跌。但是，市场的预期不一定是准确的，如果你对了而市场错了，那你就战胜了市场并可以从中获得超额收益。

用 Pendle Academy 中的例子来进行分析，假设 Peepo 在 2023 年 1 月 1 日观察到 stETH 流动性池如下的市场情况：

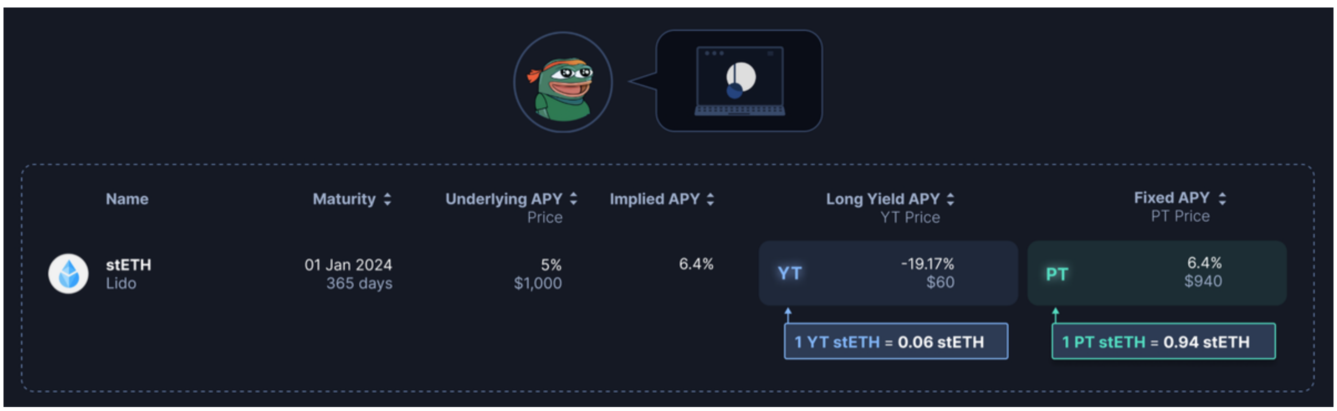


Figure 7: 2023 年 1 月 1 日 stETH 流动性池市场信息

当前市场上 stETH 代币价格为 \$1000，PT stETH 代币报价为 \$940，对应的隐含收益率为 6.4%，而目前的基础资产收益率仅为 5%，这说明市场预期 stETH 在到期前基础资产收益率将至少上升至 6.4%，而且当前市场的隐含收益率大于基础资产收益率，表明在当前 PT 可能被相对低估，YT 可能被相对高估。

Peepo 预计未来基础资产的收益率的平均值为大约 6%，要小于隐含收益率，也就是说他认为到期时 PT 仍然处于被相对低估的状态，那么他可以选择做多 PT 或做空 YT。假设他选择做多 PT，他现在可以用 94 个 stETH 买入 100 PT stETH 并持有到期。如果他的判断是对的，比如未来基础资产的收益率稳定在 6% 附近，这意味着其他人到时只能用 $\frac{1}{1+0.06} - 1 \approx \$943.3962$ 的价格买到 1PT 了，在同样买入 1PT 的情况下 Peepo 比其他人多赚了大约 \$3.3962。

但是，请注意，对基础资产的收益率做出精确预期并不容易。以 ETH 为例，Staking Data 提供的 ETH 基准质押奖励率算法（ETHSRB^{TM}）如下 [12]：

$$ETHSRB = \frac{Consensus\ Layer\ Earnings + Execution\ Layer\ Earnings}{StakedTokens}$$

其中 Consensus Layer Earnings 表示共识层收益，Execution Layer Earnings 表示执行层收益。而 Consensus Layer Earnings 又可以表示为

$$\begin{aligned} Consensus\ Layer\ Earnings = & BlockProposalRewards + AttestantRewards \\ & - SlashingPenalties - OtherPenalties \end{aligned}$$

上式中 $BlockProposalRewards$ 表示区块提案奖励，是验证者成功提出新区块所获得的特定收益，作为积极参与维护以太坊网络完整性的激励；$AttestantRewards$ 证明人奖励是验证者通过证明其他验证者提出的区块的有效性和正确性所获得的收益，支持以太坊网络的安全性和共识机制；$SlashingPenalties$ 惩罚性罚款是对以太坊验证者因严重违规行为（如双重签名或类似恶意活动）而施加的严厉罚款，旨在作为维护网络安全性和可靠性的威慑手段；$OtherPenalties$ 其他罚款包括共识中验证者离线导致的不活跃泄露、因区块提案失败而错过的提案人奖励、因举报人奖励调整导致的收入减少，以及在以太坊共识机制中违反特定投票规则而导致的周围投票罚款。

而 Execution Layer Earnings 又可以分解为

$$Execution\ Layer\ Earnings = Tips\ Earned + MEV\ Earned$$

上式中 $Tips$ 反映了用户为优先处理交易所向以太坊验证者支付的可选费用；$MEV\ Earned$ 指标衡量了以太坊验证者通过在区块内有策略地包含、排除或排列交易，额外获得的收益，超出了标准的区块奖励和手续费收入。

如果还需要计算真实的质押收益率，还需要考虑以太坊网络中的通货膨胀率：

$$ETHSRB^R = 1 + \frac{ETHSRB}{1 + InflationRate} - 1$$

这里，$InflationRate$ 以太坊的通胀率受到区块奖励系统和 EIP-1559 提案中部分交易费用燃烧的影响。EIP-1559 引入了一种基础费用机制，该费用根据算法调整并被燃烧，从而可能减少 ETH 的流通供应。然而，通胀率并不仅仅由 EIP-1559 决定，还取决于网络拥塞和区块大小。当前，以太坊区块的大小可以在 1 到 3000 万 gas 单位之间波动，但协议目标是每个区块的最优使用量为 1500 万 gas 单位。这种灵活的区块大小机制是决定基础费用的关键因素，从而影响通胀动态。尽管 EIP-1559 理论上引入了可能对以太坊供应产生通缩压力的因素，但整体通胀率仍受到包括网络需求和质押 ETH 数量在内的多种因素的影响。

总之，ETH 质押奖励率由质押的总量、共识层收益和执行层收益共同决定，而共识层收益又受到区块提案奖励、证明人奖励、惩罚性罚款、其他罚款的影响，执行层收益则由优先处理交易

支付的可选费用以及 MEV 奖励决定。这些影响因素错综复杂，准确预测质押奖励率的难度不亚于预测传统金融债券市场中的利率水平了。况且传统金融中尚有利率期限结构和收益率曲线等工具供广大交易者作决策分析用，目前 Pendle 乃至 DeFi 中该工具的缺少以及预测方法的不完善，不能说没有让一些传统金融中的专业金融机构对此领域望而却步了。

6 Pendle V2 PT AMM 与链上收益率交易市场

PT 和 YT 是为将未来的现金流代币化而设计的创新工具。这种设计使得投资者能够更灵活地管理风险和收益，但仅有 PT 和 YT 代币的存在并不足以形成一个活跃和有深度的收益率市场。

在 DeFi 市场中，不同的参与者有着不同的风险承受能力和时间偏好。一些投资者可能更关注本金的安全性，倾向于持有 PT 代币；而另一些投资者则可能更愿意承担较高风险，以获取潜在的更高收益，因而选择持有 YT 代币。为了使市场高效运作，必须有一个机制来允许这些不同偏好的参与者方便地互换 PT 和 YT 代币，以满足他们各自的投资策略。

为了确保 PT 和 YT 代币之间的互换足够流畅，市场需要具备足够的流动性和市场深度。在一个缺乏流动性和市场深度的市场中，参与者无法有效地进行交易，导致市场效率低下、价格波动较大，以及交易成本高企。因此，需要一个市场机制来持续提供流动性，确保参与者可以有效地交易和交换 PT 和 YT 代币。

在传统金融市场中，债券的发行创造了定期支付的现金流，但这本身不足以形成一个活跃的市场。债券市场的活跃度和深度依赖于做市商的存在，这些做市商通过持续提供买卖报价，促进了市场的价格发现和流动性。特别是前文提及的本息分离债券 STRIPS，也存在着挂单过少，流动性不足的问题。同样的，在 DeFi 收益率市场中，PT 和 YT 代币虽然代表了未来的收益和本金，但它们本身并不会自动创造市场流动性和深度。没有流动性提供者和做市商的参与，PT 和 YT 的价格可能无法准确反映其内在价值和市场需求。

而且，做市商的存在有助于通过持续的买卖报价和交易行为来促进价格发现，确保资产的市场价格反映其内在价值。同时，做市商通过捕捉市场中的套利机会，有效地减少价格差异和市场波动。这种机制对于保持市场稳定和高效至关重要。

总之，为了应对上述挑战，Pendle V2 引入了更新的 PT AMM（Automated Market Maker，自动做市商）的设计，这是形成 DeFi 收益率市场的必要步骤。[10] 它能够：

- 提供持续的流动性：PT AMM 通过引入自动化的流动性提供机制，确保市场上始终有足够的流动性供交易者使用。AMM 使用算法根据现有流动性池中的代币数量自动调节价格，这意味着即使没有传统的做市商，市场也能够持续运作，并且交易者能够随时买卖 PT 和 YT 代币。

- 促进价格发现：PT AMM 自动做市商通过其定价机制促进 PT 和 YT 代币的价格发现。算法会根据市场供需关系动态调整代币的价格，确保价格更接近其内在价值。这有助于形成一个更有效率的市场，使投资者能够更准确地衡量和管理他们的风险和回报。

[10]注意，Pendle 协议也有传统的订单谱交易方式，可以挂限价单。

- 降低交易成本，提高参与度：传统做市商可能需要收取较高的费用以维持其运营，而 PT AMM 的设计通过自动化算法显著降低了交易成本。这降低了参与门槛，使得更多的市场参与者能够进入市场进行交易，从而进一步增强市场的深度和流动性。

6.1 PT AMM 模型选择

上次在 Uniswap 共学活动中，我们学习了 CPAMM（恒定乘积自动做市商）基本原理 [16]。假设我们需要构建一个 PT 代币和基础资产的流动性池，并用 y 表示流动性池中 PT 代币的数量，x 表示池中基础资产的数量，可以模仿 Uniswap V2 中的 CPAMM 设定如下：[11]

$$x \times y = k \tag{8}$$

此公式的一般形式称为恒定几何平均公式（Constant Geometric Mean Formula），表示如下：

$$x^{w_x} \times y^{w_y} = k \tag{9}$$

$$w_x + w_y = 1 \tag{10}$$

其中 w_x 和 w_y 都是调整流动性池的资金效率的权重参数，而且可以随着时间而改变。

而在 Pendle V2 白皮书 [5] 中披露了，PT AMM 采用了 Notional AMM 模型，这里的 Notional 指 Notional Finance，这是另一个成立于 2020 年的去中心化的固定利率和固定期限借贷协议。具体来看，其 AMM 公式设定如下：

$$price_a(t) \equiv \frac{1\ asset}{1\ PT} = \frac{ln\left(\frac{p(t)}{1-p(t)}\right)}{rateScalar(t)} + rateAnchor(t) \tag{11}$$

其中：

- y 表示流动性池中 PT 代币的数量，x 表示池中基础资产的数量。
- $price_a(t)$ 表示以 PT 衡量的资产价格，满足 $1\ asset = price_a(t)PT$。根据式 (7)，可知 $price_a(t) = (1 + ImpliedAPY)^{YearsToMaturity}$ 还反映了持有 PT 代币到期的隐含收益率。
- p 衡量流动性池中 PT 代币数量 y 所占的比例，$p = \frac{y}{x+y}$。
- $rateScalar(t)$ 是一个用于调整流动性池的资金效率的参数，$rateScalar(t) = \frac{scalarRoot}{t}$，其中的 $scalarRoot$ 为一个因流动性池而异的常量。可以看出，$rateScalar(t)$ 随着到期日的临近而变大。
- $rateAnchor(t)$ 也是一个用于调整流动性池的资金效率的参数。

[11]这也是 Pendle V1 的 AMM 公式。

那么，Pendle 为何在众多的 AMM 公式中选择了式 (11) 呢？这就引出了一个问题：到底如何比较不同的 AMM 的性能优劣？请读者自行思考。Pendle 主要考虑两个衡量标准：一是**资本效率（Capital efficiency）**，二是**可定制性（Customisability）**。资本效率是衡量 AMM 在给定流动性水平下，通过交易能够影响资产价格变动的能力的一个关键指标，主要关注的是如何在保持一定量流动性的前提下，最大化交易量的同时最小化对市场价格的冲击。可定制性是指其在设计上的灵活性，允许根据不同的资产或市场条件调整其交易机制和参数，以更好地满足特定资产或市场环境的交易需求。

6.1.1 资本效率

回忆我们之前在 Uniswap 共学活动中学习过的知识，我们可以用

$$p_X = \left|\frac{\Delta y}{\Delta x}\right| \tag{12}$$

来衡量流动性池的某笔交易中，以 Y 货币衡量的 X 货币的价格 [12] 。式中的 Δy 是该笔交易中花费的 Y 代币数量，Δx 表示该笔交易中花费的 X 代币数量。

例如，假设现在流动性池中存在 5 个 \$Apple 代币和 5 个 \$Banana 代币，有一个交易者用这 2 个 \$Apple 代币的交易价格兑换了 3 个 \$Banana。不妨设此笔交易中，以 \$Banana 代币衡量的 \$Apple 代币的交易价格为未知数 $price_{Apple}$，也即满足

$$1Apple = price_{Apple} \times Banana \tag{13}$$

已知 $2Apple = 3Banana$ ，所以有

$$1Apple = 1.5Banana \tag{14}$$

比较式 (13) 和式 (14) 可得出 $price_{Apple} = 1.5$，检验发现确实满足

$$price_{Apple} = \frac{\Delta Apple}{\Delta Banana} = 1.5$$

当 $\Delta x \to 0$ 时，式 (12) 可以写成：

$$p_X = -\frac{dy}{dx} \tag{15}$$

这里我们在式 (15) 前再添加一个负号，用以表示两者变动的反向关系。根据资本效率最大化的要求，我们可以 [13]：

- 让大多数情况下，x 的改变对 p_X 的影响尽可能小，即让 $\frac{dp_X}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2}$ 尽可能小；

[12] 请注意，这里的 X 和 Y 可以是任意货币，和前文略不同。
[13] 此处的 x 可以换为 y，比如可以让 y 的改变对 p_Y 的影响尽可能小。

- 让大多数情况下，流动性池中 x 所占的比例 $p=\frac{x}{x+y}$ 的改变对 p_X 的影响尽可能小，即让 $\frac{dp_X}{dp}$ 尽可能小。

上述两种思想都具有合理性，但考虑到一个流动性池中 x 货币的变动范围可以非常广泛，更推荐选择适用性更广泛的第二种方法，因为流动性池中 x 所占的比例 $p=\frac{x}{x+y}$ 的值域总是在 $[0,1]$ 之间。

现在，我们明确了目标：选择三种 AMM 公式中，在大多数情况下，让流动性池中 PT 代币 y 所占的比例 $p=\frac{y}{x+y}$ 的改变对 $price_a(t)$ 的影响尽可能小，即让 $\frac{dprice_a(t)}{dp}$ 尽可能小的那一个。

首先，让我们求解前面三种 AMM 公式的 $price_a(t)$ 值。对于式 (10)，可以求得：

$$\begin{aligned}
y &= \frac{k^{\frac{1}{w_y}}}{x^{\frac{w_x}{w_y}}} \\
\frac{dy}{dx} &= -\frac{w_x}{w_y}\times\frac{k^{\frac{1}{w_y}}}{x^{1+\frac{w_x}{w_y}}} \\
-\frac{dy}{dx} &= \frac{w_x}{w_y}\times\frac{(x^{w_x}\times y^{w_y})^{\frac{1}{w_y}}}{x^{1+\frac{w_x}{w_y}}} \\
price_a &= -\frac{dy}{dx} = \frac{w_x}{w_y}\times\frac{y}{x}
\end{aligned} \tag{16}$$

而 Notional AMM 本身就是基于 $price_a(t)$ 定义的，无需求解了。

接下来，让我们对式 (16) 做一些简单的变形，因为我们希望研究的是 $p=\frac{y}{x+y}$ 的改变对 $price_a(t)$ 的影响，而目前这两个式子里面都没有出现 $p=\frac{y}{x+y}$。根据 $p=\frac{y}{x+y}$ 可以得出：

$$\frac{p}{1-p}=\frac{y}{x} \tag{17}$$

将上式代入式 (16)，可得到：

$$price_a=\frac{w_x}{w_y}\times\frac{p}{1-p} \tag{18}$$

现在，让我们求解各个 AMM 的 $\frac{dprice_a(t)}{dp}$。对于式 (18)，可得：

$$\frac{dprice_a(t)}{dp}=\frac{w_x}{w_y}\cdot\frac{1}{(1-p)^2} \tag{19}$$

对于式 (11)，可得：

$$\begin{aligned}
\frac{dprice_a(t)}{dp} &= \frac{1}{rateScalar(t)}\cdot\frac{1-p}{p}\cdot\frac{1}{(1-p)^2} \\
&= \frac{1}{rateScalar(t)\cdot p(1-p)}
\end{aligned} \tag{20}$$

可见，式 (19) 和 (20) 的大小一方面与与其参数的选取有关，另一方面与 p 的选取有关，三者之间的大小关系不能直接看出来。我们可以通过作差求出两条曲线的交点（如果有的话）。

$$\frac{w_x}{w_y} \cdot \frac{1}{(1-p)^2} - \frac{1}{rateScalar(t) \cdot p(1-p)} = 0 \rightarrow p_{12} = \frac{w_y}{rateScalar(t) \cdot w_x + w_y}$$

为了更直观地展示这两个不同 AMM 模型的优劣，我们可以先给参数取特殊值，并画出式 (19) 和 (20) 表示的曲线。比如，令 $w_x = 0.5$，$rateScalar = 1$，曲线见下图，其中蓝色曲线表示式 (19)，红色曲线表示式 (20)。

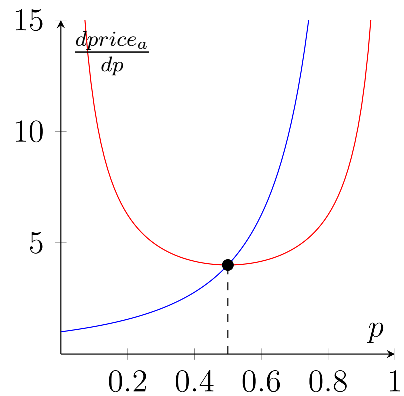
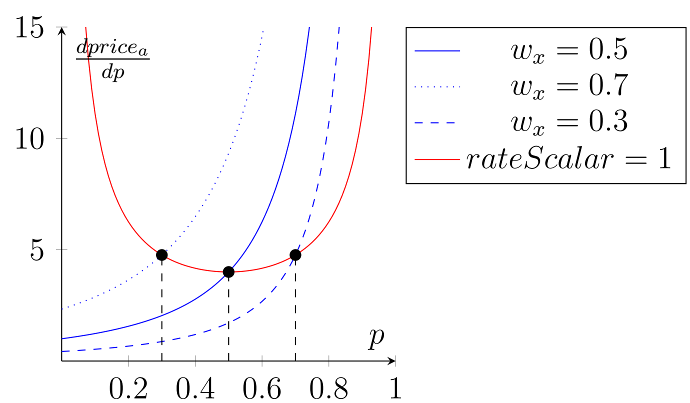


Figure 8: 两个 AMM 模型公式表示的曲线

接下来，我们可以尝试改变不同参数的取值，观察曲线的变动。首先让我们改变 w_x：

Table 2: 改变 w_x

参数	取值	取值	取值
w_x	0.30	0.50	0.70
$rateScalar$	1.00	1.00	1.00
p_{12}	0.70	0.50	0.30

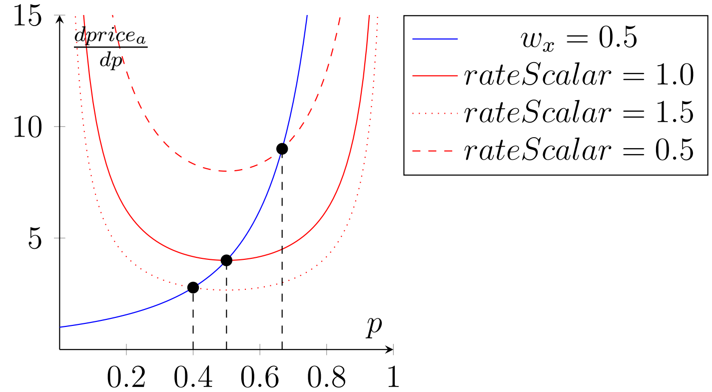


这次改变 $rateScalar$：
综上，可以发现：

- 恒定几何平均 AMM，即使 w_x 发生改变，其只在 p 较小的情况下资本效率较高，随着 p 增大，资本效率快速降低。相较之下，Notional AMM 模型在不同的参数取值下都有更好的表现。

Table 3: 改变 $rateScalar$

参数	取值	取值	取值
w_x	0.50	0.50	0.50
$rateScalar$	0.50	1.00	1.50
p_{13}	0.67	0.50	0.40



- 此外，$rateScalar(t) = \frac{scalarRoot}{t}$ 随着时间推移而变小，Notional AMM 模型的资本效率将变高。

6.1.2 可定制性

根据可定制性的定义，可以发现恒定几何平均的 AMM 公式中，没有可用于调节的参数。而 Notional AMM 公式还有 $rateScalar(t)$（或者说是 $scalarRoot$），$rateAnchor(t)$ 两个可自由调节的参数，因此可以很容易地将不同生息资产的以 PT 代币衡量的价格（或隐含收益率）限制在特定范围之内，从而提高资本效率。

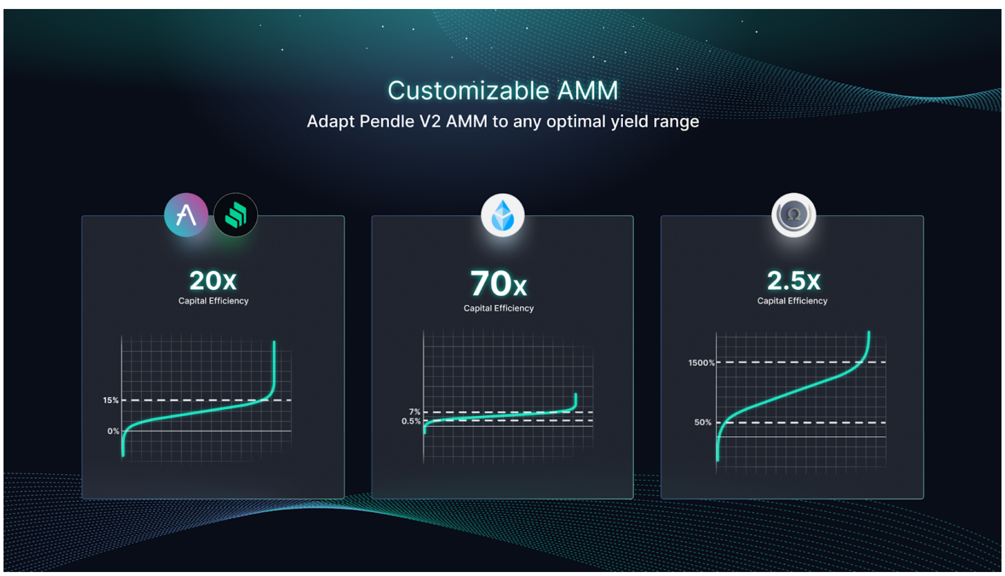


Figure 9: Pendle 的 AMM 曲线可以根据不同收益率波动性的代币进行定制

举例而言，考虑到到期时 1PT 代币可以兑换 1 单位生息资产，而且在到期之前的时间段内收益率肯定是大于 0 的，因此需要考虑货币的时间价值，根据式 (2) 计算 PT 的价格：

$$1PT\ Price = \frac{1\ asset\ price}{(1+y)^{YearsToMaturity}} \leq 1\ asset\ price$$

也即必须满足:

$$price_a(t) \equiv \frac{1\ asset\ price}{1PT\ Price} \geq 1 \iff 1 + ImpliedAPY \geq 1 \tag{21}$$

而且，考虑到随着时间推移，PT 的价格趋向于面值，价格范围逐渐缩小，通过定制化参数使得流动性集中在一个狭窄的价格范围内，提高了资本效率。综上所述，Notional AMM 模型是两者中的最优解。

6.1.3 交换价格

现在，我们已经选择好了 PT AMM 的模型，假设在时间 t，有用户 u 从市场用基础资产中购买了 ΔPT 数量的 PT 代币，那么这笔交易的价格具体要怎么计算呢？这里不考虑手续费等其他交换费用。那么，首先需要计算出他这笔交易对原来 PT 代币所占比例 p 的改变程度:

$$p_{trade} = \frac{n_{pt}(t*) - \Delta PT}{n_{pt}(t*) + n_{asset}(t*)} \tag{22}$$

其中，

- $t*$ 表示在事件发生的时间 t 的前一刻，可以定义为 $t* \equiv lim_{\Delta t \to 0+} t - \Delta t$;
- $n_{pt}(t*)$ 表示 $t*$ 时刻的 PT 代币数量;
- $n_{asset}(t*)$ 表示 $t*$ 时刻的基础资产数量;

然后，就可以根据式 (11) 计算出用 PT 衡量的基础资产价格

$$price_{a,tradeNoFee}(t) = \frac{ln\left(\frac{p_{trade}(t)}{1-p_{trade}(t)}\right)}{rateScalar(t)} + rateAnchor(t)$$

这就是这笔交易不考虑手续费的价格。

接下来让我们考虑有手续费的情形，Pendle V2 AMM 用常量 $feeRateRoot$ 保存 1+ 手续费比例（例如，1.01 表示 1% 手续费）。手续费以隐含收益率滑点（interest rate slippage）的方式计算。也就是说交易发生的 t 时刻，Pendle 会将 PT 代币的隐含收益率做如下更新:

$$1 + ImpliedAPY(price_{a,trade}, t) \leftarrow 1 + ImpliedAPY(price_{tradeNoFee}, t) \times feeRateRoot \tag{23}$$

然后据此计算以 PT 衡量的基础资产的价格

$$price_{a,trade}(t) = (1 + ImpliedAPY(price_{a,trade}, t))^{YearsToMaturity} \tag{24}$$

当用 1 单位基础资产 $asset$ 交换 PT 时，式 (23) 中用 $\div$ 号，也就是将 1+ 隐含收益率放小，

这样用户只能收到更少的 PT:

$$
\begin{aligned}
1\ asset &= (1 + ImpliedAPY(price_{a,trade}, t))^{YearsToMaturity}\ PT \\
&= \left(\frac{1 + ImpliedAPY(price_{a,tradeNoFee}, t)}{feeRateRoot}\right)^{YearsToMaturity}\ PT
\end{aligned}
$$

当用 1PT 交换基础资产 $asset$ 时，式 (23) 中用 $\times$ 号，也就是将 1+ 隐含收益率放大，这样用户只能收到更少的基础资产 $asset$:

$$
\begin{aligned}
1\ PT &= \frac{1}{(1 + ImpliedAPY(price_{a,trade}, t))^{YearsToMaturity}}\ asset \\
&= \frac{1}{\{[1 + ImpliedAPY(price_{a,trade}, t)] \times feeRateRoot\}^{YearsToMaturity}}\ asset
\end{aligned}
$$

可以看出，通过上述所谓的收益率滑点的方式收取手续费相较于按照交易额比例的方式收取手续费更加公平，与基础资产的价格无关。

6.1.4 交换数量

这一小节主要讨论的是，假设用户在流动性池中输入自己拥有的代币数量，他想要知道以当前的市场价格，他能换多少另一个代币？相信这么说可能有些抽象，但是相信各位肯定都用过类似图10的计算器吧，这个大家都不陌生。

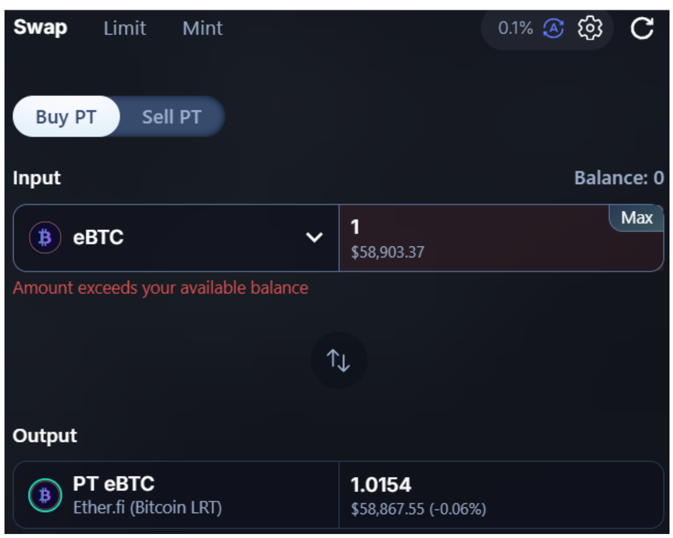


Figure 10: SY→PT

我们现在就是要实现上述计算器的功能，输入基础资产的数量，输出可以购买的 PT 代币数量，或者反之，输入 PT 代币数量，输出可以购买的基础资产数量。

假设用户往计算器输入了 ΔPT，那么输出应该是

$$\begin{aligned}
\Delta asset &= \frac{\Delta PT}{price_{a,trade}(t)} \\
&= \frac{\Delta PT}{(1 + ImpliedAPY(price_{a,trade}, t))^{YearsToMaturity}} \\
&= \frac{\Delta PT}{\{[1 + ImpliedAPY(price_{a,tradeNoFee}, t) \times feeRateRoot]\}^{YearsToMaturity}} \\
&= \frac{\Delta PT}{price_{a,tradeNoFee}(t) \times feeRateRoot^{YearsToMaturity}} \\
&= \frac{\Delta PT}{price_{a,tradeNoFee}(t)} \div feeRateRoot^{YearsToMaturity} \\
&= \frac{\Delta PT}{\frac{ln(\frac{p_{trade}}{1-p_{trade}})}{rateScalar(t)}} \div feeRateRoot^{YearsToMaturity}
\end{aligned}$$

又因为

$$\begin{aligned}
&ln(\frac{p_{trade}}{1 - p_{trade}}) \\
=&ln(\frac{\frac{n_{pt}(t*)-\Delta PT}{n_{pt}(t*)+n_{asset}(t*)}}{1 - \frac{n_{pt}(t*)-\Delta PT}{n_{pt}(t*)+n_{asset}(t*)}}) \\
=&ln(\frac{n_{pt}(t*) - \Delta PT}{n_{asset}(t*) + \Delta PT})
\end{aligned}$$

因此

$$\Delta asset = \frac{\Delta PT}{\frac{ln(\frac{n_{pt}(t*)-\Delta PT}{n_{asset}(t*)+\Delta PT})}{rateScalar(t)}} \div feeRateRoot^{YearsToMaturity} = f(\Delta PT) \tag{25}$$

根据式 (25)，我们可以视 $\Delta asset$ 为一个关于变量 ΔPT 的函数 $f(\Delta PT)$，这就实现了输入 PT 代币数量输出对应价格条件下的基础资产数量的功能。如果是要求输入基础资产 $\Delta asset$ 数量输出对应 PT 代币数量呢？似乎只需要求 $\Delta asset = f(\Delta PT)$ 的反函数 $\Delta PT = f^{-1}(\Delta PT)$ 即可，但是分离变量起来并不容易，感兴趣的读者可自行尝试。Pendle 协议考虑使用近似算法来获得在输入 $\Delta asset$ 时，输出 ΔPT 的值。这个近似算法的起点是式 (21)：

$$price_a(t) \iff 1 + ImpliedAPY \geq 1$$

考虑到交易手续费的场景，我们将上式修改为

$$
\begin{aligned}
price_{a,trade}(t) = price_{a,tradeNoFee} \div feeRateRoot \geq 1 \\
\frac{ln(\frac{p_{trade}(t)}{1-p_{trade}(t)})}{rateScalar(t)} + rateAnchor(t) \geq feeRateRoot \\
ln(\frac{p_{trade}(t)}{1-p_{trade}(t)}) &\geq (feeRateRoot - rateAnchor(t)) \times rateScalar(t) \\
\frac{p_{trade}(t)}{1-p_{trade}(t)} &\geq e^{(feeRateRoot - rateAnchor(t)) \times rateScalar(t)} \\
\frac{1-p_{trade}(t)}{p_{trade}(t)} &\leq e^{(rateAnchor(t) - feeRateRoot) \times rateScalar(t)} \\
\frac{1}{p_{trade}(t)} &\leq e^{(rateAnchor(t) - feeRateRoot) \times rateScalar(t)} + 1 \\
\frac{n_{pt} - \Delta PT}{n_{pt} + n_{asset}} &\geq \frac{1}{e^{(rateAnchor(t) - feeRateRoot) \times rateScalar(t)} + 1} \\
n_{pt} - \Delta PT &\geq \frac{n_{pt} + n_{asset}}{e^{(rateAnchor(t) - feeRateRoot) \times rateScalar(t)} + 1} \\
\Delta PT &\leq n_{pt} - \frac{n_{pt} + n_{asset}}{e^{(rateAnchor(t) - feeRateRoot) \times rateScalar(t)} + 1}
\end{aligned}
$$

这样，我们就获得了在输入 $\Delta asset$ 时，可能输出的 ΔPT 的最大值。

6.2 闪电交换和伪 YT AMM 模型

在 PT AMM 的公式中，没有出现 YT，也就是说流动性池中只包含 PT 和 SY 代币（也就是基础资产的一层封装），那么 PT AMM 是如何满足用户实时交易 YT 的需求的呢？

实际上，PT AMM 是利用 PT 和 YT 代币的基础价格等式 (1)，也即

$$1PT + 1YT = 1Underlying\ asset(SY)$$

来实现所谓的闪电交换（Flash Swaps）[14] 和伪 AMM（pseudo-AMM），允许在没有额外流动性的情况下完成 YT 的交易，同时允许通过单一的流动性池同时处理 PT 和 YT 的交易而无需分别为每个代币创建不同的池，可以集中流动性，并且提高 LP 的收益，因为 YT 和 PT 交易产生手续费都能一次性捕获。

例如，假设用户需要用基础资产 SY 代币购买 YT 代币，实际上实现逻辑如图11所示。

1. 买家将 SY 发送到交换合约中（自动从任何主流代币路由）；

2. 合约从 PT AMM 流动性池中撤出更多 SY；

3. 用所有 SY 铸造 PT 和 YT；

[14] 有传统金融知识的读者请注意，这里的不是指传统金融中的衍生品，实际上类似于交易的意思，就是指用一个代币兑换另一个代币。在阅读行业内一些机翻文章时，Swap 常常被翻译为掉期，显然有误。

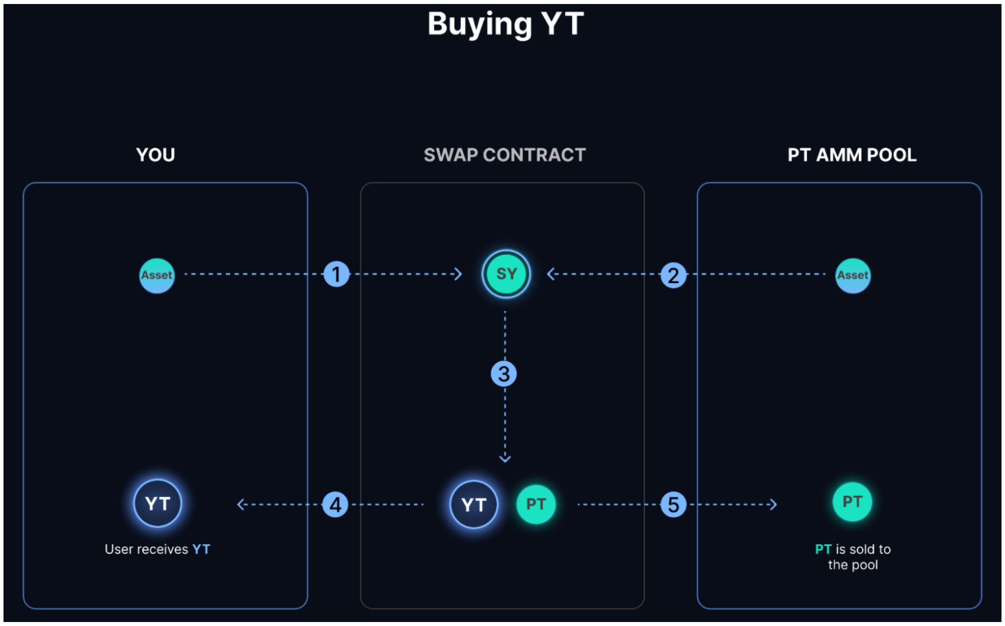


Figure 11: 购买 YT

4. 将 YT 发送给买家；
5. 根据 PT 和 YT 代币的基础价格等式，出售 PT 以换回 SY，以归还第 2 步中的金额。

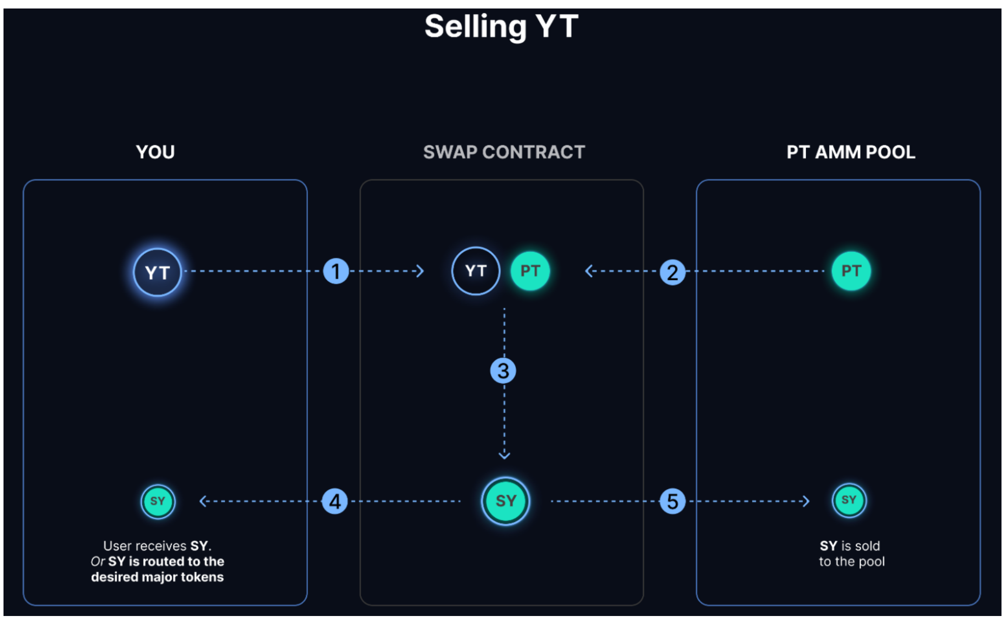


Figure 12: 出售 YT

再比如用户需要向流动性池出售 YT 代币以换取基础资产 SY 代币，实现逻辑如图12所示。

1. 卖家将 YT 发送到交换合约；
2. 合约从 PT AMM 流动性池中借入等量的 PT；

3. 使用 YT 和 PT 赎回 SY;
4. 将 SY 发送给卖家（或路由到任何主流代币，如 ETH、USDC、wBTC 等）;
5. 根据 PT 和 YT 代币的基础价格等式，将部分 SY 出售给 PT AMM 流动性池中以换回 PT，以归还第 2 步中的金额。

6.3 LP 激励机制

在此前 Uniswap 的共学活动中，我们知道，一个流动性池的流动性过小有诸多危害：较高的滑点导致交易者付出更高成本，巨鲸可以很轻松地掏空流动性池引起价格剧烈变化，价格对交易过于敏感导致难以精确反映供求信息，交易者减少交易量导致流动性提供者收益下降等等。因此为了鼓励流动性提供者（Liquidity Provider, LP）向流动性池中注入更多资金，Uniswap 协议为每一个交易对设定了一个交易费（通常是 0.3%)，作为给 LP 的报酬。

与 Uniswap 不同的是，Pendle 中普通的 LP 的激励并不包含交易手续费，主要来自两个部分：PT 和 SY 代币的收益和 $Pendle 代币激励。[6] 由于 LP 存入资产等同于拥有一个 PT/SY 的仓位，PT 部分可以获取对应的固定利率带来的增长，SY 代币可以自然累积生息资产的收益。

LP 想要获取手续费收入，必须选择锁定 $PENDLE，获取 vePENDLE，并且投票给特定的池子，投票后就可以分得该池子交易费用的 80%[15]。

Pendle 从所有 PT 交换中收取基于百分比的交换费用，该费用随到期时间变化。每个费用等级将在去中心化应用程序（dApp）中显示，并由流动性池部署者决定（目前只有 Pendle 团队在 Pendle 上部署流动性池)。当发生交换时，Pendle 会对 PT 的应收收益征税（前面已经学过如何计算)。由于该费用与流动性池的到期时间成正比（到期时间越短 -> 应收收益越少 -> 按美元计算的费用越低)，因此这为所有流动性池和到期时间创建了一个公平的费用结构。由于 YT 交换也通过 PT AM）进行路由，因此其费用也是基于 PT 交换来计算的。

除了交易手续费的激励外，vePENDLE 持有者还可以获取 YT 产生的包括其他项目的空投积分在内的浮动收益的 3%、用 vePENDLE 来增加特定流动性池的做市收益率（Boost LP rewards)，并参与 Pendle 项目的治理投票（包括决定分配给某个流动性池的 $Pendle 代币激励数量）等等。

一个流动性池可能有多个 LP ，我们用流动性代币（Liquidity Token）来量化 LP 的贡献程度，用传统金融的视角来看，这类似于成流动性池的股票。当 LP 向流动性池添加流动性时，交易所会铸造一定数量的流动性代币发送给 LP 。当 LP 决定移除流动性时，他便可以将一定数量的流动性代币发送给交易所并赎回自己的份额，交易所将这一部分流动性代币销毁。

在 Pendle 白皮书 [7] 中，称流动性代币为 LP Tokens，例如，对于 eBTC 流动性池的 LP 提供者，Pendle 将会返还对应数量的 LP eBTC 代币给 LP 提供者。对于第一位 LP，假设其往流动性池中添加了 $\Delta asset$，那么 Pendle 协议会首先创造一个假想的另一个用户 u_x 并记录其 LP 代币数额为 L_{locked}，再记录第一位 LP 的份额为 $l_u = \Delta asset - L_{locked}$，这样就保证了该流动性池中的 LP 份额（也就是 LP 代币）不能再回到 0。[5]

[15]这实际上借鉴了 Curve 的 ve-token 模型。

类似于 Uniswap，对于第二位及以后的 LP，假设其 t 时刻往池中存入 $\Delta asset$，Pendle 用如下的公式更新其份额 [7]：

$$s_u(t) \leftarrow s_u(t*) + \frac{\Delta asset}{A(t)} \times S(t) \tag{26}$$

式中，

- $s_u(t)$ 表示这位 LP 的份额；
- $A(t)$ 表示流动性池中所有的资产数额；
- $S(t)$ 表示流动性池中所有的 LP 份额。

Pendle 为 LP 提供了两种快速存入资金的 Zap In 模式。回想一下，LP 存入基础资产等同于拥有一个 PT/SY 的仓位。如果开启零价格影响模式（Zero Price Impact Mode），基础资产将完全转换为 SY，其中一部分用于铸造 PT 和 YT。然后，PT 和剩余的 SY 用于提供流动性，同时将 YT 保留在 LP 的钱包中，如图13所示。

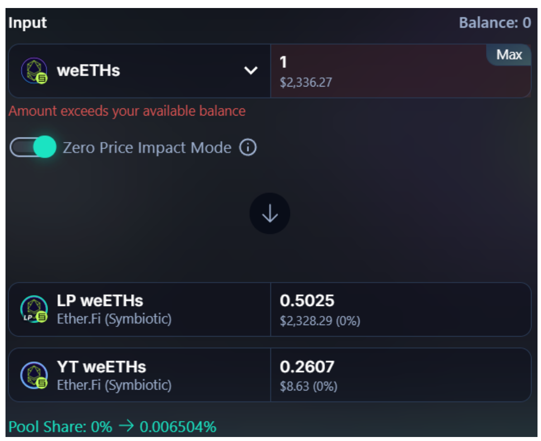


Figure 13: 开启零价格影响模式示例

如果不开启此模式，则会用实际上是先把基础资产的一部分用于从流动性池中交换 PT，然后将剩余的基础资产封装为 SY，存入到流动性池中。由于购买了 PT，这可能会产生滑点，影响价格和收益率，如图14所示。

是否要开启此模式，取决于你的投资策略。如果开启了该模式，LP 钱包中的 YT 平衡了 LP 头寸中 PT 的影响，从而达成收益率中性，这适用于那些不想管理 YT 头寸的 LP。如果不开启该模式，仅持有 LP 头寸，其中的 PT 代币只能获取对应的隐含收益率，这在未来基础资产收益率上升的情况下不利，属于做空基础资产收益率的策略。

在 Uniswap 共学活动中，我们知道无常损失是由于流动性池中交易对价格变化导致的相对于预期收益的机会损失。[16] 简单地说，无常损失是流动性提供者在价格波动时面临的风险。资产的价格波动越大，损失的可能性就越高。

想象一下，你把两种资产（比如 ETH 和 USDC）存入一个流动性池。这个池子允许其他人来买卖 ETH 和 USDC，而你通过提供这些资产来帮助交易的顺利进行。作为回报，你可以从交易手续费中获得收益。当你存入资产时，两个资产的价格是平衡的（例如 1 ETH = 1000 USDC）。

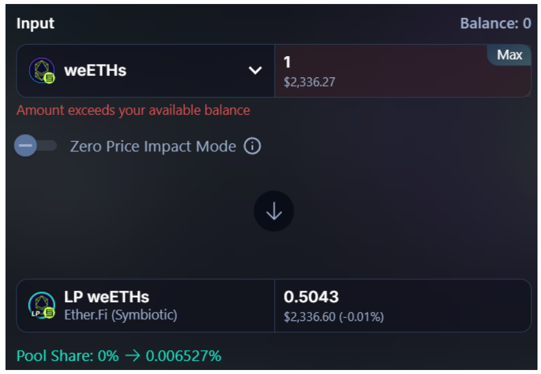


Figure 14: 不开启零价格影响模式示例

但如果 ETH 的价格上涨（比如从 1000 USDC 涨到 1500 USDC），池子需要保持平衡，系统会自动调整你提供的 ETH 和 USDC 的数量。这意味着，你的池子中 ETH 会减少，USDC 会增加。如果此时你从池子中取出资金，你会发现得到的 ETH 比你最初存入的少了。如果你只是单纯持有这些 ETH 和 USDC，而没有放入流动性池里，你的资产现在会更多。但由于你参与了流动性池，系统自动调整了你的资产比例，你损失了一部分潜在的收益。虽然提供流动性能赚到手续费，但无常损失可能会吃掉这些收益甚至更多。

无常损失是未实现的，只有当你在价格变化时取出流动性时，才会真正遭受损失。如果你等待价格回到原来的水平，这个损失可能会消失。但如果你在价格变化的时候撤出资金，那这个损失就会成为永久的（permanent）。但是，价格水平并不一定能够回到之前的水平，所以 LP 在提供流动性之前，必须想想是否能够接受这样反复无常的价格波动带来的损失。

值得一提的是 Pendle 协议的 LP 的无偿损失（Impermanent Loss）几乎可以忽略不计。由于流动性提供者（LP）所投入的两种资产之间高度相关（例如 PT-stETH / SY-stETH），因此互换中的无常损失也得到了缓解。如果流动性一直提供到到期日，那么 LP 的头寸将等同于完全持有基础资产，因为 PT 的价值本质上会向基础资产靠拢。而且，Pendle 的 AMM 机制通过调整 AMM 曲线来适应 PT 代币的自然价格上涨，随着时间的推移，推动 PT 价格向其基础资产价值靠拢，从而减轻与时间相关的无常损失（由于 PT 在到期时可以按 1:1 的比例赎回，在到期时完全没有无常损失）。

在大多数情况下，到期日之前，PT 的交易价格对应的隐含收率会在一个范围内波动，而不会像资产的现货价格那样大幅波动。例如，可以合理假设 Aave 的 USDC 借贷利率在合理的时间框架内波动于 0%-15% 之间（相应地，PT 的隐含收益率也会在这个范围内波动）。这一前提确保了在任何给定时间点的无常损失都很小，因为 PT 的价格不会偏离流动性提供时点的价格太多。

7 链上空投积分市场

DeFi 赛道的协议数量与日俱增，除了老牌 DeFi 协议，Pendle 还积极与这些新兴的 DeFi 协议合作，并为其代币（可能是流动性再质押代币、LP 代币等等类型）添加流动性池。新协议为鼓励用户参与，往往会附带有空投积分，这部分的潜在收益被 Pendle 计算在基础资产收益率中，

也就是包括在 YT 代币中。

因此，空投积分交易大体上与收益率交易相同：

- YT 代币持有者能够获得基础资产的浮动收益和空投积分；
- PT 代币持有者可以获得基础资产的固定收益；
- LP 如果开启了零价格影响模式，能够额外获得 YT 代币的空投积分。

相信读者可以根据前文，自行推导出空投积分的主动型交易策略。注意，由于空投收益的不确定性，在给带有空投积分的 YT 定价时很难将其考虑进去。

7.1 空投积分乘数

Pendle 上的一些资产比单纯持有基础资产能赚取更多的点数。这个乘数由相应的 DeFi 协议给出，并可能在任何通知时更改。

以 eETH 为例，假设质押 1ETH 可以获得 1eETH，这使得用户每天可以获取 1,000 积分。如果用 1ETH 则可以购买 10 个 YT eETH，这使得用户每天可以获取 10,000 积分，是原本的 10 倍，如图15所示。请注意，这里的 10x 源自 YT 的杠杆效应。

Figure 15: 空投积分由于 YT 的杠杆效应，变为原来的 10 倍

除此之外，假设 Ether.fi 协议给 Pendle 的奖励乘数为 3x，那么这意味着 10 个 YT eETH 每天能够获得的积分为 30,000，如图16所示。请注意，这个乘数是由 Ether.fi 协议决定的。

再让我们看一个实际的例子。2024 年 9 月 26 日，可以看到 PumpBTC (Corn) 池子上标识着 3 个不同的乘数，其中的 Babylon 1x 和 Corn 3x 以及 PumpBTC 4x 都是这两个协议给予的奖励乘数。

当我们点击该池子可以查看详细信息，可以看到这里还可以查看 Babylon，Corn 和 PumpBTC（未显示出来）积分的实际杠杆乘数，分别为 54x，162x 以及 216x，如图18所示。这些数字是怎么计算出来的呢？

首先，让我们检查一下 Babylon 的 54x 是如何得来的。在 Swap 界面输入 0.1pumpBTC，可以看到计算器输出为 3.7260YT pumpBTC (Corn)，这一比例并不接近 54，如图19所示。

Figure 16: 空投积分由于 Ether.fi 协议设置的奖励乘数，变为原来的 3 倍

Figure 17: PumpBTC (Corn) 池

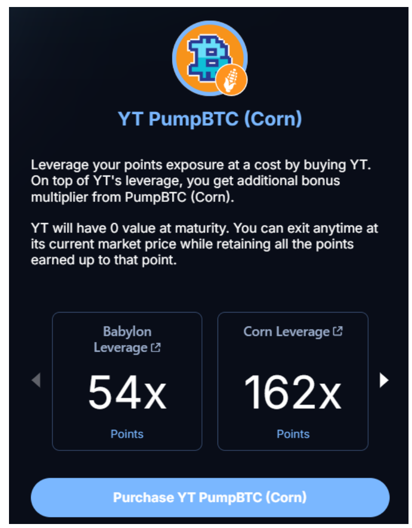


Figure 18: 实际杠杆乘数

这是由于该池子刚添加不久，流动性比较稀缺。让我们通过减小购买数量或者是通过挂限价单来进一步检查。

可以看到 1pumpBTC 能够购买的数量确实已经比较接近 54 了，如图20所示。或者我们可以挂限价单，这里的隐含收益率设置为市场上显示的最新数字 7.835% 即可，可以看到这一数字更加地接近 54 了，如图21所示。

因此，Babylon 的 54x 实际上就是 *YT 代币杠杆乘数 54*$\times$*Babylon 奖励乘数 1*=54x。据此可分别计算出 Corn 的 162x（$=54\times3$）以及 PumpBTC 的 216x（$=54\times4$）。

8 Pendle V3 新特性

2023 年 12 月 14 日，据 Pendle 官方转发 X 平台用户 Vu Gaba Vineb 披露的图片显示，Pendle V3 版本或即将于 2024 年推出，并覆盖传统金融利率。以下是笔者根据现有互联网信息整理的，V3 版本的一些可能的新特性：

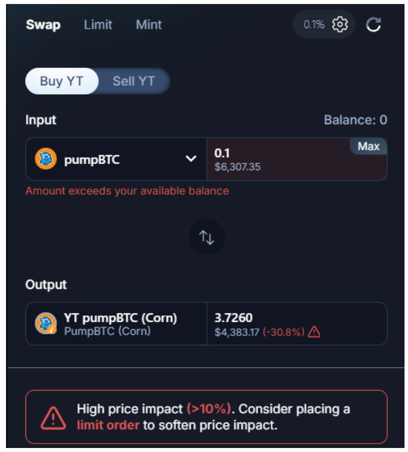


Figure 19: 0.1pumpBTC 能够兑换的 YT pumpBTC (Corn) 数量

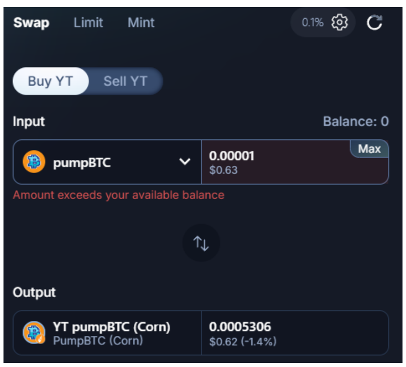


Figure 20: 减小购买数量

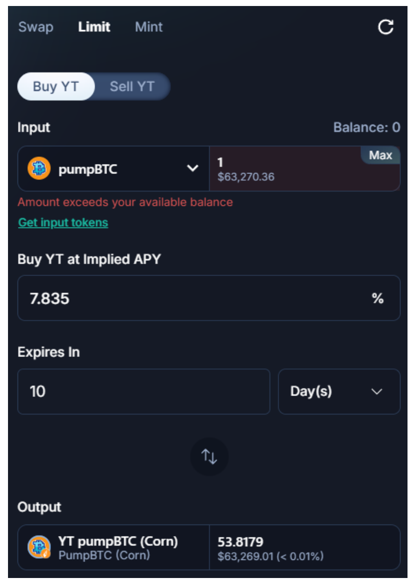


Figure 21: 挂限价单

- 跨链互操作性：V3 将更加注重跨链操作，在区块链方面更加中立，特别是让用户能够在不同的网络（甚至包括 Solana 等 EVM 生态系统之外的网络）上交易原生资产，扩大了 Pendle 的用户基础和应用场景。[13]
- 新型比特币收益池：Pendle V3 还将为比特币生态引入收益池，尤其是通过与多个 BTCFi 项目（如 Corn, Lombard Finance 和 Babylon Labs）合作，为 DeFi 领域的 BTC 持有者提供新的收益策略，吸引对 BTCFi 的更大投资。[2]
- 增强的流动性和可扩展性：Pendle V3 旨在解决 V2 流动性不足的问题，特别是在处理大规模交易（如六位数、七位数及以上的交易）时。这将使 Pendle 能够吸引更多大型投资者和机构（巨鲸）参与，进一步推动平台的成长。[2]

可以推测，Pendle V3 的这些改进和新增功能，旨在希望吸引更多大型投资者和多链用户，特别是 BTCFi 投资者。2024 年 9 月 26 日，Pendle 已上线了包括 PumpBTC(Corn), uniBTC(Corn),

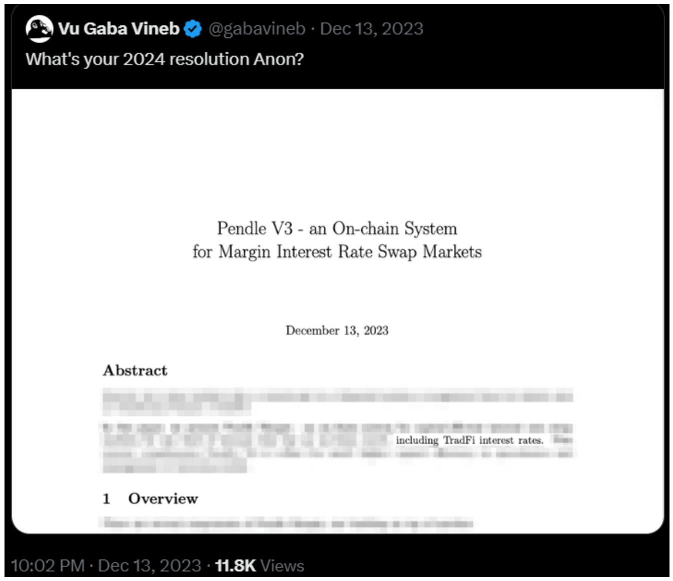


Figure 22: `https://x.com/pendle_fi/status/1734936759228846362`

SolvBTC.BBN(Corn), LBTC(Corn) 和 eBTC Pool 共计五个 BTC 池子。

思考题

1. PT 和 YT 代币之间满足的基础价格等式是?
2. 为什么 PT 代币衡量的基础资产 $asset$ 的价格 $price_a$ 既满足 $price_a = \frac{1\ asset}{1\ PT}$，又满足 $price_a = -\frac{dy}{dx}$? 这里的 y 和 x 分别表示基础资产数量和 PT 代币数量。而且为什么 $price_a$ 总是应该大于等于 1?
3. 你认为有什么比较好的预测基础资产收益率的方法或模型?
4. 本文主要介绍了 PT 和 YT 代币的一些主动型投资策略，你能否想出其他可行的投资策略? 对冲型投资策略呢?
5. PT AMM 模型使用的公式是? 和 Uniswap 的 AMM 模型有何区别?
6. 除了资本效率和可组合性，你认为还有什么因素是评价一个 AMM 模型时不可忽略的?
7. 为什么 LP 不需要往流动性池中添加 YT，用户就可以在这个池子中买到 YT? 这样做有什么好处?
8. 为什么 Pendle 的 LP 面临的无常损失风险几乎可以忽略不计?
9. Long Yield APY（做多基础资产收益率策略的年化收益率）是指假设基础资产的年化收益率保持不变，通过购买 YT 并持有至到期日所能获得的预估回报。该值可能为负，意味着 YT 基于当前基础年化收益率的未来总收益将低于购买 YT 的成本。2024 年 9 月 16 日，可以观察发现绝大多数 Pendle 协议中的流动性池的 Long Yield APY 均为负，甚至很多都达到了-100%，如图23所示。你可以结合本文所学知识简要分析可能的原因吗? 提示：考虑空投积分的吸引力以及部分基础资产的特殊性（如 BTC）。

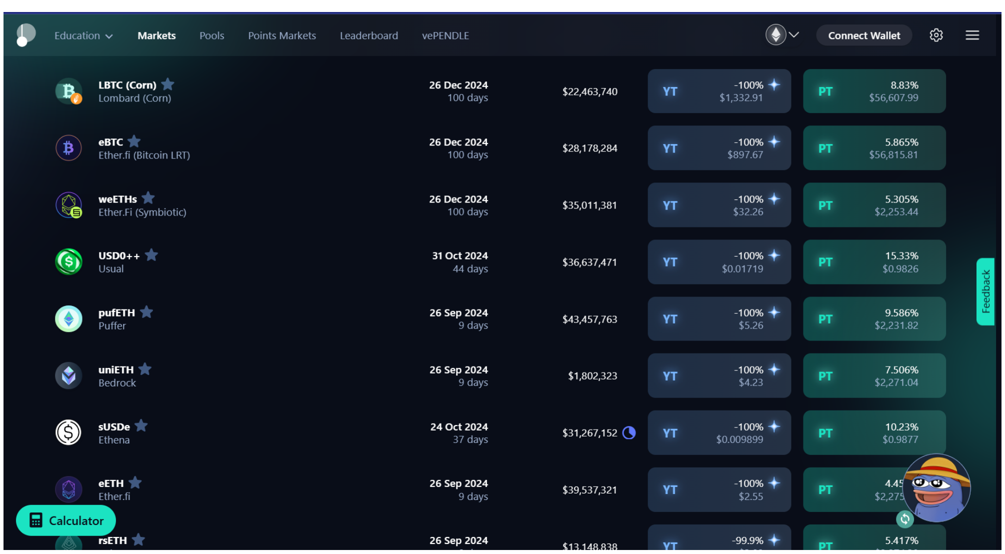


Figure 23: 绝大多数流动性池 Long Yield APY 均为负

致谢

感谢 LYS Lab 和武汉大学 Web3 俱乐部对本项目的大力支持，特别是怀菁（Treap）对本文提出的修改建议。此外，感谢 Pendle Discord 社区管理员 Botanic 对笔者问题的耐心解答。

利益披露与免责声明

作者（Peyton）与 Pendle 团队没有任何商业利益关系。央行等十部委发布《关于进一步防范和处置虚拟货币交易炒作风险的通知》，请读者提高风险意识，理性看待区块链。本文所有内容仅出于教育科普目的，不构成投资建议。

References

[1] Jonathan Berk and Peter DeMarzo. *Corporate Finance*. Pearson Education Limited, 5th edition, 2019. Global Edition.

[2] Hawkinsight. Hawkinsight Article, 2024.

[3] Pendle Labs. LP Oracle Document, 2022.

[4] Vu Nguyen. Standardized Yield Stripping - Efficient Yield Stripping Mechanism on DeFi’s Yield Generating Assets, October 2022.

[5] Vu Nguyen. A Study on AMMs for Trading Fixed Yield and Pendle V2’s Principal Token AMM, October 2022.

[6] Vu Nguyen and Nghia Pham. Sustainability of Pendle V2 and its incentive mechanisms (vePENDLE), October 2022.

[7] Vu Nguyen and Long Vuong. Standardized Yield - A Token Standard for Yield Generating Mechanisms, October 2022.

[8] Pendle. Pendle Academy, 2024.

[9] Pendle. Pendle Documentation, 2024.

[10] Pendle. Pendle Education, 2024.

[11] Pendle. Points Trading on Pendle, 2024.

[12] Staking Rewards. Ethereum Staking Reward Methodology, 2024.

[13] The Big Whale. Pendle: Everything You Need to Know About Its Future V3, 2024.

[14] Uniswap Labs. Uniswap Protocol Oracle, 2024.

[15] 周荣喜, 王天一, and 施一宁. 固定收益证券. 高等院校金融学专业系列教材. 对外经济贸易大学出版社, 1 edition, June 2023.

[16] 怀菁. Uniswap 简明导论, October 2023.