

MATLAB 第 3 次作业

提交时间：2020 年 3 月 26 日 23:59 之前

第一题 $p(x) = ax^3 + bx + c$

(1) $a=0.5$, $b=-8$, $c=-4$, 分别使用符号工具箱及 MATLAB 内置函数 `roots` 求多项式 $p(x)$ 的根; 给出给出计算结果及代码。

(2) 使用二分法、`fzero` 函数分别验证(1)中求出的根。请编程实现, 精确到小数点后六位, 给出迭代初值、计算结果及代码。

第二题 $x + e^y + x^2y - 4 = 0$

编写一个 M 文件, 要求先用匿名函数表示出 y 关于 x 的表达式, 再画出 y 关于 x 的图像, 其中定义域为 $[-3, 3]$, 图像要求有网格线、坐标轴与标题, 坐标单位长度一致。观察图像, 选定其与 x 轴交点所在的一个长度为 1 的区间, 使用二分法求解该交点, 精确到小数点后六位。给出图像、运行结果与代码。

第三题

(1) 编写一个求平方根的函数, 具体的调用格式为 `r=mysqrt(x)`, 要求使用不动点法来求解平方根, 迭代初值为数本身, 其停止条件为输出解与 `sqrt(x)` 的距离小于 10^{-6} , 选择合适的 $g(x)$ 使得迭代的次数越少越好。给出 $g(x)$ 的表达式和代码。

(2) 给出一个不能用于不动点法的 $g(x)$ 的表达式, 并给出原因。

第四题
$$\begin{cases} 5x_1^2 - 2x_2 = 0 \\ x_2 - 0.25(\sin x_1 + \cos x_2) = 0 \end{cases}, x_1 \in (-3, 3), x_2 \in (-3, 3)$$

利用不动点迭代法求上述方程组的解, 终止条件为输出解与前一次迭代的结果的距离小于 10^{-6} 。要求在 Word 中给出迭代初值和 $g(x)$ 的表达式, 并说明这样选择的原因。给出计算结果, 并给出代码。

第五题 $f(x) = |\ln(\cos^2 x)| + x^6 - 2x^4 - x^3 - 1$

(1) 使用 Newton's Method 和 The Secant Method, 求解 $f(x)$ 。要求找出 $[-1.5, -0.5] \cup [0.5, 1.5]$ 区间内的所有解。取容许绝对误差为 0.0001。提示: 作出函数图像, 找到零点近似值, 将近似值作为迭代初值进行求解。要求给出计算结果及代码。

(2) 说说(1)中的两种方法哪种编程更简单, 解释原因。使用 The Secant Method 时, 能否取 $x_0 = -1.5, x_1 = 1$? 为什么?

(3) 使用 `fzero` 求解 $f(x)$, 给出计算结果。`fzero` 使用的是哪种算法? 比较其与第(1)问中两种方法的效率。给出比较结果。

第六题 $f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \end{pmatrix} = \begin{cases} ax_1^2 - 20x_1 + bx_2^2 + 8 \\ \frac{1}{2}x_1x_2^2 + 2x_1 - 5x_2 + 8 \end{cases}$

(1) 取 $a=4$, $b=1/4$, 为求解 $f(\mathbf{x})=\mathbf{0}$, 需要首先确定解的大致范围。取 $x_1 \in (-3,3), x_2 \in (-3,3)$, 使用等值线图绘制 $f(\mathbf{x})=\mathbf{0}$ 。要求给出该图, 要求有标题、坐标轴。给出可运行文件, 运行后输出该图。

(2) 使用 Multivariate Newton's Method 求解 $f(\mathbf{x})=\mathbf{0}$, 迭代初值根据 (1) 的结果确定, 取容许绝对误差为 0.00001。给出计算结果与代码。注意: 要求在参数 a 、 b 取其他值时 (例如 $a=-4$, $b=-1/4$), 只需要对应更新 Function 函数的输入函数及迭代初值, 即可执行求解。

第七题 $x^3 - x - 1 = 0$

(1) 用牛顿法求解方程在 $x=0.6$ 附近的一个根, 取容许绝对误差为 0.00001。记录每一次迭代的结果, 画出迭代值随迭代次数变化的曲线, 指出待改进之处, 并给出最终结果与代码。

(2) 自行查询牛顿下山法, 其迭代表达式为: $x_{i+1} = x_i - \lambda \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$ 。在相同的初

值和容许绝对误差条件下, 求解上述方程, 画出迭代值随迭代次数变化的曲线, 与题 (1) 进行对比, 并给出最终结果与代码。

附加题

阅读课件中对应的 Ref. [1], P.67-69, 完成 Suggested activities 中的第 1~4 题。