

Matlab 第 5 次作业

提交时间：2020 年 4 月 9 日 23:59 之前

第一题

编写 m 文件，构建 the normal equation 求解并输出下述问题的解，计算并输出残差的 2-范数、SE、RMSE。要求给出代码以及输出结果。

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

第二题

编写 m 文件，针对给出的 25 个点 (t_i, y_i) ，完成下述问题，其中 t, y 分别储存在 2_t.mat 和 2_y.mat 中。

- (1) 用最小二乘法拟合直线 $y(t) = c_1 + c_2 t$ ，输出 c_1 和 c_2 的值，并在同一张图中画出点与拟合的直线，再在另一张图中画出残差图（ $y(t_k) - y_k$ 关于 t 的图像）。要求图像有标题、坐标轴，要求给出代码、输出结果和图像。
- (2) 观察残差图，找到一个离群点，并猜测为了更好地拟合数据，新模型 $y(t) = c_1 + c_2 t + c_3 g(t)$ 中的 $g(t)$ 是哪一个函数。
- (3) 根据猜测的 $g(t)$ ，并剔除找到的离群点，用最小二乘法进行拟合。输出 c_1 、 c_2 和 c_3 的值，并在同一张图中画出所有点以及拟合的光滑曲线，其中用于拟合的点与离群点用不同的记号表示，再在另一张图中画出残差图。要求图像有标题、坐标轴，要求给出代码、输出结果和图像。

第三题

x	-1	0	1	2
y	13.45	3.01	0.67	0.15

(1) 拟合曲线 $y = c_1 e^{c_2 x}$ ，输出 c_1 和 c_2 的值，并在同一张图中画出原始数据点与拟合的直线，给出代码、输出结果和图像，图像要有标题和坐标轴。

(2) 拟合曲线 $y = \frac{1}{(c_1 x + c_2)^2}$ ，输出 c_1 和 c_2 的值，并在同一张图中画出原始数据点与拟合的直线，给出代码、输出结果和图像，图像要有标题和坐标轴。

(3) 用 RMSE 来判断哪条曲线拟合得更好。

第四题

(1) 编写名为 QR_Houref.m 的 M-function，通过 Householder reflector 实现 QR 分解并使用 Matlab 内置的 qr 函数检验你的工作。给出代码和检验。

(2) 用该函数解决以下的最小二乘问题，输出解。给出代码和输出结果。

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ -5 \\ 15 \\ 0 \end{bmatrix}$$

第五题

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
y	2.3201	2.6470	2.9707	3.2885	3.6008	3.9090	4.2147	4.5191	4.8232

编写 m 文件，用 Gauss-Newton 法通过表中数据拟合曲线 $y = c_1 x + c_2 x^2 e^{-c_3 x} + c_4$ ，输出拟合的参数，计算 RMSE 并绘制所拟合的曲线和原始数据点。最后使用 Matlab 函数 lsqnonlin 计算该问题，并将获得的结果做比较。给出代码、输出结果和图像。

第六题

编写 m 文件实现 Levenberg-Marquardt 法。现有一个函数为

$$f(x) = A \sin(Bx) + C \cos(Dx)$$

给定 A、B、C、D 为 5、1、10、2，请生成 24 个随机数作为变量 x ，并在计算出来的每个 $f(x)$ 上面增加一个在 ± 0.5 范围内的随机扰动量。请将这组数据作为观测值，然后通过编写的 m 文件来反推四个参数，并比较反推参数与给定参数，分析不同初值下的结果。给出代码、结果比较与分析。（提示：算法中的因子 λ 不是一定是常数，也可以进行调整）

附加题（5 分）

编写名为 QR_Schmidt.m 的 M-function，通过施密特正交化实现 QR 分解（具体方法可以参考 Ref.[2] 或者上网搜索）。并利用该函数对 A 进行 QR 分解。使用 Matlab 内置 qr 函数检验其正确性。

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 3 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$