

## Matlab 第 8 次作业

提交时间：2020 年 4 月 30 日 23:59 之前

$$\text{第一题} \quad (\text{a}) \quad \begin{cases} y'' = 2e^{-2y}(1-t^2) \\ y(0) = 0 \\ y(1) = \ln 2 \end{cases} \quad (\text{b}) \quad \begin{cases} y'' = \sin y' \\ y(0) = 1 \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

(1) 使用 Shooting Method 解决以上问题，h 取 0.01，作出给定区间上的函数图像。其中 (a) 使用二分法，精确到小数点后 6 位，(b) 使用内置函数 fzero。要求给出图像和代码。

(2) 用内置函数 bvp4c 再求解一次 (b)，对所得结果与 (1) 中结果进行作图比较，要求给出代码与图像。

$$\text{第二题} \quad \begin{cases} y_1' = 1 / y_2 \\ y_2' = t + \tan y_1 \\ y_1(0) = 0 \\ y_2(1) = 2 \end{cases}$$

使用 Shooting Method 求解该问题，h 取 0.01，在同一幅图中作出求解的结果的图像，注意图像基本要素，要求给出图像和代码。

$$\text{第三题} \quad \begin{cases} y'' = 4(y-t) \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

(1) 给出该线性问题的解析解。

(2) 编写 M 文件使用 Finite Difference Method 求解该问题，分别取 h 为 0.1、0.05 和 0.025，在同一幅图分别绘制出三个拟合解与解析解，注意基本要素，给出代码和图像。

(3) 利用 (2) 中得到的三个拟合解在  $t = 0.5$  处的值，用 Richardson extrapolation 得到离精确值更近的拟合值，给出计算过程与结果。

$$\text{第四题} \quad \begin{cases} y'' = cy(1-y) \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases}, \quad c > 0$$

(1) 取  $c = 10$ ，编写 M 文件使用 Finite Difference Method 求解该问题，分别取  $h$  为 0.1 和 0.05。再用内置函数 `bvp4c` 求解该问题，在同一幅图中绘制出三个结果，注意基本要素，给出代码和图像。

(2) 给定  $y(0.5) = 0.25$ ，编写 M 文件使用 Finite Difference Method 和二分法求解该问题，取  $h$  为 0.01，二分法精确到小数点后 6 位，输出  $c$  的值，作出结果的图像并标出三个给定点，注意图像基本要素。要求给出输出的结果、图像及代码。

提示：二分法用于求解一个关于  $c$  的函数的零点。

$$\text{第五题} \quad \begin{cases} y'' = (2 + 4t^2)y \\ y(0) = 1 \\ y(1) = e \end{cases}$$

编写 M 文件，使用 Finite Element Method 求解该问题， $n$  分别取 9 和 19，把求解结果和真实解  $y(t) = e^{t^2}$  绘制在同一幅图中作比较，再作出求解结果在给定区间内误差随  $t$  变化的曲线。给出图像及代码。

$$\text{第六题} \quad \begin{cases} y'' = 3y - 2y' \\ y(0) = e^3 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

自学 *Ref.*[1]中 P365-367，用 Collocation Method 求解该问题，其中  $n$  取 11，再使用内置函数 `bvp5c` 求解该问题，将所得的两个结果绘制于同一幅图中进行比较，注意图像基本要素。给出图像及代码。