

Matlab 第 4 次作业

提交时间：2020 年 4 月 2 日 23:59 之前

第一题

使用 `imread` 读取 `h.jpg`，使用 `imshow` 呈现该图片。使用 `ginput` 获取图片中的心形轮廓点坐标，并使用合适的插值方式（可以使用内置函数）绘制提取的坐标点与轮廓图。要求在 WORD 中给出点及光滑曲线，标出的坐标轴及标题。要求给出图和代码。（提示：注意图片和 MATLAB 绘图中的坐标系差异）

第二题

(1) 自行编程实现课件 P16 出现的函数 `v=Lagrange(x,y,u)`，实现拉格朗日插值法，给出代码。

(2) 利用 100, 121, 144 的平方根，分别用线性插值和抛物线插值求 $\sqrt{115}$ ，其中线性插值选用你觉得最合适的两个点。给出结果和代码。

第三题

(1) 自行编程实现课件 P29 出现的函数 `v=Newton(x,y,u)`，实现牛顿插值法，给出代码。

(2) 分别使用牛顿插值法、拉格朗日插值法拟合五个点。`x`、`y` 分别储存于 `3_x.mat` 与 `3_y.mat` 中。将两条曲线绘制在同一个图像中。要求给出图，给出代码，运行后输出包含两条曲线（要有明显区别）的一张图。说说这两种方法的差别在哪？这两种方法拟合出的曲线一样吗？为什么？

第四题 $y = \frac{1}{25x^2 + 1}, x \in [-1, 1]$

(1) 在上述区间中，等距取 15 个点。使用拉格朗日插值法拟合这 15 个点。要求给出代码，运行后可以输出原曲线和拟合的曲线，要求有图例、名称、坐标轴。

(2) 在 WORD 中简单分析 Runge Phenomenon 的特点及出现的原因。

(3) 切比雪夫点是解决这一现象的常用方法。使用切比雪夫点

$$\cos \frac{(2i-1)\pi}{2n}, i = 1, 2, \dots, n, \text{ 此题中 } n=15, \text{ 再使用拉格朗日法进行拟合,}$$

要求给出代码，运行后输出拟合的曲线，要求与第 (1) 问拟合的曲线画在一个图中，有图例、名称、坐标轴。

(4) 若 $y = \frac{1}{25(x-5)^2 + 1}, x \in [1, 5]$ ，同样取 15 个点，求此时的切比雪夫点。

在 WORD 中给出求解过程及答案。

第五题

为进行三次样条拟合，写出一个 function，使该函数能够拟合任意个点，边界条件为 nature cubic spline，给出代码。

使用该函数拟合 $(0,3), (1,1), (2,4), (3,1), (4,2), (5,0)$ ，要求给出代码，包含必要注释，运行后输出一张图，要求有标题、坐标轴。

第六题

用三次样条曲线拟合以下点：(1,1),(4,2),(9,3),(16,4)；并满足曲线在 $x=1$ 、 16 处的导数分别是 $1/2$ 、 $1/8$ 。要求给出代码，运行后输出拟合曲线的图像。

第七题

使用 Hermite interpolation 拟合下列点(1,10),(2,6),(3,8),(4,12),(5,10),(6,6)。对应的导数分别为[1,0.3,0.5,0.2,-0.5,-1]。并使用 matlab 内置函数 pchip 拟合上述点，要求使用 Alternative Method。给出代码，输出一张包含 Hermite 拟合以及 pchip 拟合曲线的图像，并说说 pchip 与 Hermite interpolation 的区别。

第八题 $f(x) = x - e^{-x}$

(1) 利用 fzero 求解该函数的零点，再利用上一节课学到的方法之一，同样求出零点，要求其用 fzero 求出来的解的差值不大于 0.00001。给出解与代码。

(2) 已知如下的信息

x	0.3	0.4	0.5	0.6
e^{-x}	0.740818	0.670320	0.606531	0.548812

自行搜索反插值，选用两到三种插值方法，求解函数零点，给出解和代码。

附加题

贝塞尔曲线是应用于作图软件的数学曲线。贝塞尔曲线的定义式是

$$B(t) = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-t)^{n-i} t^i P_i$$

其中， P_i 是 $n+1$ 个给定点， t 在 0 到 1 之间取值。

(1) 贝塞尔曲线会经过首尾两点，其余的点可称为控制点，类似引力会将曲线进行牵引。取(0,0)、(1,3.5)、(5,5)三个点用贝塞尔曲线进行拟合。在(1,3.5)、(5,5)之间添加(2,6)，用贝塞尔曲线进行拟合，观察控制点的作用。要求给出代码，运行后输出一张包含两条曲线的图像。要求自行编写代码。

(2) polar 是 matlab 内置的极坐标作图函数。令 $r=\theta, \theta \in (0,6\pi)$ ，使用 polar 作出图像。等距取 20 个点，使用贝塞尔曲线作图。要求给出代码，运行后输出一张包含两条曲线的图像。

(3) 由 (2) 可以看出仅仅使用贝塞尔曲线拟合误差将会很大。取下列八个点：

$x=[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 4]$;

$y=[0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1]$;

使用贝塞尔曲线进行拟合。一种提高拟合效果的思路是将点列分成几个子点列，分别使用贝塞尔曲线进行拟合。贝塞尔曲线会经过首尾两点，因此两个相邻子点列构成的贝塞尔曲线会连续，但是可能不光滑。为保证在交界处的光滑，一般要保证相邻贝塞尔曲线在交界处的导数相等，因此需要引入额外的控制点。使用分段三阶贝塞尔曲线即子点列中有 4 个点，拟合这八个点。要求运行代码后，输出一张包含贝塞尔曲线以及分段三阶贝塞尔曲线的图像。