

بسم الله الرحمن الرحيم

گزارش تولید اعداد کتره‌ای

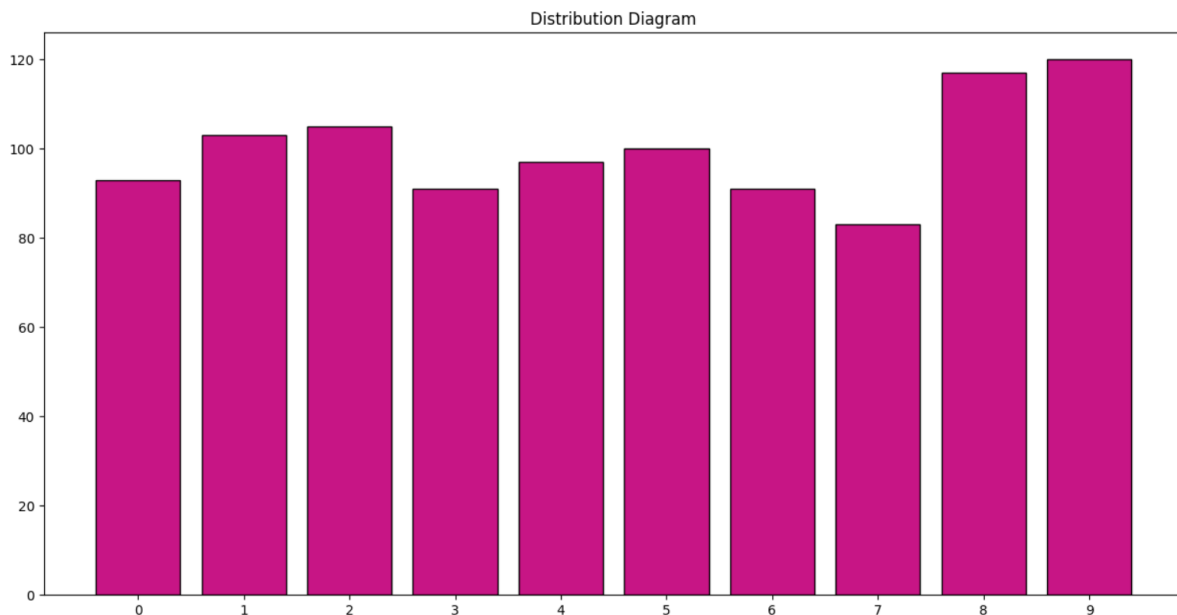
زینب ایوبی ۹۷۱۰۰۶۴۳

در ابتدا در کد "6.1" در یک حلقه‌ی هزارتایی هربار یک عدد صحیح رندوم بین ۰ تا ۹ از تولیدکننده‌ی اعداد تصادفی سیستم، تولید می‌کنم و سپس در آرایه‌ای ذخیره می‌کنم که هر عدد چندبار تولید شده‌است. در نهایت این آرایه، انحراف معیار آن و نیز تصویر نمودار میله‌ای توزیع اعداد تصادفی را چاپ می‌کنم:

اعداد تصادفی: [0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9]

تعداد تکرار هر عدد: [93 , 103 , 105 , 91 , 97 , 100 , 91 , 83 , 117 , 120]

انحراف معیار: 11.11

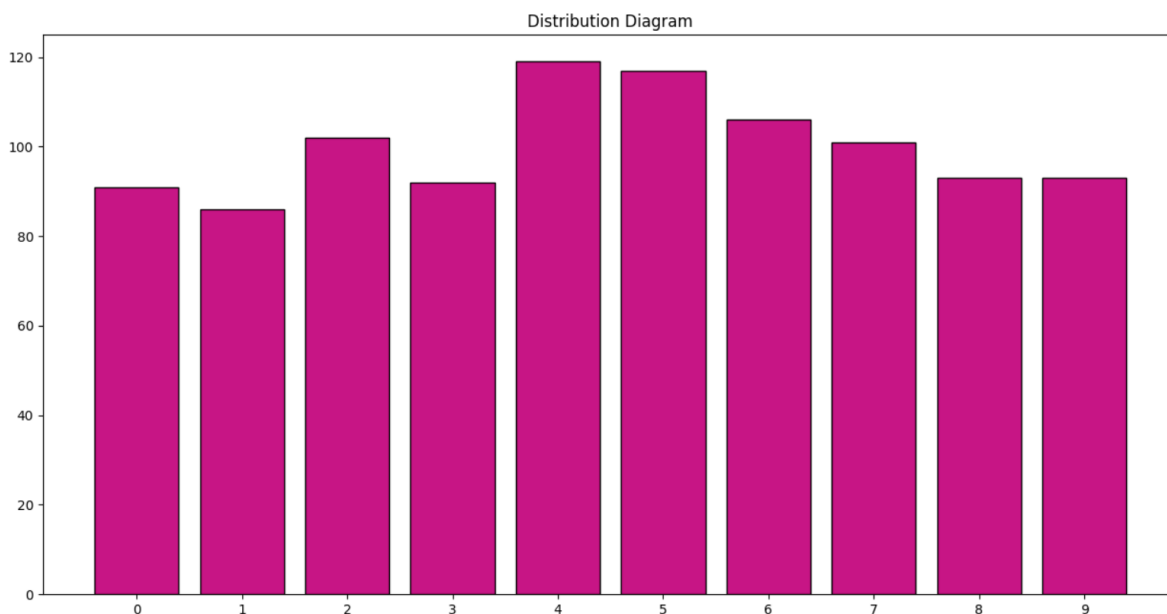


نمودار توزیع اعداد تصادفی بین ۰ تا ۹ برای ۱۰۰۰ بار داده‌گیری تصادفی

اعداد تصادفی: [0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9]

تعداد تکرار هر عدد: [91 , 86 , 102 , 92 , 119 , 117 , 106 , 101 , 93 , 93]

انحراف معیار: 10.63



نمودار توزیع اعداد تصادفی بین ۰ تا ۹ برای ۱۰۰۰ بار داده‌گیری تصادفی

شاید انتظار داشتیم تعداد تکرار هر عدد ۱۰۰ بار باشد ولی این‌طور نیست و انحراف از این مقدار نیز هربار گزارش می‌شود. البته این که تعداد تکرار هر عدد دقیقا برابر ۱۰۰ نیست نشان از خوب‌بودن تولیدکننده‌ی اعداد تصادفی سیستم است. یعنی اگر قرار بر این تساوی بود سیستم باید دقیقا می‌دانست از هر عدد چندتا تولید کرده و در ادامه باید از هر عدد چندتا تولید کند تا هر کدام دقیقا ۱۰۰ بار تولید شوند و این اتفاق یک همبستگی میان انتخاب‌های جدید با انتخاب‌های گذشته ایجاد می‌کرد که مطلوب فرآیند تصادفی نیست.

حال می‌خواهیم نشان دهیم این انحراف به صورت نسبی (σ/N) با جذر عدد N به سمت صفر می‌رود: (کد 6.1.2)

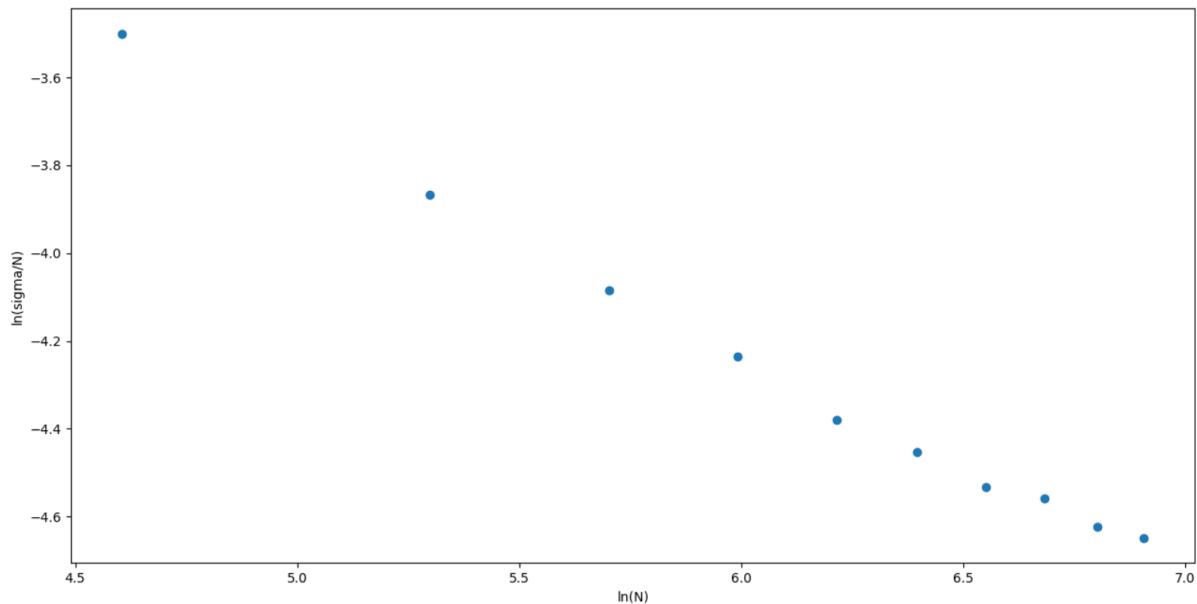
در این کد من ابتدا یک آرایه‌ی دو بعدی `random_array` (با اندازه‌ی مناسب $5500 * 100$) از اعداد تصادفی صحیح بین ۰ تا ۹ تولید می‌کنم. سپس برای هر مقدار مشخص N (100 و 200 و 300 و ... و 1000) بار آرایه‌ی توزیع اعداد تصادفی را تولید کرده و انحراف معیار را حساب می‌کنم و میانگین این ۱۰۰ بار انحراف معیارگیری را در یک تابع خروجی می‌دهم. (تابع `Distribution(N, random_array)` آرایه‌ی توزیع اعداد تصادفی را از روی بخشی از `random_array` تولید کرده و خروجی می‌دهد و تابع `mean_sigma(N, random_array)` برای هر N ، ۱۰۰ بار آرایه‌ی توزیع، تولید کرده و انحراف معیار را محاسبه کرده و انحراف معیار میانگین را خروجی می‌دهد.)

اکنون مشخص می‌شود چرا اندازه‌ی $5500 * 100$ برای آرایه‌ی کلی اعداد تصادفی مناسب است زیرا مجموع اعداد ۱۰۰ و ۲۰۰ تا ۱۰۰۰ برابر ۵۵۰۰ می‌شود و برای هر کدام من ۱۰۰ بار داده‌گیری می‌کنم به همین دلیل به یک آرایه‌ی $5500 * 100$ نیاز دارم تا با تمهیدات اندیشیده‌شده در کد هر بار بخش مناسبی از این آرایه را بردارد.

در نهایت با بدست آوردن آرایه انحراف معیار میانگین و تقسیم آن بر N (هرخانه از آرایه بر N متناظر با خود بخش می‌شود)، نمودار لگاریتم طبیعی آن را بر حسب لگاریتم طبیعی N رسم می‌کنم و انتظار داریم خطی با شیب ۰,۵- بدست آوریم. (زیرا باید $\sigma/N = A * (N^{-1/2})$ باشد و در نتیجه $\ln(\sigma/N) = B - 0.5 * \ln(N)$.)

که خوشبختانه همین نتیجه را مشاهده می‌کنم یعنی با تقریب بسیار خوبی شیب نمودار لگاریتم طبیعی σ/N بر حسب لگاریتم طبیعی N را ۰,۵- بدست می‌آورم.

$$m = -0.50$$



نمودار لگاریتم طبیعی انحراف معیار نسبی بر حسب لگاریتم طبیعی N

این تمرین دقیقا همان تمرین ولنشست با طول شبکه‌ی ۱۰ است.

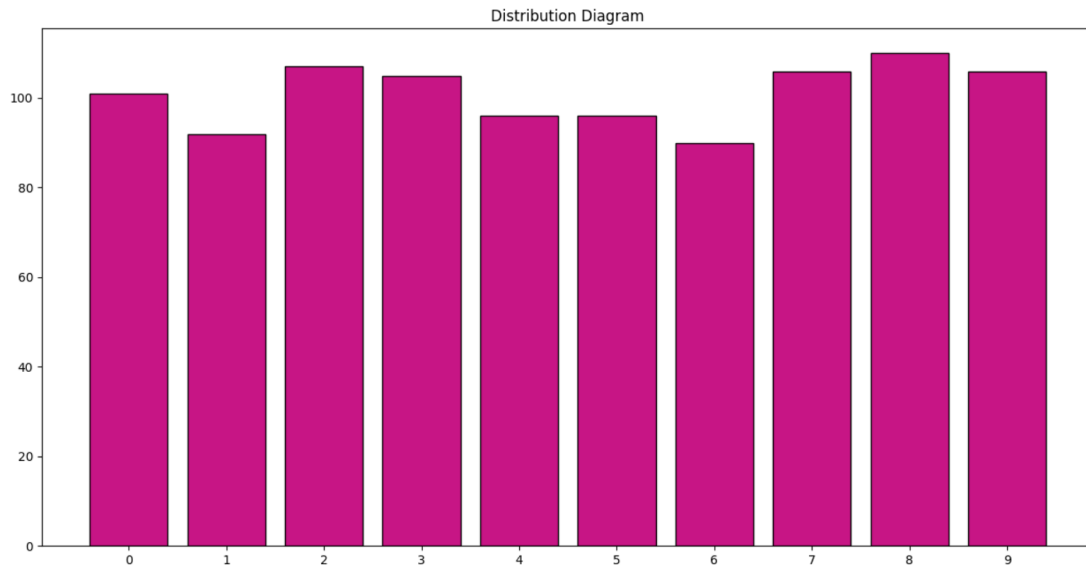
همبستگی

این بار (در کد 6.2) تابع توزیع و انحراف معیار اعداد تصادفی‌ای را بدست آوردیم که پس از عدد ۴ تولید شده‌اند. این بار نیز تعداد تکرار اعداد با هم برابر نیست:

اعداد تصادفی: [0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9]

تعداد تکرار هر عدد: [101 , 92 , 107 , 105 , 96 , 96 , 90 , 106 , 110 , 106]

انحراف معیار: 6.59

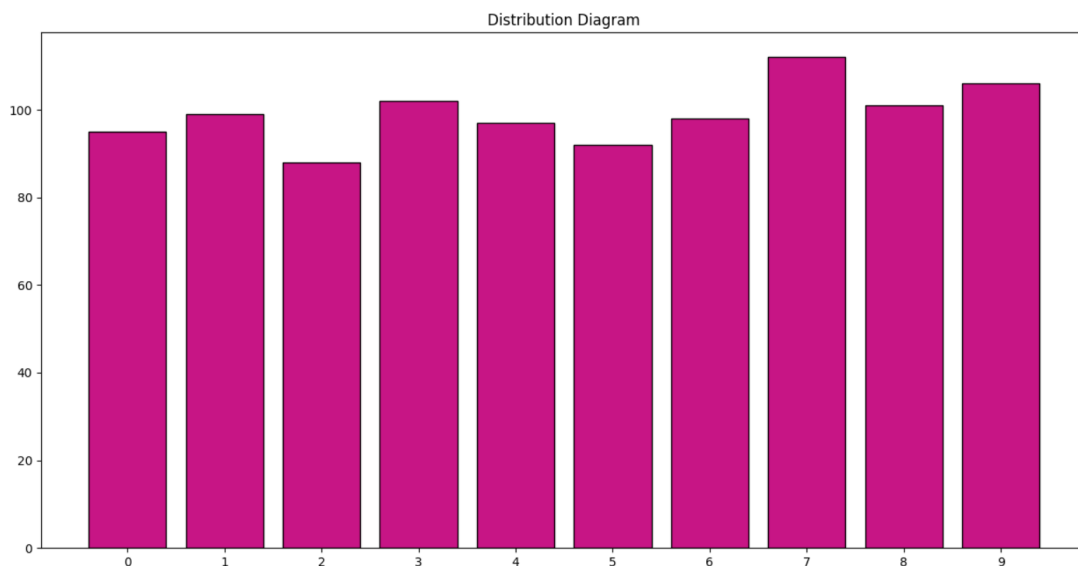


نمودار توزیع اعداد تصادفی بین ۰ تا ۹ که پس از عدد ۴ آمده‌اند برای ۱۰۰۰۰ بار داده‌گیری تصادفی

اعداد تصادفی: [0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9]

تعداد تکرار هر عدد: [95 , 99 , 88 , 102 , 97 , 92 , 98 , 112 , 101 , 106]

انحراف معیار: 6.50



نمودار توزیع اعداد تصادفی بین ۰ تا ۹ که پس از عدد ۴ آمده‌اند برای ۱۰۰۰۰ بار داده‌گیری تصادفی