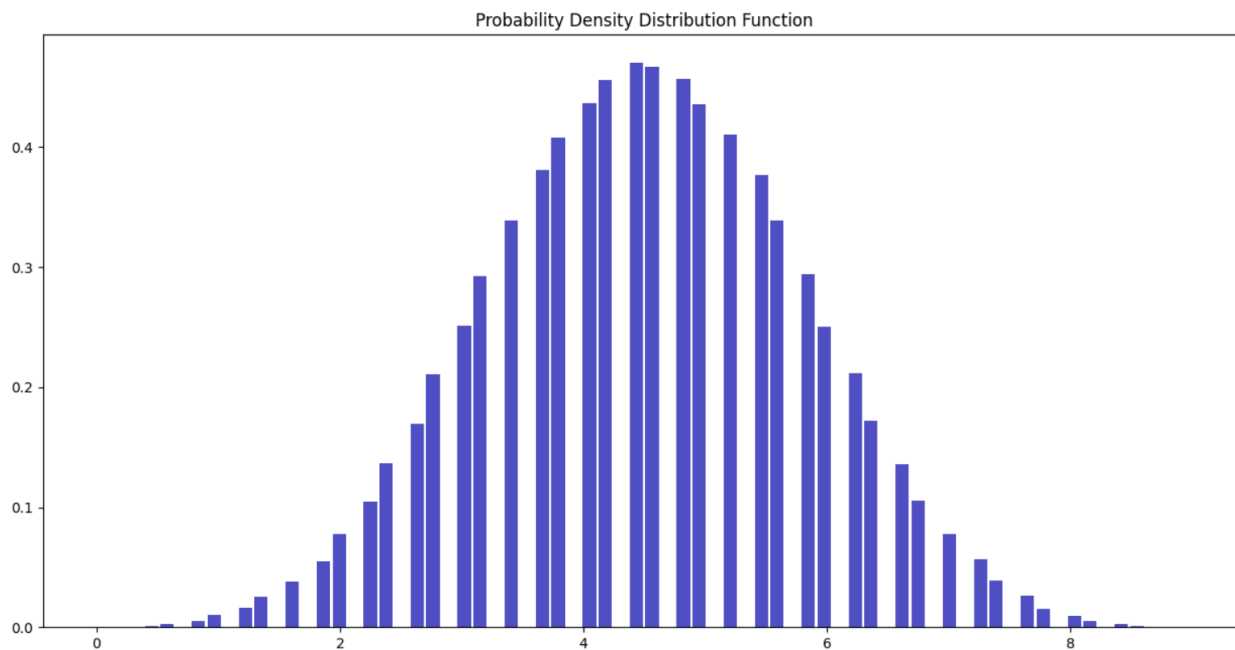


بسم الله الرحمن الرحيم

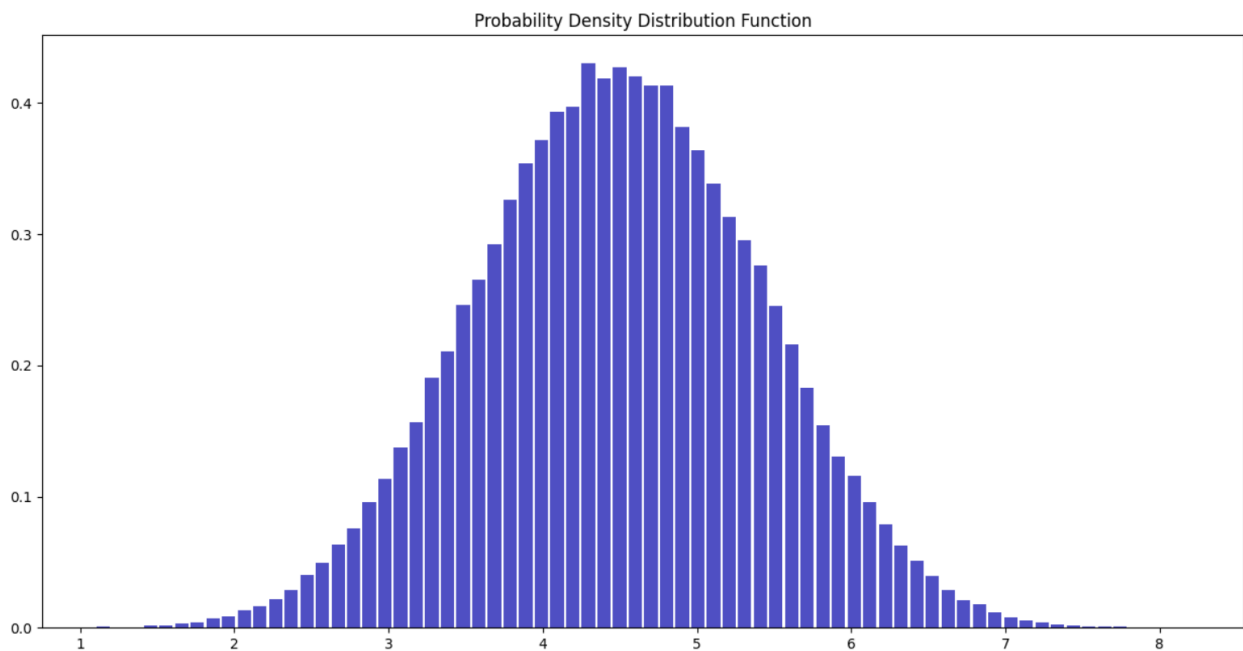
## گزارش مسئله‌ی تولید اعداد کتره‌ای

زینب ایوبی ۹۷۱۰۰۶۴۳

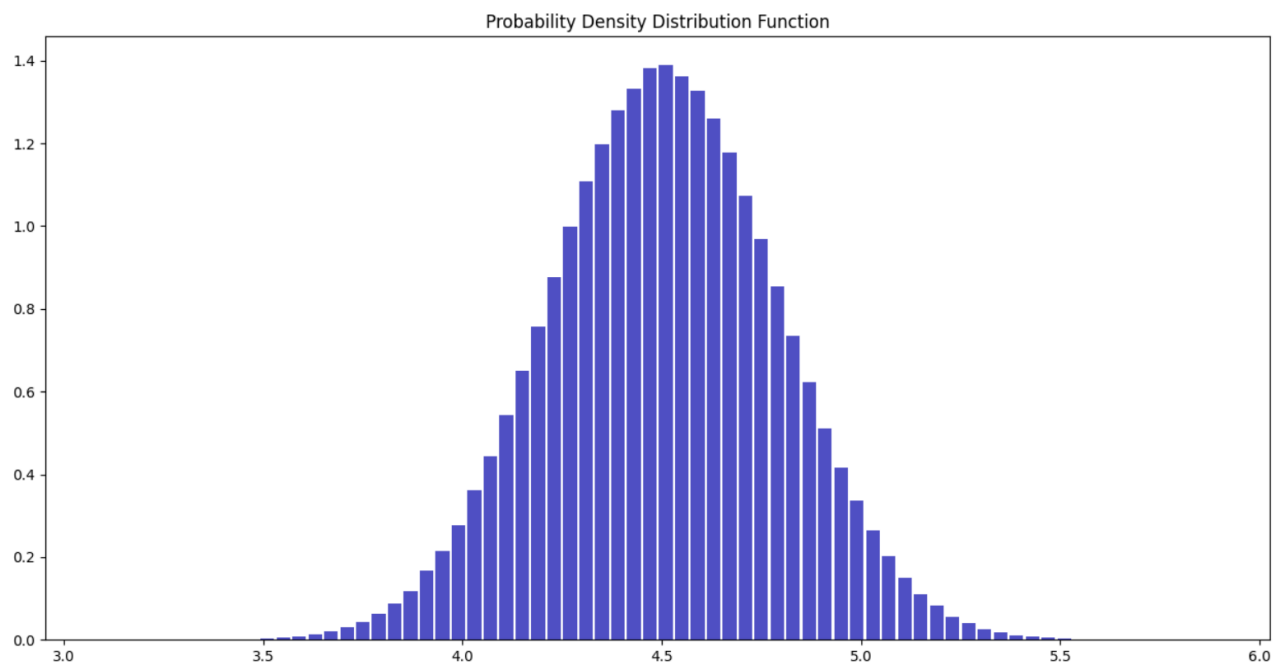
ابتدا تابع توزیع اعدادی که از جمع  $N$  عدد کاتوره‌ای که با توزیع یکنواخت تولید می‌شوند را برای ۴ مقدار  $N$  بدست آوردم و مشاهده کردم همان‌طور که انتظار داریم توزیع این متغیر جدید گاوسی است. برای پیاده‌سازی کد از یک تابع استفاده کردم که در یک حلقه‌ی ۱ میلیون تایی  $N$  متغیر کاتوره‌ای  $X$  (عدد صحیحی بین ۰ تا ۹ است) را تولید می‌کند آن‌ها را با هم جمع کرده و حاصل را بر  $N$  بخش می‌کند و به عنوان متغیر جدید  $Y$  ذخیره می‌کند. خروجی این تابع آرایه‌ی ۱ میلیون تایی  $Y$  است که هیستوگرام آن را رسم می‌کنم و می‌بینم که توزیعی گاوسی دارد.



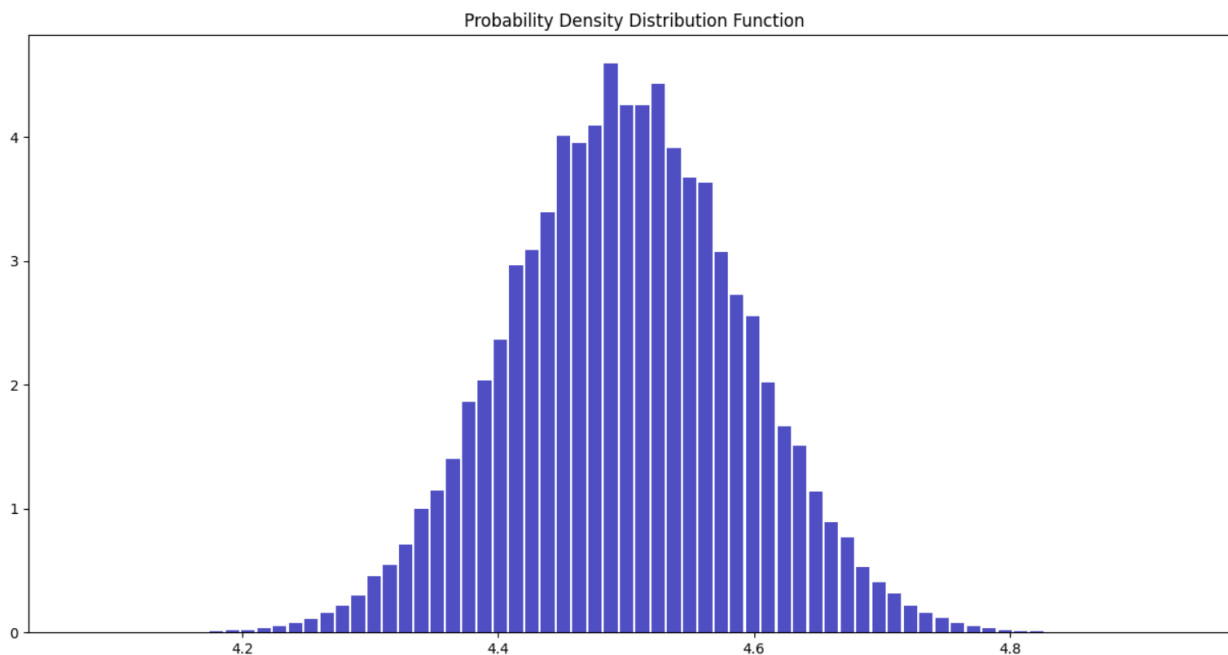
تابع توزیع چگالی احتمال متغیر بدست آمده از جمع  $N=5$  عدد



تابع توزیع چگالی احتمال متغیر بدست آمده از جمع  $N=10$  عدد

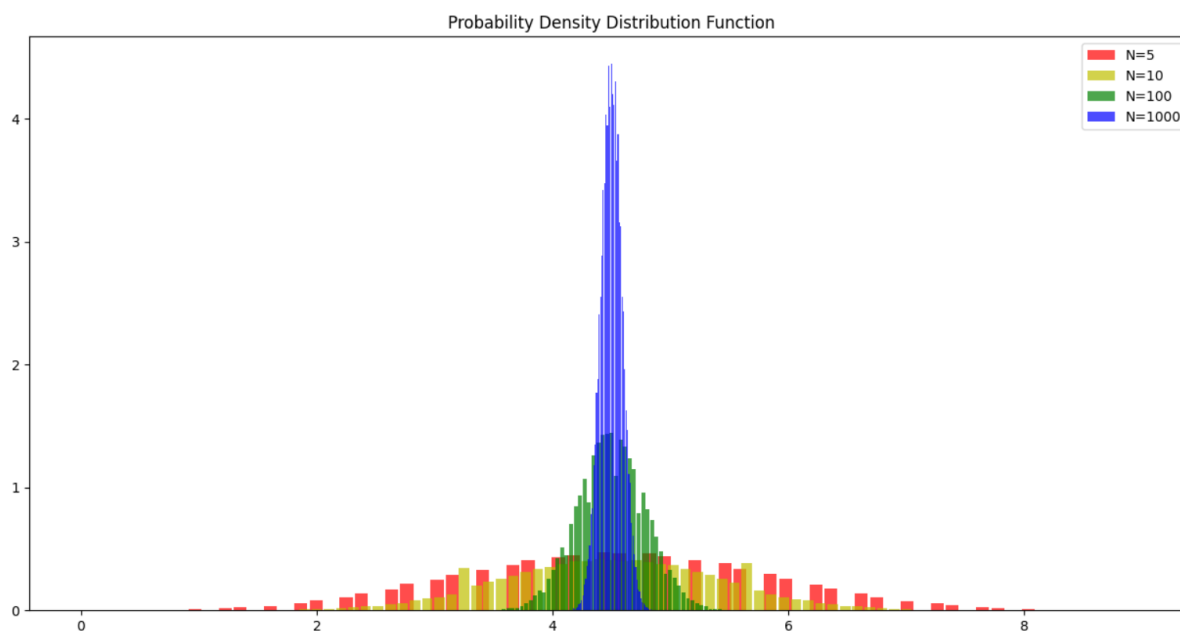


تابع توزیع چگالی احتمال متغیر بدست آمده از جمع  $N=100$  عدد



تابع توزیع چگالی احتمال متغیر بدست آمده از جمع  $N=1000$  عدد

مطابق انتظارمان با افزایش  $N$  پهنای نسبی تابع توزیع کاهش می‌یابد. یعنی گاوسی متمرکزتر می‌شود: (در کد 6.3.2 همه را در یک قاب نمایش می‌دهم).



تابع توزیع چگالی احتمال متغیر بدست آمده از جمع  $N$  عدد برای مقادیر مختلف  $N$

همان طور که قبلا گفته شد تولید اعداد کتره‌ای یکنواخت دقیقا همان مسئله‌ی ول گشت (انتخاب کاتوره‌ای و یکنواخت جهت حرکت) یا ول نشست (انتخاب کاتوره‌ای و یکنواخت جایگاه نشستن) است بنابراین مقصد نهایی ول گرد هم مانند این مسئله جمع یک سری عدد کاتوره‌ایست که با توزیع یکنواخت تولید شده‌اند و دقیقا به همین دلیل انتظار داریم که تابع توزیع چگالی احتمال مقصد نهایی ول گرد هم گاوسی باشد.

## ساخت مولدی با توزیع گاوسی

همانند روش معرفی شده در کتاب (که محاسبات ریاضی کامل آن را انجام داده و در فایل پی‌دی‌اف با نام "تابع تبدیل" ضمیمه کرده‌ام) ابتدا دو آرایه‌ی کاتوره‌ای  $x_1$  و  $x_2$  هر یک به طول ۱ میلیون را ایجاد می‌کنم که مقادیر این آرایه متغیرهای کاتوره‌ای بین ۰ و ۱ و با توزیع یکنواخت هستند. حال دو آرایه‌ی  $\rho$  و  $\theta$  را با روابط زیر از روی این دو آرایه می‌سازم و نیز دو آرایه‌ی  $y_1$  و  $y_2$  را از روی دو آرایه‌ی  $\rho$  و  $\theta$  می‌سازم:

$$\theta = 2\pi x_1$$

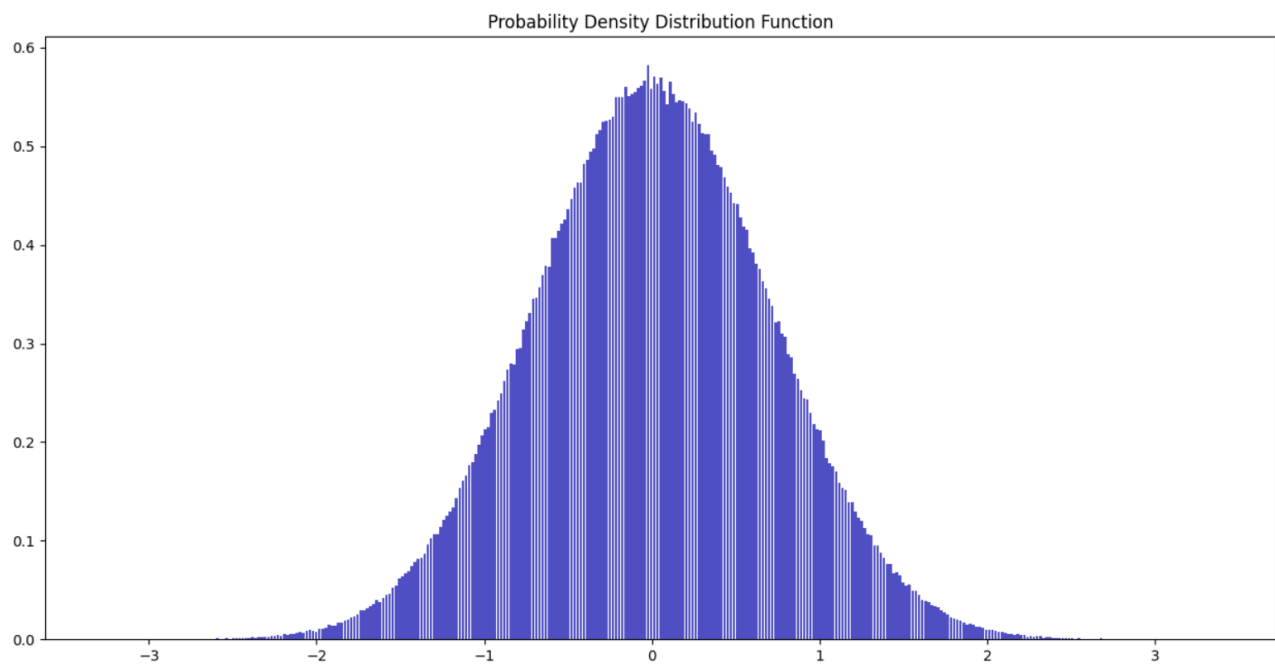
$$\rho = (-2\sigma^2 \ln(x_2))^{1/2}$$

(برای راحتی  $\sigma^2$  را برابر 0.5 در نظر گرفته‌ام)

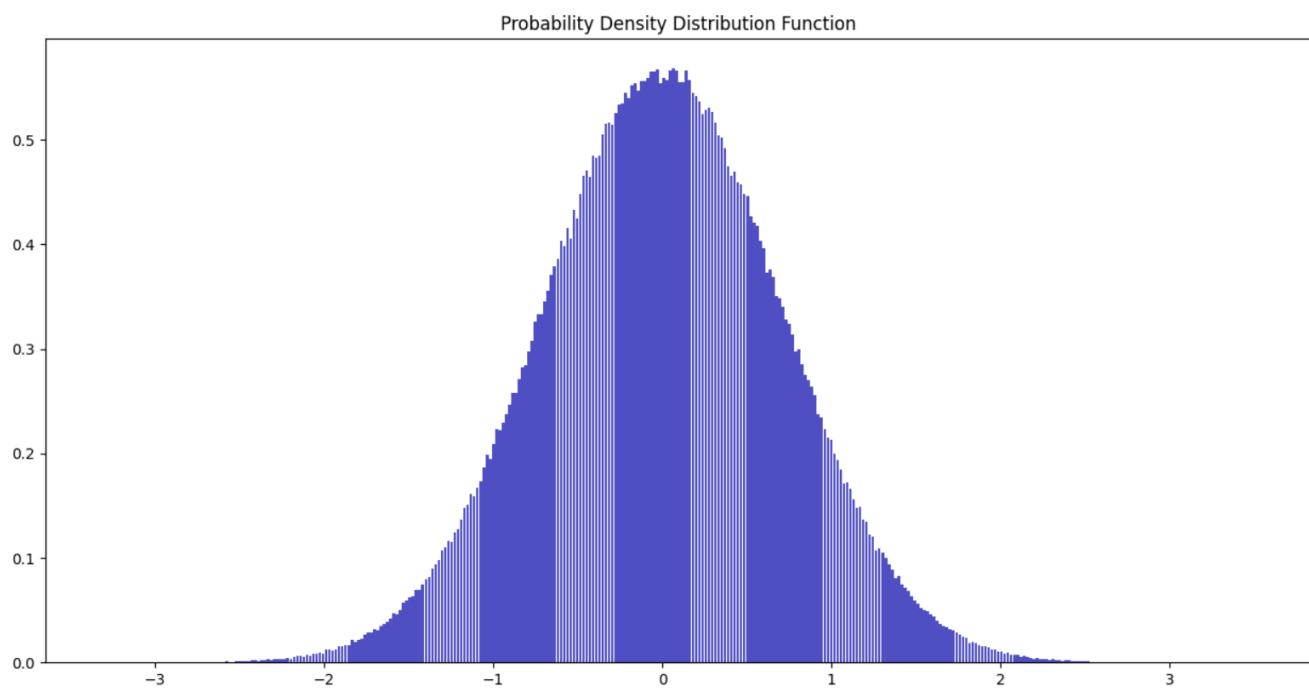
$$y_1 = \rho \cos(\theta)$$

$$y_2 = \rho \sin(\theta)$$

در نهایت هیستوگرام دو متغیر  $y_1$  و  $y_2$  را رسم می‌کنم و مشاهده می‌کنم هر دو به شکل زیبایی گاوسی هستند:



تابع توزیع چگالی احتمال متغیر  $y_1$



تابع توزیع چگالی احتمال متغیر  $y_2$