Skolornas Matematiktävling

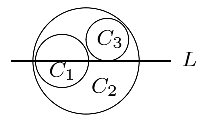
Svenska Dagbladet Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 9 oktober 1986

1. Visa att
$$(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 1986)^{1/1986} < (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 1987)^{1/1987}\,.$$

2. Visa att för $t > 0$ gäller
$$t^2 + \frac{1}{t^2} - 3\left(t + \frac{1}{t}\right) + 4 \geq 0.$$

3. En cirkel C_1 med radien 1 tangerar invändigt en cirkel C_2 med radien 2. Låt L vara linjen genom cirklarnas medelpunkter. En cirkel C_3 tangerar C_1, C_2 och L. Bestäm radien i cirkeln C_3.



4. På hur många sätt kan 11 äpplen och 9 päron fördelas bland 4 barn så att varje barn får 5 frukter? (Man uppfattar äpplena sinsemellan som lika och päronen sinsemellan som lika.)

5. P är ett polynom av grad större än 2 med heltalskoefficienter och sådant att $P(2) = 13$ och $P(10) = 5$. Man vet att P har ett nollställe som är ett heltal. Bestäm detta.

6. Talen $1, 2, \ldots, n$ placeras ut i någon ordning i olika punkter på en cirkels periferi. Man bildar produkten av alla par av tal som är “grannar”. Hur skall talen placeras ut för att summan av dessa produkter skall bli så stor som möjligt?