

# Skolornas Matematiktävling

Svenska Dagbladet

Svenska Matematikersamfundet

## Kvalificeringstävling den 4 oktober 1984

1. Lös ekvationssystemet (i 5 obekanta)

$$\begin{cases} ab = 1 \\ bc = 2 \\ cd = 3 \\ de = 4 \\ ea = 6 \end{cases}.$$

2. Visa att om  $n$  är ett udda naturligt tal så är

$$n^{12} - n^8 - n^4 + 1$$

delbart med  $2^9$ .

3. Bestäm alla positiva tal sådana att

$$x^{-3x+8} > x^7.$$

4. I triangeln  $ABC$  är sidorna  $AB$  och  $AC$  lika långa ( $|AB| = |AC|$ ). Man väljer en punkt  $D$  på sidan  $AB$  och en punkt  $E$  på förlängningen över  $C$  av sidan  $AC$ , sådana att  $|AD| + |AE| = |AB| + |AC|$ . Visa att  $|DE| > |BC|$ .

5. Talen  $1, \dots, 9$  är inplacerade i nedanstående rutnät


så att ingen rad, ingen kolumn och ingen av de båda diagonalerna har talen ordnade efter storlek (dvs de är varken växande eller avtagande). Visa att talet i mittrutan måste vara udda.

6. En kvinna som ännu inte fyllt 100 år och ett av hennes barnbarn har samma födelsedag. Sex år i rad är kvinnans ålder en heltalsmultipel av barnbarnets. Hur gammal är kvinnan på den sjätte av dessa födelsedagar?