Skolornas Matematiktävling

Svenska Dagbladet Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 6 oktober 1993

1. Amanda kan inte simma, men hon springer tre gånger så fort som Botvid simmar. Botvid springer däremot fortare än Amanda. Antag att Botvid befinner sig i mitten av en kvadratisk simbassäng och att Amanda står i ett av hörnen och vill ha tag i Botvid. Kan han ta sig ur bassängen och undkomma henne? (Man kan bortse från den tid det tar honom att kravla sig över kanten på bassängen.)

2. Åke, Lisa, Kurt och Göran plockade blåbär till försäljning. Kurt plockade 20 % mer än Åke och Lisa 25 % mer än Kurt. Göran var ännu duktigare. När de efter drygt fem timmar i skogen fått nog av bärplockning tog alla en lika stor mängd blåbär för privat konsumtion, resten såldes. Förtjänsten delades i proportion till plockad mängd minskad med mängden för egen konsumtion. Vid fördelningen av pengarna fick alla ett helt antal kronor. Åke noterade omedelbart att deras respektive inkomster bildade en geometrisk talföljd. Han blev dock en smula modstulen då han såg att han inte ens fått ihop 100 kr, medan Lisa som varit flitigare hade över 200 kr. Hur mycket tjänade Göran?

3. Nina har sågat itu ett schackbräde (8×8 kvadratiska rutor) i fyra rektanglar, som alla omfattar ett antal hela rutor. En rektangel är kvadratisk, en har förhållandet 1:2 mellan sidorna, en har förhållandet 1:3 och den återstående har förhållandet 1:4 mellan sidorna. Bestäm alla möjliga storlekar på de fyra rektanglarna.

4. Triangeln ABC är inskriven i en cirkel. Sidan AB är en diameter i denna cirkel. Triangeln ADE har hörnet D på sidan BC i den förstnämnda triangeln och hörnet E på cirkeln. Punkterna D och E är valda så att vinkeln ADE är rät och så att $|DE| = |DB|$. Vidare är $|AD| = 10$ cm och $|AC| = 6$ cm. Bestäm övriga sidor i triangeln ABC.

5. Visa att $\sqrt{3}$ alltid ligger mellan a/b och $(a + 3b)/(a + b)$ hur man än väljer de positiva heltalen a och b.

6. En triangel kallas spetsvinklig om alla dess vinklar är $< 90°$. Visa att ingen rektangel kan indelas i färre än 8 spetsvinkliga trianglar. Visa också att det finns rektanglar som kan indelas i precis 8 spetsvinkliga trianglar.