

PYTHAGORAS QUEST

Riksfinal



Lösningförslag

Del 1

1. Till sidorna 1-9 används 9 siffror. Till sidorna 10 – 99 används $2 \times 90 = 180$ siffror. Kvar till de tresiffriga sidorna finns $201 - 189 = 12$ siffror som räcker till 4 tresiffriga sidor. 100, 101, 102, **103**

2. 250 födslar ger 253 barn. 6 av dem är tvillingar. $\frac{6}{253} \cdot 9,6 \cdot 10^6 \approx \underline{\underline{230\ 000}}$ tvillingar.

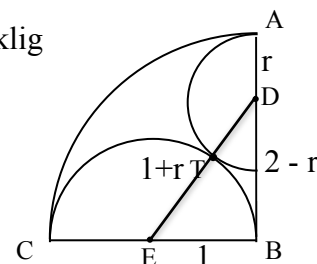
3. Vi antar att Fido och Gloria är f respektive g år nu var de $f - 5$ och $g - 5$ för 5 år sedan

$$\begin{cases} (f - 5) \cdot 5 = g - 5 \\ 3f = g \end{cases} \Rightarrow (f - 5) \cdot 5 = 3f - 5 \Rightarrow 2f = 20 \Rightarrow \underline{\underline{f = 10 \text{ år}}}$$

4. Sträckan DE förbinder halvcirkelnas mittpunkter och en rätvinklig triangel, BDE, erhålls. Pythagoras sats ger:

$$(2 - r)^2 + 1^2 = (1 + r)^2$$

$$6r = 4 \Rightarrow \underline{\underline{r = \frac{2}{3} \text{ dm}}}$$

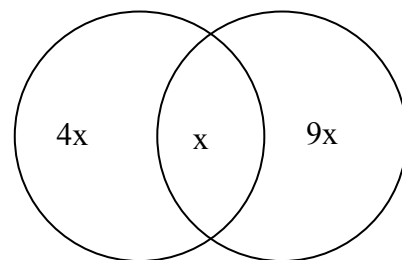


5. Enligt figuren är cirkelnas radie x och rektangelns längd

$$2x + \frac{5x}{3} = 10 \Rightarrow \frac{6x + 5x}{3} = 10 \Rightarrow \frac{11x}{3} = 10 \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{30}{11}}}$$

6. Låt x vara antalet rökare som också är alkoholister bland alla patienter. De utgör 20 % av rökarna. Antal rökare som inte är alkoholister är 80 % eller $4x$. x är också 10 % av alkoholisterna varvid antalet alkoholister som inte är rökare är $9x$. Se det s.k. venndiagrammet till höger.

$$x + 4x + 9x = 14x = 98 \Rightarrow x = \frac{98}{14} = \underline{\underline{7}}$$



7. Enklast är att summera de två sista leden först:

$$ac + b + bc + a = 24 \Rightarrow c(a + b) + a + b = 24 \text{ ; första ledet, } a + b = 3, \text{ ger}$$

$$c \cdot 3 + 3 = 24 \Rightarrow \underline{\underline{c = 7}}$$

Del 2

1. Turordningen blir Ulf, Birgit, Erik, Daniel och Stuart (Ulf står först)
Ulf: **18 kr** Birgit: $34 - 18 = \underline{\underline{16 \text{ kr}}}$ Erik: $51 - 34 = \underline{\underline{17 \text{ kr}}}$ Daniel: $77 - 51 = \underline{\underline{26 \text{ kr}}}$
Stuart: $92 - 77 = \underline{\underline{15 \text{ kr}}}$
2. Totalt har Anna målat 3 ägg mer än antalet hon hade och Eva 3 ägg färre än antalet hon hade. Eftersom de hade lika många från början har Anna målat **6** ägg mer än Eva.

3. Låt g stå för antal giraffer, n för noshörningar och f för flodhästar. Givet från texten

$$1) \quad g + f > 7 \quad 4) \quad g \geq 2$$

$$2) \quad g + n < 8 \quad 5) \quad f \leq 6$$

$$3) \quad g + f \leq 5$$

4) ger att n är högst 5, samtidigt betyder det enligt 1) att f är minst 3.

Om g är minst 2 och f minst 3 ger 3) att $g = 2$ och $f = 3$

Om n är högst 5 och $f = 3$ ger 2) att $n = 5$

4. En elev kan inte ha 16 rätt (då är ju det 17:e talet också på rätt plats). Detta gör att eleven med högst poäng har 17, ingen har 16 eller 15 (enligt texten) och Klara har då **14 poäng**

$$5. \quad 8(6^{10}) = 2^3(2 \cdot 3)^{10} = 2^3 2^{10} 3^{10} = 2^{13} 3^{10} \Rightarrow b - a = 10 - 13 = -3$$

6. Låt sträckan till jobbet vara s :

Till jobbet: $s = 90 \cdot t_1$ Från jobbet: $s = 30 \cdot t_2$

$$\text{total sträcka: } 2s \quad \text{total tid: } t_1 = \frac{s}{90}, t_2 = \frac{s}{30} \Rightarrow t_{\text{tot}} = t_1 + t_2 = \frac{s}{90} + \frac{s}{30} = \frac{4s}{90}$$

$$\text{medelfart: } \frac{\text{total sträcka}}{\text{total tid}} = \frac{2s}{\frac{4s}{90}} = \frac{2s}{4s} \cdot \frac{180s}{90} = \frac{180s}{4s} = \underline{45 \text{ km/h}}$$

7. Enklarest blir att anta passagerarantalet då båten är full på ett sådant sätt att man får enkla beräkningar. Antag att båten har 70 passagerare av dessa har 10 stigit på vid det senaste stoppet ytterligare 10 steg ombord vid stoppet dessförinnan och en av dem har redan stigit av. Då återstår $70 - 10 - 9 = 51$ passagerare som inte stigit på vid något av de två senaste stoppen. Andel: $\frac{51}{70}$

Del 3

Eftersom produkten är femsiffrig så är A lika med 1 eller 2. Å

andra sidan är en produkt med faktorn 4 jämn, så $A = 2$. E är alltså

3 eller 8 samtidigt måste B vara ett udda tal (minnessiffran från

multiplikationen $4 \cdot E$ är udda) och mindre än 5 d.v.s. 1 eller 3

(annars skulle produkten vara sexsiffrig). C är 8 eller 9. Om E är 3 måste B vara 1 och

då är den första siffran i produkten, C , lika med 8. Som D i den **första faktorn** kan vi

endast ha 0 eller 5 (om B skall vara 1) men då kan vi inte få $E = 3$ i **produkten**. Alltså

är $E = 8$. Då är $C = 9$ och $B = 3$. D blir återigen 0 eller 5 men endast $D = 5$ fungerar i

uträkningen. **23958**

(Svettig förklaring hoppas att den var förståelig och att den blev rätt!!!)

A B C D E

x 4

C D E B A