Skolornas Matematiktävling

Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 4 oktober 1995

1. Är det möjligt att något av heltalen x och y är delbart med 3 om
$$x^2 - y^2 = 1995?$$

2. Beräkna summan av talen i det kvadratiska schemat:
$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & \cdots & 99 & 100 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & 100 & 101 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 101 & 102 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 100 & 101 & 102 & \cdots & 198 & 199 \end{array}$$

3. I den spetsvinkliga triangeln ABC är $|AB| < |AC| < |BC|$ och P är den punkt i triangeln från vilken man ser de tre sidorna under lika stora vinklar. Visa att $|PA| < |PB| < |PC|$.

4. Bestäm alla reella lösningar till ekvationen
$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 2^x.$$

5. Bestäm alla polynom P sådana att
$$xP(x-1) = (x-26)P(x)$$
för alla reella tal x.

6. Talet n är ett givet positivt ensiffrigt heltal. Heltalet a är sådant att a och a^n tillsammans har 361 siffror. Bestäm n.