## Skolornas Matematiktävling

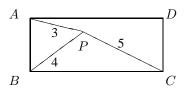
Svenska Dagbladet Svenska Matematikersamfundet

## Kvalificeringstävling den 13 oktober 1977

1. Lös

$$\begin{cases} y = xy - x^2 - 3 \\ y = 4x - 6 \\ y = x(5 - x) \end{cases}.$$

- 2. Bestäm de två sista siffrorna i heltalet  $3^{1000}$ .
- 3. Visa att om p är ett primtal,  $p \ge 5$ , så är  $p^2 + 2$  inte ett primtal.
- 4. Punkten P ligger inuti rektangeln ABCD. Dess avstånd till A, B och C är 3, 4 och 5. Bestäm dess avstånd till D.



5. Lös

$$\begin{cases} x^{\lg y} + y^{\lg \sqrt{x}} &= 110\\ xy &= 1000 \end{cases}$$

(lg betecknar logaritmen med basen 10).

6. Vid navigation i mörker finns följande tumregel att användas när man observerar ett fyrljus just över horisonten:

Om ögats höjd över vattnet är h meter och fyrljusets höjd över vattnet är  $h_1$  meter är avståndet till fyren

$$2\left(\sqrt{h} + \sqrt{h_1}\right)$$

mätt i nautiska mil.

Motivera denna regel.

(Jordens omkrets = 40 000 km. En nautisk mil är  $\frac{1}{360 \cdot 60}$  av jordens omkrets.)