

Skolornas Matematiktävling

Svenska Dagbladet

Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 12 oktober 1972

1. Visa att $n^4 + n^2 + 1$ inte kan vara kvadrat på ett heltal om n är ett heltal och $n \neq 0$.
2. En "stenkulepyramid" består av 4 kulor med radien 1 cm och står med tre av kulorna på marken. Beräkna pyramidens höjd.
3. Lös den trigonometriska ekvationen

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 1$$

- .
4. För vilka räta linjer i ett koordinatsystem (med koordinaterna x och y) kan man finna ett reellt tal z sådant att

$$x + y + z + xyz = 0$$

för alla punkter på linjen?

5. För vilka reella tal a är lösningsmängden till

$$\begin{cases} a + x > 0 \\ a - x > 0 \\ \sqrt{a + x} + \sqrt{a - x} > a \end{cases}$$

icke tom?

6. Låt vart och ett av talen a_1, a_2, \dots, a_n vara -1 eller 1 .
Visa att om $a_1 a_2 + a_2 a_3 + a_3 a_4 + \dots + a_n a_1 = 0$ så är n delbart med 4. Visa även att det för varje n delbart med 4 går att välja a_1, a_2, \dots, a_n så att $a_1 a_2 + a_2 a_3 + a_3 a_4 + \dots + a_n a_1 = 0$.