

PYTHAGORAS QUEST

Matematiktävling för högstadiееlever



Kvalificeringstest

Tid : **60 minuter**Antal uppgifter: **15**Max poäng: **15 poäng.**

1 Vilket av talen nedan är närmast talet 1?

A: $\frac{11}{10}$

B: $\frac{111}{100}$

C: 1,101

D: $\frac{111}{1000}$

E: 1,011

Svar: E

2 Om de två ekvationerna $2x + 7 = 3$ och $bx - 10 = -2$ har samma lösning x , vad är då b ?

A: -8

B: -4

C: -2

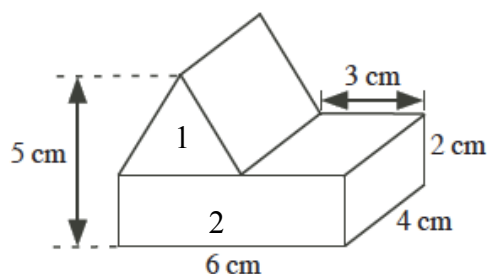
D: 4

E: 8

Lösning: Första ekvationen ger $x = -2$; $-2b - 10 = -2$ ger att $b = -4$

Svar: B

3 Hur stor är volymen av figuren till höger uttryckt i cm^3 ?



A: 76

B: 78

C: 72

D: 84

E: 66

Lösning: $V = \text{Volym 1 (prisma)} + \text{Volym 2 (rätblock)}: \frac{3 \cdot 3}{2} \cdot 4 + 6 \cdot 4 \cdot 2 = 18 + 48 = 66 \text{ cm}^3$

Svar: E

- 4 För hur många positiva heltal x gäller att

$$\frac{1}{2} < \frac{3x}{100} < \frac{4}{5} ?$$

A: 7

B: 8

C: 10

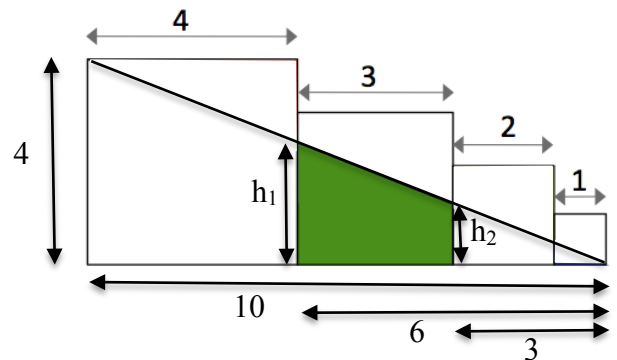
D: 11

E: 12

Lösning: $\frac{50}{100} < \frac{3x}{100} < \frac{80}{100} \Rightarrow \frac{50}{3} < x < \frac{80}{3} \Rightarrow 16\frac{2}{3} < x < 26\frac{2}{3} \Rightarrow x = \{17, 18, \dots, 26\}$

Svar: C

- 5 Fyra kvadrater med sidorna 4, 3, 2 respektive 1 cm placeras intill varandra enligt figuren till höger. Beräkna arean av det skuggade (gröna) området i kvadraten med sidan 3 cm?



A: 4,5 cm² B: 4,8 cm² C: 5,0 cm² D: 5,2 cm² E: 5,4 cm²

Lösning: Förhållande $\frac{\text{höjd}}{\text{bas}} = \frac{4}{10} = 0,4 \Rightarrow h_1 = 6 \cdot 0,4 = 2,4 \text{ cm}$ och $h_2 = 3 \cdot 0,4 = 1,2 \text{ cm}$

Beräkna parallelltrapets eller dela upp i rektangel och triangel. $\left(\frac{2,4+1,2}{2} \cdot 3 = 5,4 \text{ cm}^2\right)$

Svar: E

- 6 För de tre tresiffriga talen ABE, ACE och ADE gäller att
Vad blir $A + B + C + D + E$?

$$\begin{array}{r} ABE \\ ACE \\ + ADE \\ \hline 2012 \end{array}$$

A: 21

B: 24

C: 27

D: 30

E: 33

Lösning: $3 \cdot E = 2$ eller 12 eller 22. Talet 12 är det enda som fungerar om E är ett heltal, vilket medför att $E = 4$. Vidare måste $3 \cdot A + \text{minnessiffran} = 20$ dvs $3A = 20$ eller 19 eller 18. Talet 18 är det enda som gäller här och $A = 6$. Minnessiffran 1 (från talet 12) + $B + C + D = 21$, vilket gör att $B + C + D = 20$. $A + B + C + D + E = 6 + 20 + 4 = 30$

Svar: D

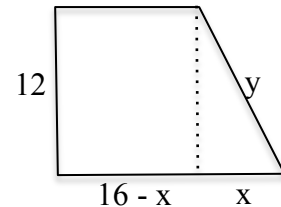
- 7 **Bonden Göran Persson har några grisar som skall slaktas. De 4 tyngsta grisarna väger tillsammans 38 % av grisarnas sammanlagda vikt och de 5 grisarna med lägst vikt väger 32 % av den sammanlagda vikten. Ingen gris väger lika mycket som någon annan gris. Hur många grisar skall slaktas?**

A: 10 B: 11 C: 12 D: 13 E: 14

Lösning: Medelvikten av de 4 tyngsta grisarna utgör $38/4 = 9,5 \%$ och medelvikten av de 5 lättaste grisarna är $32/5 = 6,4 \%$. De grisar som återstår utgör $100 - 38 - 32 = 30 \%$ av de grisar som skall slaktas. Medelvikten, m_v , måste ligga i intervallet $6,4 \% < m_v < 9,5 \%$. $30/3 = 10 > 9,5$ går ej, $30/4 = 7,5$ ok, $30/5 = 6 < 6,4$ går ej.

Svar: $4 + 5 + 4 = 13$; D

- 8 **Parallelltrapetset till höger med höjden 12 cm och basen 16 cm har arean 162 cm^2 . Vad är dess omkrets?**



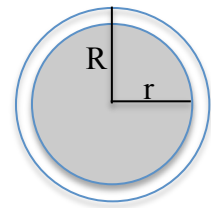
A: 51 cm B: 52 cm C: 53 cm D: 54 cm E: 56 cm

Lösning: Area = $12(16 - x) + \frac{12x}{2} = 162 \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$. $y^2 = 12^2 + 5^2 \Rightarrow y = 13$

Omkrets = $12 + 16 + 13 + 11 = 52 \text{ cm}$

Svar: B

- 9 **I följande tankeexperiment kan jorden ses som ett klot med radien 6372 km. Ett tänkt rep läggs stramt runt ekvatorn. Repet förlängs med 1 meter och läggs som en cirkel symmetriskt runt jordklotet med detta i centrum. Hur högt över jordytan befinner sig repet då?**



A: $\frac{1}{2\pi} \text{ m}$ B: $\frac{1}{2} \text{ m}$ C: $\frac{2}{\pi} \text{ m}$ D: $\frac{\pi}{3186000} \text{ m}$ E: $\frac{1}{360\pi} \text{ m}$

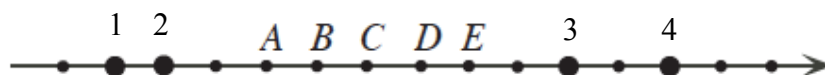
Lösning: Höjd över jordytan = $R - r$. Omkrets jord, O_j , Omkrets rep O_r .

$$O_j = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{O_j}{2\pi} \text{ och } O_r = O_j + 1 = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{O_j + 1}{2\pi} = \frac{O_j}{2\pi} + \frac{1}{2\pi}$$

$$R - r = \frac{1}{2\pi} \text{ m}$$

Svar: A

- 10** På tallinjen nedan är ett antal på varandra följande heltal utmärkta med punkter. Två av de fyra större punkterna markerar tal som är delbara med 3 och de andra två tal som är delbara med 5. Vilken av punkterna (A – E) markerar ett tal som är delbart med 15?



A: A B: B C: C D: D E: E

Lösning: För att två punkter på tallinjen skall vara delbara med 5 måste avståndet mellan dem också vara delbart med fem. Av punkterna 1 – 4 är således är talen vid punkt 2 och punkt 4 delbara med fem (avstånd 10). Pss är talen vid punkt 1 och 3 delbara med 3. Ett tal som är delbart med 15 är delbart med **både** 5 och 3. Punkt D är enligt föregående resonemang delbart med både 3 och 5.

Svar: D

- 11** Ahmed gick till basaren i Istanbul med en påse marmorkulor. Där bytte han 21 av sina marmorkulor mot glaskulor och stenkulor. För varje marmorkula fick han 3 glaskulor eller 4 stenkulor. Efter byteshandeln hade han lika många kulor av alla tre sorterna. Hur många marmorkulor hade han från början?

A: 54 B: 57 C: 72 D: 81 E: 102

Lösning: Antag att x av de 21 marmorkulorna byttes till stenkulor. Efter byteshandeln finns det lika många stenkulor som glaskulor, vilket leder till följande:

$4x = 3(21 - x) \Rightarrow x = 9$. Det finns alltså $4 \cdot 9 = 36$ kulor av varje sort. Ahmed måste då ha haft $21 + 36 = 57$ kulor från början.

Svar: B

- 12 Annika Falkengren har en påse med både fem- och tiokronors mynt (inga andra mynt). Det finns 20 mynt i påsen. Om hon hade haft lika många femmor som tior och lika många tior som femmor hade hon varit 30 kr rikare. Hur mycket pengar har Annika i påsen?**

A: 115 kr B: 120 kr C: 125 kr D: 130 kr E: 135 kr

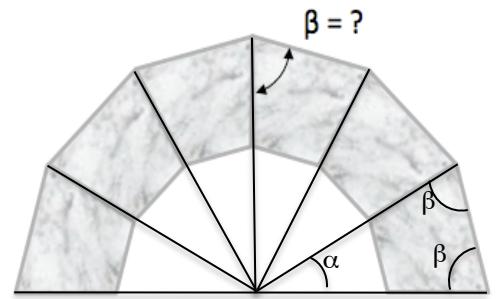
Lösning: Annika har x tior och $(20 - x)$ femmor och följande gäller:

$$10(20 - x) + 5x - (10x + 5(20 - x)) = 30$$

$$100 - 10x = 30 \text{ ger att } x = 7. \text{ Annika har } 7 \cdot 10 + 13 \cdot 5 = 135 \text{ kr}$$

Svar: E

- 13 Infarten till en tunnel ser ut som på bilden till höger. Tunnelmynningen består av identiska stenar vars yta är parallelltrapetser med tre lika långa sidor. Hur stor är den minsta vinkeln i parallelltrapetserna (vinkeln β i figuren)?**



A: 60° B: 72° C: 75° D: $77,5^\circ$ E: 80°

Lösning: Tunnelöppningen kan delas upp i 6 identiska likbenta trianglar. Vinkeln α blir då

$$\frac{180}{6} = 30^\circ. \text{ Vinkeln } \beta = \frac{180-30}{2} = 75^\circ.$$

Svar: C

- 14 Johnnie kan måla ett rum på 5 timmar och Mattias målar samma rum på 7 timmar. De målar rummet tillsammans och tar dessutom en lunchrast på 1 timme. Om den totala tiden för dem att måla rummet (inklusive lunchrasten) är t . Vilken av ekvationerna nedan kan användas för att beräkna tiden t ?**

A: $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)(t - 1) = 1$ B: $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)t + 1 = 1$ C: $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)t = 1$

D: $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)(t + 1) = 1$ E: $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)t - 1 = 1$

Lösning: Johnnie målar $1/5$ rum per timme och Mattias målar $1/7$ rum per timme.

Tillsammans målar de $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)$ rum per timme. Ekvationen $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)t = 1$ ger

tiden för målning av ett rum med lösning $t = \frac{1}{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)}$. Läger vi till en timme för

lunch får vi $t = \frac{1}{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)} + 1 \Rightarrow t - 1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)}$ och ekvationen $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right)(t - 1) = 1$

Svar: A

- 15 Zlatan satsar extra inför matchen mot Juventus den 26/2 och har bestämt sig för en annorlunda träningsmetod. Han har hittat en rulltrappa i träningsområdet Milanello som är exakt 150 m lång. Han springer upp och ner för rulltrappan i en timme och hinner då med 15 gånger upp och ner (15 upp och 15 ned). Zlatan springer med 25 % högre fart än den som rulltrappan rör sig med (rulltrappan rör sig nedåt). Hur fort springer Zlatan?**

A: 10 km/h B: 12,5 km/h C: 14 km/h D: 15,5 km/h E: 16 km/h

Lösning: Antag att Zlatans fart är v då är rulltrappans fart $0,8v$. Vidare gäller att $t = \frac{s}{v}$. Zlatan

rör sig med farten $v - 0,8v = 0,2v$ uppåt och $v + 0,8v = 1,8v$ nedåt. På en timme

hinner han springa $15 \cdot 0,15$ km upp och lika långt ner vilket ger följande:

$$1 = \frac{15 \cdot 0,15}{0,2v} + \frac{15 \cdot 0,15}{1,8v} = \frac{9 \cdot 15 \cdot 0,15}{1,8v} + \frac{15 \cdot 0,15}{1,8v} = \frac{10 \cdot 15 \cdot 0,15}{1,8v} = \frac{15 \cdot 15}{18v}$$

$$1 = \frac{5 \cdot 5}{2v} \Rightarrow v = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ km/h}$$

Svar: B