

HÖGSTADIETS MATEMATIKTÄVLING 2012/13

FINALTÄVLING 19 JANUARI 2013

Skrivtid: $9^{00} - 12^{00}$

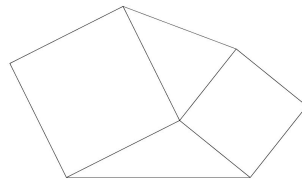
Motivera alla lösningar väl. Lämna in allt du kommer fram till, även dellösningar.

OBS! Lös varje uppgift på ett separat blad! Skriv läsligt!

Varje lösning ger 0 – 7 poäng.

Lycka till!

1. Adde har skrivit ner fyra tal. När han lägger ihop tre av dem i alla tänkbara kombinationer får han följande summor: 115, 153, 169 och 181. Vilka tal skrev Adde?
2. Två kvadrater placeras hörn mot hörn, utan att överlappa. Mellan deras sidor bildas då två trianglar (se figur 1). Bestäm förhållandet mellan de två triangelarnas areor.

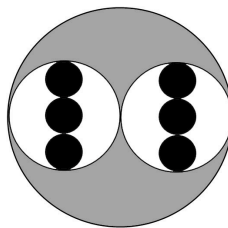


Figur 1: Problem 2

3. Polly har två godispåsar. Varje påse innehåller 16 bitar mjölkchoklad och 16 bitar mörk choklad. Hon tar en chokladbit från vardera påsen, och om de är av samma sort äter hon upp dem, annars lägger hon dem i en skål. Detta upprepas till dess att båda påsarna är tomma. Kan det finnas 22 chokladbitar i skålen?
4. Låt p , q och r vara primtal sådana att $q = p + 2$ och $r = p + 4$. Visa att

$$p^3 - r = 4q$$

5. Nio cirklar är arrangerade så att de tangerar varandra och ligger längs varandras diametrar, som i figur 2. Alla cirklar av samma färg är lika stora. Hur stor del av den stora cirkeln är vit?



Figur 2: Problem 5

6. Siffrorna H , M och T , ingen av dem en nolla, är sådana att

$$HH + MM + TT = HMT$$

Bestäm produkten $H \cdot M \cdot T$.