Facit - Cadet

1: C 19
$$\frac{20+18}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

2: E TOOT Bokstäverna O och T har en lodrät symmetriaxel, men inte R, B och L. Därför kommer endast ordet TOOT kunna skrivas på detta sätt.

3: C 2 Alla trianglar är likbenta räta trianglar med hypotenusan 1. Arean av en sådan triangel är $\frac{1}{4}$. Kvadraten i mitten har arean 1.

Totalt är då den skuggade arean $4 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 2$.



4: D 12
$$2 \cdot 18 \cdot 14 = 6 \cdot * \cdot 7$$
.

Faktoriserar vi talen på båda sidor så får vi 2·3·3·2·7·2=2·3·7·*.

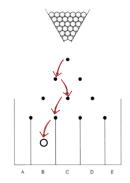
Jämförelse av vänsterled och högerled ger att * måste vara lika med
3· 2· 2 för att likhet ska gälla, dvs * är 12.

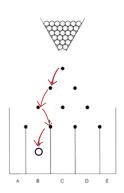
5: C

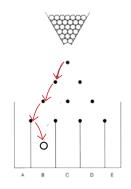
Endast i alternativ B och C är de små trianglarna i topptriangeln
på staketet likadana som i det stående staketet.
I alternativ B är ringarna placerade alltför långt ner.

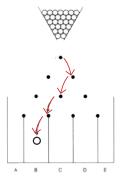
6: D 20 300 cm ska fördelas ett antal trappsteg på vardera 15 cm, vilket motsvarar $\frac{300}{15} = 20$ trappsteg.

7: C 4 Det finns 4 vägar att nå bana B, se bild.









8: C 76 cm

Ena sidolängden på rektangeln är 10 + 10 cm (då den består av två långsidor av smårektanglar).

Två långsidor motsvarar fem kortsidor av smårektanglarna enligt bilden.

 $\frac{20}{5} = 4$ cm, dvs en kortsida på smårektanglarna är 4 cm.

Ändra sidolängden på rektangeln är alltså 10+4+4=18 cm lång. Omkretsen blir alltså $20 \cdot 2 + 18 \cdot 2 = 76$ cm.

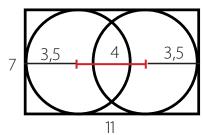
9: D 4

Sidlängden 7 motsvarar en diameter i cirklarna.

Från ytterkanterna till cirklarnas mittenpunkt är det alltså $\frac{7}{2}=3,5.$

Rektangelns långsida är 11, avståndet mellan mittpunkterna är då

11-3,5-3,5=4.



Alternativ lösning:

I en 7x7-kvadrat tangerar en inskriven cirkel alla 4 sidor.

En 7 x 11-rektangel kan vi få genom att flytta kvadratens högersida och en kopia av cirkeln, inklusive dess mittpunkt, 4 längdenheter åt höger.

10: D 2 cm

Kvadratens area är 9 cm². Alla tre områden är lika stora, alltså 3 cm². Triangeln DMC är alltså $3 \, \text{cm}^2$.

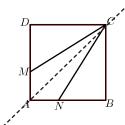
$$A = \frac{b \cdot h}{2} = 3 \cdot \frac{DM}{2} = 3.DM = 2 \text{ cm}.$$

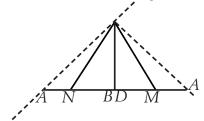
Alternativ lösning:

Dela kvadraten i två trianglar ABC och ACD.

Rotera triangeln ACD 90° runt C, då bildas en triangel med basen 6 cm.

Triangeln DMC har $\frac{1}{3}$ av dess area, så $|DM| = \frac{6cm}{3} = 2cm$.





11: B 6

Den första siffran måste vara 1, annars blir produkten större än 400. Den andra måste vara 4 eftersom man när man multiplicerar med 3 får slutsiffra 2 (och olika siffror multiplicerade med 3 ger olika slutsiffror). $13 \cdot 24 = 312$ så den tredje osynliga siffran är 1.1 + 4 + 1 = 6.

12: C 32 Eftersom det finns en mittenrad måste det vara ett udda antal rader. Vid faktorisering av 40 får vi $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$.

> Det enda udda talet i uttrycket är 5, alltså finns det 5 rader med kvadrater. Antalet kolumner blir då 8.

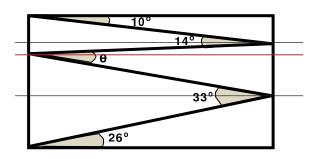
Om vi målar 8 kvadrater i mittenraden finns 40-8=32 kvadrater kvar.

13: C Rum 3 Om lejonet har gömt sig bakom dörr l, stämmer ju även texten på dörr 2, alltså fler än ett påstående är korrekt. Om lejonet har gömt sig bakom dörr 2 stämmer ingen text på någon

dörr, inget påstående är korrekt.

Men om lejonet gömt sig bakom dörr 3 stämmer precis en text, den på dörr 2.

14: A 11° Dra linjer genom varje vinkel parallell med långsidan i rektangeln. Då får vi alternatvinklar som är lika, och vi får att 14° kan delas upp i 10+4 med den dragna linjen genom vinkeln 33° delas upp i 26+7. Detta ger att $\theta = 4 + 7 = 11^\circ$.



Alternativ lösning

I de två rätvinkliga trianglarna i bilden (längst upp och längst ner) är den tredje vinkeln 80° respektive 64°.

Då blir de två vinklarna i θ -triangeln, 180° – $(80^{\circ} + 14^{\circ}) = 86^{\circ}$ respektive $180^{\circ} - (64^{\circ} + 33^{\circ}) = 83^{\circ}$. Det ger $\theta = 180^{\circ} - 86^{\circ} - 83^{\circ} = 180^{\circ} - 169^{\circ} = 11^{\circ}$.

- I sämsta fall kommer man till hotellet en solig dag, och har sedan icke-15: D 32 soliga dagar varannan dag tills dessa dagar är slut (365–350 = 15 dagar utan sol). Därefter kommer de efterlängtade två dagarna i rad med sol och då har det gått 32 dagar.
- 16: B 20 cm² Rektangelns höjd är lika stor som trianglarnas höjder tillsammans. Trianglarnas area bestäms av $\frac{B \cdot h_A}{2} + \frac{B \cdot h_B}{2} = 10$, där

B är rektangelns bas (och även trianglarnas bas) och $h_{\scriptscriptstyle A}$ resp $h_{\scriptscriptstyle B}$ är trianglarnas höjder. Om vi skriver med gemensamt bråkstreck får vi:

4

$$\frac{(h_A + h_B)B}{2} = 10.$$

Höjden i rektangeln är $(h_A + h_B)$ vilket ger rektangelns area $(h_A + h_B)$ · B = 2 · 10 = 20.

- 17: A 17 Det blir totalt 6 summor. Om vi adderar alla dessa summor kommer vi att använda alla siffror 1-9 två gånger, alltså $2 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9)$. I problemställningen finns fem summor givna och vi ska ta reda på den sista, alltså $2 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8+9) = 12+13+15+16+17+x$, x=17.
- 18: B 2 Från punkt 2 till de andra 9 (3 till 11) är det 18 längdenheter närmre än motsvarande för punkt 1.

 Vi kallar avståndet mellan punkt 1 och 2 för x.

 Det betyder att 9x motsvarar 18 längdenheter, eftersom det är x längdenheter kortare till 9 punkter från punkt 2 än från punkt 1 (ej räknat med punkt 1 och 2 där avståndet är lika långt från punkt 1 till 2 som från 2 till 1).

 Avståndet är alltså 18/9=2 längdenheter mellan punkt 1 och 2.
- 19: E 17 Det är 130 (37 + 29 + 24) = 40 röster kvar, från dem som inte har gjort sitt val. Akmals största konkurrent är Khairul.

 Om Khairul får 8 ytterligare röster så har han lika många röster som Akmal, 37 st. Då är det 32 röster kvar.

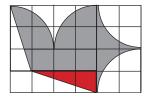
 För att Akmal ska vara säker måste han få hälften av dessa röster plus l. $\frac{32}{2} + 1 = 17$ röster.
- 20: B 7 Om vi har fyra tal a, b, c och d sådana att b = a + c och c = b + d, dvs b och c är summor av talen som de står emellan, så gäller: b + c = (a + c) + (b + d) = (b + c) + (a + d). Alltså är a + d = 0 och a = -d. Detta gör att två tal som står på avstånd 3 rutor från varandra i "ramen" är antipoder (har summan 0) och två som står på avståndet 6 rutor från varandra är lika. Talet till höger om x är 10 och i nästa ruta ska det stå 3. x+3=10, alltså är x=7.

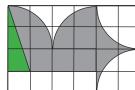
10			3	10				3
				-10				-3
	X				X	10	3	

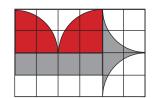
21: D 24cm x 16cm

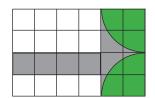
Vi flyttar först på en triangel, sedan på två kvartcirklar och ser att duvan består av 12 rutor. Alltså har en ruta arean $\frac{196}{12}=16\,\mathrm{cm^2}$.

Sidlängden på rutorna är 4 cm och flaggans mått blir 24 cm x 16 cm.









22: B 12

Triangeln *LMN*:s sidor är vinkelräta mot respektive sidor av *ABC*, dvs *ABC* och *LMN* har lika vinklar och är likformiga. Alltså är *LMN* precis som *ABC* liksidig. De tre vita, rätvinkliga trianglarna är sinsemellan likformiga (har vinklar 60° 90° och 30°) men de har också lika långa lång-kateter (som är sidor i en liksidig triangel). De är kongruenta, har lika långa kort-kateter och har lika långa hypotenusc

sidor i en liksidig triangel). De är kongruenta, har A L lika långa kort-kateter och har lika långa hypotenusor. Eftersom vi vet att den stora triangeln har 60° -vinklar så vet vi att hypotenusorna i de vita trianglarna har den dubbla kort-kateterns längd. Längden av den korta katetern är 1/3 av längden av den stora liksidiga triangelns sida, och hypotenusorna är 2/3 av denna längd. De vita trianglarnas areor är $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 36 = 8$ (LBM tex har 1/3 av ABC:s bas och 2/3 av ABC:s höjd).

Den gråa triangeln har arean 36-3.8=12.

23: E 32 Vi sätter var och ens kostnad till A, B och C efter deras initialer. A är 60% större än C, dvs A = 1,6 C.

B är 15% av C, dvs 0,15 C.

Totalt handlar de för 55 €, dvs C + 1,6 C + 0,15 C = 55. C = 20.

 $A = 1,6 \cdot 20 = 32.$

24: C 4,01 m Vi betecknar de första n st hoppen $a_1, a_2, ..., a_n$.

Medelvärdet kan då skrivas $\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} = 3,8$

Med ett hopp till blir då medelvärdet (med ekvationen ovan)

 $\frac{n \cdot 3, 8 + 3, 99}{n + 1} = 3,81. \text{ Vi löser ut } n \text{ ur ekvationen och får } n = 18.$

Det okända hoppet med längden x ska ändra medelvärdet till 3,82.

$$\frac{3,81(n+1)+x}{n+2} = 3,82$$
. Sätt in $n=18$ och lös ut x , $x=4,01$.