

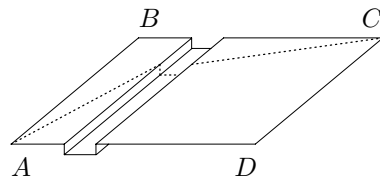
Skolornas Matematiktävling

Svenska Matematikersamfundet

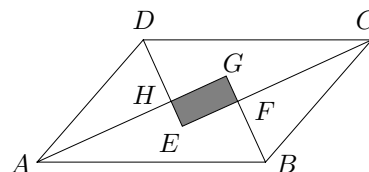
Kvalificeringstävling den 7 oktober 1998

1. När den nya biografen i Solna öppnades såldes biljetterna för 40 kronor styck. Var tionde besökare fick komma in gratis och var hundra fick dessutom ett tusen kronor i gåva. Första kvällen inbringade totalt 8400 kr. Hur många besökare hade biografen den kvällen?
2. Visa att näst sista siffran i talet 3^n , där n är ett positivt heltal ≥ 3 , alltid är jämn.

3. En plåtslagare har bockat en tunn kvadratisk plåt $ABCD$ med sidolängd 40 cm så att en rektangulär ränna parallell med sidan AB bildats. Sidoytorna i rännan är vinkelräta mot rännans bottenyta. Rännan är 6 cm bred och 2 cm djup. En insekt är på väg från hörnet A till hörnet C på den bockade ytan. Vägen genom rännan passerar vinkelrät mot rännans kanter. Hur lång blir den kortast möjliga vägen från A till C ?



4. I parallelogrammen $ABCD$ är den kortaste sidan AD 5 cm. Bisektriserna AG , DE , CE och BG innesluter tillsammans en fyrhörning $EFGH$ vars area är en sextiondedel av parallelogrammen $ABCD$'s area. Bestäm längden av sidan DC .



5. Bestäm alla positiva heltal x och y som uppfyller $\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = \sqrt{3}$.
6. I nedanstående uppställning innehåller den första raden, rad 0, talen 1, 2, 3, Övriga tal bildas enligt följande regel. Talet i rad n och kolumn k får man genom att i rad $n - 1$ multiplicera talet i kolumn $k + 1$ med 3 och sedan subtrahera talet i kolumn k . Exempelvis är $5 = 3 \cdot 2 - 1$, $7 = 3 \cdot 3 - 2$, $16 = 3 \cdot 7 - 5$ osv.

| | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
| 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | ... |
| 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | ... |
| 44 | 52 | 60 | 68 | 76 | 84 | ... |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | |

Betrakta talen i den första kolumnen. Om talet i rad n betecknas med a_n , där n anger radnumret, har vi alltså $a_0 = 1$, $a_1 = 5$, $a_2 = 16$, $a_3 = 44$ osv. Visa att om n är jämnt så är a_n delbart med 2^n .