

Skolornas Matematiktävling

Svenska Matematikersamfundet

Final den 18 november 1995

1. I en tidskrift med tvåsidigt tryck, där alla sidor är numrerade, rivs ett blad ur. Om man summerar alla sidnummer som finns kvar får man summan 963. Hur många sidor fanns det ursprungligen i tidskriften och vilka sidnummer saknas?
2. Botvid gick hemifrån mellan klockan 4 och 5 för ett kort besök hos Amanda. Han kom hem mellan klockan 5 och 6 och upptäckte då att visarna på klockan hade bytt plats jämfört med den tidpunkt då han gick hemifrån. När skedde detta?
3. Låt a, b, x, y vara positiva tal som uppfyller $a + b + x + y < 2$. Antag att

$$\begin{cases} a + b^2 = x + y^2 \\ a^2 + b = x^2 + y \end{cases}$$

Visa att $a = x$ och $b = y$.

4. Tre givna positiva tal har produkten 1. Summan av de tre talen är större än summan av deras inverterade värden. Visa att av de tre talen är ett större än 1, medan de två övriga är mindre än 1.
5. På en cirkel med medelpunkt O och med radien r är punkterna A, B, C, D (i denna ordning) utplacerade på följande sätt. Kordorna AB, BC och CD har samma längd, s . Talet s är sådant att längden av kordan AD är $s + r$. Man vet också att $s < r$. Bestäm vinklarna i fyrhörningen $ABCD$.
6. För att sända ett meddelande skickar man signaler som består av binära sekvenser av längd tio. Tyvärr är mottagarstationen något trasig och det händer att den inte kan skilja på två signaler som överensstämmer på fem eller flera platser. Vilket är det största antal olika signaler man kan sända utan risk för felaktig tolkning?