Skolornas Matematiktävling

Svenska Dagbladet Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 9 oktober 1975

1. En vanlig fyrställig logaritmtabell anger för talet 2 värdet 3010, dvs. $\lg 2 = 0,3010$ rätt avkortat. För ett antal potenser av 2 anger tabellen följande värden:

2	3010
4	6021
8	9031
6	2041
32	5051
64	8062
128	1072
256	4082
512	7093

   Beräkna härav $\lg 2$ och $\lg 4$ med fem decimaler rätt avkortat.

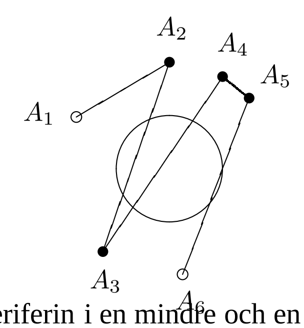
2. Antag att det femsiffriga talet $ABCDE$ är delbart med 271. Visa att då även $BCDEA$ (erhållet genom att första siffran flyttats sist) är delbart med 271.

3. Lös ekvationen $(\sqrt{2}+1)^x + (\sqrt{2}-1)^x = 6$.

4. För varje positivt tal x låt n beteckna det största heltal som satisfierar $n \leq x$. För vilka $x > 0$ gäller

$$\frac{x}{(n+1)(n+2)} + \frac{n}{n+2} > \frac{3}{2}?$$

5. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ är n givna punkter på en cirkelperiferi. En rätlinjig sammanhängande (öppen) polygon har två av dessa punkter som ändpunkter och de övriga $n-2$ punkterna som hörn. Polygonen får inte skära sig själv någonstans. Figuren visar ett exempel. För $n = 2$ finns en enda sådan polygon (kordan), för $n = 3$ finns 3 sådana polygoner. Hur många finns för ett godtyckligt n?



6. I en cirkel med radien 1 dras två radier vars ändpunkter delar cirkelperiferin i en mindre och en större cirkelbåge. Medelpunktsvinkeln för den mindre cirkelbågen är $2v$. För två rektanglar R_1 och R_2 gäller:

   a) de ligger inom cirkeln

   b) båda har ett hörn på vardera av de dragna radierna

   c) de två terstående hörnen ligger för R_1 på den mindre cirkelbågén och för R_2 på den större cirkelbågen.

   R_1 och R_2, har maximal area under dessa villkor. För vissa v är produkten av dessa areor 1. Bestäm dessa v-vården.