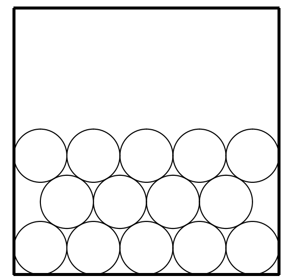
Skolornas Matematiktävling

Svenska Dagbladet   Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 7 oktober 1976



1. En vanlig läskedrycksback är kvadratisk och rymmer 5×5 flaskor. Om man försöker fylla den så som figuren anger med varannan rad betående av 5 flaskor och varannan av 4 flaskor finner man att man inte ens får rum med 25 flaskor. Vilket är det minsta tal n för vilket man i en kvadratisk back gjord för $n \times n$ flaskor på detta sätt kan få rum med fler än n^2 flaskor?

2. För vilka värden på konstanterna a, b och c har ekvationen

$$\sqrt{x + a\sqrt{x} + b} + \sqrt{x} = c$$

   oändligt många lösningar?

3. Visa att $1! + 2! + 3! + \cdots + n!$ inte är kvadraten på något heltal då $n > 3$. ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$).

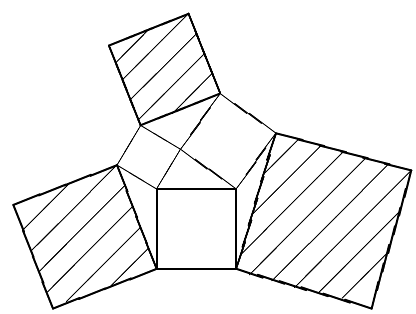
4. Låt $P(x)$ vara ett fjärdegradspolynom

$$P(x) = x^4 + \cdots$$

   där x^4-koefficienten är = 1. Visa att $P(x)$ har formen

$$P(x) = (x^2 + ax + b)^2 + c$$

   om och endast om $P'(x)$ och $P''(x)$ har ett gemensamt nollställe.



5. En figur består av tre yttre (streckade) och tre inre kvadrater så som figuren anger. Beräkna förhållandet mellan summan av de tre yttre kvadraternas areor och summan av de tre inre kvadraternas areor.

6. För talet $a > 1$ gäller att ekvationen

$$x^a = a^x$$

   inte har någon annan lösning $x > 0$ än $x = a$. Bestäm a.