

Skolornas Matematiktävling

Svenska Dagbladet Svenska Matematikersamfundet

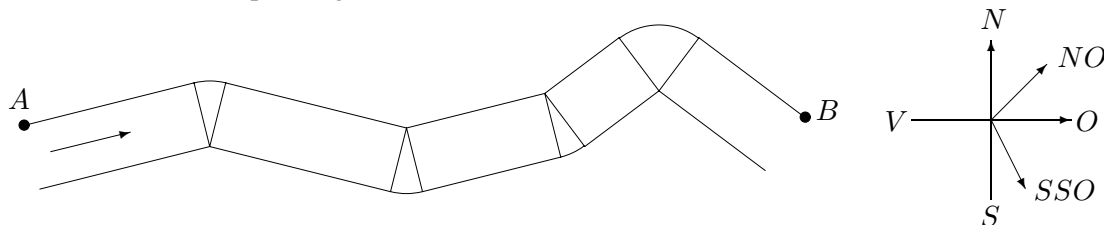
Final den 24 november 1963

1. För hur många olika positiva heltal gäller att kvadraten på talet är mindre än 10^7 ?
2. Vilken är längden av den största cirkelperiferi, som kan uppritas i de svarta rutorna av ett schackbräde, där rutorna har sidlängden 4 cm?
3. Vilken rest ger talet $1234^{567} + 89^{1011}$ vid division med 12?
4. Bestäm för varje konstant a alla deriverbara funktioner f definierade på $(-\infty, \infty)$ för vilka

$$f(x+y) = f(x) + f(y) + f(axy)$$

gäller för alla x, y .

5. En gata med konstant bredd är begränsad av ändligt många linjestycken jämte hörn, där innerhörnet är en spets och yttersidan har formen av en cirkelbåge, som framgår av fig. 2. Gatans riktning, vid genomlopp som pilen visar, ligger hela tiden mellan nordöst och sydsydväst. En person skall gå längs sidorna av gatan från en punkt A till en annan punkt B som ligger på samma sida av gatan som A . Se exemplet i figuren.



Korsning av gatan får endast ske vinkelrätt. Vilken är den kortaste väg han kan välja?

6. För en funktion $y = f(x)$, $-\infty < x < \infty$, med kontinuerlig andra derivata gäller

$$|f(x)| \leq A, \quad |f''(x)| \leq B.$$

Visa att då gäller $|f(x)| \leq C$, där C bara beror på A och B .

Uppgiften bedöms med hänsyn till hur god uppskattning av C som ges.