

Skolornas Matematiktävling

Svenska Dagbladet Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 18 januari 1967 ¹

1. a) Hur många rader stryktips måste man minst tippa för att vara säker på att få en rad med minst 4 rätt?
b) Gör ett system med så få rader Du kan som garanterar en rad med minst 5 rätt.

Stryktips tillgång så: På tipskupongen finns angivna 12 vid tippningen ännu inte spelade fotbollsmatcher. Att tippa en rad innebär att man förutsäger utgången av var och en av de tolv matcherna. Utgången anges med 1, x eller 2 (hemmaseger, oavgjort, bortaseger). En rad är alltså en följd av 12 tecken valda bland tecknen 1, x, 2. Ett system är en mängd rader.

2. Bevisa olikheten

$$2\left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right) < \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\left(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}\right)$$

och beräkna med hjälp av den eller på annat sätt det största heltal som är mindre än

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{10000}}.$$

3. En tidning vill skaffa information om sin läsekrets. Man undersöker 1000 prenumeranters kön, civilstånd och yrke. Följande data rapporteras: 312 män, 470 gifta, 525 studerande, 42 manliga studerande, 147 gifta studerande, 86 gifta män och 25 gifta manliga studerande. Visa att dessa siffror är motstridiga.
4. $ABCD$ är en kvadrat med sidan 2 cm. E och F delar AD och BC mitt itu. En punktmängd M har egenskaperna:
 - I. Det finns en mängd L av räta linjer så att M består precis av de punkter i rektangeln $CDEF$ som ligger på någon av linjerna i L .
 - II. Genom varje punkt på AB går en linje i L som också skär sträckan CD .
 - III. Om P och Q är två punkter i M och PQ är parallell med AB så ligger hela sträckan PQ i M .

Bestäm den minsta yta som en sådan punktmängd M kan ha.

5. En funktion f är definierad för alla reella tal och satisfierar följande villkor:
 - a) För alla reella x och y gäller $f(x+y) \leq f(x) + f(y)$
 - b) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)/x$ existerar och är $= 1$.

Bestäm funktionen.

6. Ange en metod att klippa sönder en godtycklig triangel och sätta ihop bitarna till en rektangel med basen 1 cm. Klippen skall vara rätlinjiga och antalet bitar ändligt.

¹På grund av skolkonflikten hösten 1966 uppsköts tävlingen till vårterminen 1967