Skolornas Matematiktävling

Svenska Dagbladet

Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 4 oktober 1984

1. Lös ekvationssystemet (i 5 obekanta)

$$\begin{cases} ab = 1 \\ bc = 2 \\ cd = 3 \\ de = 4 \\ ea = 6 \end{cases}$$

2. Visa att om n är ett udda naturligt tal så är

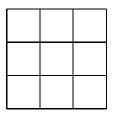
$$n^{12} - n^8 - n^4 + 1$$

delbart med 2^9 .

3. Bestäm alla positiva tal sådana att

$$x^{-3x+8} > x^7$$
.

- 4. I triangeln ABC är sidorna AB och AC lika långa (|AB| = |AC|). Man väljer en punkt D på sidan AB och en punkt E på förlängningen över C av sidan AC, sådana att |AD| + |AE| = |AB| + |AC|. Visa att |DE| > |BC|.
- 5. Talen 1, ..., 9 är inplacerade i nedanstående rutnät



så att <u>ingen</u> rad, <u>ingen</u> kolumn och <u>ingen</u> av de båda diagonalerna har talen ordnade efter storlek (dvs de är varken växande eller avtagande). Visa att talet i mittrutan måste vara udda.

6. En kvinna som ännu inte fyllt 100 år och ett av hennes barnbarn har samma födelsedag. Sex år i rad är kvinnans ålder en heltalsmultipel av barnbarnets. Hur gammal är kvinnan på den sjätte av dessa födelsedagar?