

# HÖGSTADIETS MATEMATIKTÄVLING 2019/20

## KVALIFICERINGSTÄVLING 12 NOVEMBER 2019

**Skrivtid:** 120 minuter.

**Hjälpmedel:** Penna, sudd, linjal och passare. *Ej miniräknare.*

**Motivera alla lösningar, enbart svar ger inga poäng om inte annat anges.**

Lämna in allt du kommer fram till, även dellösningar. Skriv läsligt.

Varje lösning ger 0 – 3 poäng.

*Lycka till!*

1. Pablo, Salvador, Carl och Frida skall köpa målarfärg i flera olika färger.

- Salvador köper exakt de färger som Pablo inte köper.
- Carl köper vissa färger som Pablo har köpt, och ingenting annat.
- Frida köper exakt de färger som Carl inte köper.

Hur många färger köper Salvador som Frida inte köper?

2. I triangeln i figur 1 är  $a$  och  $b$  två tal (inte nödvändigtvis olika). Samtliga ekvationer längs med triangelns sidor är sanna. Vilka tal kan stå vid frågetecknet?

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{-a} & + & \boxed{?} & = & \boxed{b} \\ & \cdot & & = & \\ & \boxed{-b} & & \boxed{5} & \\ & = & + & & \\ & & \boxed{a} & & \end{array}$$

Figur 1: Problem 2

3. Immanuel har en massa bitar: 335 regelbundna femhörningar, 336 kvadrater, och 337 liksidiga trianglar. Alla har lika långa sidor. Immanuel sätter nu ihop dem, sida mot sida till en stor månghörning, och så att två likadana bitar aldrig delar sida. Det visar sig nu att den nya månghörningen har *nästan* 2019 hörn. Med bara en extra bit får den exakt 2019 hörn. Behöver Immanuel en extra triangel, kvadrat eller femhörning?

*Var god vänd!*

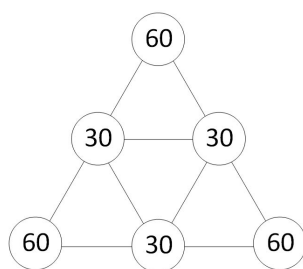
4. En rektangel  $ABCD$  är inskriven i en cirkel med radie 3 cm (dvs rektangelns hörn ligger på cirkelns periferi). Låt  $E$ ,  $F$ ,  $G$  och  $H$  vara respektive mittpunkt på sidorna  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  och  $AD$ . Vilken omkrets har fyrhörningen  $EFGH$ ?
5. Bokstäverna  $a$ ,  $b$  och  $c$  representerar några av siffrorna 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 och 9.
- Det tresiffriga heltalet  $abc$  är delbart med 3.
  - Det femsiffriga heltalet  $cbabc$  är delbart med 15.
  - Det femsiffriga heltalet  $abcba$  är delbart med 8.

Bestäm talet  $abc$ .

6. 270 ml målarfärg är uppdelat i sex små målarfärgsburkar som i figur 2. I varje drag väljer man en burk, och fördelar dess färg jämnt mellan den burken, och alla burkar som den är sammanbunden med.

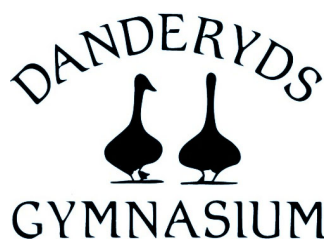
Till exempel: finns det 5 ml i en burk och den burken är sammanbunden med fyra andra burkar, hålls det över 1 ml färg till var och en av de intilliggande burkarna, samt att den sista 1 ml blir kvar i den ursprungliga burken.

Vilket är det minsta möjliga antalet drag som krävs för att få lika mycket målarfärg i varje burk?



Figur 2: Problem 6

Sponsorer



## MATEMATIKGYMNASIET

För dig som är intresserad av matematik och vill att din gymnasieutbildning ska vara intressant, utmanande och lärorik.

[www.dagy.danderyd.se](http://www.dagy.danderyd.se)