

# 1 GLEICHSTROMKREIS

## 1.1 GRUNDLAGEN

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} C \quad [Q] = 1 \text{ Coulomb}$$

$$I = \frac{Q}{t} \quad [I] = 1 \text{ Ampère}$$

$$[U] = 1 \text{ Volt} \quad [R] = 1 \text{ Ohm, } 1 \Omega$$

Die Spannung  $U$  ist von  $\oplus$  nach  $\ominus$  gerichtet.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

$$\text{Elektronengeschwindigkeit: } v = \frac{I}{enA}$$

$$\text{Arbeit: } W = QU \quad W = ItU$$

$$\text{Leistung: } P = \frac{W}{t} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R \quad [P] = W = \frac{J}{s}$$

## 1.2 FARBKODIERUNG

Farbe	1. Ring (1. Ziffer)	2. Ring (2. Ziffer)	3. Ring (3. Ziffer)	4. Ring (Multiplikator)	5. Ring (Toleranz)	6. Ring (Temp.-Koeffizient)
silber	—	—	—	$10^2$	—	—
gold	—	—	—	$10^1$	—	—
schwarz	—	0	0	$10^0$	—	$200 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
braun	1	1	1	$10^1$	$\pm 1\%$	$100 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
rot	2	2	2	$10^2$	$\pm 2\%$	$50 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
orange	3	3	3	$10^3$	—	$15 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
gelb	4	4	4	$10^4$	—	$25 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
grün	5	5	5	$10^5$	$\pm 0.5\%$	—
blau	6	6	6	$10^6$	$\pm 0.25\%$	$10 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
violett	7	7	7	—	$\pm 0.1\%$	$5 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
grau	8	8	8	—	$\pm 0.05\%$	—
weiss	9	9	9	—	—	—

Farbe	Widerstandswert in $\Omega$			Toleranz
	1. Ring (1. Ziffer)	2. Ring (2. Ziffer)	3. Ring (Multiplikator)	
"keine"	x	—	—	$\pm 20\%$
silber	—	—	$10^2 = 0.01$	$\pm 10\%$
gold	—	—	$10^1 = 0.1$	$\pm 5\%$
schwarz	—	0	$10^0 = 1$	—
braun	1	1	$10^1 = 10$	$\pm 1\%$
rot	2	2	$10^2 = 100$	$\pm 2\%$
orange	3	3	$10^3 = 1.000$	—
gelb	4	4	$10^4 = 10.000$	—
grün	5	5	$10^5 = 100.000$	$\pm 0.5\%$
blau	6	6	$10^6 = 1.000.000$	$\pm 0.25\%$
violett	7	7	$10^7 = 10.000.000$	$\pm 0.1\%$
grau	8	8	$10^8 = 100.000.000$	$\pm 0.05\%$
weiss	9	9	$10^9 = 1.000.000.000$	—

## 1.3 SPEZIFISCHER WIDERSTAND

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad \kappa = \frac{1}{\rho} \quad [\rho] = \Omega m \quad [\kappa] = \frac{S}{m}$$

$$\rho(T) = \rho_{20^\circ C} [1 + \alpha(T - 20^\circ C)] = \rho_{20^\circ C} (1 + \alpha \Delta T)$$

für Halbleiter ist  $\alpha < 0$ .  $\rho$  nimmt mit steigender Temperatur ab.

Material	spezifischer Widerstand [ $\Omega m^2/m$ ]	spezifischer Widerstand [ $\Omega mm^2/m$ ]	
Silber	$1.6 \cdot 10^{-8}$	$1.6 \cdot 10^{-2}$	Leiter
Kupfer	$1.7 \cdot 10^{-8}$	$1.7 \cdot 10^{-2}$	
Gold	$2.4 \cdot 10^{-8}$	$2.4 \cdot 10^{-2}$	
Aluminium	$2.8 \cdot 10^{-8}$	$2.8 \cdot 10^{-2}$	
Stahl	$14 \cdot 10^{-8}$	$14 \cdot 10^{-2}$	
Kohlenstoff	$3.5 \cdot 10^{-5}$	35	Halbleiter
Germanium	0.42	$4.2 \cdot 10^5$	
Silizium	640	$6.4 \cdot 10^8$	
Glas	$2 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{18}$	Nichtleiter
Porzellan	$5 \cdot 10^{12}$	$5 \cdot 10^{18}$	
Gummi	$10^{13}$ bis $10^{15}$	$10^{19}$ bis $10^{21}$	

### 1.3.1 BEISPIEL

$$n = 37 \quad d = 2 \text{ mm} \quad \rho_{20^\circ C} = 2.65 \times 10^{-2} \Omega mm^2 m^{-1}$$

$$R = \rho \frac{l}{A} = 2.65 \times 10^{-2} \Omega mm^2 m^{-1} \frac{1000 m}{116.2 mm^2} = 0.228 \Omega$$

$$A = n \frac{d^2 \pi}{4} = 116.2 mm^2$$

$$P = UI = I^2 R = (100 A)^2 (0.228 \Omega)$$

$$\rho_{45^\circ C} = \rho_{20^\circ C} (1 + \alpha \Delta T) \Rightarrow R_{45^\circ C} = \dots$$

## 1.4 PARAMETRISCHE WIDERSTÄNDE

### 1.4.1 PTC

Positive Temperature Coefficient, Kaltleiter, Widerstand steigt mit steigender Temperatur,  $\alpha > 0$ .

### 1.4.2 NTC

Negative Temperature Coefficient, Heissleiter, Widerstand sinkt mit steigender Temperatur,  $\alpha < 0$ .

## 1.4.3 LDR

Light Dependent Resistor, Widerstand sinkt mit wachsendem Lichteinfall, relative lange Reaktionszeit.

## 1.4.4 VARISTOR

VARIABLE resISTOR, Voltage Dependent Resistor: VDR, oberhalb bestimmter Schwellspannung wird Widerstand plötzlich kleiner.

## 1.4.5 HALBLEITERPLÄTTCHEN

Widerstand wird kleiner mit steigender Temperatur.

# 2 NETZWERKANALYSE

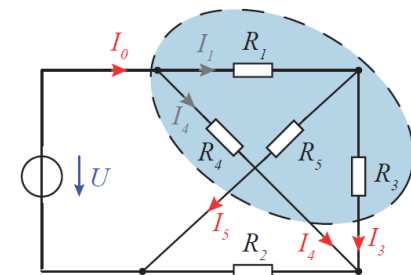
## 2.1 KIRCHHOFFSCHE GESETZE

### 2.1.1 KNOTENGLEICHUNGEN

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Die Summe der Ströme über einen Knoten ist 0.

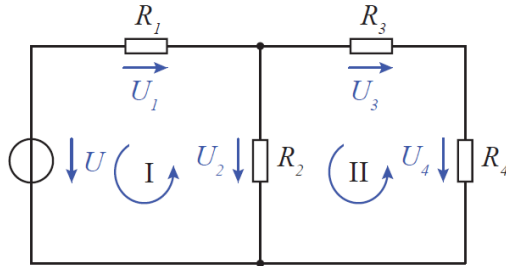
Die Summe der Ströme über eine Hüllfläche ist 0.



## 2.1.2 MASCHENGLEICHUNG

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$

Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist 0.



## 2.2 REIHENSCHALTUNG

Alle Bauelemente haben **gleichen Strom**. Summe der Teilspannungen ergibt Gesamtspannung.

$$\frac{U_i}{U} = \frac{R_i}{R_g}$$

$$R_g = \sum_{k=1}^n R_k$$

## 2.3 PARALLELSCHALTUNG

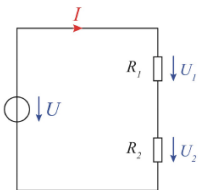
Alle Bauelemente haben **gleiche Spannung**.

$$\frac{I_i}{I} = \frac{R_g}{R_i}$$

$$R_g = (\sum_{k=1}^n 1/R_k)^{-1}$$

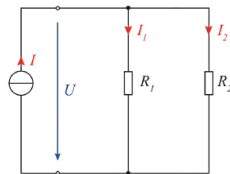
### 2.3.1 SPANNUNGSTEILER

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$



### 2.3.2 STROMTEILER

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$



## 2.4 LEISTUNGSANPASSUNG

Die maximale Leistung über den Lastwiderstand  $R_a$  ergibt sich bei Widerstandsanpassung:  $R_a = R_i$ .

$$\text{Leistung: } \left( \frac{U_q}{R_i + R_a} \right)^2 R_a$$

$$P_{max} \rightarrow \frac{dP_{Ra}}{dR_a}$$

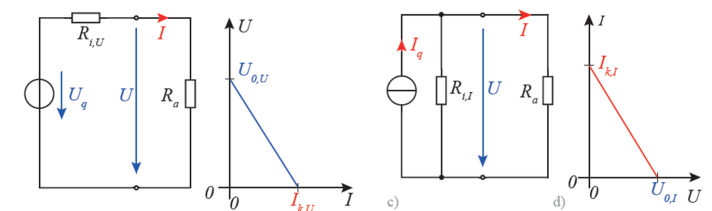
$$\text{Maximal abgegebene Leistung: } P_{Ra,max} = \frac{U_q^2}{4R_i} = \frac{U_q^2}{4R_a}$$

## 2.5 SPANNUNGSQUELLE / STROMQUELLE

$$U = U_q - IR_i$$

$$\text{Ideal: } R_i = 0$$

$$U_{0,I} = I_q \cdot R_i$$



Äquivalente Quellen:  $U_q = I_q R_{i,I}$   $I_q = U_q / R_{i,U}$

$$\Rightarrow R_{i,I} = R_{i,U}$$

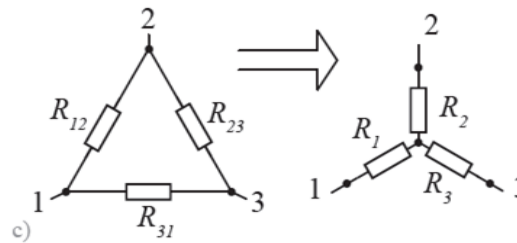
## 2.6 WIRKUNGSGRAD

$$\eta = \frac{P_{Ra}}{P_{Ges}} = \frac{P_{Nutzbar}}{P_{Zugefuehrt}} \leq 1$$

Verlustleistung:  $P_{Ges} - P_{Ra}$

Im Falle der Leistungsanpassung ist  $\eta = 50\%$ . Für  $R_a \gg R_i$  geht  $\eta$  gegen 100% allerdings wird auch die Gesamtleistung kleiner.

## 2.7 STERN-DREIECK-UMWANDLUNG



Dreieck  $\rightarrow$  Stern

Stern  $\rightarrow$  Dreieck

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

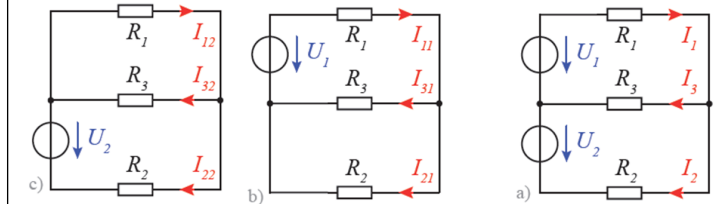
$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$$

$$\text{bei Symmetrie: } R_\lambda = \frac{R_\Delta^2}{3R_\Delta} = \frac{R_\Delta}{3}$$

$$3R_\lambda = R_\Delta$$

## 2.8 SUPERPOSITIONSPRINZIP

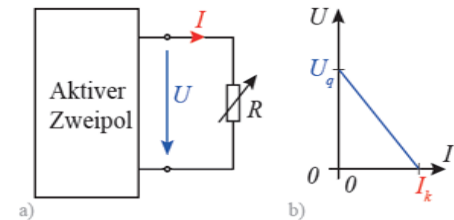


$$I_1 = I_{11} + I_{12}$$

Wenn eine Schaltung mehrere Quellen enthält, können Ströme und Spannungen für jede Quelle einzeln berechnet werden. Spannungsquelle  $\rightarrow$  Kurzschluss, Stromquelle  $\rightarrow$  Leerlauf.

## 2.9 ERSATZSPANNUNGSQUELLE

aktiver Zweipol: besteht nur aus linearen Quellen und Widerständen. Kann durch eine Ersatzspannungsquelle mit  $U_q$  ersetzt werden. ( $U_q$  erhalten aus dem aktiven Zweipol mit  $R_a = \infty$ )



$$U_q = R_i I_K$$

$$P_{max}|_{R_L=R_i} = \left( \frac{U_q}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{R_i}$$

## 2.10 MASCHENSTROMVERFAHREN

1. Ersetze **Stromquellen** durch einen **Leerlauf**, dabei werden die beiden **Elementarmaschen**, die die Stromquelle enthielten, zu einer neuen.
2. Weise jeder Elementarmasche einen **Maschenstrom mit Umlaufsinn** zu.
3. Füge die Stromquellen wieder ein. **Ergänze zusätzliche Maschenströme**, die jeweils nur über eine Stromquelle fließen und in Richtung des Stromes der Quelle weisen. **Maschenstrom = Strom durch Quelle**.
4. Stelle für jede Elementarmasche die **Maschengleichung** auf.  $U_{R_i} = R_i \cdot \sum I_{M,R_i}$ .

V1: nur Maschenströme fließen, benötigte Zweigströme mit Knotengleichgewicht berechnen.

V2: über Maschengleichung alle Ströme verknüpfen, mit Knotengleichgewichten ergänzen → alle Zweigströme direkt.

## 2.11 KNOTENPOTENZIALVERFAHREN

1. Wähle einen **Bezugsknoten**  $K_0$  mit Potential = 0;
2. Ersetze Spannungsquellen durch Kurzschlüsse.
3. Weise  $K_{i \neq 0}$  Potentiale  $\phi_i$  zu.
4. Trenne virtuelle Kurzschlüsse und weise  $\phi_u + U_v$  zu.
5. Stelle für alle  $K_{i \neq 0}$  die Knotengleichungen in Abhängigkeit von  $\phi_i$  auf.  $\sum I_i = 0$

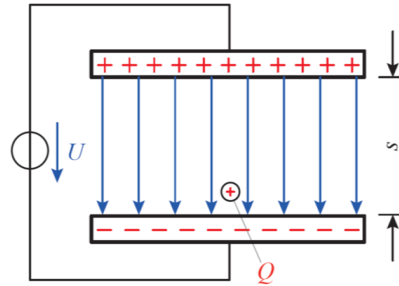
# 3 ELEKTRISCHE FELDER

## 3.1 COULOMB'SCHES GESETZ

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{a^2} \quad \epsilon_0 = 8.8541 \times 10^{-12} \text{ As V}^{-1} \text{ m}^{-1}$$
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \quad [E] = \text{V m}^{-1}$$

## 3.2 KAPAZITÄT

$$Q = CU \quad [C] = \text{As V}^{-1} = \text{F}$$
$$F = QE \quad W = Fs = QEs \quad E = \frac{U}{s}$$
$$U = \int E ds \quad C = \epsilon_0 \frac{A}{s}$$



### 3.2.1 PARALLEL-/SERIENSCHALTUNG

$$C = \sum_{k=1}^n C_k \quad \frac{1}{C} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

## 3.3 PLATTENKONDENSATOR MIT DIELEKTRIKUM

$$E_i = \frac{E}{\epsilon_r} \quad E \text{ im Dielektrikum}$$

### 3.3.1 TEILWEISE/VOLLSTÄNDIG GEFÜLLT:

$$\text{Teilweise: } C_{tot} = \left( \frac{d-d_1}{\epsilon_0 A} + \frac{d_1}{\epsilon_0 \epsilon_r A} \right)$$

d=Gesamtdicke,  $d_1$  = Dicke des Dielektrikums mit  $\epsilon_r$

$$U_d = \frac{U}{\epsilon_r} \quad C_d = \epsilon_r \frac{Q}{U} = \epsilon_r C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{s}$$

## 3.4 ELEKTRISCHER FLUSS

$$\Psi = \int_A \epsilon_0 \vec{E} d\vec{A} \quad D = \frac{\Psi}{A}$$

## 3.5 GAUSS'SCHER SATZ DER ELEKTROSTATIK

$$Q = \oint_A \epsilon_0 \vec{E} d\vec{A}$$

## 3.6 ENERGIE IM KONDENSATOR

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$$

## 3.7 FOLIENKONDENSATOREN

allgemein: geringe Kapazitätsdichte, hohe Strombelastbarkeit

*Kunststoff-Folienkondensatoren* ( $\epsilon_r = 3.3(\text{PET}), \epsilon_r = 2.2(\text{Polypropylen})$ ) mit Dielektrikum aus isolierender Kunststoffolie.

*Metallfolienkondensatoren* besitzen eine sehr hohe Stromimpulsbelastbarkeit.

*metallisierte Kunststoff-Folienkondensatoren* bestehen aus auf Kunststofffolien aufgedampften Metallisierungen. Selbstheilend → Kurzschluss verdampft infolge hoher Lichtbogen-temperatur

## 3.8 ELEKTROLYTKONDENSATOREN (ELKO)

allgemein: gepolte Kondensatoren, Spannung von Anode zu Kathode muss positiv sein, ansonsten Schädigung der Bauteile. Relativ hohe Kapazitätsdichte, relativ geringe erlaubte Strombelastbarkeit.

*Aluminium-Elko* ( $\epsilon_r = 9.6$ ) Anode: aufgerauhte Aluminiumfolie (höhere Oberfläche als bei glatter Folie) mit dünner Oxidschicht. Kathode: leitfähige Flüssigkeit oder Polymer

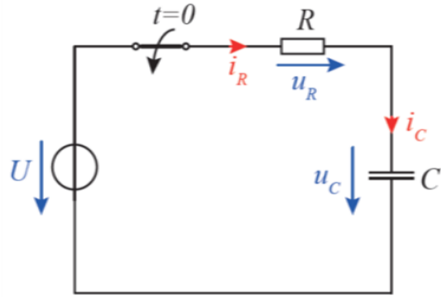
## 3.9 KERAMIKKONDENSATOREN

*multi-layer ceramic capacitor (MLCC):*

*Klasse 1* ( $\epsilon_r \approx 20 - 40$ , feldstärkenunabhängig), definierte lineare Temperaturabhängigkeit.

*Klasse 2* ( $10000 > \epsilon_r > 200$ , feldstärkenabhängig bis -80%), nichtlineare Temperatur und Spannungsabhängigkeit.

### 3.10 TRANSIENTE VORGÄNGE IN RC-SCHALTKREISEN



→ Kleinbuchstaben für veränderliche Größen. Kirchhoffsche Gesetze bleiben gültig:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \text{ für Knoten} \quad \sum_{k=1}^n u_k = 0 \text{ für Maschen}$$

#### 3.10.1 STROM-/SPANNUNGSBEZIEHUNG AM KONDENSATOR

$$i = i_R = i_C = C \frac{du_C}{dt} \quad RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U$$

$$u_C(t) = u_{C_p}(t) + u_{C_h}(t) \quad u_C(t) = U - U e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u_C(t) = u_C(\infty) - [u_C(\infty) - u_C(0)] e^{-\frac{t}{RC}}$$

wobei  $RC = \tau$ , ( $[\tau] = s$ ) die Zeitkonstante ist.

nach  $\tau s$   $u_C = 63\%U$ , nach  $3\tau$   $u_C = 95\%U$ .

Spannungsverlauf am Kondensator ist IMMER stetig.

## 4 MAGNETISCHE FELDER

### 4.1 FELDLINIEN

- Von Nordpol zu Südpol
- immer in sich geschlossen

#### 4.1.1 KRAFT AUF EINEN STROMDURCHFLOSSENEN LEITER

$$F = BI l \sin(\alpha) \quad \vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

$$[B] = \text{N A}^{-1} \text{m}^{-1} = \text{V s m}^{-2} = \text{T}$$

#### 4.1.2 MAGNETISCHER FLUSS

$$\Phi = BA \cos(\alpha) \quad \Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A} \quad [\Phi] = \text{V s} = \text{Wb}$$

$$\oint_A \vec{B} d\vec{A} = 0$$

### 4.1.3 MAGNETISCHE FELDSTÄRKE

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \quad \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ V s A}^{-1} \text{m}^{-1} \quad B = \mu_0 \mu_r H$$

#### 4.1.4 DURCHFLUTUNGSGESETZ

$$\oint_S \vec{H} d\vec{S} = \int_A \vec{I} d\vec{A} = \Theta$$

$$\text{daraus für Torusspule } \Theta = H 2\pi r \Rightarrow H = \frac{NI}{2\pi r} \quad \vec{H} = \frac{NI}{2\pi r} \vec{e}_\phi$$

innerhalb und ausserhalb der Spule  $H = 0$

$$\text{daraus für gerade Spule } H_x = \frac{NI}{l}$$

### 4.2 MATERIE IM MAGNETFELD

#### 4.2.1 DIAMAGNETISCHE STOFFE

- $\mu_r < 1$
- Schwächen äusseres Magnetfeld leicht ab.
- Werden von einem Magneten leicht abgestossen.

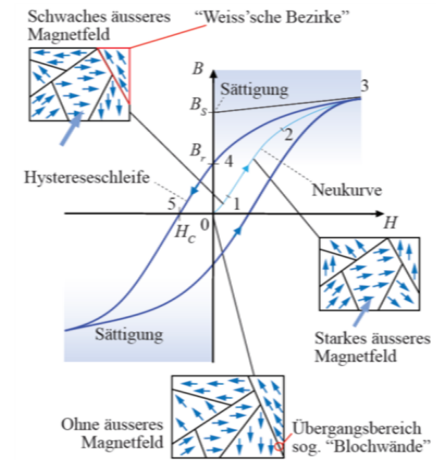
#### 4.2.2 PARAMAGNETISCHE STOFFE

- $\mu_r > 1$
- Verstärken äusseres Magnetfeld leicht.
- Werden von einem Magneten leicht angezogen.

#### 4.2.3 FERROMAGNETISCHE STOFFE

- $\mu_r \gg 1$
- Verstärken ein äusseres Magnetfeld stark.
- Werden von einem Magneten stark angezogen.
- Es gibt Bereiche mit gleicher Ausrichtung der Dipole (Weiss'sche Bezirke).

### 4.2.4 HYSTERESIS



1. Wirkung der Weiss'schen Bezirke hebt sich auf.
2. Ausgerichtete Bezirke wachsen. Danach sprunghaftes Umklappen
3. Sättigung bei hohen Feldstärken
4. Reduktion der Feldstärke führt zur Remanenz-Flussdichte  $B_r$ .
5. Um wieder zu  $B = 0$  zu kommen ist Koerzitivfeldstärke  $H_c$  nötig.

Oberhalb der Curie-Temperatur  $T_c$  gehen ferromagnetische Eigenschaften verloren.

magnetisch hart/weich → breite/schmale Hysteresiskurve

#### 4.3 INDUKTIVITÄT

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} \quad \Psi = \text{verketteter magnetischer Fluss}$$

$$[L] = \text{Vs A}^{-1} = \text{H}$$

$$L_{\text{Ringkernspule}} = \mu_r \mu_0 N^2 \frac{h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \begin{cases} a, b & \text{in. und äus. Radius} \\ h & \text{Höhe} \end{cases}$$

$$R_m = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_r A} \quad l_m = \pi(a+b) \quad A = (b-a)h$$

für eine Ringkernspule mit  $a \approx b$  gilt:

$$R_m = \frac{l}{\mu A} \quad \text{magnetischer Widerstand / Reluktanz}$$

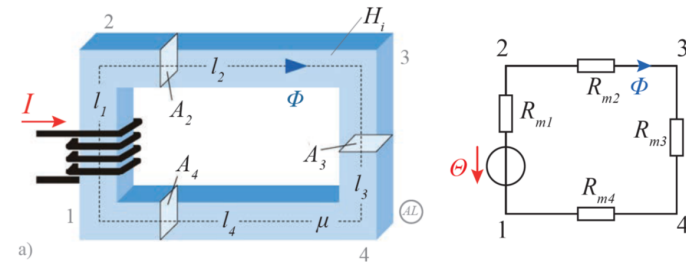
$$\Theta = NI = \Phi R_m \quad \text{Durchflutung des mag. Kreises}$$

$$R_m = \frac{N^2}{L}$$

#### 4.4 REIHENSCHALTUNG / PARALLELSCHALTUNG INDUKTIVITÄT

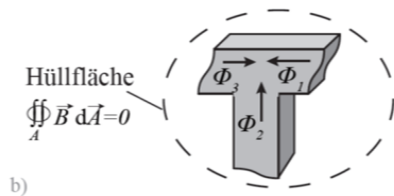
$$L_g = \sum_{k=1}^n L_k \quad \frac{1}{L_g} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k}$$

#### 4.5 MAGNETISCHER KREIS



$$R_{m2} = \frac{l_2}{\mu A_2} \quad \Phi = \frac{\Theta}{R_m} \quad \Phi = \Phi_i$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \sum \frac{N_i \Phi_i}{I}$$



$$\oint \vec{B} d\vec{A} = 0 \Rightarrow \sum_i \Phi_i = 0$$

Knotengleichgewicht

#### 4.5.1 ZUSAMMENFASSUNG

elektrisch

$$\kappa$$

$$R = \frac{l}{\kappa A}$$

$$U_{12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} d\vec{s}$$

$$I = \iint_A \vec{J} d\vec{A}$$

$$U = RI$$

$$U_0 = \sum_{\text{Masche}} U = \sum_{\text{Masche}} RI$$

$$\sum_{\text{Knoten}} I = 0$$

magnetisch

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$$R_m = \frac{l}{\mu A}$$

$$V_{m12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{H} d\vec{s}$$

$$\iint_A \vec{B} d\vec{A}$$

$$\Theta = R_m \Phi$$

$$\Theta = NI = \sum_{\text{Masche}} V_m = \sum_{\text{Masche}} R_m \Phi$$

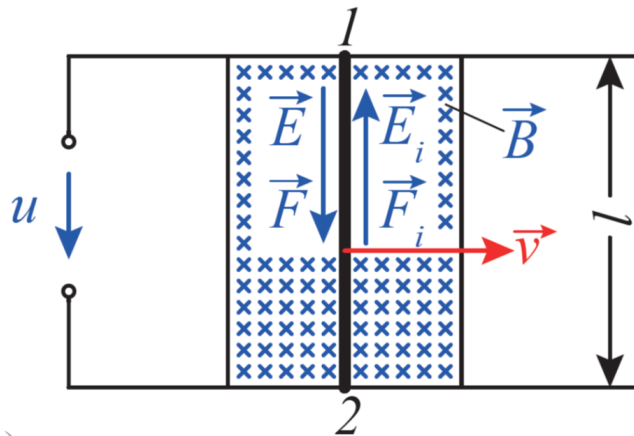
$$\sum_{\text{Knoten}} \Phi = 0$$

#### 4.6 LORENTZKRAFT

$$F_m = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\text{Kräftegleichgewicht: } |\vec{F}_C| = |F_m| \Rightarrow \vec{E}_i = \vec{v} \times \vec{B}$$

$$u = El_{12}$$



Rechte Hand:

$$[\text{Daumen, Zeige-, Mittelfinger}] = [\text{Strom, Feld, Kraft}]$$

#### 4.7 INDUKTIONSGESETZ

$$U = N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\text{Linke Hand: } [\text{Daumen, Finger}] = [\dot{\Phi}, \text{induzierter Strom}]$$

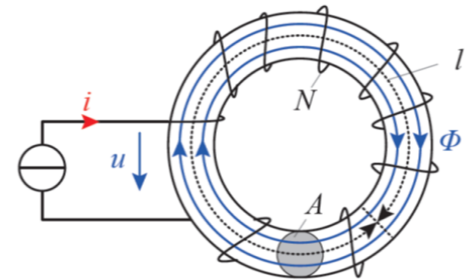
#### 4.8 LENZ'SCHE REGEL

Die induzierte Spannung ist so gerichtet das ein durch sie hervorgerufener Strom der Ursache ihrer Entstehung entgegenwirkt.

Für die Induktivität: Eine Veränderung des Stroms bewirkt eine induzierte Spannung, die die Veränderung des Stroms erschwert.

#### 4.9 SELBSTINDUKTION

$$u = L \frac{di}{dt}$$



#### 4.10 ENERGIE IN DER INDUKTIVITÄT

$$dW = uidt = L \frac{di}{dt} = Lidi$$

$$W = L \int_0^I idi = \frac{1}{2} LI^2$$

#### 4.11 HYSTERESEVERLUSTE

$$\text{magnetische Energiedichte: } W_m = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu}$$

(= Fläche zwischen B-Achse und Hysteresekurve.)

Die Hystereseverluste sind proportional zum Flächeninhalt der Hysteresekurve.

#### 4.12 MAGNETISCHER KREIS MIT LUFTSPALT

$$L = N^2 \frac{\mu_r \mu_0 A}{l_m + l_L \mu_r} \quad N = \sqrt{L \frac{l_m + l_L \mu_r}{\mu_r \mu_0 A}}$$

$$R_m = R_{mK} + R_{mL} = \frac{l_m}{\mu_0 \mu_r A} + \frac{l_L}{\mu_0 A} \xrightarrow{\mu_r \rightarrow \infty} R_{mL}$$

$$L = N^2 \frac{\mu_0 A}{l_L} = N^2 \frac{1}{R_{mL}} \quad (\text{also nur abhängig von } l_L)$$

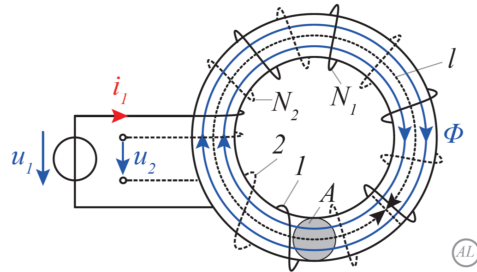
#### 4.13 MAGNETISCHE KOPPLUNG

$$U = N \frac{d\Phi}{dt}$$

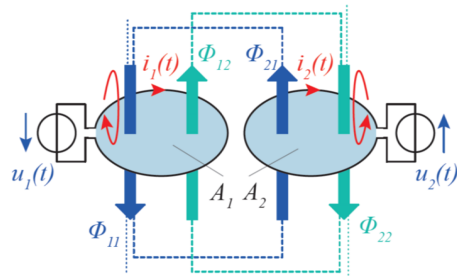
$$u_2 = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} \quad u_2 = L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

gekoppelte Induktivitäten  $L_{21} = L_{12}$  (Anordnungsabhängig)

$$\text{Koppelfaktor } k_{21} = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_{11}} \quad k_{12} = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_{22}}$$



#### 4.14 IDEALER ÜBERTRAGER



$$u_1 = N_1 \frac{d}{dt}(\phi_{11} - \phi_{12}) = L_{11} \frac{di_1}{dt} - L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

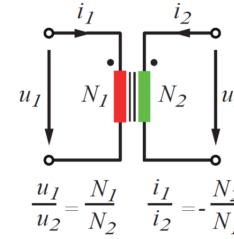
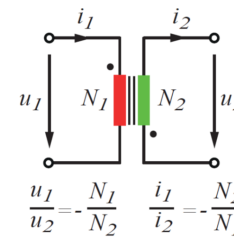
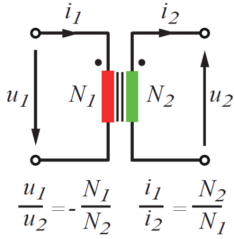
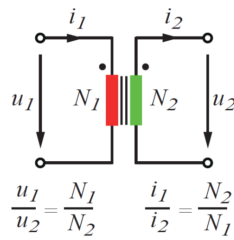
$$u_2 = N_2 \frac{d}{dt}(-\phi_{21} + \phi_{22}) = -L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt}$$

Idealisierung:

- $\mu_r \rightarrow \infty$
- Widerstände der Wicklungen  $\rightarrow 0$
- Hystereseverluste  $\rightarrow 0$

$$\Theta = N_1 i_1 - N_2 i_2 = R_m \Phi_{ges} = \frac{l}{\mu A} (\Phi_1 - \Phi_2)$$

$$u_2 = -\frac{N_2}{N_1} u_1 \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$



#### 4.15 TRANSIENTE VORGÄNGE IN RL-NETZWERKEN

$$i_L(t) = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = I_L(\infty) - [I_L(\infty) - i_L(0)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_L(t) = L \frac{dV_L(t)}{dt} = R_{eff} f [I_L(\infty) - I_L(0)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{wobei } \tau = \frac{L}{R_{eff}}$$

und  $R_{eff}$  der Widerstand der Schaltung, betrachtet von den Klemmen der Induktivität. (Stromquellen = Leerlauf, Spannungsquellen = Kurzschluss)

#### 4.16 MASCHENSTROMVERFAHREN FÜR RL-NETZWERKE

1. Stromquellen durch Leerlauf ersetzen  $\rightarrow$  reduziertes Elementarmaschenset  $E^*$
2. Maschenströme  $i_i$  einführen.
3. Stromquellen wiedereinschalten und für jede den jeweiligen Maschenstrom einführen.
4. Maschengleichungen aufstellen.  $\sum U_i = 0$ ,  $U_i = R_i \cdot i_i$ ,  $L_i \frac{di_i}{dt}$
5. Strom-Spannungsbeziehung für die Kapazitätsspannung aufstellen.  $C_i \frac{du_C}{dt}$

#### 4.17 KERNMATERIALIEN FÜR TRANSFORMATOREN

##### 4.17.1 BLECHKERN

Bleche als Kern  $\rightarrow$  je dünner das Blech desto kleiner die Wirbelstromverluste.

Wirbelstromverlust  $\rightarrow$  magnetischer Fluss durch Querschnitt induziert Spannung, welche durch Wirbelstrom ausgeglichen wird.

##### 4.17.2 EISENPULVER

Pulver und Kleber wird zu Kern verpresst. Über das Massenverhältnis kann  $\mu$  eingestellt werdend  $\rightarrow$  Kleber wirkt als Luftspalt.

##### 4.17.3 CHARAKTERISTISCHE SÄTTIGUNGSDICHTEN

Kernmaterial	Sättigungsdichte
MnZn-Ferrit	0.39 T
Nanokristallin	1.2 T
Amorph	1.56 T
Silizium-Eisen	1.73 T

## 5 WECHSELSTROM

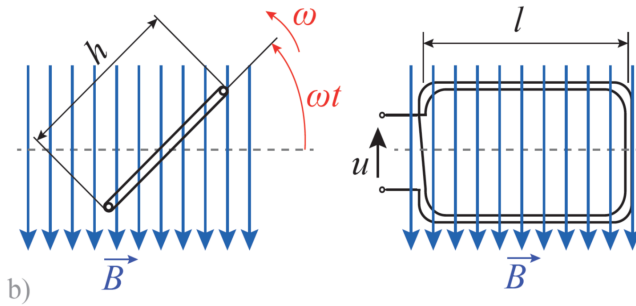
### 5.1 GRUNDBEGRIFFE

#### 5.1.1 WECHSELGRÖSSE

Mittelwert einer zeitabhängigen Grösse ist 0. Sonst **Mischgrösse**.



### 5.1.2 SINUSFÖRMIGE SIGNALE



$$\hat{u} = NBhl\omega \Rightarrow u(t) = \hat{u} \sin(\omega t)$$

Scheitelwert	$\hat{u}$
Kreisfrequenz	$\omega$
Periode	$T = \frac{2\pi}{\omega}$
Frequenz	$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

### 5.1.3 PHASENVERSCHIEBUNG

$$u = \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u)$$

$$i = \hat{i} \sin(\omega t + \phi_i)$$

Phasenverschiebung  $\phi = \phi_u - \phi_i$

### 5.1.4 GLEICHRICHTWERT

zeitlicher Mittelwert des Betrages:

$$|\bar{i}| = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dT = \frac{2}{\pi} \hat{i}$$

### 5.1.5 EFFEKTIVWERT

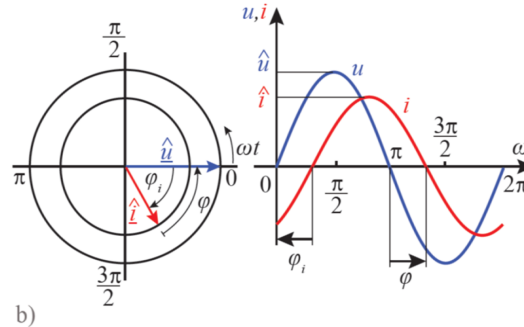
Wert des Gleichstroms der in einem Widerstand denselben Verlust wie der betrachtete Wechselstrom erwirkt.

$$W = \int_0^T p dt = \int_0^T i^2 R dt \Rightarrow P = \frac{W}{T}$$

Gleichsetzen der Wärmeleistungen:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

### 5.2 ZEIGERDIAGRAMM



Spitzenwertzeiger  $\vec{\hat{u}}$

Effektivwertzeiger  $\vec{U}$

Addition von gleichfrequenten Zeigern  $\rightarrow$  (geometrische)

Vektoraddition

#### 5.2.1 FÜR GLEICHFREQUENTE VEKTOREN

$$u = \hat{u} \sin(\omega t + \phi_u) \rightarrow \underline{U}' = U e^{j(\omega t + \phi_u)}$$

$$\underline{U}' = \underbrace{U e^{j\phi_u}}_{\text{Zeitunabhängig}} \cdot \underbrace{e^{j\omega t}}_{\text{Zeitabhängig}}$$

$$\underline{U} \rightarrow U e^{j\phi_u}$$

#### 5.2.2 KOMPLEXE RECHNUNG

$$\Re(\underline{Z}) = X = Z \cos(\phi)$$

$$\Im(\underline{Z}) = Y = Z \sin(\phi)$$

$$\underline{Z} = Z(\cos(\phi) + j \sin(\phi))$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\phi}$$

$$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right)$$

$$\underline{Z} \cdot \underline{Z}^* = X^2 + Y^2 = Z^2$$

### 5.2.3 OPERATIONEN

$$\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = X_1 + X_2 + j(Y_1 + Y_2)$$

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 = Z_1 \cdot Z_2 \cdot e^{j(\phi_1 + \phi_2)}$$

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot e^{j(\phi_1 - \phi_2)}$$

$$j\underline{Z} = e^{j\frac{\pi}{2}} \underline{Z} e^{j\phi} = \underline{Z} e^{j(\phi + \frac{\pi}{2})}$$

$$\frac{1}{j}\underline{Z} = -j\underline{Z} = \underline{Z} e^{j(\phi - \frac{\pi}{2})}$$

### 5.3 BAUELEMENTE

$$\underline{U} = R\underline{I} \quad \underline{I} = \underline{U} \frac{1}{R} \quad \underline{Z}_R = R$$

$$\underline{U} = j\omega L \underline{I} \quad \underline{I} = \underline{U} \frac{1}{j\omega L} \quad \underline{Z}_L = j\omega L$$

$$\underline{U} = \frac{1}{j\omega C} \underline{I} \quad \underline{I} = \underline{U} j\omega C \quad \underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$i(t) = |\underline{I}| \sqrt{2} \sin(\omega t + \angle I_C)$$

$$u(t) = |\underline{U}| \sqrt{2} \sin(\omega t + \angle U_C)$$

### 5.4 REIHEN UND PARALLELSCHALTUNG VON IMPEDANZEN

$$\underline{Z}_{ges} = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k \text{ und } \frac{U_1}{\underline{U}_2} \text{ bzw. } \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_{ges}} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_{ges}}$$

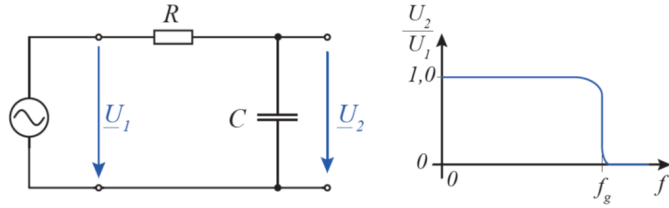
$$\frac{1}{\underline{Z}_{ges}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\underline{Z}_k} \text{ und } \frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \text{ bzw. } \frac{I_1}{I_{ges}} = \frac{\underline{Z}_{ges}}{\underline{Z}_1}$$

### 5.5 ERSATZQUELLE FÜR WECHSELSTROMKREISE

1. Leerlaufspannung  $|\underline{Z}_a| \rightarrow \infty$
2. Kurzschluss-Strom  $\underline{I}_k \rightarrow \underline{Z}_i = \frac{\underline{U}_q}{\underline{I}_k}$

- Ohmsches Gesetz, Kirchoff'sche Gesetze, Maschenstrom-, Knotenpotenzialverfahren, Superpositionsprinzip sind analog gültig, unter der Voraussetzung das alle Quellen unter der gleichen Frequenz arbeiten.
- Stern-Dreieck-Umwandlung, der Satz der Ersatzspannungsquelle und das Verfahren für äquivalente Quellen sind immer nur für eine Frequenz gültig!

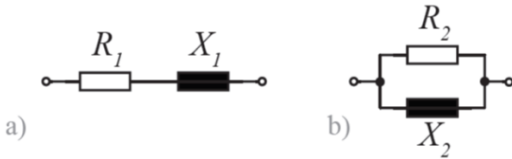
## 5.6 FREQUENZABHÄNGIGER SPANNUNGSTEILER (TIEFPASS)



$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \quad \phi = -\arctan(\omega RC)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1}{j\omega CR + 1}$$

## 5.7 UMWANDLUNG VON REIHEN- UND PARALLELSCHALTUNG



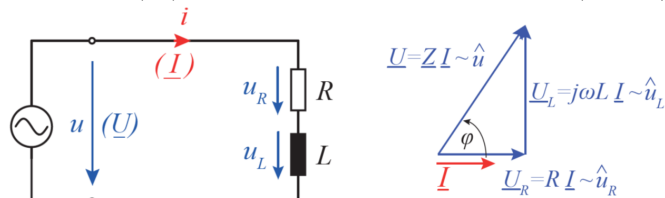
$$R_2 = \frac{R_1^2 + X_1^2}{R_1} \quad \text{und} \quad X_2 = \frac{R_1^2 + X_1^2}{X_1}$$

## 5.8 LEISTUNG IM WECHSELSTROMKREIS

$p(t) = UI(1 - \cos(2\omega t))$   $UI$  zeitlicher Mittelwert  
 $U$  und  $I$  Effektivwerte.

### 5.8.1 LEISTUNG IM RL-NETZWERK

$u = \hat{u} \sin(\omega t + \phi)$   $i = \hat{i} \sin(\omega t)$   
 $u_R = \hat{u}_R \sin(\omega t)$   $u_L = \hat{u}_L \sin(\omega t + \pi/2)$



$\hat{u}_R = \hat{u} \cos(\phi)$   $\hat{u}_L = \hat{u} \sin(\phi)$   
 $p_R = \hat{i} \hat{u} \cos(\phi) \frac{1}{2} (1 - \cos(2\omega t))$   
 $p_L = \hat{i} \hat{u} \sin(\phi) \sin(\omega t) \cos(\omega t)$

## 5.8.2 LEISTUNG MIT ALLGEMEINER IMPEDANZ

$u = \hat{u} \sin(\omega t + \phi)$   $i = \hat{i} \sin(\omega t)$   
 $p = \hat{u} \hat{i} \sin(\omega t + \pi) \sin(\omega t) = UI \cos(\phi) - UI \cos(2\omega t + \phi)$

$$P = UI \cos(\phi) \quad \text{Wirkleistung}$$

## 5.9 BLINDLEISTUNG

Allgemeine Augenblicksleistung im Verbraucher Z:

$$\underbrace{UI \cos(\phi) [1 - \cos(2\omega t + 2\pi)]}_{\text{Wirkleistung}} - \underbrace{UI \sin(\phi) \sin(2\omega t + 2\phi)}_{\text{Blindleistung}}$$

Blindleistung ist der pendelnde Anteil der Leistung mit Mittelwert 0.

$$Q = UI \sin(\phi) \quad \text{Blindleistung}$$

$[Q] = \text{VAr} = \text{volt-Ampere reactive}$

### 5.9.1 BEI RECHNUNG MIT REINEN EFFEKTIVWERTEN

Kondensator:  $Q = -UI = -U\omega C = -I^2 \frac{1}{\omega C}$

Induktivität:  $Q = +UI = \frac{U^2}{\omega L} = I^2 \omega L$

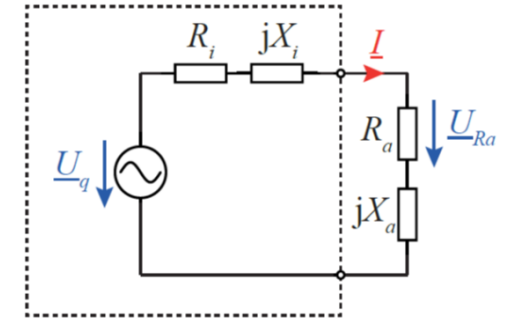
## 5.10 SCHEINLEISTUNG

$$S = UI \quad \text{Scheinleistung}$$

$$\cos \phi = \frac{P}{S} \quad \text{Leistungsfaktor}$$

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{UI}^* = UI \left( \underbrace{\cos(\phi)}_{\text{Wirkleistung}} + j \underbrace{\sin(\phi)}_{\text{Blindleistung}} \right)$$

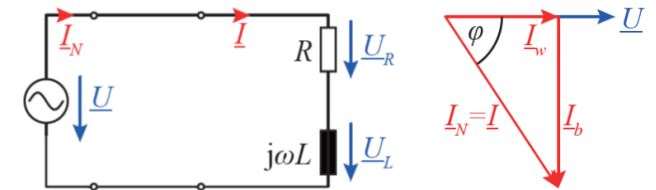
## 5.11 LEISTUNGSANPASSUNG



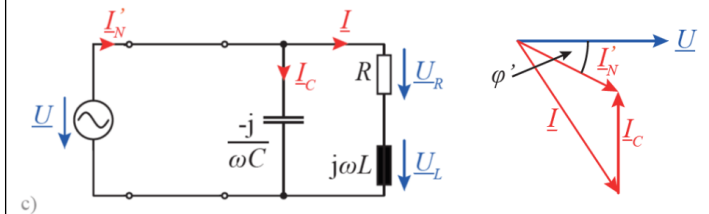
$$P = I^2 R_a = \frac{U_q^2 R_a}{(R_i + R_a)^2 + (X_i + X_a)^2}$$

wird maximal bei  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_i^*$

## 5.12 BLINDLEISTUNGSKOMPENSATION



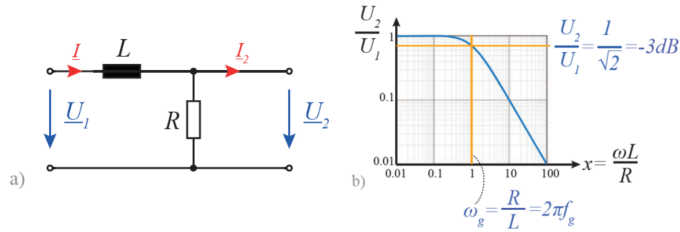
Blindstromanteil  $I_b$  überträgt keine Wirkleistung, verursacht nur Blindleistung.



Zuschalten eines Kondensators bewirkt eine Verringerung der Phase.  $I_c$  kompensiert den Blindstrom  $I_b$ .



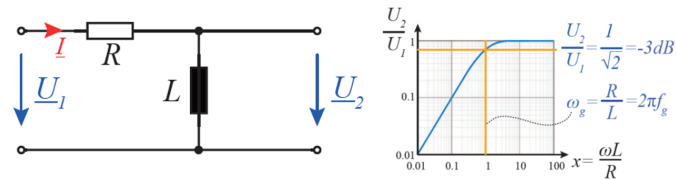
### 5.13 RL-TIEFPASSFILTER



$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad \phi = -\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

$$\omega_g = \frac{R}{L} = 2\pi f_g \quad \text{Grenzfrequenz}$$

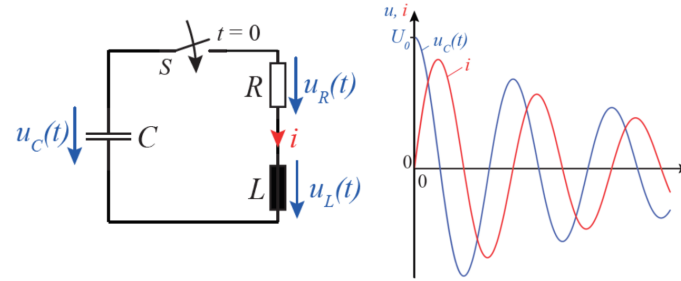
### 5.14 RL-HOCHPASSFILTER



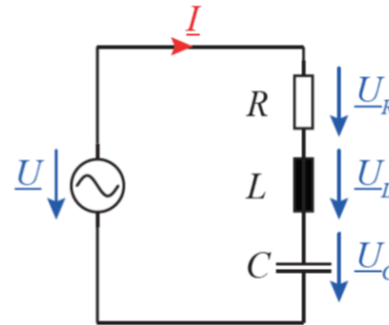
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$\omega_g = \frac{R}{L} = 2\pi f_g \quad \text{Grenzfrequenz}$$

### 5.15 RLC-SERIENSCHWINGKREIS



$$w(t) = w_C(t) + w_L(t) = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \text{const.}$$



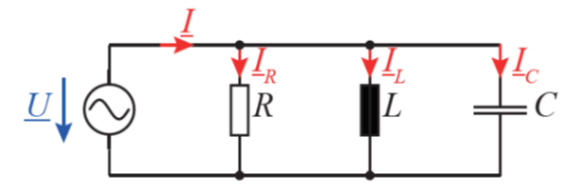
$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{rein reelle Impedanz}$$

$\approx$  für  $\omega = \omega_r$

$$Q_s = \frac{2\pi W_{ges}}{|\Delta W|} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{R\omega_r C} \approx \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} \quad \text{Güte}$$

### 5.16 RLC-PARALLELSCHWINGKREIS



$$\underline{Y} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f_r \quad \text{rein reelle Impedanz}$$

$\approx$  für  $\omega = \omega_r$

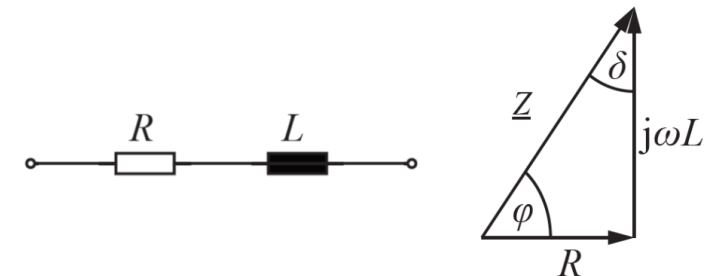
$$Q_p = \frac{2\pi W_{ges}}{|\Delta W|} = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\omega_r C}{1/R} = \frac{1/\omega_r L}{1/R} \approx \frac{I_L}{I} = \frac{I_C}{I} \quad \text{Güte}$$

$$d = \frac{1}{Q} \quad \text{Dämpfung}$$

## 6 REALE BAUELEMENTE

### 6.1 PARASITÄRE EFFEKTE BEI SPULEN

Ideale Induktivitäten, Kapazitäten und ohmsche Widerstände nicht realisierbar  $\rightarrow$  Ersatzschaltung.



$$Q_L = \frac{\omega L}{R} \quad \text{Spulengüte}$$

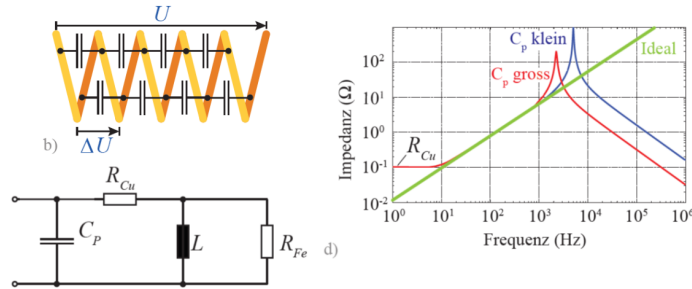
$$d = \tan(\delta) = \frac{R}{\omega L} \quad \text{Verlustfaktor und Verlustwinkel}$$

Phasenverschiebungswinkel:  $\delta = 90^\circ - \phi$

### 6.1.1 PARASITÄRE KAPAZITÄT

Im Betrieb liegt ergibt sich zwischen den einzelnen Windungen ein elektrisches Feld und damit eine parasitäre Kapazität.

Näherungsweise Zusammenfassung zu einer parasitären Gesamtkapazität  $C_p$ , die parallel zur Spule liegt.



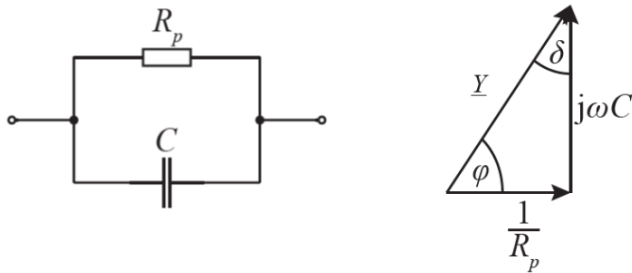
### 6.2 PARASITÄRE EFFEKTE BEI KONDENSATOREN

Da die verwendeten Dielektrika nicht ideal sind fließt im realen Kondensator ein Leckstrom.

$$d = \tan \delta = \frac{\kappa}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \quad \text{Verlustfaktor}$$

$\kappa$  Leitfähigkeit des Dielektrikums

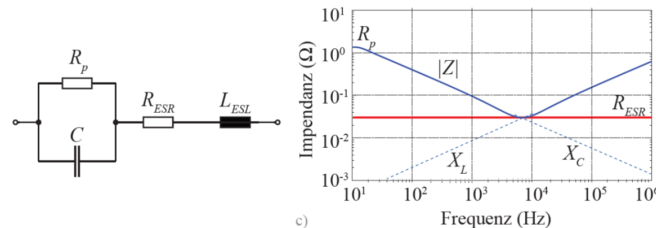
$$\delta = 90^\circ - |\phi|$$



### 6.2.1 PARASITÄRER WIDERSTAND / INDUKTIVITÄT

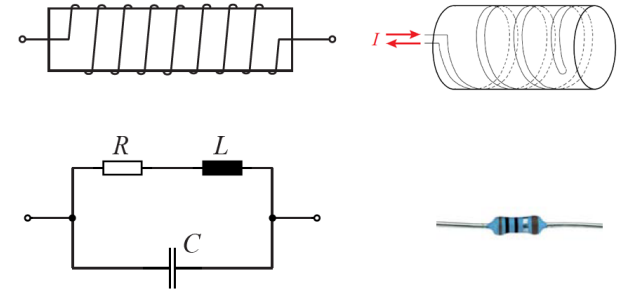
Neben dem Leckstrom ergeben sich beim Betrieb dynamische Verluste, welche in Wärme umgesetzt werden. Diese Umpolarisierungsverluste können durch den äquivalenten Serienwiderstand  $R_{ESR}$  beschrieben werden.

Das vom Wechselstrom erzeugte magnetische Feld in Zuleitungen und Kondensator wird durch eine äquivalente Serieninduktivität  $L_{ESL}$  modelliert.

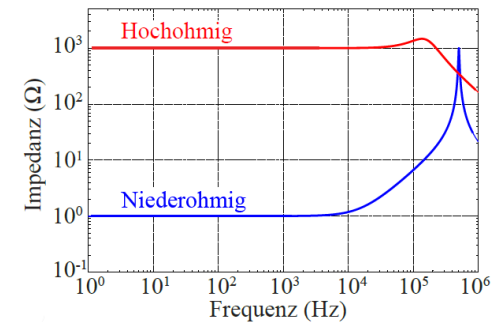


### 6.3 PARASITÄRE EFFEKTE BEI WIDERSTÄNDEN

In einem gewickelten Widerstand ergibt sich eine relativ grose parasitäre Serieninduktivität. Analog zu den Spulen haben auch Widerstände eine parasitäre Kapazität.



Zur Verringerung der Induktivität: **bifilare Wicklung**. Dadurch wird jedoch die parasitäre Kapazität erhöht. Alternativ können **Schichtwiderstände** verwendet werden, wodurch die Serieninduktivität stark gesenkt wird.



### 6.4 SKIN-EFFEKT

Veränderlicher Strom erzeugt magnetisches Wechselfeld, erzeugt veränderlichen magnetischen Fluss, induziert Spannung → Wirbelstrom in der Mitte des Leiters entgegen der eigentlichen Stromrichtung. So wird die effektive Stromdichte in der Mitte des Leiters verringert und am Rand erhöht.