

人们总是在寻找简单有效的交通流模型，尤其是那种能在微观层次上很好地描述车辆纵向运动控制且能在宏观层次上真实地刻画交通流基本图的模型。尽管过去人们已经提出了很多的模型，这些模型也各有优缺点，在这个领域的探索还远远没有定论。本章我们再增添一个新模型，即纵向控制模型 (Longitudinal Control Model) 或简称为 LCM。该模型具有一些独特的性质，并且可以广泛地应用于许多实际的交通问题中。

## 22.1 引言

人们总是在寻找简单有效的交通流模型，尤其是那种能在微观层次上很好地描述车辆纵向运动控制且能在宏观层次上真实地刻画交通流基本图的模型。例如，研究人员能够用这样的模型去分析和解释交通流现象；系统分析员可以利用这样的模型来预测系统效用和堵塞；事故调查员可以利用这样的模型去重建事故现场以便找出事故原因；软件开发员能够用这样的模型去开发算法和编制仿真软件；交通管理员则能够根据仿真的结果去制定有效的策略来解决实际交通问题。

在过去的时间内，人们已经提出了很多的模型，包括微观的跟驰模型和宏观的平衡态模型，这些模型都各有自己的优缺点、适用范围、和限制条件。在本章第 6 节我们会概略地谈到这些模型。尽管如此，在交通流建模方面的研究还远远没有定论。作为众多探索努力中的一个，本章我们介绍一个新模型，即纵向控制模型 (Longitudinal Control Model) 或简称为 LCM。该模型是在结合物理学和社会学的视角上建立起来的。因此它具有以下独特的性能：

- 这个模型具有实际物理意义，因为它抓住了车辆纵向运动控制及与其它道路车辆相互作用的本质。
- 这个模型形式简单，因为它只用一个方程就能处理车辆纵向控制方面的各种情形，

并且这个微观模型还能整合成一个适用于密度全程范围内的宏观平衡态模型。

- 这个模型灵活性好，因为它的微观模型能接受各种安全归则，而它的宏观模型能够很好地拟合世界各地的实测数据，并呈现包括“反 $\lambda$ ”在内的各种形状的流-密曲线。
- 这个模型具有一致性，因为它的微观方程可以整合为相应的宏观方程，因此它的微观-宏观之间完全耦合。因此，我们很容易在宏观上准确地预测出微观模拟的结果。
- 这个模型有效性高，因为它经受了世界各地数据的检验，并且如本章的例子所示模拟结果也符合实际。

上述特性使得 LCM 在交通中具有广泛的实际应用。在§22.5 中我们将给出一个应用实例，它将从微观和宏观层次上来分析交通堵塞。我们的研究结果将总结在§22.7 中。

## 22.2 LCM 模型

我们考虑的车辆纵向控制只涉及车辆在纵向上的响应包括加速和减速，但不包括车辆的横向控制例如换道。传统上，我们常常把车辆的纵向控制和跟驰混为一谈，实际上纵向控制包含的情远不止跟驰，例如起步、提速、巡航、接近、被夹塞、减速、停车等。在上一章中我们提出了场论 [1] [2]。它将驾驶员（编号为 $i$ ）感知到驾驶环境（包括道路、信号标志、和其它车辆）表示为一个总体场 $U_i$ 。因此 $i$ 号驾驶员就受到来自于这个场的作用力。这些力在驾驶员的头脑中就形成各种压力，包括驾驶动力 $G_i$ 、阻力 $R_i$ 、和与其它车辆的相互作用力 $F_i^j$ ，如图 22-1 所示。因此，根据牛顿第二定律，驾驶员的响应就可以表达为作用于他的净作用力 $\sum F_i$ ：

$$\sum F_i = G_i - R_i - F_i^j$$

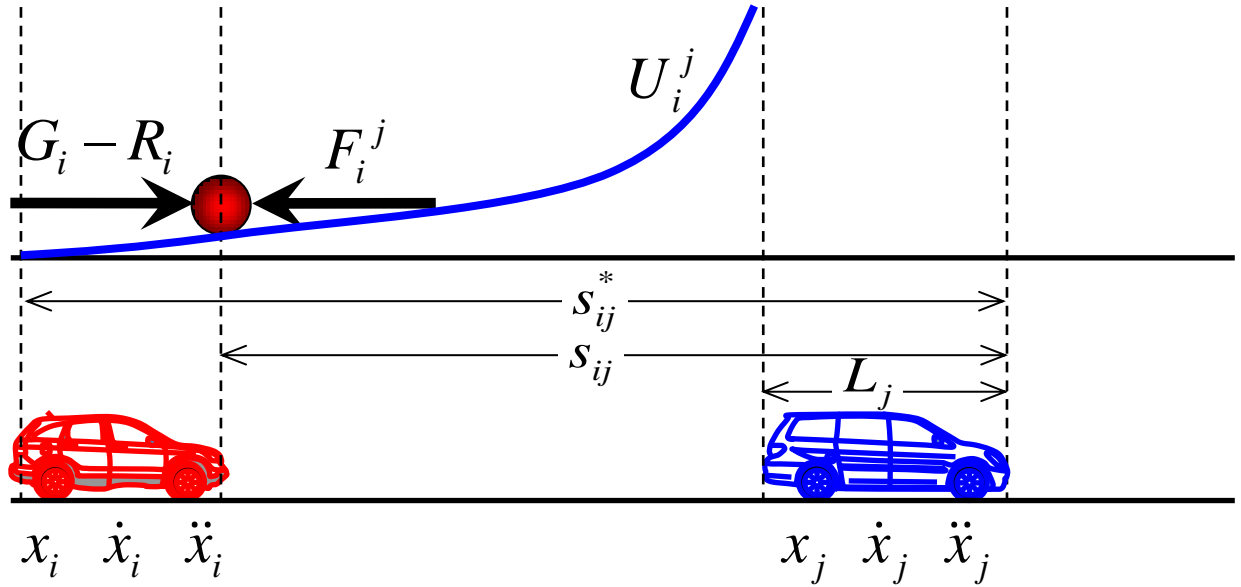


图 22-1 车辆纵向控制

### 22.2.1 微观模型

通过不断尝试及与实测数据比较，仔细考虑上述方程各项的函数形式并作合理的选择，我们可以用明确的函数式将上述方程表达出来，这个特例就是纵向控制模型 LCM：

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = A_i \left[ 1 - \left( \frac{\dot{x}_i(t)}{v_i} \right) - e^{1 - \frac{s_{ij}(t)}{s_{ij}^*}} \right]$$

在这里， $\ddot{x}_i(t + \tau_i)$  是驾驶员在  $t$  时刻作出但须经过反应滞后  $\tau_i$  才实施的响应（如速度或减速）， $A_i$  是车辆从静止启步时驾驶员希望达到的最大加速度， $\dot{x}_i$  是车辆的实际速度， $v_i$  是驾驶员的理想车速， $s_{ij}$  是与前车  $j$  之间的实际车头间距， $s_{ij}^*$  是理想的车头间距。

这个特殊的形式具有以下性质：(1) 它形式简单，只包含具有实际意义的参数而不是任意的系数（参见下一节），(2) 它具有物理上和实际意义（参见§22.4），(3) 它为交通流的宏观行为提供了一个很好微观解释（参见本节和§22.4），(4) 它使用起来简单易行（参见§22.5）。

各种安全规则都可以通过理想车距  $s_{ij}^*$  被纳入 LCM 中，这里安全规则是指任何一个将车头间距和驾驶员的决策联系起来的规则。例如当前车  $j$  紧急刹车(减速度  $B_j > 0$ )时，后

车  $i$  具有足够的空间能够在经过驾驶员的反滞后  $\tau_i$  和减速 ( $b_i > 0$ ) 过程之后仍能够安全地停在  $j$  车后面。经过建模（参见第 15 章简化的 Gipps 模型），这条安全规则可以表达为：

$$s_{ij}^*(t) = \frac{\dot{x}_i^2(t)}{2b_i} - \frac{\dot{x}_j^2(t)}{2B_j} + \dot{x}_i \tau_i + l_j$$

在这里，理想车头间距必须大于有效车长（即实际车长加上前后的一些缓冲空间） $s_{ij}^* \geq l_j$ 。注意， $\frac{\dot{x}_i^2(t)}{2b_i} - \frac{\dot{x}_j^2(t)}{2B_j}$  表示  $i$  号驾驶员的“激进性”。如果两车速度相同，这一项就变为  $\gamma_i \dot{x}_i^2$ ：

$$\gamma_i = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{b_i} - \frac{1}{B_j} \right)$$

在这里， $B_j$  表示  $i$  号驾驶员对  $j$  号驾驶员在紧急情况下刹车时减速度的估计， $b_i$  则表示了在紧急情况下  $i$  号驾驶员相信自己能够采取的最大减速度。需要提醒读者注意的是  $b_i$  有可能在数值上大于  $B_j$ ，这种情况表明  $i$  号驾驶员愿意冒险着追尾的危险去尾随前车，即驾驶员的激进程度。在这里还有必要指出，尽管  $b_i$  和  $B_j$  都含有“紧急”的意思，但整个模型却并非只适用于紧急情况，而是使用于任何情况，包括紧急情况和正常情况。

### 22.2.2 宏观模型

在稳态情况下，所有车辆的行为都趋于相同，因此我们可以忽略个体车辆的差别。因此，就可以将上述微观模型整合为相应的宏观模型：

$$v = v_f [1 - e^{-1 - \frac{k^*}{k}}]$$

在这里  $v$  是平均流速， $v_f$  是自由流速， $k$  是车流密度， $k^*$  可以表达为：

$$k^* = \frac{1}{s^*} = \frac{1}{\gamma v^2 + \tau v + l}$$

其中  $\gamma$  和  $\tau$  分别表示驾驶员的整体“激进性”和平均反应时间，这些参数刻画了驾驶员群体的特性， $l$  代表平均有效车长。因此宏观纵向控制模型还可以等效地表示为：

$$k = \frac{1}{s} = \frac{1}{(\gamma v^2 + \tau v + l)[1 - \ln(1 - \frac{v}{v_f})]}$$

## 22.3 模型的性质

由于具有一系优良的的性质，LCM 模型显得比较特别。首先，它只有一个方程，却能描述各种交通情况。具体来说，微观的 LCM 不仅可以描述跟驰，还可以描述起步、提速、巡航、接近、被夹塞、减速、停车等情形，而宏观的 LCM 则适用于整个车流密度范围而不必为不连续点发愁。

其次，LCM 具有实际物理意义，因为它扎根于基本的物理定律（例如场论和牛顿力学第二定律）。另外，LCM 使用的参数全都具有实际物理意义，并且容易校准。例如微观 LCM 的参数为：理想速度  $v_i$ 、反应时间  $\tau_i$ 、从静止启步时的最大加速度  $A_i$ 、在紧急情况下自车的最减速度  $b_i$ 、前车的紧急刹车减速度  $B_j$ 、有效车长  $l_j$ 。宏观 LCM 包含反映车流整体的参数如：自由流速  $v_f$ 、驾驶员的整体“激进性”  $\gamma$ 、平均反应时间  $\tau$ 、有效车长  $l$ 。校准这些参数需要的数据可以很容易的从公开出版物中获取（例如 Motor Trend、cars.com、人机工程研究报告等），或者可以从现场采样获得。

最后，LCM 代表了一种内在一致的建模方法，即宏观 LCM 是对微观模型进行整合（积分或对整体求平均）得到。这种微-宏高度的耦合不仅使得宏观模型具有微观基础，而且确保了微观模拟的结果具备宏观上的可预测性。以下就是对这些特性的进一步讨论。

### 22.3.1 边界条件

宏观 LCM 有两个明确的边界条件：当密度趋近于 0 时( $k \rightarrow 0$ )，流速趋近于自由流速( $v \rightarrow v_f$ )；当密度趋近于堵塞密度时( $k \rightarrow k_j = 1/l$ )，速度趋近于 0 ( $v \rightarrow 0$ )，如图 22.9 所示。

堵塞密度下的运动波速  $\omega_j$  可以通过求流量  $q$  对密度  $k$  的一阶导数在堵塞密度处的取值得到，即：

$$q = kv = \frac{v}{(\gamma^2 + \tau + l)[1 - \ln(1 - \frac{v}{v_f})]}$$

经过运算：

$$\frac{dq}{dk} = v - \frac{s}{s'} = v - \frac{(\gamma^2 + \tau + l)[1 - \ln(1 - \frac{v}{v_f})]}{(2\gamma + \tau)[1 - \ln(1 - \frac{v}{v_f})] + (\gamma^2 + \tau + l)[\frac{1}{v_f - v}]}$$

因此，

$$\omega_j = \frac{dq}{dk} \Big|_{k=k_j, v=0} = -\frac{l}{\tau + \frac{l}{v_f}}$$

在确定通行能力  $q_m$  时，可以先令流量对密度的一阶导为零，求得最佳速度  $v_m$  或最佳密度  $k_m$ ，然后将其代回求流量的最大值  $q_m$ 。然而，LCM 似乎不存在通行能力  $(q_m, k_m, v_m)$  的解析解，这是 LCM 的一个局限性。但是，通行能力可以通过求数值解的办法得到解决。

另外，LCM 的车距-速度关系为：

$$s = (\gamma^2 + \tau + l)[1 - \ln(1 - \frac{v}{v_f})]$$

上述曲线在交通堵塞时的斜率可以通过求速度  $v = f(s)$  对车距  $s$  的一阶导数在  $s = l, v = 0$  处的值得到：

$$\frac{dv}{ds} \Big|_{s=l, v=0} = \frac{1}{(2\gamma + \tau)[1 - \ln(1 - \frac{v}{v_f})] + (\gamma^2 + \tau + l)[\frac{1}{v_f - v}]} \Big|_{s=l, v=0} = \frac{1}{\tau + \frac{l}{v_f}}$$

### 22.3.2 模型的灵活性

宏观 LCM 包含 4 个参数，这使得该模型能够很好地拟合不同地域的实测数据，详情见下节。最初由文献 [3] 提出，后来文献 [4] 和 [5] 也同样认为，流-密关系曲线呈凹函数状是一个很好的特性。这个特性在不同地域的高速公路上都被观察到，特别是在外车道上，而且这个关系曲线看起来像一个被推歪的抛物线。另外，还有一些研究者如 [6] [7] [4] [5] [8] 等都认为三角形的流-密关系曲线是好的。再有，[9] [10] 提到一种“反  $\lambda$ ”形状的流-密曲线，这种曲线常现于高速公路的内车道上。因此，一个好的模型应具有很好的灵活性，即能够拟合各种流-密曲线，包括歪抛物线、三角形、和“反  $\lambda$ ”。

LCM 的曲线形状和流量对密度的二阶导数有关：

$$\frac{d^2 q}{dk^2} = -\frac{s^3 s''}{s'^3}$$

在这里

$$s' = \frac{ds}{dv} = (2\gamma v + \tau)[1 - \ln(1 - \frac{v}{v_f})] + (\gamma v^2 + \tau v + l)[\frac{1}{v_f - v}]$$

和

$$s'' = \frac{d^2 s}{dv^2} = 2\gamma[1 - \ln(1 - \frac{v}{v_f})] + \frac{4\gamma v + 2\tau}{v_f - v} + \frac{\gamma v^2 + \tau v + l}{(v_f - v)^2}$$

注意到  $s$  恒为正值，那么流-密曲线的形状就取决于  $s'$  和  $s''$  的符号。如果  $s'$  和  $s''$  都是正的，则  $\frac{d^2 q}{dk^2}$  是负数，故曲线是凹的。否则，曲线可能由凹、直、和凸部分构成。特别是在  $v_f, \tau, \gamma, l$  这四个参数的某种组合下，可以得到如三角形或者“反  $\lambda$ ”形的流-度曲线，而其中  $\gamma$  又起着决定性的作用。例如，当驾驶员整体不激进，即  $\gamma \geq 0$ ，我们会得到凸的曲线；中等激进的驾驶员群体会导致三角形曲线；而很激进驾驶员群体则形成“反  $\lambda$ ”曲线。

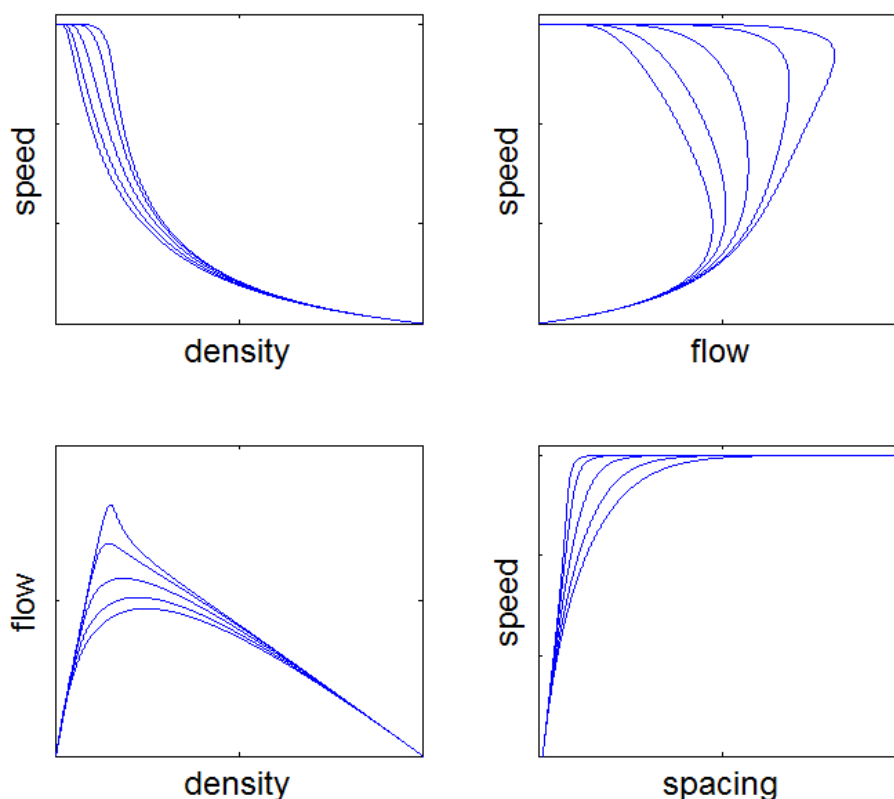


图 22-2 由 LCM 模型通过取不同  $\gamma$  值产生的一组曲线

图 22-2 图示了 LCM 的灵活性。一组由 LCM 模型通过取不同  $\gamma$  值产生的曲线。模型参数取值如下： $v_f = 30 \text{ m/s}$ ， $k_j = \frac{1}{5} \text{ veh/m}$ ， $\tau = 1 \text{ s}$ ，而  $\gamma$  则取位于  $\gamma \in [-0.03, 0] \text{ s}^2/\text{m}$  区间内的不同值。在流-密关系图中，最下面的那条歪抛物线是由  $\gamma = 0$  产生的；第二高的那条曲线近乎是一条三角型曲线，它对应的  $\gamma = -0.027$ ；最上面的曲线的  $\gamma = -0.030$ ，它是一条“反  $\lambda$ ”曲线。根据我们对于激进性的定义， $\gamma$  取值越小，驾驶员的激进性则越高，因此他们倾向于接受更短的跟驰距离。由此我们看出  $\gamma$  的取值、 $q-k$  关系曲线、和道路实测数据是一致的。限于篇幅，关于  $\gamma$  的取值和“激进性”的关系，以及各个参数间的相互作用就不在这里作更深入的讨论。

## 22.4 验证结果



LCM 的验证是通过拟合世界上不同地方采集来的交通数据来实现的。这些地方包括：亚特兰大(美国)，奥兰多(美国)，德国高速公路，加利福尼亚州(美国)，多伦多(加拿大)和阿姆斯特丹(荷兰)。

图 22-3 至图 22-8 所示的是 LCM 拟合这些地方的实测交通数据的结果。图中的云状小点表示实测数据并标注为“Empirical”；实线是 LCM 拟合的结果，标注为“LCM”（含 4 个参数）；图中还显示另外两个模型的拟合结果：虚线为 Underwood 模型 [11]（含 2 个参数），点划线为 Newell 模型 [12]（含 3 个参数）。这样，读者就能够很直观地看到参数个数对模型拟合能力的影响。每一个图都由四个子图组成，它们分别是速-密、流-速、流-密、和空-速关系，这些子图描绘了实测数据和模型所展示的基本图。

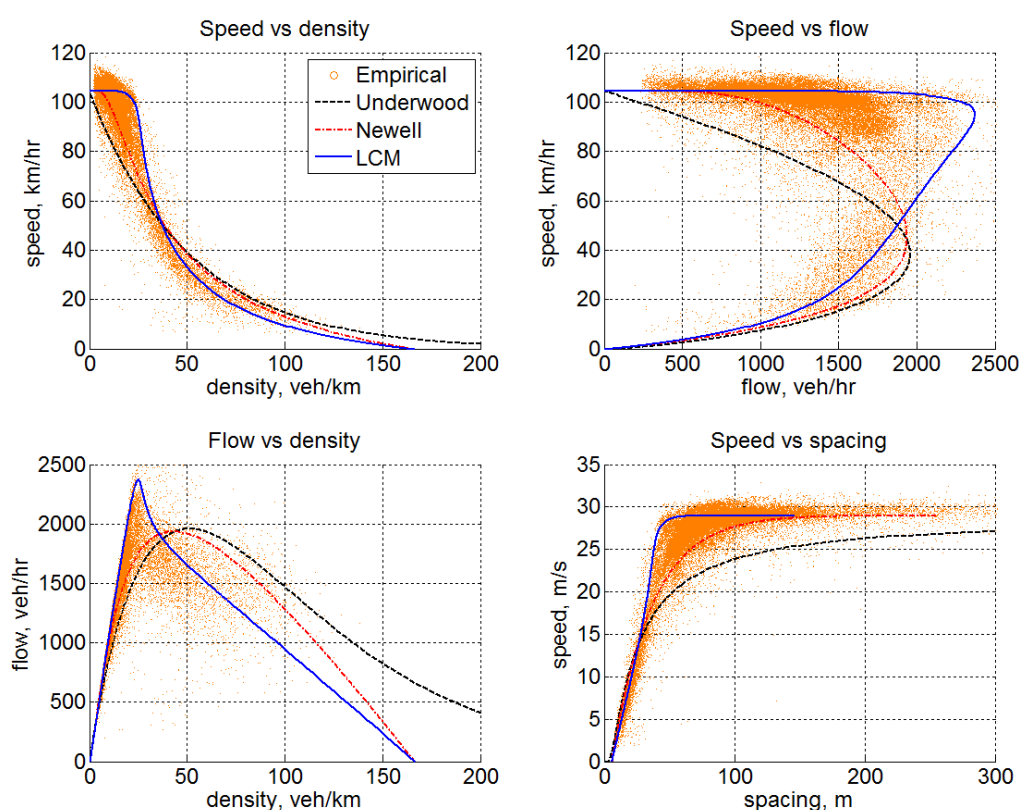


图 22-3 LCM 拟合 GA400 数据的结果

图 22-3 中的实测数据来自于佐治亚 400 号州立公路 (GA400)，这是一条收费高速公路（只有一个收费口，单程 0.5 美元），位于亚特兰大北部。数据表示的是 2003 年在检测站 4001116 全年观测到的数据，总共包含 4787 个数据点。众多的数据点以云点密度的形式描绘了流量、密度、速度之间的关系。同时，云图的散点分布也似乎表明任何以确定

性的函数来表达这些关系都只是对数据的大致拟合；而从统计的角度来说，用象 [13] 那样的随机方法去建模则显得更为合适。通过观察云点密度，我们能够找出这些关系的大致趋势。例如流-密曲线似乎是个“反 $\lambda$ ”，同时流-速关系像一个鼻子上挑的 $\cap$ 形曲线。

在用 LCM 拟合实测数据时，我们采用类似于 [14] 的双层优化方法。首先，我们整理合并这些原始数据，使其数量减小到合适的规模。在整合数据时，我们先按密度对数据进行排列，然后将整个密度范围划分成若干区间，每个区间含有的数据量相等（而并非令区间等宽）。然后对每个区间的数据求平均，该实测均值在图中标为“Emp mean”。接下来，我们实施双层优化法。内循环对于每个实测均值点  $(v_i, k_i, q_i)$  寻找它到给定参数  $(v_f, \tau, \gamma, l)$  的 LCM 曲线上经参数  $(v_f, k_j, q_m)$  归一化后距离最短的点  $(\hat{v}_i, \hat{k}_i, \hat{q}_i)$ ：

$$\min d_i = \sqrt{\left(\frac{v_i - \hat{v}_i}{v_f}\right)^2 + \left(\frac{k_i - \hat{k}_i}{k_j}\right)^2 + \left(\frac{q_i - \hat{q}_i}{q_m}\right)^2}$$

接着，通过外循环寻找一套最佳的参数  $(v_f, \tau, \gamma, l)$  使得上述最小距离的总和  $D(v_f, \tau, \gamma, l)$  最小：

$$\min D = \sum d_i$$

一般说到这一步，双层优化的程序就结束了。然而，优化后的模型却未必能够很好地匹配实测通行能力状态  $(q_m, k_m, v_m)$ ，这是因为此处的数据点通常不多。如果拟合的目标也包括匹配通行能力，那也许需要对这个优化模型作一点调整，而这种调整通常是手工完成。

拟合的结果见表 22-1 和表 22-2。表 22-1 比较了拟合的和实测的通行能力状态。通行能力相对误差小于 5%，而最优密度和速度误差一般小于 10%。表 22-2 列出了 LCM 的拟合参数。例如 GA400 数据表明自由流速  $v_f$  为  $29 \text{ m/s}$  ( $104.4 \text{ km/h}$ )，有效车长为  $l = 6 \text{ m}$  或  $k_j = 167 \text{ veh/km}$ ，平均反应时间  $\tau = 1.3 \text{ s}$ ，驾驶员激进性  $\gamma = -0.041 \text{ s}^2/\text{m}$ 。另外，堵塞条件下的运动波速度  $\omega_j$  以上文公式计算得到。尽管  $\omega_j$  一般在一个相对窄的范围内取值，例如  $15 \sim 25 \text{ km/h}$ ，在实测数据中仍然会有一些异常值出现。例如从 CA/PeMs 数据就无法得到明确的  $\omega_j$  的估计值，而 Autobahn 数据则表明  $\omega_j$  取值为  $31.4 \text{ km/h}$  或者更大的值。

除 LCM 外，我们还拟合了另外两个模型，即 Underwood [11] 和 Newell [12] 模型。拟合的原则是尽量匹配边界条件和通行能力状态。拟合的结果见表 22-2。很明显，模型的参数越多，模型的灵活就越好，而且拟合效果也更好。在图 22-3 的流-速关系子图中，Underwood 和 Newell 模型在交通堵塞情况下（即图的下半部）拟合结果基本一致，但是

在自由流状态下（图的上半部），Newell 模型的拟合效果要优于 Underwood 模型，因其结果更接近于云状的实测数据。对比之下，LCM 的拟合结果在这三个模型中是最优的，因为在图中可以清楚地看到 LCM 的拟合结果和云状实测数据最接近。具体地说，自由流部分 LCM 曲线贯穿云状的实测数据，在其余部分也能很好地贴合数据的走势。在密-流关系子图中，Underwood 和 Newell 模型的峰值都比实测数据滞后。在交通堵塞情况下（即峰值之后），两个模型都拟合不良，只是 Newell 模型从凸函数和贴合度上看稍好些。然而，LCM 在整个密度范围内都很好拟合了实测数据，它不仅呈现出“反λ”形，而且和实测数据之间的残差也很小。除此之外，LCM 拟合的峰值位置和实测的几乎一样（ $k_m = 25 \text{ veh/km}$ ）。在速-密关系子图中，当密度很小时 LCM 有点拟合过头。除了这点，这三个模型各有优点，都很好的拟合了实测数据。空-速关系子图重点强调的是自由流状态，即图中上方平坦的那部分。Underwood 模型要花更长的时间才能达到自由流速，而其余的两个模型都能够更快地达到自由流。然而，在交通堵塞时（图中的斜线部分）三个模型的表现不好区分，因为三条曲线都离得很近。

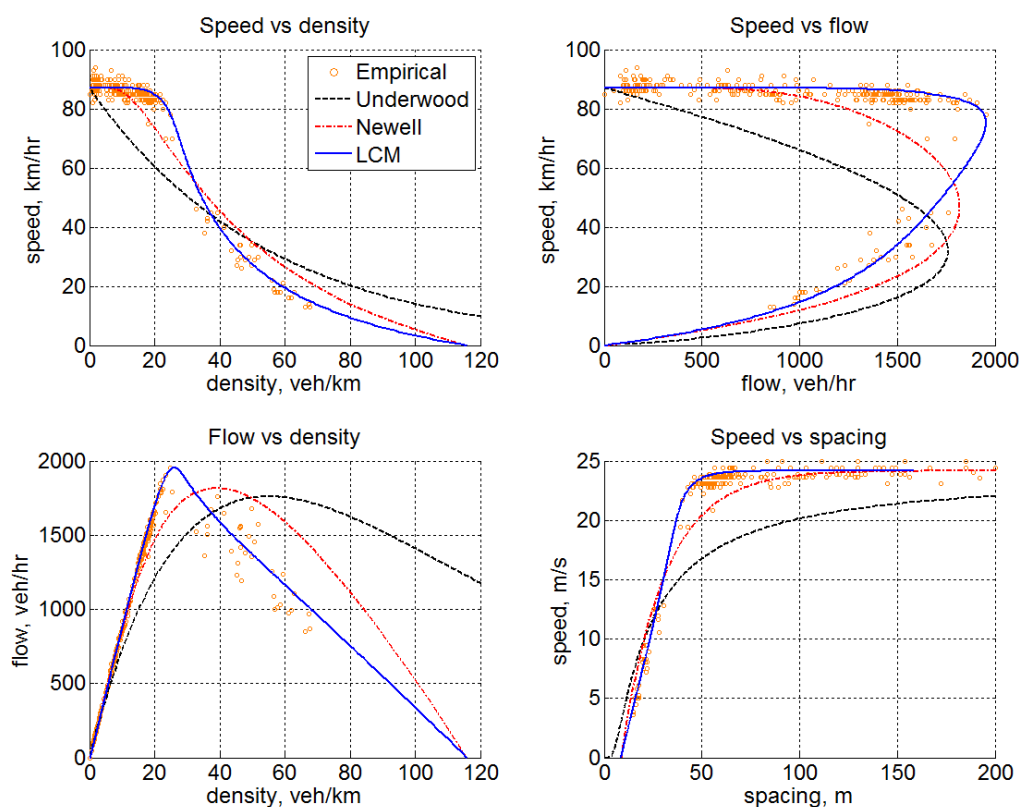


图 22-4 LCM 拟合 I-4 数据的结果

图 22-4 所示的是佛罗里达州奥兰多地区的 4 号高速公路 (I-4) 数据。这套数据在最佳密度  $k_m = 24.9 \text{ veh/km}$  和最佳速度  $v_m = 78.4 \text{ km/h}$  时达到通行能力  $q_m = 1953 \text{ veh/h}$ 。这套数据的显著特点是流-速子图中自由流状态几乎是一条平坦的直线，而且一直保持到通行能力处。从图中我们可以清晰地看出参数数量不同，模型的拟合质量也不同。具体来说，只包含两个参数的 Underwood 模型的拟合质量最差，例如它的上部（即自由流区）、鼻子（即通行能力状态）、以及下部（堵塞流区）拟合度都不好。而三个参数的 Newell 模型的拟合度要好些，这从上部、鼻子、和下部的拟合度能看出来。四参数的 LCM 模型在各个指标方面都优于前两个模型。例如它的上半部曲线平滑的穿过实测数据，它的鼻子上挑，几乎和实测数据重叠，它的下半部也很好穿过云状数据。尽管和实测数据比还有这儿或那儿的偏差，但是整个范围内都没有出现过拟合和欠拟合的情况。在其余的三个子图中，三个模型的比较基本和流-速子图中的结果一致。

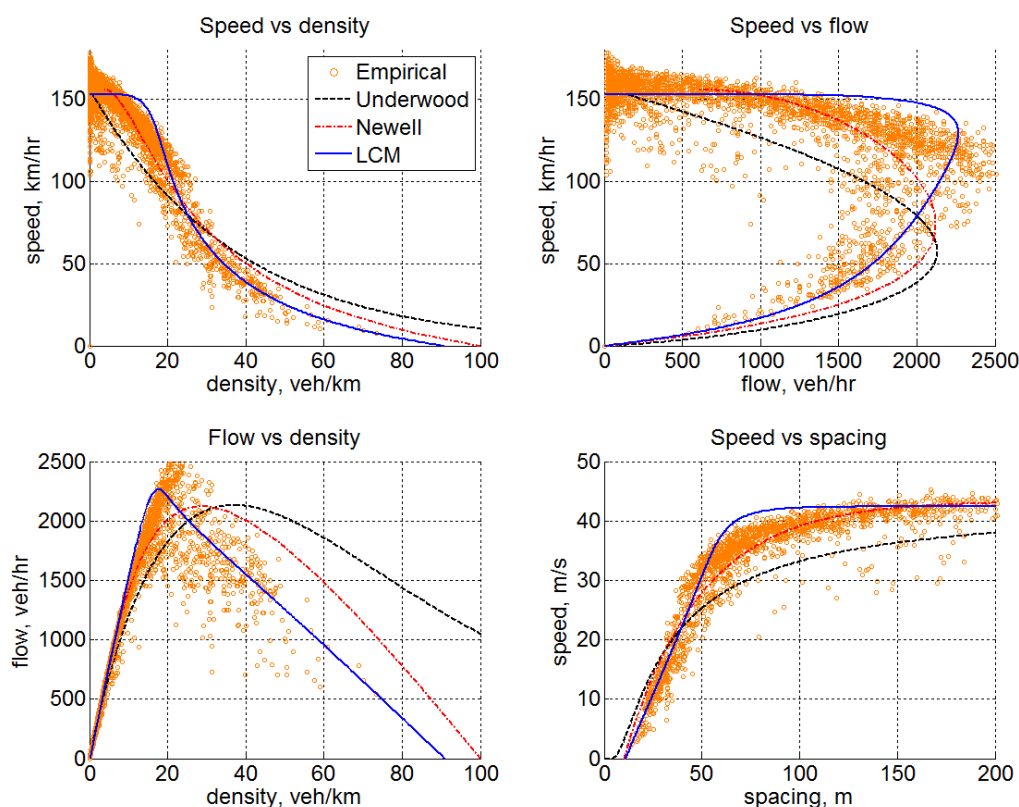


图 22-5 LCM 拟合德国高速公路数据的结果

图 22-5 中所示的是采自德国 Autobahn 的数据。我们发现它的自由流速非常高  $v_f = 42.4 \text{ m/s}$  ( $152.6 \text{ km/h}$ )，这和德国高速公路基本不限速有关。不像 I-4 数据那样自由流速一

直平坦地持续到通行能力处，在 **Autobahn** 数据的上部流速随流量的增大而不断地减小，最后导致最佳速度  $v_m$  只有自由流速  $v_f$  的 60%。数据的这个特性对任何试图拟合这套数据的单域模型来说都是一个巨大的挑战。在流-速子图的拟合中，很难同时满足自由流、通行能力、堵塞流的情况。因此，必须在这三者中作出取舍。**LCM** 在拟合通行能力时尽量兼顾自由流和堵塞流。尽管拟合度要比 **Underwood** 和 **Newell** 模型都好，但是和实测数据比 **LCM** 的拟合偏差仍然比较大。

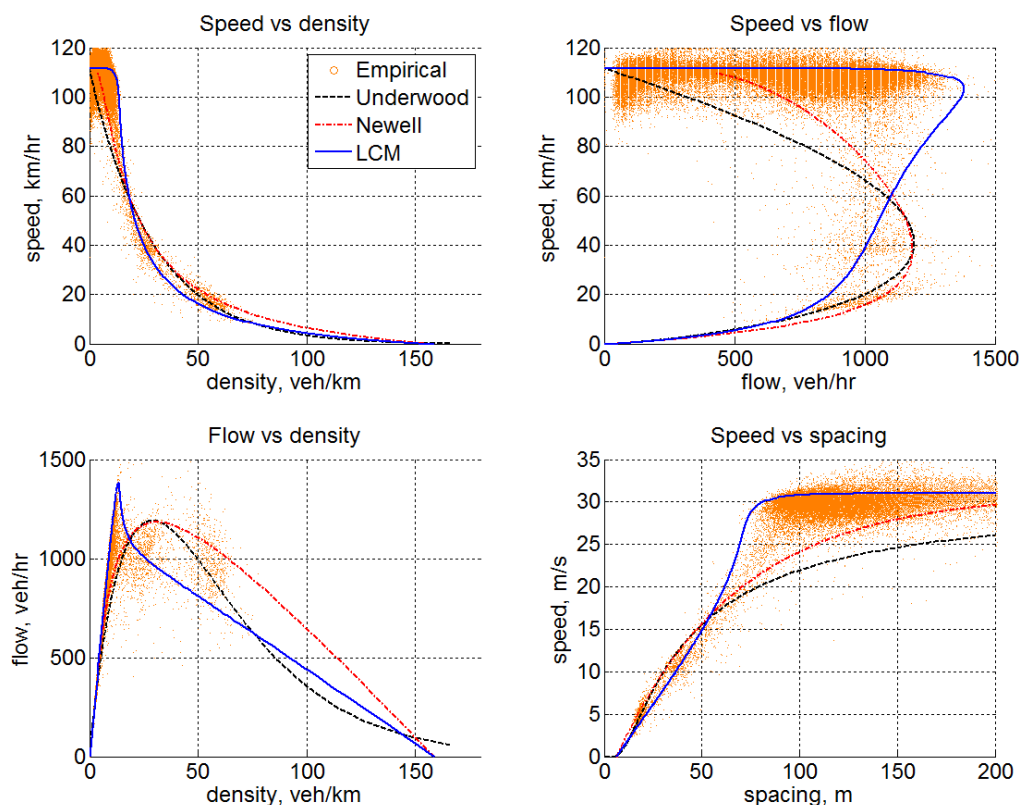


图 22-6 LCM 拟合 I-80 数据的结果

如图 22-6 所示的是 **PeMS** 采集于加利福尼亚州 80 号高速公路 (**I-80**) 的数据。这组数据的点集中在自由流区，因此在流-速子图中上部是一条密集平坦的数据带，而在其他部分数据点则比较稀疏。数据的另外一个特点是流-密子图中的峰值尖顶形成一个“反  $\lambda$ ”形状。就像我们预期的那样，**LCM** 果然能够拟合出该形状，并在自由流和通行能力处显示出很好的拟合效果。由于堵塞流区的数据点少，对这个区的拟合就有些随意。比较而言，**LCM** 能够很好地拟合实测数据的自由流区和通行能力，而 **Underwood** 和 **Newell** 模型都有欠缺，例如他们的通行能力偏离实测数据，并且低估最优速度  $v_m$ 。

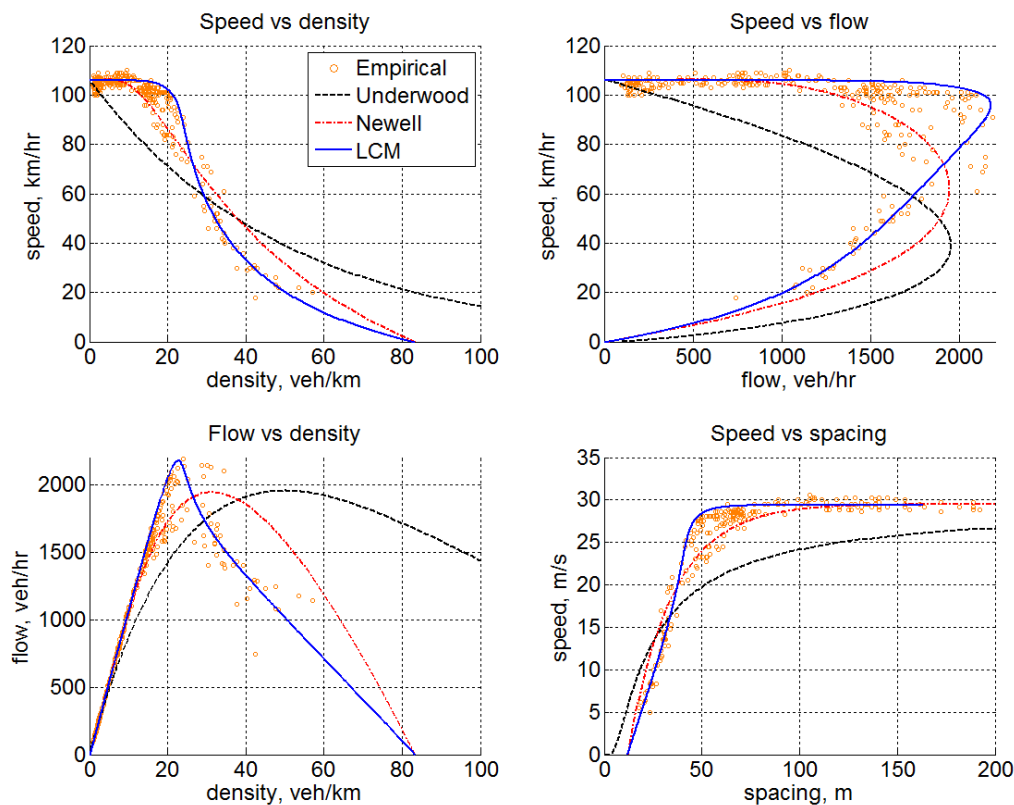


图 22-7 LCM 拟合 401 号公路数据的结果

尽管采集于多伦多 401 号公路的数据量小，图 22-7 的各个子图还是清晰的勾画出了关系趋势。和拟合 1-4 数据的效果相似，各模型在通行能力处的差异很明显，其中二参数的 Underwood 模型拟合度最差，而四参数的 LCM 效果最好，而且 LCM 在整个范围内都没有出现系统性的过拟合和欠拟合。上述分析结果同样适用于采集于阿姆斯特丹的数据，如图 22-8 所示。



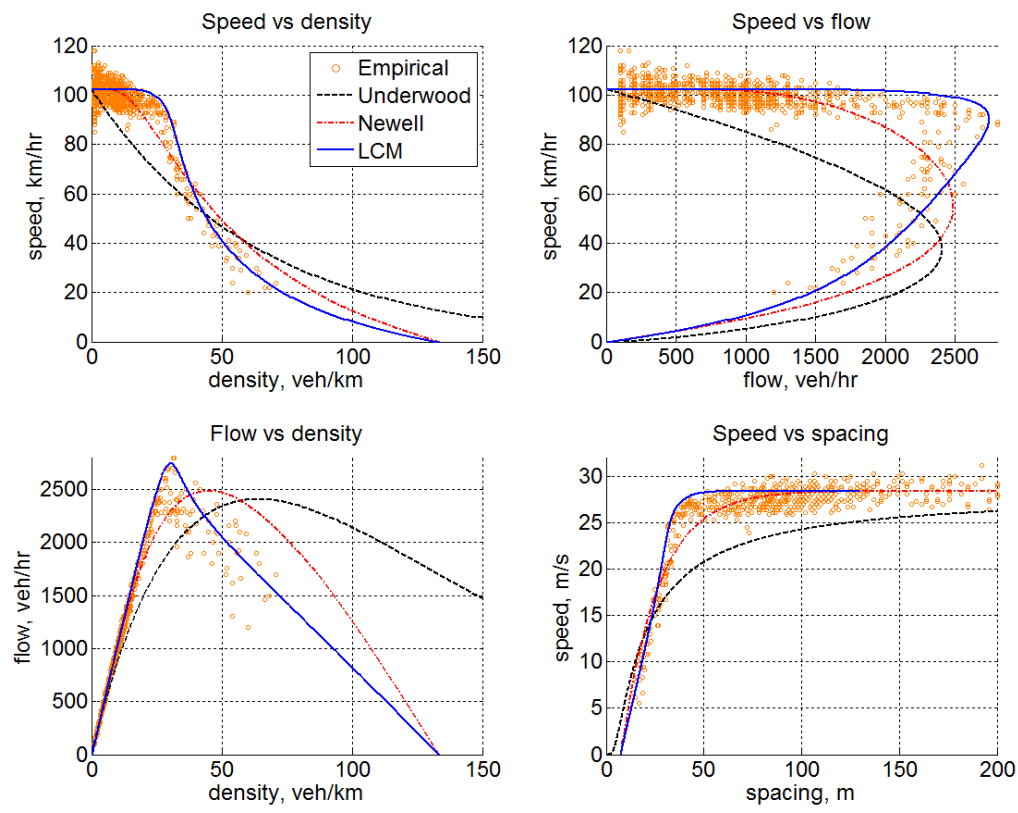


图 22-8 LCM 拟合阿姆斯特丹数据的结果

表 22-1 用 LCM 拟合各地数据所用的参数

数据来源			经验参数				通行能力状态		
地点	设施	数据点	$v_f$ m/s	$l$ m	$\tau$ s	$\gamma$ s <sup>2</sup> /m	$q_m$ v/h	$k_m$ v/km	$v_m$ km/h
Atlanta	GA400	4787	29.5	4	1.46	-0.038	1883.8	22.0	85.8
Orlando	I-4	288	24.2	8.6	1.09	-0.040	1795.5	22.1	81.4
Germany	Autobahn	3405	43.3	10	1.0	-0.018	2114.1	22.3	95.0
CA/PeMs	I-80	2576	31	6.3	2.4	-0.060	1124.9	11.0	102.5
Toronto	Hwy 401	286	29.5	12	0.8	-0.026	1945.7	21.8	89.2
Amsterdam	Ring Rd	1199	28.4	7.5	0.82	-0.026	2452.2	27.2	90.3

表 22-2 不同模型拟合各地数据结果比较

地点	模型	拟合的参数
Atlanta	Underwood	$v_f = 29.5$ m/s, $k_m = 0.050$ v/m
	Newell	$v_f = 29.5$ m/s, $l = 4.0$ m, $\lambda = 0.81$ 1/s
	LCM	$v_f = 29.5$ m/s, $l = 4.0$ m, $\tau = 1.46$ s, $\gamma = -0.038$ s <sup>2</sup> /m

<b>Orlando</b>	Underwood	$v_f = 24.2 \text{ m/s}, k_m = 0.055 \text{ v/m}$
	Newell	$v_f = 24.2 \text{ m/s}, l = 8.6 \text{ m}, \lambda = 1.09 \text{ 1/s}$
	LCM	$v_f = 24.2 \text{ m/s}, l = 8.6 \text{ m}, \tau = 1.09 \text{ s}, \gamma = -0.040 \text{ s}^2/\text{m}$
<b>Germany</b>	Underwood	$v_f = 43.3 \text{ m/s}, k_m = 0.037 \text{ v/m}$
	Newell	$v_f = 43.3 \text{ m/s}, l = 10.0 \text{ m}, \lambda = 1.12 \text{ 1/s}$
	LCM	$v_f = 43.3 \text{ m/s}, l = 10.0 \text{ m}, \tau = 1.00 \text{ s}, \gamma = -0.018 \text{ s}^2/\text{m}$
<b>CA/PeMs</b>	Underwood	$v_f = 31.0 \text{ m/s}, k_m = 0.029 \text{ v/m}$
	Newell	$v_f = 31.0 \text{ m/s}, l = 6.3 \text{ m}, \lambda = 0.50 \text{ 1/s}$
	LCM	$v_f = 31.0 \text{ m/s}, l = 6.3 \text{ m}, \tau = 2.40 \text{ s}, \gamma = -0.060 \text{ s}^2/\text{m}$
<b>Toronto</b>	Underwood	$v_f = 29.5 \text{ m/s}, k_m = 0.050 \text{ v/m}$
	Newell	$v_f = 29.5 \text{ m/s}, l = 12.0 \text{ m}, \lambda = 1.3 \text{ 1/s}$
	LCM	$v_f = 29.5 \text{ m/s}, l = 12.0 \text{ m}, \tau = 0.80 \text{ s}, \gamma = -0.026 \text{ s}^2/\text{m}$
<b>Amsterdam</b>	Underwood	$v_f = 28.4 \text{ m/s}, k_m = 0.064 \text{ v/m}$
	Newell	$v_f = 28.4 \text{ m/s}, l = 7.5 \text{ m}, \lambda = 1.5 \text{ 1/s}$
	LCM	$v_f = 28.4 \text{ m/s}, l = 7.5 \text{ m}, \tau = 0.82 \text{ s}, \gamma = -0.026 \text{ s}^2/\text{m}$

## 22.5 LCM 的应用

由于模型简单、参数有实际物理意义，LCM 可以方便地用来研究微观和宏观层次上的交通问题。作为演示，在此我们举一个具体的例子，它展示的情形是一个由一辆慢行卡车造成的移动交通瓶颈。使用 LCM 进行微观模拟可以产生车辆的运动轨迹，以便对导致车辆加速和减速运动的因果进行详尽的分析；而使用 LCM 进行宏观模拟可以从它得到基本图，由此帮助确定冲击波路径并且建立图解。**重要的是由于 LCM 在微观和宏观两个层次上内在一致，因此这两组解不但相互吻合，而且还相互补充。**

另外，LCM 既可以被商业仿真软包用来改进其底层的跟驰模型（本书成稿时，LCM 已经被 TransModeler 采用为跟驰模型之一），也能作为跟驰基础来开发新的仿真软件包。还有，LCM 也可用于分析高速公路通行能力和服务水平。例如传统的服务水平 (LOS) 分析需要用到流-速曲线来确定流速，如《道路通行能力手册》(HCM) [15] 中图 23-3 中的那组流-速曲线。这组曲线是根据一组复杂的、没有任何实际意义的经验公式绘制而成的。使用宏观 LCM 不仅能够提供简单的、有实际意义流-速关系，而且基于这个关系能方便有效地求解析、数值、和图形解。再有，LCM 还可用于交通规划。例如 LCM 可以为交通规划员提供一个真实准确的公路性能函数，通过它可以根据分配的流量求出旅行时间，然后以得到的时间作为驾驶员路径选择的依据，这反过来又引起流量分配的改变。



### 22.5.1 应用实例

一段高速公路有一个入口匝道，它离公路上游起点 2000 米。它的下游 2000 米处有一个出口匝道。一开始这段高速公路的车流运行工况为 A（表征为流量 0.333 veh/s 或 1200 veh/h，密度为 0.0111 veh/m 或 11.1veh/km，速度为 30 m/s 或 108 km/h）。在下午 2:30 PM，一辆速度为 5.56 m/s 或 20km/h 的卡车从入口匝道缓慢驶入这段高速公路，迫使其后的车流切换到 B 工况：（流量 0.3782 veh/s 或 1361 veh/h，密度 0.0681veh/m 或 68.1veh/km，速度 5.6m/s 或 20km/h）。过了一段时间，这辆卡车在下一个出口处驶出高速公路。下面，我们就用 LCM 对这段时间内车流的变化进行分析。宏观分析结果见§22.5.2，微观分析结果见§22.5.3 和§22.5.4。

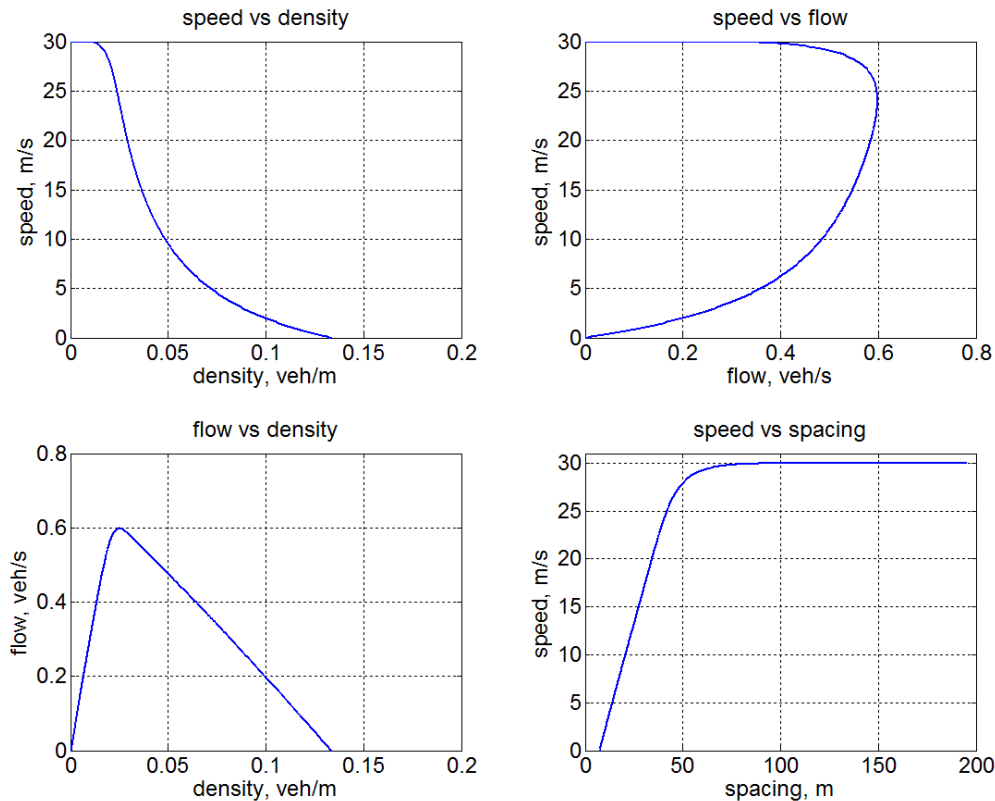


图 22-9 由 LCM 产生的基本图

我们用 LCM 产生了刻画上述高速公路车流的基本图，如图 22-9 所示。基本图的参数为：自由流速  $v_f = 30 \text{ m/s}$ ，驾驶员整体激进性  $\gamma = -0.028 \text{ s}^2/\text{m}$ ，平均反应时间  $\tau = 1 \text{ s}$ ，

平均有效车长  $l = 7.5m$ 。另外，上文提到的交通工况及自由流 **O**、通行能力 **C** 的参数均列于表 22-3。

表 22-3 车流运行工况

运行工况	流量 $q$ veh/s (veh/hr)	密度 $k$ veh/m (veh/km)	流速 $v$ m/s (km/hr)
<b>A</b>	0.3333 (1200.0)	0.0111 (11.1)	30 (108.0)
<b>B</b>	0.3782 (1361.6)	0.0681 (68.1)	5.56 (20.0)
<b>C</b>	0.5983 (2154.0)	0.0249 (24.9)	24.03 (86.5)
<b>O</b>	0 (0)	0 (0)	30 (108.0)

为了展示 LCM 的应用，我们用两种方法来分析上述交通瓶颈问题：宏观图解法和微观模拟法。其中微观模拟又分别以确定性和随机性两种方式进行。

## 22.5.2 宏观解法-图解

图像解法的主要任务就是寻找冲击波路径，并根据这些路径将整个时-空平面划分为工况不同的区域。图 22-10 确定性微观模拟：由于慢车导致的移动交通瓶颈所示的就是这个问题的时-空平面，高速公路画在图的右边，并标明入口和出口匝道。图的左上角是一个缩小的流-密关系图。这辆卡车在下午 2:30 进入高速公路的时-空位置大致对应于图中的点  $P_1(t_1 = 65, x_1 = 2000)$ ，它驶出高速公路的时-空位置则对应图中点

$P_3(t_3 = 425, x_3 = 4000)$ 。因此，由于这两卡车的影响，在  $P_1P_3$  下面的时-空区域处于堵塞工况 **B**。另一方面，在卡车进入这段高速公路之前及堵塞（工况 **B**）发生之前的时-空区域应该处于工况 **A**。因此，这两个区域之间必然存在一条冲击波路径，它起始于点  $P_1$ ，其斜率等于冲击波速  $U_{AB}$ ，这个速度可以用 Rankine-Hugoniot 跃变条件求出：

$$U_{AB} = \frac{q_B - q_A}{k_B - k_A} = \frac{0.3782 - 0.3333}{0.0681 - 0.0111} = 0.7877 m/s$$

同时，在出口匝道的下游，堵塞的车辆以工况 **C** 泻流，该区域起始于点  $P_3$ ，并沿着时间和空间向前延伸。因此，在工况 **B** 和 **C** 之间也存在一条冲击波路径，它从点  $P_3$  开始，斜率为冲击波速  $U_{BC}$ ：

$$U_{BC} = \frac{q_C - q_B}{k_C - k_B} = \frac{0.5983 - 0.3782}{0.0249 - 0.0681} = -5.0949 m/s$$

如果流-密图的比例合适，我们就可以在时-空图中直接画出这些冲击波路径。这两条冲击波路径最终在点  $P_2(t_2, x_2)$  处相交。该点的位置可以通过求解下列方程组得到：

$$\begin{cases} x_2 - x_1 = U_{AB} \times (t_2 - t_1) \\ x_2 - x_3 = U_{BC} \times (t_2 - t_3) \\ (x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) = 2000 \end{cases}$$

经过运算， $P_2$  的位置为(716.8,2513.4)。当这两条冲击波路径  $P_1P_2$  和  $P_2P_3$  相交之后，它们都终止了，从相交点开始产生了一条新的冲击波路径以分隔工况为 C 和 A 时-空区域，其冲击波速为  $U_{AC}$ ：

$$U_{AC} = \frac{q_C - q_A}{k_C - k_A} = \frac{0.5983 - 0.3333}{0.0249 - 0.0111} = 19.2029 \text{ m/s}$$

这样一来，我们就找到了冲击波路径  $P_2P_4$ 。最后，图中空白的区域表示其内没有车辆行驶，故工况为 O。

### 22.5.3 微观解法-确定性模拟

为了检验 LCM 的宏观解是否与微观解一致，我们将 LCM 在 Matlab 中编为程序进行模拟。我们先从简单的情况开始，用以下参数进行确定性模拟：理想速度  $v_i = 30 \text{ m/s}$ ，最大加速度  $A_i = 4 \text{ m/s}^2$ ，前车紧急制动减速度  $B_j = 6 \text{ m/s}^2$ ，在紧急情况下驾驶员  $i$  自认为可以达到的最大减速度  $b_i = 9 \text{ m/s}^2$ ，反应时间  $\tau_i = 1 \text{ s}$ ，有效车长  $l_i = 7.5 \text{ m}$ ，其中  $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$  是车辆/驾驶员的编号。车辆到达的速率为  $\frac{1}{3} \text{ veh/s}$ ，相应的流量为  $q = 1200 \text{ veh/hr}$ 。模拟时间步长为  $1 \text{ s}$ ，总时长为  $1000 \text{ s}$ 。

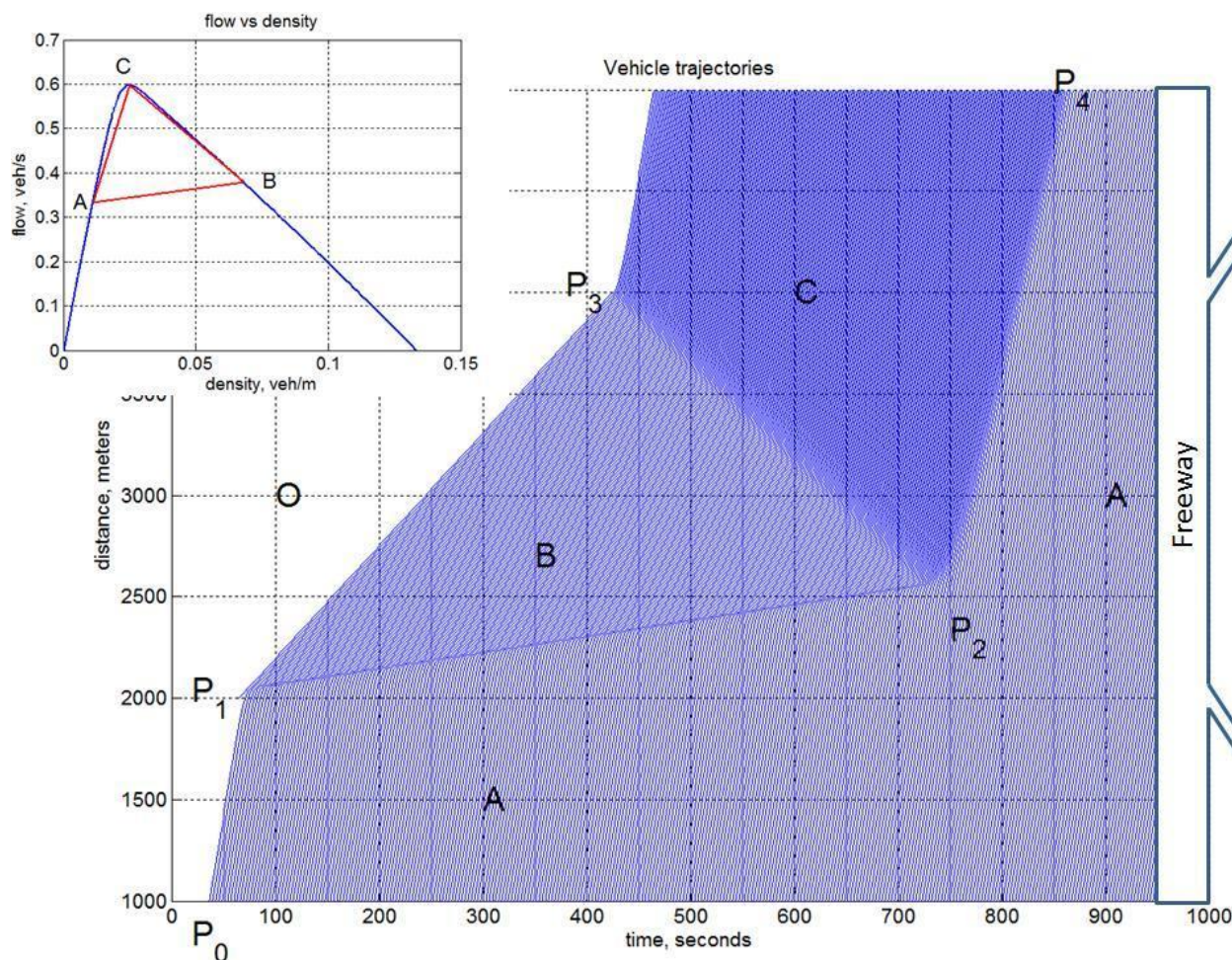


图 22-10 确定性微观模拟：由于慢车导致的移动交通瓶颈

图 22-10 所示的是模拟结果，车辆的运动轨迹曲线绘制在  $t-x$  平面中。从轨迹曲线的不同疏密程度可以清晰分出几个界限分明的不同区域来。第一辆车的轨迹曲线是提前确定好的，剩下的车辆轨迹曲线则由 LCM 计算得出。第一辆车（即那辆慢卡车）在模拟开始后  $t = 65\text{ s}$ （即下午 2:30）由入口匝道进入这段高速公路。这个时候第二辆车正好即将从高速路的上游到达入口匝道处。因此，第二辆以及之后的车辆都不得被以这辆卡车押着行驶，这就形成了一个工况为 B 的交通堵塞区域。

在这个堵塞区域 B 的上游，车辆不断地按照工况 A 到达。这两个区域的分界线  $P_1P_2$  是一条冲击波路径，表示在 A 区域速度较快的车队赶上 B 区域速度较慢的车队，状态为 A 的车队的队头不断的加入状态为 B 的车队的队尾。随着时间的推移这种情况不断的继续，导致排队现象就越来越严重，直到这辆卡在模拟开始后  $t = 425\text{ s}$ （即 22:36）驶出高速公路才开始得到缓解。随即，队列排头的车辆开始根据 LCM 加速行驶，也就是说由于堵

塞源消失，队列开始以通行能力状态 C 泻流。因此，队头逐渐消散，形成了一个新的划分工况 C 和 B 的冲击波路径  $P_3P_2$ 。由于队头消散的速度大于队尾增长的速度，前者迟早会在  $P_2$  点处赶上后者，此刻就意味着交通堵塞消散完毕。不过，慢卡车的影响仍然存在。因为在这之后，它使得前面的车队按 C 状态行驶，后面的轻快车队按 A 状态行驶。因此，A 车队的队头不断加入 C 车队的队尾，分界点的轨迹形成了一个新的冲击波路径  $P_2P_4$ 。

可以看出，根据宏观图解和微观确定性模拟得出的结果互相吻合，只是微观模拟能提供更详细的信息，例如每辆车的运动轨迹及堵塞在时-空中形成和消解的过程。

#### 22.5.4 微观解法-随机性模拟

由于在微观模拟中可以增加驾驶员和车流的随机性，这就使得上述模拟手段可以变得更加真实。因此，我们在上述模拟中添加随即成分，各参数的分布如下（虽然它们的分布形式和分布参数是随意选取的，但是这些选择还算合理）：

- 车辆到达服从泊松分布，相邻到达的车头时距服从均值为 3 秒的指数分布，即  $h_i \sim \text{Exponential}(3) \text{ s}$ ，这种分布对应的平均交通流为  $q = 1200 \text{ veh/h}$
- 理想速度服从正态分布：  $v_i \sim N(30, 2) \text{ m/s}$
- 最大加速度服从三角分布：  $A_i \sim \text{Triangular}(3, 5, 4) \text{ m/s}^2$
- 紧急制动减速度：  $B_i \sim \text{Triangular}(5, 7, 6) \text{ m/s}^2$
- 在紧急情况下，驾驶员  $i$  自认为能够达到的减速度：  $b_i \sim \text{Triangular}(8, 10, 9) \text{ m/s}^2$
- 有效车长：  $l_i \sim \text{Triangular}(5.5, 9.5, 7.5) \text{ m}$



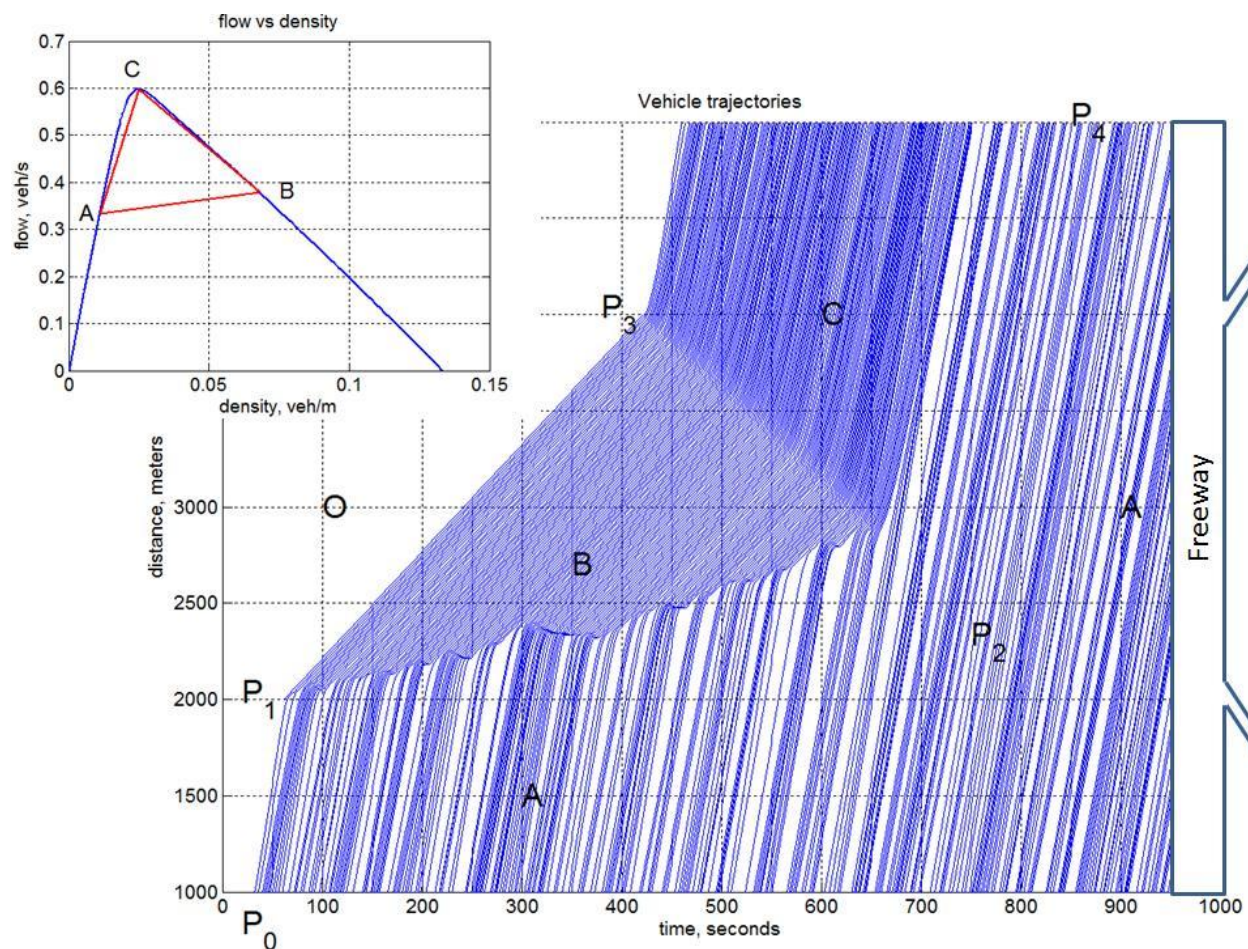


图 22-11 随机性微观模拟：由于慢车导致的移动交通瓶颈

图 22-11 所示的是一次随机模拟的结果，从图中可以很容易的看到结果的随机性。在 B 区域的车辆行驶轨迹显示出的随机性最小，因为在交通堵塞的情况下车辆的行为趋于一致。在 C 区域的车辆轨迹显出一些随机性，因为堵塞对车辆造成的影响还是存在。相对而言，A 区域就显得相当随机，这不但因为车辆到达中存在随机性，还由于驾驶员本身的性格特征上也存在随机性。因此，在 B 和 C 区域之间的冲击波路径  $P_3P_2$  基本上是一条与上例相同的直线，而在冲击波路径  $P_1P_2$  上我们则看到一些显著的变化。首先是冲击波路径比较粗糙，这是因为队列 A 的头加入队列 B 的尾的这个过程存在随机性。其次是这条路径不一定是一条直线，实际上这条冲击波路径开始时斜率约等于  $U_{AB}$ ，然而剩下的部分稍微有点陡，很可能是因为这段时间内上游到达的车辆减少了，从而导致交通堵塞状态的提前结束（上例中结束的位置在  $P_2$  点附近）。反过来，这使得 C 和 A 区域间的冲击波路径向左偏移。不过这条冲击波路径的斜率基本未变，因为这种情况代表了一列较快的车队不断地被另一列更快的车队赶上。

## 22.6 相关的研究

微观的 LCM 是一个动态模型，它认为车辆的运动（例如加速度）是驾驶员感受到的场导致的结果。其它的动态模型有 GM 模型 [16] [17] 和智能驾驶模型 (IDM) [18]。当加速度变为 0 时，动态模型蜕变为稳态模型。稳态模型本质上代表了安全驾驶法则，也就是说，驾驶员根据跟驰车距来选择相应的行驶速度，或者反过来说也成立。稳态模型有 Pipes 模型 [19]、Forbes 模型 [20] [21]、Newell 非线性模型 [12]、Gipps 模型 [22]、和 Van Aerde 模型 [23] [24]。感兴趣的读者可以参考下一章，它详细地阐述了 LCM 和其它模型之间关系。

微观 LCM 包含一个叫作理想车距  $s_{ij}^*$  的项，它可以接纳任何安全规则，因此也就可以接纳任何稳态模型。在本章中，我们采用简化的 Gipps 模型作为  $s_{ij}^*$  的一个具体形式。它是一个二次函数的形式，这个结果和道路通行能力手册 (HCM) [25] 中记录的速度-间距关系，以及《交通流专论修订版》(Revised Monograph of Traffic Flow Theory) [26] 第四章中根据 23 项观测研究所得到的结果巧合。这些研究中的速度-空间关系式都由三项组成：一个常数项，它代表有效车长；一个一次项，取值为自车在反应时间内行驶的距离，它代表了自车驾驶员的敏捷性；一个二次项，取值为自车和前车制动距离的差，它代表自车驾驶员的激进性。如果我们忽略这个二次项，就得到了 Pipes 模型和 Forbes 模型。

宏观 LCM 模型是一个包含四个参数的单一域平衡态模型。同为单一域模型有：四参数的 Van Aerde 模型 [23] [24]、IDM 模型 [18]、和新 Del Castillo 模型 [8]，三参数的 Newell 非线性模型 [1] 和 Del Castillo 模型 [4]，以及二参数模型如 [27] [28] [11] [29] [30] [31] [32]。

## 22.7 小结

这一章提出了一个简单有效的交通流模型，即纵向控制模型(LCM)。该模型的建立综合了物理学和人机工车两个视角。LCM 由两个内在一致的模型构成：其中的微观模型描述了车辆纵向的运行控制，而宏观模型则描述了平衡态交通流行为进而描述了基本图。

LCM 的验证是通过拟合世界上不同地方采集来的交通数据来实现的。这些地方包括：亚特兰大(美国)，奥兰多(美国)，德国高速公路，加利福尼亚州(美国)，多伦多(加拿大)和阿姆斯特丹(荷兰)。数据的散点分布似乎表明任何以确定性的函数来表达这些关系都只是

对数据的大致拟合；而从统计的角度来说，用随机方法去建模则显得更为合适。测试结果证明 LCM 模型具有很好的灵活性，能很好地拟合这些实测数据，包括其中有些呈现“反  $\lambda$ ”形的流-密关系曲线。同时，我们还用另外的两个模型拟合这些数据，将得到的结果和 LCM 的结果进行比较。这两个模型一个是包含两个参数的 Underwood 模型，另一个是包含三个参数的 Newell 非线性模型。拟合的结果表明模型的参数越多，模型就可能具有更高的灵活性，拟合度也就可能更好。

LCM 模型具有独特的性质，这使得它能够广泛地应用于各种交通问题中。例如，LCM 可以很方便地用于分析交通现象。本章举了一个具体的例子，展示如何运用 LCM 分别从微观和宏观两个层面分析由于缓慢行驶的卡车造成的交通堵塞。值得注意的是，由于 LCM 的宏-微观内在一致性，使得这两个层面的分析相互吻合、互相补充。另外，LCM 既可以被商业仿真软件用来改进其底层的跟驰模型，也能作为跟驰基础来开发新的仿真软件包。还有，LCM 也可用于分析高速公路通行能力和服务水平。使用宏观 LCM 不仅能够提供简单的、有实际意义流-速关系，而且基于这个关系能方便有效地求解析、数值、和图形解。再有，LCM 还可用于交通规划中作为公路性能函数，以帮助描述驾驶员的选路行为。



## 练习题

1. 假如一个驾驶员在路肩上紧急停车之后驶回高速公路。根据 LCM 模型，需要多长时间才能将该车加速到 20m/s？模型参数与本章中确定性微观模拟实例中取值相同。
2. 过了一些时间，这辆车  $i$  追上一辆前车  $j$ 。 $i$  号车的速度为 25 m/s， $j$  号车的速度为 20 m/s，它们的车头间距为 50 m。根据 LCM 和上一问的参数值，计算该情形下：
  - a)  $i$  号驾驶员的理想车距
  - b)  $i$  号驾驶员的控制决策（即下一步的加速度）
  - c)  $i$  号驾驶员将在何时实施该控制决策？
3. 继续上述情形，另一辆速度为 23 m/s 的  $k$  号车插入  $i$  和  $j$  正中间，重新计算第 2 题中的问题。
4. 对上述情形，如果理想车距由 Forbes 模型确定，模型参数不变，上述问题的答案有何变化？
5. 加入上述问题中的参数不变，而且适用于所有的驾驶员/车辆。确定并写出相应的宏观 LCM 模型。
6. 根据上述宏观 LCM 模型，求解：
  - a) 堵塞密度下的运动波速
  - b) 交通堵塞时空-速关系曲线的斜率
7. 计算上述宏观 LCM 模型的通行能力状态
8. 宏观 LCM 模型的一个独特的性质是它能通过改变参数值产生各种形状的流-密关系曲线。以上述参数为起点，通过调节这些参数来产生下列形状的流-密关系曲线，并记录产生每条曲线的最终参数值：
  - a) 歪抛物线形
  - b) 三角形
  - c) 反  $\lambda$  形