

文章编号: 1002-0446(2004)05-0429-05

基于 Haar 小波分解的轮式移动机器人轨迹跟踪控制^{*}

曹 洋¹, 方 帅², 徐心和²

(1. 中国科技大学自动化系, 安徽 合肥 230031; 2. 东北大学信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 利用 Haar 小波在满足机器人动力学约束的前提下, 对期望轨迹进行曲线分解, 得到所需的一系列参考点, 并由这些参考点构造出虚拟小车的运动轨迹. 基于控制 Lyapunov 函数设计了速度跟踪控制律, 驱动机器人跟随虚拟小车实现对期望轨迹的跟踪. 该方法的突出特点是可实现对任意复杂轨迹的跟踪控制, 且不存在速度跳跃点. 仿真实验结果表明它的有效性.

关键词: 轮式移动机器人; 轨迹跟踪; Haar 小波; 非完整系统

中图分类号: TP24 **文献标识码:** B

Trajectory Tracking Control of Wheeled Mobile Robot Based on Haar Wavelet Decomposition

CAO Yang¹, FANG Shuai², XU Xir-he²

(1. Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230031, China;

2. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang, 110004, China)

Abstract: A method is presented to discompose the desired trajectory into a set of reference postures using Haar wavelet in terms of meeting the dynamic constraint. A virtual robot is set up according to the set of reference postures. Then a velocity tracking control law based on control Lyapunov function to force the robot to follow the virtual robot. The evident advantages of the proposed method are that the desired trajectory can be any complex nonlinear curve and there is no speed jumping phenomenon. The experimental results illustrate the effectiveness of the method.

Keywords: wheeled mobile robot; trajectory tracking; Haar wavelet; nonholonomic system

1 引言(Introduction)

随着机器人应用领域的拓展, 大范围、高难度的作业要求机器人具有更大的活动空间和更强的适应能力. 作为传感器、执行器、运动控制密切结合的移动载体, 轮式移动机器人有着广泛的应用前景和商业价值, 其研究也越来越受到人们的重视^[1]. 轨迹跟踪、路径跟踪和点镇定是轮式移动机器人控制的 3 个主要问题. 其中, 精确的轨迹跟踪是确保轮式移动机器人成功完成指定任务的必要前提. 但由于轮式移动机器人的轨迹跟踪精度受到非完整约束和来自自身及外部环境各种不确定性的影响, 使其控制问题具有相当的挑战性.

通过构造微分同态映射或选择合适的输入/输出函数, 一些学者^[2~4]借助非线性控制理论或反馈线性化的方法, 对机器人的非线性完全或部分补偿, 得到一个线性化和解耦的状态方程, 然后利用线性控制的方法进行求解. 此种方法的缺点在于无法考

虑被控对象参数必然存在的扰动, 其非线性不能充分抵消, 使系统具有不确定性. 采用滑模控制方法虽然在理论上可以实现对系统模型不确定和外部扰动的鲁棒性和不敏感性^[5], 但是在实际应用中由于其高速开关控制律的无法实现会导致高频的颤动. Backstepping(后退设计)方法在非完整轮式移动机器人的运动控制中应用较为广泛^[6~8]. 该方法通常基于机器人运动学方程或简化动力学方程, 将其分解为数个串联相接的子系统, 然后针对各子系统设计部分 Lyapunov 函数和中间虚拟控制量, 并一直“后退”至整个系统将它们集成起来完成系统控制器的设计. 但由于问题本身的复杂性, 其控制器结构及设计一般都较复杂, 且当轨迹曲率变化较大时要求有足够大的加速度和力矩, 这在实际操作中很难办到.

本文提出一种全新的思路解决轮式移动机器人的轨迹跟踪问题. 文中借鉴文献[9]的思想将轨迹跟踪问题等化为虚拟小车的跟随问题. 利用 Haar 小波

* 收稿日期: 2004-02-01

在满足机器人动力学约束的前提下对期望轨迹进行曲线分解,得到一系列的参考点,并由这些参考点构造出虚拟小车的运动轨迹.最后基于控制 Lyapunov 函数(CLF)设计了速度跟踪控制律,驱动机器人跟随虚拟小车,从而实现期望轨迹的跟踪.该方法计算简单,实时性好,跟踪精度高,可实现对任意复杂非线性轨迹的跟踪控制.

2 问题描述(Problem description)

本文的研究对象为双轮驱动的机器人小车,其运动学方程为:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \omega \\ v &= \frac{F}{m} = \frac{(\tau_1 + \tau_2)}{mr} \\ \omega &= \frac{N}{I_z} = \frac{R(\tau_1 - \tau_2)}{I_z r}\end{aligned}\quad (1)$$

其中 (x, y, θ) 为机器人小车的位置和朝向. v 、 ω 为机器人的瞬间线速度和角速度. m 为机器人的质量, I_z 为机器人沿中心轴的转动惯量. F 、 N 分别为加在机器人上的广义力和广义力矩. τ_1 、 τ_2 为加在机器人左、右轮上的转矩. R 、 r 分别为机器人两轮间距和轮径.

由移动机器人轨迹跟踪的问题描述可知,轨迹跟踪问题通常会被等价地转化为对一个参考小车的跟随问题^[9],包含以下三个子问题:

- (1) 参考小车模型的建立.
- (2) 跟随控制律的设计.
- (3) 速度跟踪控制律的设计.

其中,问题(3)属于机器人动力学控制的范畴,由机器人内部的控制器完成,本文将不予讨论.

3 参考小车模型的设计(Design of the reference vehicle model)

参考小车模型包括了一个位姿序列 $(x_r(k), y_r(k), \theta_r(k))$ 和一个速度序列 $(v_r(k), \omega_r(k))$.机器人的期望轨迹可看作是由一条几何轨线和与之对应的时间轨线所构成的.为建立参考小车的模型,可以在期望的几何轨线上给出机器人在每一时刻所需到达的位置,这实际上就是一个对于参考点 (x_r, y_r) 的选取过程.在选取参考点时应注意满足以下两个条件:

- (1) 由这些参考点所构成的轨迹应尽可能逼近

期望轨迹.

(2) 选取的各参考点均为可达点,即满足机器人动力学约束条件.

3.1 Haar 小波分解与轨迹逼近度估算

3.1.1 轨迹逼近度函数的提出

为满足采样点所构成的轨迹应尽可能逼近原始几何轨迹这一条件,本文利用 Haar 小波构造基于轨迹逼近度的采样算法,对构成期望轨迹的原始数据点集进行数据压缩,得到所需的参考点.

假设构成期望轨迹的原始数据点集为 $P_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, m 为严格正整数.寻找的参考点集为 $Q_j = (x_j, y_j)$, $j = 1, 2, \dots, k$, k 为正整数, $k < m$.引入轨迹逼近度函数 F ,则所求的参考点集应同时满足:

$$\begin{aligned}F_x &= \sum_{j=1}^k \sum_{i \in I_j} (x_i - x_j)^2 \leq \delta_x \\ F_y &= \sum_{j=1}^k \sum_{i \in I_j} (y_i - y_j)^2 \leq \delta_y\end{aligned}\quad (2)$$

其中 $I_j \subset \{1, \dots, 2^m\}$, δ_x 、 δ_y 为在各自坐标轴上的给定轨迹逼近度.令 $\frac{\partial F_x}{\partial x_j} = 0$, $\frac{\partial F_y}{\partial y_j} = 0$, $j = 1, 2, \dots, k$,于是可得:

$$\sum_{i \in I_j} (x_i - x_j) = 0, \quad \sum_{i \in I_j} (y_i - y_j) = 0 \quad (3)$$

即 x_j 、 y_j 分别是某些 x_i 、 y_i 的平均值.

3.1.2 Haar 小波分解

Haar 小波即一阶 B 样条小波,其尺度函数与小波函数分别为:

$$\begin{aligned}\Phi(x) &= \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \\ \Psi(x) &= \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1/2 \\ -1 & 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}\end{aligned}\quad (4)$$

Haar 小波的综合滤波器为 P^j 、 Q^j ,分析滤波器为 A^j 、 B^j ,满足:

$$\begin{bmatrix} A^j \\ B^j \end{bmatrix} = [P^j \mid Q^j]^{-1} \quad (5)$$

P^j 、 Q^j 分别为:

$$P^j = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}_{2^j \times 2^{j-1}}$$

$$Q^j = \sqrt{\frac{2^j}{2}} \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & -1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & -1 & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 1 \\ & & & & & & -1 \end{pmatrix}_{2^j \times 2^j} \quad (6)$$

于是, A^j 、 B^j 也容易求得. 假设构成期望轨迹的原始数据点集为 C^j , Haar 小波分解后的尺度系数 C^{j-1} 和小波系数 D^{j-1} 分别为:

$$C^{j-1} = A^j C^j \text{ 和 } D^{j-1} = B^j C^j \quad (7)$$

如果对原始数据点分别在 x 、 y 轴方向上进行 l 次小波分解得到尺度系数为 c_x 、 c_y , 小波系数为 $d_{x pq}$ 、 $d_{y pq}$, $p = 0, \dots, l-1$, $q = 1, \dots, 2^{2p}$, 则所求的参考点即为 (c_x, c_y) , 其轨迹逼近度计算为:

$$F_x = \sum_i^{2^l} (x_i - x_j)^2 = 2 \sum_{p=0}^{l-1} \sum_{q=1}^{2^{2p}} d_{x pq}^2$$

$$F_y = \sum_i^{2^l} (y_i - y_j)^2 = 2 \sum_{p=0}^{l-1} \sum_{q=1}^{2^{2p}} d_{y pq}^2 \quad (8)$$

3.2 参考点可达约束简化分析

由式(1)可知, 机器人小车的瞬间线加速度和角加速度是由加在两驱动轮上的转矩所决定的. 由电机模型可知, 加在车轮上的转矩与车轮转速之间满足如下关系:

$$K_\tau \tau_i + K_T \dot{\tau}_i + k_e \Phi_i = U_i \quad (9)$$

其中, K_τ 、 K_T 、 K_e 均为定常系数, U 为加在电机两端电压. 由于电压 U 通常与给定轮速 $\bar{\Phi}$ 成线性关系, 因此式(7)可改写为:

$$K_\tau \tau_i + K_T \dot{\tau}_i + k_e \Phi_i = k_\Phi \bar{\Phi}_i \quad (10)$$

对上式作一阶线性化处理并带入式(1)中可得:

$$\dot{v} = k_{v1}(\bar{v} - k_{v2}v)$$

$$\dot{\omega} = k_{\omega1}(\bar{\omega} - k_{\omega2}\omega) \quad (11)$$

其中, K_{v1} 、 K_{v2} 、 $K_{\omega1}$ 、 $K_{\omega2}$, 均为定常系数, 可由辨识方法得到. \bar{v} 、 $\bar{\omega}$ 为给定线速度和角速度.

假设 \bar{v} 和 $\bar{\omega}$ 的最大值为 \bar{v}_{\max} 和 $\bar{\omega}_{\max}$, 第 k 周期机器人参考速度为 $(v_r(k), \omega_r(k))$, 则第 $k+1$ 周期参考点可达的约束条件为:

$$v_r(k+1) = \sqrt{(x_r(k+1) - x_r(k))^2 + (y_r(k+1) - y_r(k))^2} / \Delta T$$

$$\omega_r(k+1) = (\arctg \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} - \arctg \frac{y_k - y_{k-1}}{x_k - x_{k-1}}) / \Delta T \quad (12)$$

$$v_r(k+1) < v_r(k) + k_{v1}(\bar{v}_{\max} - k_{v2}v_r(k)) \Delta T$$

$$\omega_r(k+1) < \omega_r(k) + k_{\omega1}(\bar{\omega}_{\max} - k_{\omega2}\omega_r(k)) \Delta T \quad (13)$$

3.3 计算参考点的算法

对于构成期望轨迹的原始数据点集 $P_i = (x_i, y_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, 为计算其参考点, 现对其进行二叉树区域分解, 如图 1 所示.

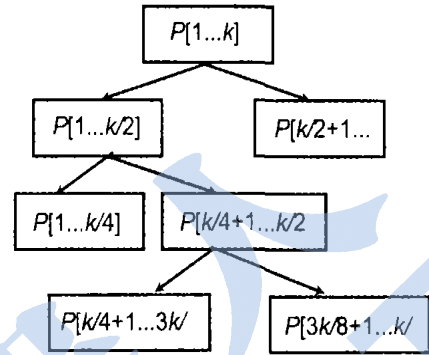


图 1 基于二叉树的曲线分解

Fig. 1 Curve decomposition based on binary tree

图中 $k = m$, 根节点为原始数据, 每个节点代表一个子域, 且域长度(数据点数)是其父节点的一半. 判断某节点是否有子节点的依据是: 对该节点代表的子域进行小波分解, 若根据式(8)求得的 F_x 和 F_y 大于某个给定的偏差值 δ_x 和 δ_y , 或不满足式(12)、(13)所示的约束条件, 则该节点需进一步进行分解. 最后所有叶节点的并等于根节点, 叶节点的个数即为参考点数, 每个叶节点可求得一个参考点.

4 轨迹跟踪控制算法 (Trajectory tracking control algorithm)

如图 2 所示, 轨迹跟踪误差可由下式给出:

$$e = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_r - \bar{x}_c \\ y_r - \bar{y}_c \\ \theta_r - \bar{\theta} \end{pmatrix} \quad (14)$$

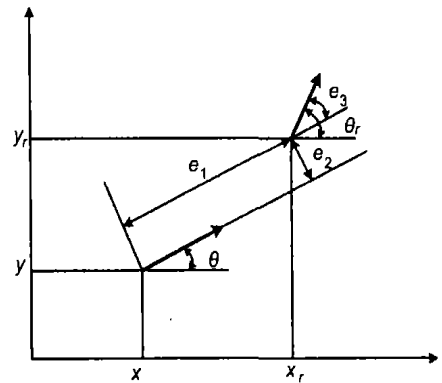


图 2 轨迹跟踪问题误差系统模型

Fig. 2 Error system model of trajectory tracking

对式(14)两边求导可得轨迹跟踪误差动态方程为:

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 - \bar{v} + e_2 \bar{\omega} \\ v_r \sin e_3 - e_1 \bar{\omega} \\ \omega_r - \bar{\omega} \end{bmatrix} \quad (15)$$

本文利用控制 Lyapunov 函数(CLF) 来设计控制律. 构造如下正定函数:

$$V = \frac{k_1}{2}(e_1^2 + e_2^2) + 1 - \cos e_3$$
$$k_1 > 0 \quad (16)$$

设计如下反馈控制律:

$$\bar{\Psi} = \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 + k_2 e_1 \\ \omega_r + k_1 e_2 v_r + k_3 \sin e_3 \end{bmatrix}$$
$$k_1, k_2, k_3 > 0 \quad (17)$$

将式(17)代入式(15), 可得:

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_2 e_1 + \omega_r e_2 + k_1 e_2^2 v_r \frac{\sin e_3}{e_3} + k_3 e_2 e_3 \\ v_r \sin e_3 - \omega_r e_1 - k_1 e_1 e_2 v_r \frac{\sin e_3}{e_3} - k_3 e_1 e_2 \\ -k_1 e_2 v_r \frac{\sin e_3}{e_3} - k_3 e_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

对式(16)求导并将上式代入, 可得:

$$\dot{V} = -k_1 k_2 e_1^2 - k_3 \sin^2 e_3 \leq 0 \quad (19)$$

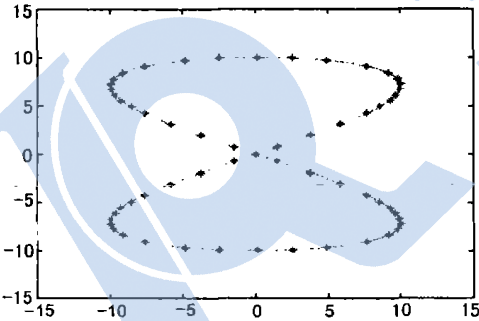
由此我们便得到了一个弱 CLF (\dot{V} 不严格小于零), 因此采用如式(17)所示的反馈控制律可保证系统渐近收敛于稳定平衡点 $e = 0$.

5 仿真实验(Simulation Experiment)

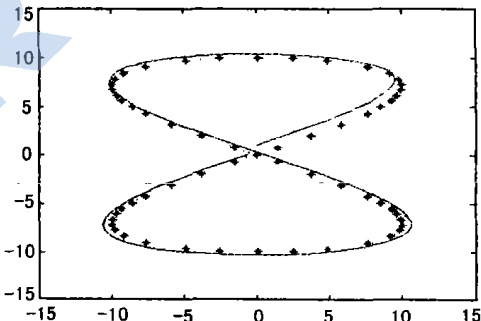
为检验文中算法的有效性, 本文进行了如下仿真实验. 期望轨迹为 8 字形轨迹, 其曲线方程为:

$$x(t) = 10\sin(t/10), \quad y(t) = 10\sin(t/20) \quad (20)$$

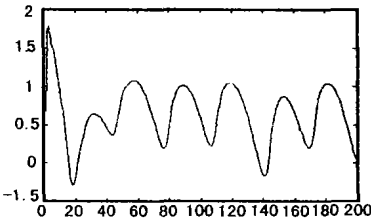
令 $t = 0, 0.2\pi, \dots, 40\pi$, 得到原始数据点集 $P_i = (x_i, y_i)$. 取轨迹逼近度约束为 $\delta_x = \delta_y = 1$; 机器人动力学参数取自真实足球机器人系统, 分别为: $k_{v1} = 0.0647$; $k_{v2} = 1$; $k_{\omega1} = 0.378$; $k_{v1} = 1$; $\bar{v}_{\max} = 1.94\text{m/s}$, $\bar{\omega}_{\max} = 51.06\text{rad/s}$. 按照文中的算法对原始点集进行小波分解, 可得到 52 个参考点, 如图 3(a) 所示. 令机器人小车的初始位姿为 $(0, 1, \pi/4)$, 其轨迹跟踪结果如图 3(b) 所示. 图 3(c-e) 分别给出了实际跟踪轨迹与期望轨迹在 x 、 y 方向上以及在朝向角 θ 上的偏差曲线.



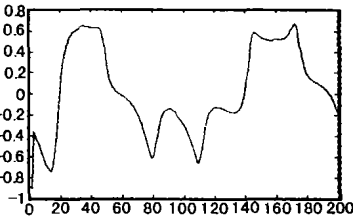
(a) 参考点



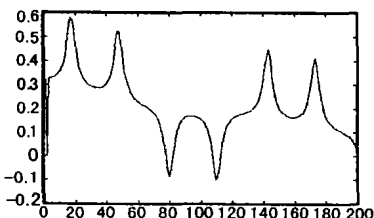
(b) 轨迹跟踪结果



(c) x 方向的轨迹偏差



(d) y 方向的轨迹偏差



(e) 朝上角 θ 上的轨迹偏差

图 3 实验结果

Fig. 3 Experimental results

6 结论(Conclusion)

本文提出一种基于 Haar 小波分解的轮式移动机器人轨迹跟踪方法. 该方法计算量小, 方法简单, 且期望轨迹没有局限性, 可为任意的非线性曲线. 仿真实验结果显示, 实际追踪轨迹与期望轨迹误差很小, 且不存在速度跳跃点, 较好地解决了期望轨迹曲率变化较大时跟踪效果变差的缺陷.

参考文献 (References)

- [1] Kortenkamp D, Peter R, Murphy R. Artificial Intelligence and Mobile Robots[M]. USA: AAAI Press/ The MIT Press, 1998.
- [2] Samson C, Air Abderrahim K. Feedback control of a nonholonomic wheeled car in cartesian space[A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation[C]. Sacramento, California: 1991. 1136– 1141.
- [3] Andrea B, Campion G, Bastin G. Control of nonholonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization[J]. International Journal of Robotics Research, 1995, 14(6): 543– 559.
- [4] Samson C. Control of chained system application to path following and time varying point stabilization of mobile robots[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(1): 64– 76.
- [5] Yang J M, Kim J H. Sliding mode motion control of nonholonomic mobile robots[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automar

tion, 1999, 15(3): 577– 587.

- [6] Jiang Z P, Nijmeijer H. Tracking control of mobile robots: a case study in backstepping[J]. Automatica, 1997, 33(7): 1393 – 1399.
- [7] Dong W J, Huo W. Tracking control of wheeled mobile robots with unknown dynamics[A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation[C]. Detroit, Michigan: 1999. 2645– 2650.
- [8] Wu W G, Chen H T, Wang Y J. A novel global tracking control method for mobile robots[A]. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems[C]. Kyongju, Korea: 1999. 623– 628.
- [9] Canudas C, Zheng Y. Recent Trends in Mobile Robots[M]. New York: World Scientific, 1993.
- [10] Stollnitz E J, DeRose T D, Salesin D H. Wavelets for computer graphics: a primer, Part 1[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1995, (5): 76– 84.

作者简介:

曹 洋 (1980), 男, 博士后. 研究领域: 智能机器人.

方 帅 (1978), 女, 博士研究生. 研究领域: 图像处理, 机器视觉.

徐心和 (1940), 男, 教授, 博士生导师. 研究领域: 智能机器人, 人工智能, 模式识别, 智能控制.

(上接第 428 页)

- [5] Mukherjee R, *et al.* Feedback control strategies for a nonholonomic mobile robot using a nonlinear oscillator[J]. Journal of Robotic Systems, 1999, 16(4): 237– 248.
- [6] Samso C. Time varying feedback stabilization of carlike wheeled mobile robots[J]. International Journal of Robotics Research, 1993, 12(1): 274– 287.
- [7] Kanayama Y, Kimura Y, Miyazaki F, *et al.* A stable tracking control method for an autonomous mobile robot[A]. Proceedings of the 1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation[C]. Cincinnati, Ohio, USA: 1990. 384– 389.
- [8] Samson C. Control of chained system application to path following and time varying point stabilization of mobile robots[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 11(2): 1681– 1692.
- [9] Sordalen O J, Egeland O. Exponential stabilization of nonholonomic chained systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995, 40(1): 35– 49.
- [10] d' Andrea Novel B, Campion G, Bastin G. Control of nonholonomic

ic wheeled mobile robots by state feedback linearization[J]. International Journal of Robotics Research, 1995, 14(6): 543– 559.

- [11] Park K C, *et al.* Point stabilization of mobile robots via state space exact feedback linearization[A]. Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics & Automation[C]. Detroit, USA: 1999. 2626– 2631.
- [12] Benghuis H, Nijmeijer H, Canudas C. Implementation of a hybrid stabilizing controller on a mobile robot with two degrees of freedom[A]. Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation[C]. San Diego, CA: 1994. 1196 – 1201.

作者简介:

李开生 (1962), 男, 博士, 副教授, 研究领域: 自动控制, 计算机应用, 机器人控制技术.

张慧慧 (1943), 女, 教授, 研究领域: 机器人技术, 气动和液压控制技术.