

文章编号:1001-7372(2016)09-0143-09

## 基于 B 样条理论的平行泊车路径规划

李 红, 王文军, 李 克 强

(清华大学 汽车安全与节能国家重点实验室, 北京 100084)

**摘要:**为降低泊车系统操作难度,并提高泊车成功率,提出基于 B 样条理论的平行泊车路径规划方法。为实现安全泊车,综合考虑平行泊车碰撞情况,建立避障约束函数;为保证泊车路径的可跟踪性,建立车辆方向盘转向角度和转向角速度约束函数;综合车辆停放要求,以 B 样条路径曲线控制点为变量,以泊车终点处车身方位角最小化为目标,建立了含有多个非线性约束的泊车路径函数。对多个泊车工况进行路径规划,并使用 Simulink 软件进行路径跟踪仿真。结果表明:基于 B 样条理论的泊车路径规划方法,可得到曲率连续、变化缓慢的泊车路径,且满足泊车避障约束、方向盘转向角度和转向角速度约束、车辆停放要求;当车速不高于限定值时,车辆可严格沿目标路径行驶,最终完成泊车任务;基于 B 样条理论的泊车路径设计方法,简化了车辆速度控制,降低了泊车难度,有助于提高泊车成功率。

**关键词:**汽车工程;自动泊车;B 样条理论;路径规划;多非线性约束

**中图分类号:**U461.6

**文献标志码:**A

## Path Planning for Parallel Parking Based on B Spline Theory

LI Hong, WANG Wen-jun, LI Ke-qiang

(State Key Laboratory of Automotive Safety and Energy, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** In order to lower the parking operative difficulty and improve the parking success rate, a path planning method based on B spline theory was proposed for parallel parking. To achieve safe parking, the collision situation of parallel parking was fully considered and the constraint function for obstacle avoidance was established. In order to guarantee the trackability of parking path, the constraint functions for angle and angular velocity of steering wheel were built. Taking control vertices of B spline path as design variables, and the minimization of the car's azimuth angle at the path end as object, parking path function with multi-nonlinear constraints was established under the comprehensive consideration of the requirements for vehicle parking. The method was used to plan parking paths for some parking conditions, and path tracking simulations were made by Simulink software. The results show that the parking path with continuous and moderately changing path curva-ture can be obtained by the parking path planning method based on B spline theory, which satisfies the constrains for parking avoidance, angle and angular velocity of steering wheel and requirements for parking. The predetermined parking path can be strictly followed when travelling by car to finally complete the parking task, as long as its speed is below the limited value. This method simplifies the vehicle velocity control, reduces the

收稿日期:2015-09-23

基金项目:国家自然科学基金项目(51575294)

作者简介:李 红(1984-),女,山东定陶人,助理研究员,工学博士,博士后,E-mail:lihong3729@163.com.

通讯作者:李 克 强(1963-),男,四川资阳人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:likq@tsinghua.edu.cn.

parking difficulty and is helpful to improve the success rate of parking.

**Key words:** automotive engineering; automatic parking; B spline theory; path planning; multi-nonlinear constraints.

## 0 引言

不断增加的汽车数量和有限的城市空间,使泊车操作越来越困难。泊车过程中不断出现的车辆擦碰事故以及人们对车辆舒适性和安全性的需求,促使自动泊车系统产生。

自动泊车系统(Auto-parking System, APS)是汽车智能系统的重要组成部分,其以提高车辆舒适性和安全性为目的,辅助或者替代驾驶人完成泊车操作。目前,国内外学者对自动泊车技术做了大量的研究工作,并取得了一定成果。文献[1]中采用径向基神经网络设计泊车路径,但未考虑车辆转向角度和转向角速度约束。文献[2]中采用模糊逻辑和滑模变结构控制,设计出能够实时调整系统参数的降维滑模变结构模糊逻辑控制器,文献[3]、[4]中基于模糊逻辑,文献[5]中采用神经网络-模糊理论进行泊车系统研究,其控制逻辑依赖于驾驶人的操作经验,要完善的控制器模型需要大量的泊车试验。文献[6]中采用多段圆弧曲线设计泊车路径,并采用回旋曲线连接曲率不连续的多段圆弧,但未研究处理后的路径是否满足车辆碰撞约束。文献[7]中采用 Bézier 曲线对泊车轨迹进行拟合,实现了泊车路径曲率的连续性,但对车速控制要求高。文献[8]中采用改进的反正切函数设计泊车路径,解决了原地转向问题,但由于曲线变化不灵活,需要车位空间较大。文献[9]中采用 B 样条曲线对泊车路径曲率进行平滑处理,文献[10]中采用 B 样条曲线设计垂向泊车路径,虽然避免了泊车过程中原地转向现象,但未考虑方向盘转速对跟踪效果的影响。文献[11]中应用微分平坦理论将泊车规划问题转化为参数优化问题,但未对所求得的结果是全局最优还是局部最优进行研究。从现有泊车系统应用情况可知,自动泊车技术还未完全成熟,为此,本文在已有研究工作的基础上,对泊车路径规划方法进行完善。

## 1 自动泊车系统工作流程

自动泊车系统工作流程描述如下(图 1):①泊车系统开启;②车辆沿道路缓慢行驶,通过传感器搜索车位并获取环境障碍等信息,若找到车位,转③,

否则继续寻找车位;

③泊车路径规划,若

路径规划成功,转④,

否则,转②;④泊车路

径跟踪控制,完成泊

车操作所示。

泊车路径是路径

跟踪成功的基础,因

此本文研究泊车路

径规划方法。泊车方

式可根据车位方向分

为平行泊车、垂直泊

车和斜向泊车,根据

泊车复杂程度可分

为后退式泊车和多次

进退式泊车,本文仅

对后退式平行泊车路

径进行研究。

2 泊车路径的规划

路径规划问题可描

述为寻求一条满足多

个约束的路径曲线。

路径需要满足以下

约束:①泊车安全

性,即车辆沿该路径

行驶时,与周围物体

不发生碰撞;②车

辆可跟踪性,即满足

车辆转向角约束和

转向角速度约束,使

车辆可以跟踪;③

避免原地转向现象,

即车辆沿该路径运

动时,不需要原地转

动前轴车轮;④车

辆停放规范性,即车

辆进入车位泊车操

作结束后车轮回正,

且车身尽量与车位

平行。

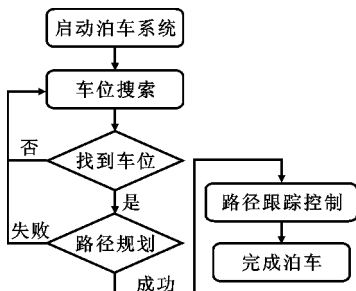


图 1 平行自动泊车系统工作流程

Fig. 1 Flow Chart of Parallel Automatic Parking System

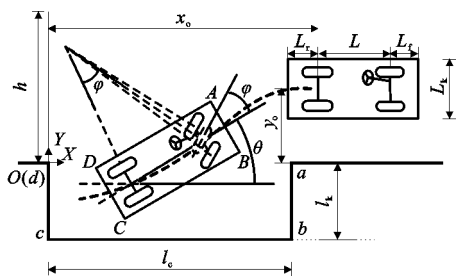


图 2 平行泊车参数示意

Fig. 2 Diagram of Parallel Parking Parameters

设泊车路径为  $s, s=S(x, y)$ , 其中  $x, y$  分别为车辆后轴中点的参数曲线坐标, 取一非时间参数  $u$ , 路径曲线可表示为  $(x=f_x(u), y=f_y(u))$ , 记  $\dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\ddot{x}}, \ddot{\ddot{y}}$  分别为  $x, y$  对  $u$  的 1~3 阶导数。由后轴中点路径函数可得泊车过程中车辆在任意点处的方位角  $\theta$  和曲线曲率  $\rho$ , 见式(1)、(2), 由 Ackerman 转向几何关系得到对应的前轴等效车轮转角  $\varphi$ , 如式(3)所示, 即

$$\theta = \arctan\left(\frac{dy}{dx}\right) \quad (1)$$

$$\rho = \frac{\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}} \quad (2)$$

$$\varphi = \arctan(L\rho) \quad (3)$$

由几何关系可得 A, B, C, D 随后轴中点的运动

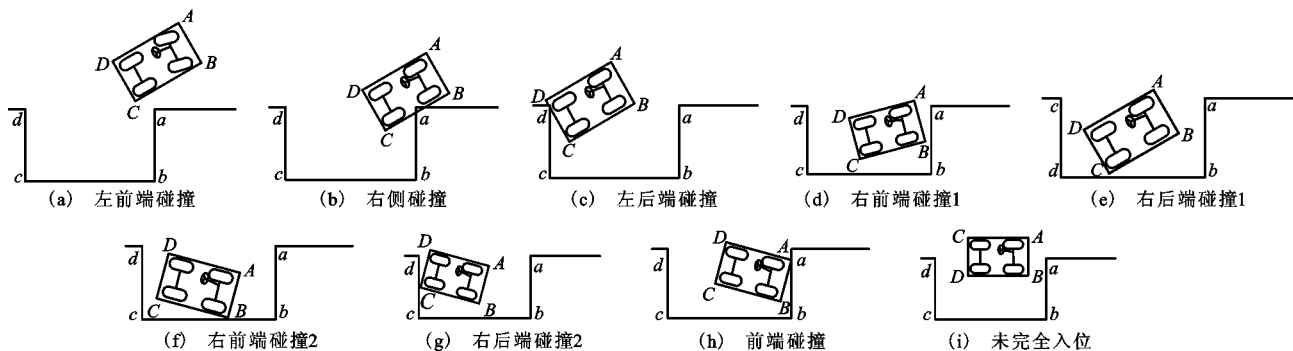


图 3 泊车过程中车辆可能碰撞点示意

Fig. 3 Diagrams of Possible Collision Points in Vehicle Parking Procedure

由图 3 可知, 为避免车辆与周围障碍物碰撞, 路径函数需满足以下要求:

(1) 泊车过程中, 为避免车辆左前端与道路边界发生碰撞, 要求当  $x \in [0, x_0]$  时,  $y_A$  最大值不大于  $l_w$  ( $l_w$  为车道宽度), 即  $\max y_A \leq l_w$ 。

(2) 泊车过程中, 为避免车辆轮廓线 BC 与车位前方障碍物或车位前方的车辆发生刮擦, 要求当  $x_B \geq l_c$  且  $x_C \leq l_c$ , 点 a 在车辆轮廓线 BC 下方, 要求当  $x_B \geq l_c$  且  $x_C \leq l_c$  时,  $\tan(\theta)(l_c - x_C) + y_C \geq 0$ 。

(3) 车辆进入车位时, 为避免轮廓左后端与车位

路径  $x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C, x_D, y_D$ , 即

$$\left. \begin{aligned} x_A &= x + (L_f + L) \cos(\theta) - L_k \sin(\theta)/2 \\ y_A &= y + (L_f + L) \sin(\theta) + L_k \cos(\theta)/2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} x_B &= x - (L_f + L) \cos(\theta) + L_k \sin(\theta)/2 \\ y_B &= y - (L_f + L) \sin(\theta) - L_k \cos(\theta)/2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x - L_r \cos(\theta) + L_k \sin(\theta)/2 \\ y_C &= y - L_r \sin(\theta) - L_k \cos(\theta)/2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} x_D &= x + L_r \cos(\theta) - L_k \sin(\theta)/2 \\ y_D &= y + L_r \sin(\theta) + L_k \cos(\theta)/2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

车辆与周围障碍物有可能发生碰撞的位置有 9 处: ①车辆进入车位前, 左前端与道路边界处物体发生碰撞; ②车辆进入车位时, 右侧轮廓线 BC 与车位前方物体发生碰撞; ③车辆进入车位时, 左后点与后方物体发生碰撞; ④车辆进入车位后, 右前端与车位前方物体发生碰撞; ⑤车辆进入车位后, 右后端与车位右侧物体发生碰撞; ⑥车辆进入车位后, 右前端与车位右侧物体发生碰撞; ⑦车辆进入车位后, 右后端与后侧物体发生碰撞; ⑧车辆进入车位后, 车辆在调整车身方位角时前端与前方物体发生碰撞或泊车结束时车辆进入前方车位; ⑨泊车结束时车辆未完全进入车位。泊车过程中车辆可能碰撞点如图 3 所示。

后方障碍物发生碰撞, 要求  $x_D$  的最小值不小于 0, 即当  $x \in [0, x_0]$  时,  $\min x_D \geq 0$ 。

(4) 车辆进入车位后进行回转行驶摆正车身时, 要避免车身右前点与车位前方障碍物发生碰撞, 要求当  $y_B$  小于 0 时,  $x_B$  不大于  $l_c$ , 即: 当  $y_B \leq 0$  时,  $x_B \leq l_c$ 。

(5) 车辆进入车位后, 要避免车辆右后点与车位右侧障碍物发生碰撞, 要求  $y_C$  最小值不小于  $-l_k$ , 即当  $x \in [0, x_0]$  时,  $\min y_C \geq -l_k$ 。

(6) 车辆进入车位后, 要避免车辆右前点与车位右侧障碍物发生碰撞, 要求  $y_B$  最小值不小于  $-l_k$ ,

即当  $x \in [0, x_0]$  时,  $\min y_B \geq -l_k$ 。

(7) 车辆在车位中, 要避免车身右后点与车位后方障碍发生碰撞, 当  $x \in [0, x_0]$  时,  $\min x_C \geq 0$ 。

(8) 车辆在车位内时, 要避免车身左前点与车位后方障碍发生碰撞, 当  $y_A \leq 0$  时,  $\max x_A \leq l_c$ 。

(9) 泊车结束时车辆完全进入车位中, 要求当  $x = x_{\text{end}}$  时,  $y_D \leq 0$ , 且  $y_A \leq 0$ ,  $x_{\text{end}}$  为泊车结束时后轴中点的 X 轴方向坐标。

### 2.1.2 车辆参数约束

车辆前轴转向角度范围和转向角速度决定了车辆运动的灵活性, 若所跟踪的目标路径曲率过大或曲率变化过快, 车辆将无法跟踪目标路径, 规划的路径将失去引导车辆运动的意义。因此在路径规划时, 还必须研究决定所规划路径实用性的关键因素, 即车辆转向角度和转向角速度对泊车路径的约束。

由式(2)、(3)可得车辆前轴等效车轮转向角度

$$\varphi = \arctan \left[ \frac{L(\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y})}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}} \right] \quad (8)$$

记  $\omega$  为车辆前轴等效车轮转向角速度,  $t$  为时间, 则

$$\omega = d\varphi/dt \quad (9)$$

可得

$$\omega = \frac{d\varphi}{du} \frac{du}{ds} \frac{ds}{dt} \quad (10)$$

联立式(8)~(10), 可得

$$\omega = vL[(\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - 3(\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y})(\ddot{x}\dot{x} + \ddot{y}\dot{y})] / [(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^3 + L^2(\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y})^2] \quad (11)$$

式中:  $v$  为车辆沿路径行驶速度。

由式(11)可知, 当泊车路径曲线控制点确定后, 车辆沿路径行驶时, 车轮转向角速度与车速有关, 因此, 将式(11)改写为

$$\omega = v_{\max} L[(\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y})(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - 3(\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y})(\ddot{x}\dot{x} + \ddot{y}\dot{y})] / [(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^3 + L^2(\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y})^2] \quad (12)$$

式中:  $v_{\max}$  为泊车过程中允许的最高车速。

为保证泊车路径的可跟踪性, 泊车路径需满足以下约束:

(1) 最小转弯半径约束。路径曲率不大于后轴中点轨迹曲率, 即要求路径最大曲率  $\max |\rho| \leq 1/R_{\min}$ ,  $R_{\min}$  为车辆后轴中点最小转弯半径。

(2) 前轴转向角速度约束。要求车辆沿路径行驶时, 所需前轴等效车轮转向角速度不大于前轴最大等效转向角速度, 即  $\max |\omega| \leq \omega_{\max}$ ,  $\omega_{\max}$  为前轴最大等效车轮转向角速度。

综上分析, 建立泊车路径约束, 即

$$\left| \frac{\ddot{x}\dot{y} - \dot{x}\ddot{y}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}} \right| \leq \frac{1}{R_{\min}} \quad (13)$$

$$|\omega| \leq \omega_{\max} \quad (14)$$

### 2.1.3 停放规范性约束

(1) 为保证路径起始点与车辆起始点重合, 增加路径起始点位置约束:  $\sqrt{(x_{\text{ini}} - x_0)^2 + (y_{\text{ini}} - y_0)^2} \leq \epsilon_1$ , 其中  $\epsilon_1$  为小正数, 本文取  $\epsilon_1 = 0.001$  m。

(2) 为避免车辆在泊车路径起始点处出现原地转向现象, 添加路径起始点曲率约束: 当  $x = x_{\text{ini}}$  时,  $|\rho| \leq \epsilon_2$ ,  $\epsilon_2$  为小正数, 本文取  $\epsilon_2 = 0.005 \text{ m}^{-1}$ , 对应轮胎转角为  $0.689^\circ$ , 可认为在泊车初始点无原地转向现象。

(3) 为使车辆在泊车结束时轮胎回正, 添加路径终止点曲率约束: 当  $x = x_{\text{end}}$  时,  $|\rho| \leq \epsilon_2$ 。

(4) 为保证泊车路径始点处切线与车位平行, 添加路径起始点处切线斜率约束: 当  $x = x_{\text{ini}}$  时,  $|\theta| \leq \epsilon_3$ , 本文取  $\epsilon_3 = 0.001$  rad。

## 2.2 B 样条曲线

工程中应用的拟合曲线有 2 类: ① 生成的曲线通过所有给定点, 如抛物样条曲线和三次参数样条曲线; ② 不一定通过给定的点, 而是比较好地接近已给定的点, 代表性曲线为 Bézier 曲线与 B 样条曲线。Bézier 曲线的形状通过一组特征多边折线的顶点确定, 且只有第 1 个顶点和最后一个顶点在曲线上, 其余顶点则用于定义曲线的阶数、导数及形状, 第 1 条和最后一条边为曲线在两端点处的切线方向。因此 Bézier 曲线在应用中存在一定不足, 特征多边形顶点个数确定后, 曲线的阶次无法更改, 导致 Bézier 曲线缺乏灵活性, 当顶点数过多时, 曲线的阶次较高, 特征多边形对曲线形状的控制能力降低。另外, 所定义的曲线在定义域内均受到全部顶点的影响, 使得曲线不能进行局部修改。B 样条曲线是在保留 Bézier 曲线优点的同时, 克服其由于整体表示带来的不能局部修改的缺点, 及解决在描述复杂形状时带来的连接问题下提出的灵活曲线。B 样条表达式如下

$$Q_{i,n}(u) = \sum_{k=0}^n [P_{i+k} F_{k,n}(u)] \quad (15)$$

$$F_{k,n}(u) = \frac{1}{n!} \sum_{j=0}^{n-k} [(-1)^j C_{n+1}^j (u+n-k-j)^n] \quad (16)$$

式中:  $0 \leq u \leq 1$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ;  $i = 1, 2, \dots, m-n$ ;  $m$  为控制点个数;  $n$  为样条曲线阶次; 整条曲线由  $m-n$  段 B 样条曲线平滑连接而成, 每段曲线由  $n+$

1 个控制点生成;  $P_{i+k}$  为第  $i+k$  个控制点的坐标;  $F_{k,n}$  为  $n$  次 B 样条的基函数;  $Q_i$  为第  $i$  段曲线上任意一点的坐标。

由式(15)、(16)可知,可通过改变曲线控制点控制曲线的形状,因此本文采用 B 样条理论通过改变控制点位置求得合理的路径曲线。由式(2)、(12)可知车辆行驶性能约束要求  $x, y$  至少 3 次可导,为保证低速泊车过程中车轮转向角速度连续,并降低路径规划计算量,选择 4 次 B 样条曲线进行路径规划,样条基函数  $F_{i,4}(u)$  见式(17),即

$$F_{i,4}(u) = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} u^4 \\ u^3 \\ u^2 \\ u \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ -4 & 12 & -12 & 4 & 0 \\ 6 & -6 & 6 & 0 & 0 \\ -4 & -12 & 12 & 4 & 0 \\ 1 & 11 & 11 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

由式(17)可得 4 次 B 样条表达式及 1~3 阶导数函数如下

$$(x, y) = \frac{1}{24} (u^4, u^3, u^2, u, 1) \mathbf{GP} \quad (18)$$

$$\left( \frac{dx}{du}, \frac{dy}{du} \right) = \frac{1}{24} (4u^3, 3u^2, 2u, 0, 0) \mathbf{GP} \quad (19)$$

$$\left( \frac{d^2x}{du^2}, \frac{d^2y}{du^2} \right) = \frac{1}{24} (12u^2, 6u^2, 2, 0, 0) \mathbf{GP} \quad (20)$$

$$\left( \frac{d^3x}{du^3}, \frac{d^3y}{du^3} \right) = \frac{1}{24} (24u, 6, 0, 0, 0) \mathbf{GP} \quad (21)$$

其中

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ -4 & 12 & -12 & 4 & 0 \\ 6 & -6 & 6 & 0 & 0 \\ -4 & -12 & 12 & 4 & 0 \\ 1 & 11 & 11 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \\ P_{i+3} \\ P_{i+4} \end{bmatrix}, i=1, 2, \dots, m-4$$

式中:  $P_i \sim P_{i+4}$  为产生第  $i$  段 B 样条曲线的 5 个控制点。

### 2.3 多非线性约束的泊车路径函数

综合考虑上述约束,以控制点坐标为优化变量,以车辆到达路径终点时车身与车位夹角最小化为目标建立路径方程,即

$$\min |\theta_{\text{end}}| (P_1, P_2, \dots, P_m) \quad (22)$$

等式约束条件为

$$\left. \begin{aligned} (x, y) &= (u^4, u^3, u^2, u, 1) \mathbf{GP} / 24 \\ (\dot{x}, \dot{y}) &= (4u^3, 3u^2, 2u, 1, 0) \mathbf{GP} / 24 \\ (\ddot{x}, \ddot{y}) &= (12u^2, 6u, 2, 0, 0) \mathbf{GP} / 24 \\ (\ddot{x}, \ddot{y}) &= (24u, 6, 0, 0, 0) \mathbf{GP} / 24 \\ \theta &= \arctan(\dot{y} / \dot{x}) \\ \rho &= (\dot{x} \ddot{y} - \ddot{x} \dot{y}) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{-\frac{3}{2}} \\ \omega &= v_{\max} L [(\dot{x} \ddot{y} - \ddot{x} \dot{y}) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \\ &\quad 3(\ddot{x} \dot{y} - \dot{x} \ddot{y}) (\dot{x} \ddot{x} + \dot{y} \ddot{y})] / [(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^3 + \\ &\quad L^2 (\dot{x} \ddot{y} - \ddot{x} \dot{y})^2] \\ x_A &= x + (L_f + L) \cos(\theta) - (L_k / 2) \sin(\theta) \\ y_A &= y + (L_f + L) \sin(\theta) + (L_k / 2) \cos(\theta) \\ x_B &= x + (L_f + L) \cos(\theta) + (L_k / 2) \sin(\theta) \\ y_B &= y + (L_f + L) \sin(\theta) - (L_k / 2) \cos(\theta) \\ x_C &= x - L_r \cos(\theta) + (L_k / 2) \sin(\theta) \\ y_C &= y - L_r \sin(\theta) - (L_k / 2) \cos(\theta) \\ x_D &= x - L_r \cos(\theta) - (L_k / 2) \sin(\theta) \\ y_D &= y - L_r \sin(\theta) + (L_k / 2) \cos(\theta) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

不等式约束条件为

$$\left. \begin{aligned} y_A &\leq l_w, x \in [0, x_o] \\ \tan(\theta)(l_c - x_C) + y_C &\geq 0, x_B \geq l_c \cap x_C \leq l_c \\ \min x_D &\geq 0, x \in [0, x_o] \\ x_B &\leq l_c, y_B \leq 0 \\ -l_k &\leq \min y_C, x \in [0, x_o] \\ -l_k &\leq \min y_B, x \in [0, x_o] \\ \min x_C &\geq 0, x \in [0, x_o] \\ \max x_A &\leq l_c, y_A \leq 0 \\ y_A &\leq 0, x = x_{\text{end}} \\ y_D &\leq 0, x = x_{\text{end}} \\ \max |\rho| &\leq \rho_{\max}, x \in [0, x_o] \\ \max |\omega| &\leq \omega_{\max}, x \in [0, x_o] \\ \sqrt{(x_{\text{ini}} - x_o)^2 + (y_{\text{ini}} - y_o)^2} &\leq \epsilon_1 \\ |\rho| &\leq \epsilon_2, x = x_{\text{ini}} \\ |\rho| &\leq \epsilon_2, x = x_{\text{end}} \\ |\theta| &\leq \epsilon_3, x = x_{\text{ini}} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

## 3 仿真实例及分析

### 3.1 仿真实例设计

车辆参数见表 1,由上述方法建立泊车约束数学模型,参考文献[12],选择车位尺寸为 7 m × 2.4 m,道路宽度为 4 m,根据车辆相对车位不同泊车起始点,选择 3 种泊车情况,环境参数见表 2。

表 1 车辆参数  
Tab. 1 Vehicle Parameters

参数	数值	参数	数值
$L/\text{m}$	2.405	$L_k/\text{m}$	1.645
$L_f/\text{m}$	0.80	$L_r/\text{m}$	0.95
$\varphi_{\max}/\text{rad}$	$\pi/6$	$\omega_{\max}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	$\pi/6$

注： $\varphi_{\max}$ 为前轴最大等效车轮转向角度。

表 2 泊车环境参数  
Tab. 2 Parameters of Parking Environment m

泊车工况	初始位置		车位尺寸	
	$x_o$	$y_o$	$l_c$	$l_k$
①	8.5	1.3	7.0	2.4
②	10.0	2.3	7.0	2.4
③	8.5	1.3	6.5	2.4

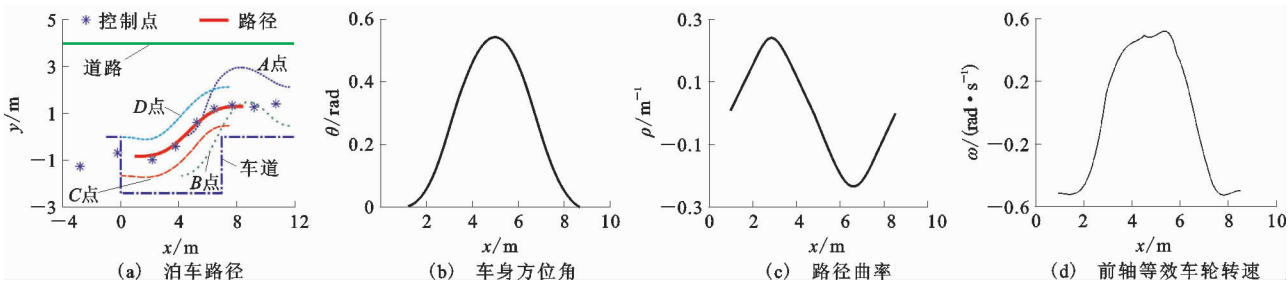


图 4 泊车工况①路径规划结果

Fig. 4 Planning Path Results for Parking Condition ①

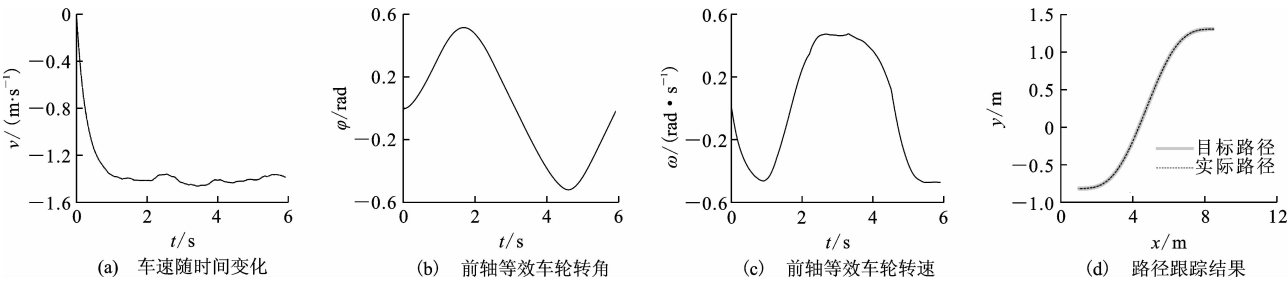


图 5 泊车工况①仿真结果

Fig. 5 Simulation Results for Parking Condition ①

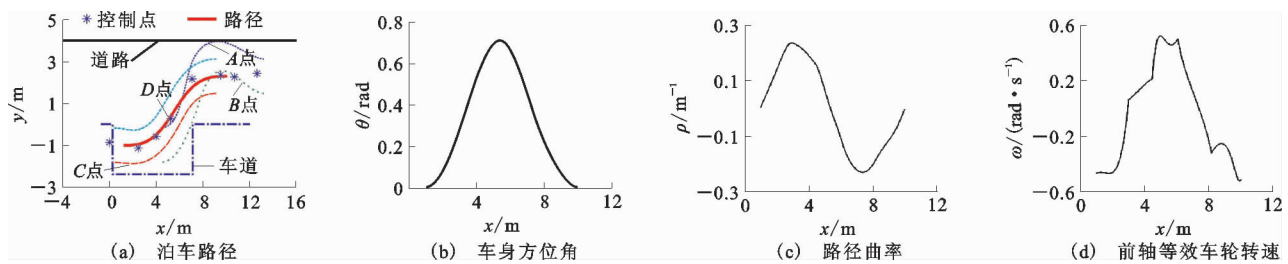


图 6 泊车工况②路径规划结果

Fig. 6 Planning Path Results for Parking Condition ②

3.2 仿真结果分析

(1)由图 4(a)、图 6(a)、图 8(a)可知,车辆从起始点出发沿该路径进入目标车位,且与周围物体无交集,即不发生碰撞。由图 4(b)和图 6(b)可知,泊车路径起始点处切线斜率为 0,即与车位平行,终点

路径曲线控制点过少不易求得满足各约束条件的路径,控制点过多将会增加方程求解难度。根据经验选择 9 个控制点的 4 次 B 样条曲线对上述 3 种泊车环境进行轨迹规划。根据式(22)~(24)利用 MATLAB 软件非线性多约束优化函数 Fmincon 求得相应路径曲线控制点。在 Simulink 中建立仿真模型,车速为  $1.3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,车速波动为  $\pm 0.2\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,路径规划及泊车仿真结果如图 4~9 所示,路径曲线控制点如表 3~5 所示,仿真模型及路径跟踪控制方法见文献[13]。

处切线斜率为 0,即车辆平行车位停放。由图 4(c)、图 6(c)、图 8(c)可知,路径曲率均不大于  $0.238\text{ m}^{-1}$ ,即满足车辆最小转弯半径约束。曲线起始点处曲率分别为  $-0.003\ 2$ ,  $-0.003\ 1$ ,  $-0.003\ 45\text{ m}^{-1}$ ,对应前轴等效车轮转向角度  $-0.458^\circ$ ,  $-0.428^\circ$ ,

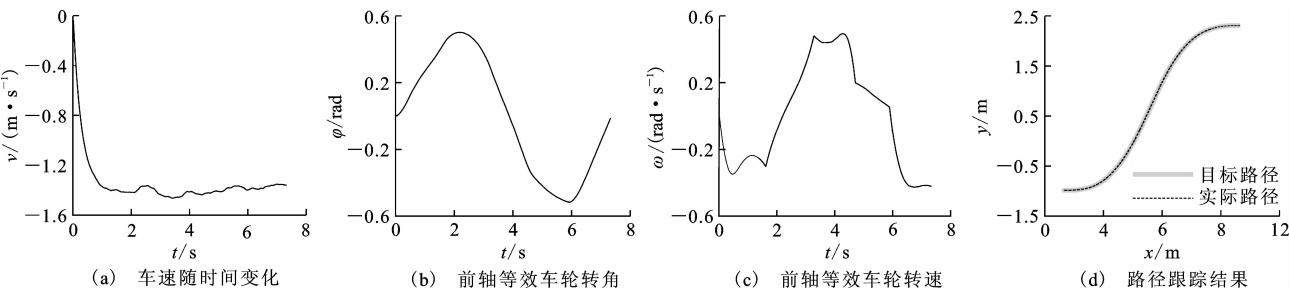


图 7 泊车工况②仿真结果

Fig. 7 Simulation Results for Parking Condition ②

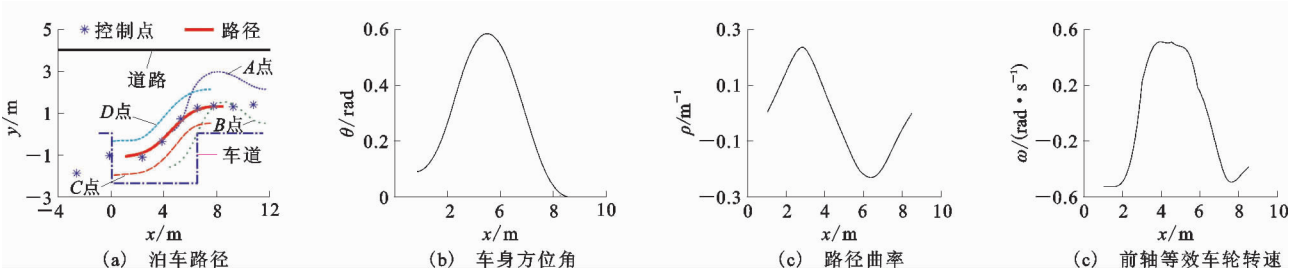


图 8 泊车工况③路径规划结果

Fig. 8 Planning Path Results for Parking Condition ③

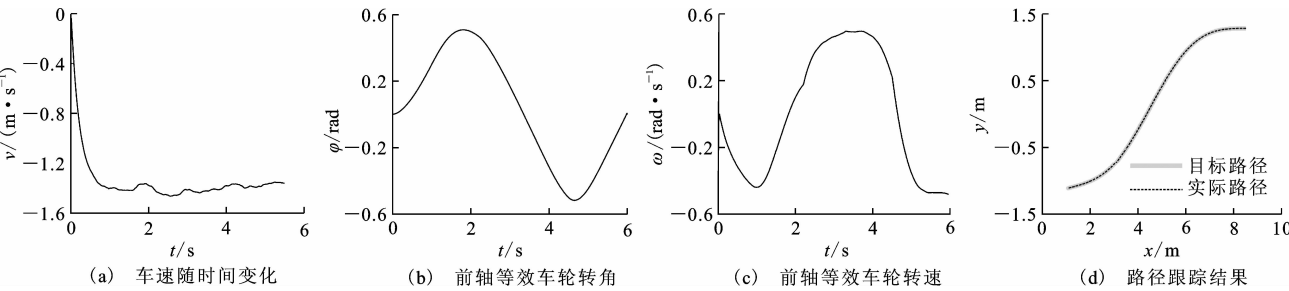


图 9 泊车工况③仿真结果

Fig. 9 Simulation Results for Parking Condition ③

表 3 泊车工况①路径控制点

Tab. 3 Control Vertices of Path in Parking Condition ① m

控制点	$x$	$y$	控制点	$x$	$y$
$P_1$	10.769	1.410	$P_6$	3.799	-0.398
$P_2$	9.252	1.263	$P_7$	2.188	-0.972
$P_3$	7.726	1.337	$P_8$	-0.202	-0.685
$P_4$	6.480	1.189	$P_9$	-2.810	-1.257
$P_5$	5.277	0.622			

注: $x,y$  分别为  $x$  轴、 $y$  轴的坐标。

表 4 泊车工况②路径控制点

Tab. 4 Control Vertices of Path in Parking Condition ② m

控制点	$x$	$y$	控制点	$x$	$y$
$P_1$	12.599	2.430	$P_6$	3.817	-0.590
$P_2$	10.619	2.257	$P_7$	2.251	-1.144
$P_3$	9.423	2.343	$P_8$	-0.269	-0.867
$P_4$	6.937	2.169	$P_9$	-2.654	-1.421
$P_5$	5.068	0.266			

表 5 泊车工况③路径控制点

Tab. 5 Control Vertices of Path in Parking Condition ③ m

控制点	$x$	$y$	控制点	$x$	$y$
$P_1$	10.763	1.380	$P_6$	3.822	-0.388
$P_2$	9.228	1.273	$P_7$	2.311	-1.149
$P_3$	7.747	1.327	$P_8$	-0.187	-1.068
$P_4$	6.507	1.219	$P_9$	-2.673	-1.917
$P_5$	5.250	0.695			

$-0.476^\circ$ , 可认为泊车起点处不需车辆原地转向。路径终点处曲率分别为  $1.19 \times 10^{-4}$ ,  $1.16 \times 10^{-4}$ ,  $1.15 \times 10^{-4} m^{-1}$ , 可认为车轮摆正。由图 4(d)、图 6(d)、图 8(d) 可知, 当车辆以定速  $1.5 m \cdot s^{-1}$  行驶时, 前轴等效车轮转速均不大于  $0.523 rad \cdot s^{-1}$ , 满足前轴车轮转速约束。当车辆以速度  $1.3 m \cdot s^{-1}$ , 车速波动  $\pm 0.2 m \cdot s^{-1}$  沿规划的路径行驶时, 前轴等效车轮转角如图 5(b)、图 7(b)、图 9(b) 所示, 最

大前轴等效车轮转角分别为  $0.521, 0.520, 0.522$  rad, 均不大于前轴最大等效车轮转角  $\varphi_{\max}$ , 满足车辆转向角度约束。前轴等效车轮转向角速度如图 5(c)、图 7(c)、图 9(c) 所示, 最大转速分别为  $0.476, 0.496, 0.498 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , 均不大于  $\omega_{\max}$ , 即满足车辆前轴车轮转向角速度约束, 转速缓慢连续变化, 有利于控制器实现对车辆的转向控制。由图 5(d)、图 7(d)、图 9(d) 可知, 当车速不高于  $1.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  时, 车辆可以严格沿着目标路径运动。

(2) 对比图 4 和图 6 可知, 相同车位, 不同泊车起始点, 可通过调整优化泊车路径曲线控制点, 使满足车辆避障要求、车辆方向盘转角和转速约束, 车辆以  $1.3 \pm 0.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  运动时, 通过缓慢连续调整方向盘转角, 使车辆沿目标路径行驶。

(3) 对比图 4 与图 8 可知, 由于工况③中车位空间较小, 规划出的泊车路径曲线终点处切线与车位存在一定夹角。由图 9 可知, 车辆沿目标路径进入车位, 到达路径终点时未能与车位平行停放, 但规划处的泊车路径满足了车辆避障要求、车辆前轴转向角约束和转速约束, 并最终使车辆完全进入车位中。对比工况①、③可知, 当车位空间较小时, 采用基于样条理论的泊车路径规划方法, 依然可以求得满足车辆避障约束、行驶性能约束以及车辆完全进入车位要求的泊车路径。另外, 若车辆在路径终点时未能与车位平行停放, 可采用文献[13]中提出的车辆姿态调整策略进行调整, 使车辆平行于车位停放, 具体方法见文献[13]。

## 4 结 语

(1) 针对现有路径规划方法存在的不足, 采用 B 样条理论进行泊车路径设计。综合考虑泊车避障约束、车辆方向盘转向角度和转向角速度约束、车辆停放规范性要求等约束, 以样条曲线控制点为变量, 泊车路径终点处车身与车位夹角最小化为目标, 建立泊车路径函数。

(2) 设计 3 种泊车工况, 并进行泊车路径规划。规划结果表明, 基于 B 样条理论的泊车路径规划方法, 可求得满足泊车多个非线性约束的路径曲线。在 Simulink 中进行路径跟踪仿真, 仿真结果表明, 综合考虑车辆方向盘转角和转速约束的泊车路径, 曲率连续且变化缓和, 有利于车辆跟踪, 有助于泊车

控制器成功完成泊车任务。该路径规划方法可为垂直泊车和斜向泊车路径规划提供参考。

(3) 相比基于圆弧曲线的泊车路径, 基于 B 样条理论的泊车路径降低了泊车系统对驾驶人速度控制的难度, 只需驾驶人控制车辆不高于限定车速行驶就可完成泊车操作, 不需驾驶人泊车在过程中减速或停车, 且泊车过程中方向盘转角连续平缓变化, 有利于转向控制系统跟踪并实现目标方向盘转角。

(4) 下一步工作将基于超声传感技术与视觉技术对车位检测和车辆高精度定位方法进行研究, 最后组建泊车系统进行实车泊车试验。

## 参考文献:

## References:

- [1] GORINEVSKY D, KAPITANOVSKY A, GOLD-ENERG A. Neural Network Architecture for Trajectory Generation and Control of Automated Car Parking[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1996, 4(1): 50-56.
- [2] LI T H S, CHANG S J. Autonomous Fuzzy Parking Control of a Car-like Mobile Robot[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part A: Systems and Humans, 2003, 33(4): 451-465.
- [3] ZHAO Y, COLLINS E G. Robust Automatic Parallel Parking in Tight Spaces via Fuzzy Logic[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2005, 51(2): 111-127.
- [4] CHANG S J, LI T H S. Design and Implementation of Fuzzy Parallel-parking Control for a Car-type Mobile Robot[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2004, 34(2): 175-194.
- [5] DEMIRLI K, KHOSHNEJAD M. Autonomous Parallel Parking of a Car-like Mobile Robot by a Neuro-fuzzy Sensor-based Controller[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160(19): 2876-2891.
- [6] MULLER B, DEUTSCHER J, GRODDE S. Continuous Curvature Trajectory Design and Feed Forward Control for Parking a Car[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2007, 15(3): 541-553.
- [7] CHOI J W, CURRY R E, ELKAIM G H. Continuous Curvature Path Generation Based on Bézier Curves for Autonomous Vehicles[J]. IAENG International Journal of Applied Mathematics, 2010, 40(2): 91-101.
- [8] 李 红, 郭孔辉, 宋晓琳, 等. 基于 MATLAB 的多约



- 束自动平行泊车轨迹规划[J]. 中南大学学报:自然科学版,2013,44(1):101-106.
- LI Hong, GUO Kong-hui, SONG Xiao-lin, et al. Trajectory Planning of Automatic Parallel Parking with Multi-constraints Based on MATLAB[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2013, 44(1): 101-106.
- [9] GOMEZ-BRAVO F, CUESTA F, OLLERO A, et al. Continuous Curvature Path Generation Based on  $\beta$ -spline Curves for Parking Manoeuvres[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2008, 56(4): 360-372.
- [10] 李红, 郭孔辉, 宋晓琳. 基于样条理论的自动垂直泊车轨迹规划[J]. 湖南大学学报:自然科学版, 2012, 39(7): 25-30.
- LI Hong, GUO Kong-hui, SONG Xiao-lin. Trajectory Planning of Automatic Vertical Parking Based on Spline Theory[J]. Journal of Hunan University: Natural Science, 2012, 39(7): 25-30.
- [11] 宋金泽. 自主泊车系统关键技术研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2009.
- SONG Jin-ze. Research on the Key Technology for Auto-parking System[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009.
- [12] CJJ 37-90, 城市道路设计规范[S].
- CJJ 37-90, Code for Design of Municipal Road[S].
- [13] 郭孔辉, 李红, 宋晓琳, 等. 自动泊车系统路径跟踪控制策略研究[J]. 中国公路学报, 2015, 28(9): 106-114.
- GUO Kong-hui, LI Hong, SONG Xiao-lin, et al. Study on Path Tracking Control Strategy of Automatic Parking System[J]. China Journal of Highway and Transport, 2015, 28(9): 106-114.
- 
- (上接第111页)
- [24] 魏新江, 陈伟军, 魏纲, 等. 盾构隧道施工引起的土体初始超孔隙水压力分布研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(7): 2103-2109.
- WEI Xin-jiang, CHEN Wei-jun, WEI Gang, et al. Research on Distribution of Initial Excess Pore Water Pressure Due to Shield Tunnelling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(7): 2103-2109.
- [25] 蒋洪胜, 侯学渊. 盾构掘进对隧道周围土层扰动的理论与实测分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(9): 1514-1520.
- JIANG Hong-sheng, HOU Xue-yuan. Theoretical Study and Analysis of Site Observation on the Influence of Shield Excavation on Soft Clays Around Tunnel[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(9): 1514-1520.
- [26] 余芳涛, 韩日美, 刘庚, 等. 西安地铁双线隧道地表沉降预测模型研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2011, 31(5): 560-566.
- SHE Fang-tao, HAN Ri-mei, LIU Geng, et al. Research on Calculation Model of Settlement Trough of Xi'an Subway with Double Lines[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2011, 31(5): 560-566.
- [27] 张克恭, 刘松玉. 土力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
- ZHANG Ke-gong, LIU Song-yu. Soil Mechanics[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010.
- [28] 璩继立. 盾构施工引起地面长期沉降研究[D]. 上海: 同济大学, 2002.
- QU Ji-li. Study on Ground Long-term Settlement Induced by Shield Construction[D]. Shanghai: Tongji University, 2002.
- [29] O'REILLY M P, NEW B M. Settlements Above Tunnels in the United Kingdom: Their Magnitude and Prediction[C]//JONES M J. Proceedings of the 3rd International Symposium on Tunnelling. London: Institution of Mining and Metallurgy, 1982: 173-181.
- [30] 张飞进, 高文学. 盾构隧道沉降影响因素分析与施工优化[J]. 北京工业大学学报, 2009, 35(5): 621-625.
- ZHANG Fei-jin, GAO Wen-xue. Shield Tunnel Subsidence Influence Factor Analysis and Construction Optimization[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2009, 35(5): 621-625.
- [31] 魏纲, 杨泽飞, 林磊磊. 砂质粉土地区盾构施工引起的地面沉降研究[J]. 武汉理工大学学报, 2012, 34(12): 93-96.
- WEI Gang, YANG Ze-fei, LIN Lei-lei. Study on Surface Settlement Due to Tunnel Construction with Shield in Sandy Silt Area[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2012, 34(12): 93-96.
- [32] 杨坪, 唐益群, 王建秀, 等. 基于大变形的冲填土自重固结分析及离心模型试验[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(6): 1212-1219.
- YANG Ping, TANG Yi-qun, WANG Jian-xiu, et al. Study on Consolidation Settlement of Dredger Fill Under Deadweight Using Large Strain Theory and Centrifuge Model Test[J]. Chinese Journal Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(6): 1212-1219.