

姓名

学号

专业

任课教师

## 南开大学 2014 级“一元函数积分 (信)”结课统考试卷 (A 卷) 2015 年 1 月 19 日

(说明:答案务必写在装订线右侧,写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	一	二	三	四	五	六	七	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分										

## 一、选择题(每小题 4 分)

一题得分	
------	--

(1) 设  $f(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\cos t} \sin t dt$ , 则  $f(x) =$  ( ):

(A) 为正常数; (B) 为负常数; (C) 恒为零; (D) 不为常数。

(2) 设  $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ ,  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ , 则  $F(x) =$  ( ):

$$(A) \begin{cases} \frac{x^3}{3}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{3} + 2x - \frac{x^2}{2}, & 1 < x \leq 2 \end{cases}; (B) \begin{cases} \frac{x^3}{3}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2x - \frac{x^2}{2}, & 1 < x \leq 2 \end{cases};$$

$$(C) \begin{cases} \frac{x^3}{3}, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{x^2}{2}, & 1 < x \leq 2 \end{cases}; (D) \begin{cases} \frac{x^3}{3}, & 0 \leq x \leq 1 \\ -\frac{7}{6} + 2x - \frac{x^2}{2}, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

(3) 设  $f(x) = \int_0^{x^2} (1 - \cos t) dt$ ,  $g(x) = x^4 + x^5$ , 则当  $x \rightarrow 0$ ,  $f(x)$  是  $g(x)$  的( ):

(A) 低阶无穷小; (B) 高阶无穷小; (C) 等价无穷小; (D) 同阶, 不等价无穷小。

(4) 设函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上连续, 且  $f(x) > 0$ , 则方程  $\int_a^x f(t) dt + \int_b^x \frac{1}{f(t)} dt = 0$ , 在  $(a, b)$  内的根有 ( ):

(A) 0 个; (B) 2 个; (C) 1 个; (D) 无穷多个

(5) 对函数  $z = f(x, y)$ , 下列结论正确的是( ),

(A)  $f$  有偏导数, 则  $f$  连续; (B)  $f$  可微, 则  $f$  有连续偏导数; (C)  $f$  偏导数存在, 则  $f$  可微; (D)  $f$  可微, 则它有偏导数。

草稿区

姓名	
学号	
专业	
任课教师	
姓名	

二、填空题（每小题 4 分）：

(1)  $\int_0^{14} |x-7| dx =$  \_\_\_\_\_

(2) 设  $\int f(x) dx = \arctan x^2 + C$  , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_

(3) 设非零连续函数  $f(x)$  满足  $\int_0^{x^3-1} f(t) dt = \frac{3}{4} x^4$  , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_

(4) 原点到平面  $2x + 2y + z + 6 = 0$  的距离是 \_\_\_\_\_

(5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\int_0^{x^2} (e^{t^2} - 1) dt}{\ln(1+x^6)} \right] =$  \_\_\_\_\_

三、求下列不定积分：（每小题 5 分）

(1)  $\int \frac{x^2}{(x-1)^8} dx$  ；

(2)  $\int x^2 \arctan x dx$  ；

(3)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+1}$  ；

(4)  $\int \frac{\cos x}{\cos^2 x + 2 \sin x + 2} dx$

草稿区

二题 得分	
----------	--

三题 得分	
----------	--

(信) A4-2

四题 得分	
----------	--

四、求下列定积分（含定积分的应用）（每小题 5 分）：

$$(1) \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx ;$$

$$(2) \int_{-1}^1 \frac{x^3 + (\arcsin \frac{x}{2})^2}{\sqrt{4-x^2}} dx ;$$

(3) 求由曲线  $y = x^2$  和  $x = y^2$  所围的图形，绕  $y$  轴旋转所得旋转体的体积。

$$(4) \text{ 设 } f(2)=1, f'(2)=0, \int_0^2 f(x)dx=1, \text{ 求 } \int_0^1 x^2 f''(2x)dx。$$

姓名

(信) A4-3

五题  
得分

五、(8分) 设函数  $f(u, v)$  有连续的二阶偏导数,  $z = f(xy, \frac{x}{y})$ ,

(1) 试求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ; (2) 若  $f'_u(0,1) = 1, f'_v(0,1) = -1$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big|_{(x,y)=(0,1)}$

六、(6分) 设函数  $f(x)$  连续,  $\phi(x) = \int_0^1 f(xt) dt$ , 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$ , ( $A$  为常数),

(1) 求  $\phi'(x)$ ; (2) 证明:  $\phi'(x)$  在  $x=0$  处连续。

六题 得分	
----------	--

七、(6分) 设  $f(x) = \int_x^{x+1} \cos t^2 dt$ , 证明:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

七题 得分	
----------	--