第一章

一.　　填空题

1．求下列各排列的逆序数 t：

3 5 2 1 4 ， $t=$________； 3 4 2 5 1 ， $t=$________； 2 5 4 3 1 ， $t=$________。

2．求下列各排列的逆序数 t：

1 2 3 4 ， $t=$_________； 3 4 2 1 ， $t=$_________； 2 4 1 3 ， $t=$__________。

3．已知行列式

$$D=\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$，计算余子式：$M_{23}=$______，$M_{32}=$______，$M_{33}=$______。

4．已知行列式

$$D=\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}$$，计算余子式：$M_{21}=$______，$M_{13}=$______，$M_{22}=$______。

5．已知行列式

$$D=\begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$，计算代数余子式：$A_{12}=$_____，$A_{22}=$_____，$A_{13}=$______。

6．已知行列式

$$D=\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}$$，计算代数余子式：$A_{11}=$_____，$A_{23}=$_____，$A_{32}=$______。

7．计算三阶行列式

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}=$$__________，$$\begin{vmatrix} b & a & c \\ c & b & a \\ a & c & b \end{vmatrix}=$$___________，$$\begin{vmatrix} b & a & a \\ c & b & b \\ a & c & c \end{vmatrix}=$$___________。

8．计算三阶行列式（未写出的元素为 0）

$$\begin{vmatrix} a & & \\ & b & \\ & & c \end{vmatrix}=$$__________，$$\begin{vmatrix} & & a \\ & b & \\ c & & \end{vmatrix}=$$___________，$$\begin{vmatrix} a & & \\ d & b & \\ e & f & c \end{vmatrix}=$$___________。

9．计算三阶行列式

$D=\begin{vmatrix}2&1&k\\0&2&4\\k&1&0\end{vmatrix}=$__________；当$k=$________、________时，得$D=-8$。

10．计算三阶行列式

$D=\begin{vmatrix}k&1&-k\\1&1&1\\k&1&k\end{vmatrix}=$__________；当$k=$________、________时，得$D=4$。

11．计算三阶行列式

$D=\begin{vmatrix}k&3&4\\-1&k&0\\0&k&1\end{vmatrix}=$__________；当$k=$_____、_____时，得$D=0$。

12．计算三阶行列式

$D=\begin{vmatrix}k&-1&1\\-1&k&1\\1&1&1\end{vmatrix}=$__________；当$k=$_____、_____时，得$D=0$。

13．已知方程组$\begin{cases}kx_1-x_2=1\\3x_1+2x_2=5\end{cases}$。系数行列式$D=$__________；若方程组有唯一解，则$D=$__________，此时得$k=$_____________。

14．已知方程组$\begin{cases}2x_1-kx_2=2\\x_1+x_2=3\end{cases}$。系数行列式$D=$__________；若方程组有唯一解，则$D=$__________，此时得$k=$_____________。

15．已知方程组$\begin{cases}3x_1-kx_2=0\\x_1+2x_2=0\end{cases}$。系数行列式$D=$__________；若方程组有非零解，则$D=$__________，此时得$k=$_____________。

16．已知方程组$\begin{cases}-x_1+2kx_2=0\\2x_1-8x_2=0\end{cases}$。系数行列式$D=$__________；若方程组有非零解，则$D=$__________，此时得$k=$_____________。

第二章

一．填空题

1．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$。

$A^T=$__________，$A^TB=$__________，$A^TBA=$__________。

2．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$。

$AB=$__________，$BA=$__________，$AB^T=$__________。

3．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$。

$A^T=$__________，$B^T=$__________，$(AB)^T=$__________。

4．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$。

$AB=$__________，$BA=$__________，$(BA)^T=$__________。

5．已知三阶方阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \end{bmatrix}$。

$AB=$__________，$3AB-2A=$__________，$A^TB=$__________。

6．已知三阶方阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$。

$2A=$__________，$3B=$__________，$2A+3B=$__________。

7．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$。

$2A^T=$__________，$3B^T=$__________，$(2A-3B)^T=$__________。

8．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}3&0&1\\0&1&3\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1&0\\0&2\\1&0\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}2&1\\1&3\end{bmatrix}$。

$AB=$________， $BC=$________， $BCA=$________。

9．已知三维向量 $A=(1,2,3), B=(3,2,1)^T$ 。

$AB=$__________， $BA=$__________， $A+B^T=$__________。

10．已知二维向量 $A=(a_1,a_2)^T$ ，$B=(b_1,b_2)^T$ 。

$A^TB=$_________， $AB^T=$_________， $A+B=$__________。

11．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix}-4&2\\3&-1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}, E=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$。

$A+B=$__________， $AB+E=$__________， $\begin{bmatrix}A&E\\E&A\end{bmatrix}\begin{bmatrix}O&E\\E&B\end{bmatrix}=$__________。

12．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix}1&-3\\2&-0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0&1\\-2&0\end{bmatrix}, E=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$。

$A+B=$__________， $AB+E=$__________， $\begin{bmatrix}E&A\\A&E\end{bmatrix}\begin{bmatrix}B&E\\E&B\end{bmatrix}=$__________。

13．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix}\lambda&1\\0&\lambda\end{bmatrix}$。$A^2=$________， $A^3=$________， $A^n=$________。

14．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix}1&0\\0&\lambda\end{bmatrix}$。$A^2=$________， $A^3=$________， $A^n=$________。

15．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix}1&0\\\lambda&1\end{bmatrix}$。$A^2=$________， $A^3=$________， $A^n=$________。

16．已知三阶方阵 $A=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&4&-1\\0&0&2\end{bmatrix}$ ， $B=\begin{bmatrix}1&0&0\\2&-1&0\\3&4&2\end{bmatrix}$。

AB _________， $BA=$_________， $|AB|=$__________。

17．设 A、B 都是三阶方阵，已知 $|A|=-3, |B|=2$ 。

$|2A|=$___________， $|3B|=$___________， $|2AB|=$__________。

18．设 A、B 都是三阶方阵，已知 $|A|=-2$, $|B|=-1$。

$|3A|=$__________，$|2B|=$__________，$|AB|=$__________。

19．设 A、B 都是三阶方阵，已知 $|A|=1$, $|B|=2$。

$|2A|=$__________；$|2B|=$__________；$|2AB|=$__________。

20．设 A、B 都是三阶方阵，已知 $|A|=3$, $|B|=2$。

$|2A|=$__________，$|3B|=$__________，$|AB|=$__________。

21. 设 A、B 为可逆的同阶方阵，则 $(AB)^T=$__________，$(AB)^{-1}=$__________，

$(A^T)^{-1}=$__________。

22．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix} a+b & b \\ -b & a-b \end{bmatrix}$ $(a\neq 0)$ 。

$|A|=$__________，$A^*=$__________，$A^{-1}=$__________。

23．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix} a & 2 \\ -1 & a \end{bmatrix}$。

$|A|=$__________，$A^*=$__________，$A^{-1}=$__________。

24．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1+a^2 \end{bmatrix}$。

$|A|=$__________，$A^*=$__________，$A^{-1}=$__________。

25．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$。

$|A|=$__________，$A^*=$__________，$A^{-1}=$__________。

26．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$。

$|A|=$__________，$A^*=$__________，$A^{-1}=$__________。

27．已知二阶方阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$。

$|A|=$__________，$A^*=$__________，$A^{-1}=$__________。

二．计算题

1．已知矩阵

$$A=\begin{bmatrix}2 & 1 & -1\\2 & 1 & 0\\1 & -1 & 1\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}1 & -1 & 3\\4 & 3 & 2\end{bmatrix}$$

1）求 A^{-1}；　　2）解矩阵方程 $XA=B$。

2．已知矩阵

$$A=\begin{bmatrix}4 & -2 & 1\\3 & -1 & 1\\2 & 1 & 2\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}1 & -2\\1 & 0\\3 & 4\end{bmatrix}$$

1）求 A^{-1}；　　2）解矩阵方程 $AX=B$。

3．已知矩阵

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\2 & 1 & 0\\1 & -1 & 1\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\4 & 3 & 2\\1 & 2 & 5\end{bmatrix}$$

1）求 A^{-1}；　　2）解矩阵方程 $XA=B$。

4．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}6 & 7 & 0\\0 & 2 & -4\\6 & 2 & 0\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}3 & 2 & 1\\3 & 1 & 5\\3 & 2 & 3\end{bmatrix}$

1）求 A^{-1}；　　2）解矩阵方程 $XA=B$。

5．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & -1\\2 & -1 & -3\\3 & 2 & -5\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}2\\1\\0\end{bmatrix}$

1）求 A^{-1}；　　2）解矩阵方程 $AX=B$。

6．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\1 & 2\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}0 & 2 & 0\\1 & 0 & 3\end{bmatrix}\quad C=\begin{bmatrix}3 & 0 & 1\\1 & -1 & 2\end{bmatrix}$

1）求 A^{-1}；　　2）解矩阵方程 $AX+B=C$。

7．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$　$B=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$　$C=\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

1）求 A^{-1}；　　2）解矩阵方程 $AX-B=C$。

8．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$　$B=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$　$C=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

1）求 A^{-1},B^{-1}；　　2）解矩阵方程 $AXB=C$。

9．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$　$B=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$　$C=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

1）求 A^{-1},B^{-1}；　　2）解矩阵方程 $AXB=C$。

10．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$　$B=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$　$E=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

1）求 $(E-A)^{-1}$；　　2）解矩阵方程 $X=AX+B$。

第三章

一． 填空题

1．已知三阶方阵 $A=\begin{bmatrix}3 & 2 & -1\\ 2 & -1 & 3\\ 7 & 0 & 5\end{bmatrix}$。

$|A|=$__________，$R(A)=$__________，一个最高阶非零子式__________。

2．已知三阶方阵 $A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 2\\ 1 & 3 & -4\end{bmatrix}$。

$|A|=$__________，$R(A)=$__________，一个最高阶非零子式__________。

3．写出矩阵等价三性质的符号表述（以 A、B、C 表示矩阵）：反身性__________，对称性__________，传递性__________。

4．设 A 为 n 阶方阵，已知 $|A|=n^n$。

$R(A)=$__________，$|A^{-1}|=$__________，$|nA^{-1}|=$__________。

5．设 A 为 n 阶方阵，已知 $|A|=2^n$。

$R(A)=$__________，$|A^{-1}|=$__________，$|2A^{-1}|=$__________。

6．设 A 为三阶方阵，已知 $|A|=2$。

$R(A)=$__________，$|A^{-1}|=$__________，$|2A^{-1}|=$__________。

7．设 A 为三阶方阵，已知 $|A|=\frac{1}{2}$。

$R(A)=$__________，$|A^{-1}|=$__________，$|2A^{-1}|=$__________。

8．设 A 为三阶方阵，已知 $|A|=\frac{1}{2}$。

$R(A)=$__________，$|A^{-1}|=$__________，$|A^*|=$__________。

9．设 A 为三阶方阵，已知 $|A|=2$。

$R(A)=$__________，$|A^{-1}|=$__________，$|A^*|=$__________。

10. 已知 A~B，P 与 Q 为可逆矩阵。若 $R(A)=r$，则 $R(A^T)=$______，$R(B)=$______，

$R(PAQ)=$__________。

11．n 元线性方程组 $Ax=b$ 无解的充要条件是 $R(A)$__________，有唯一解的充要条件是 $R(A)$__________，有无限多解的充要条件是 $R(A)$_____________。

12．n 元齐次线性方程组 $Ax=O$ 有非零解的充要条件是 $R(A)$__________，线性方程组 $Ax=b$ 有解的充要条件是 $R(A)$__________，矩阵方程 $AX=B$ 有解的充要条件是 $R(A)$_____________。

13．已知方程组 $Ax=b$ 为 $\begin{cases}2x_1+3x_2=7\\ x_1-2x_2=-7\end{cases}$。

$A^{-1}=$__________；$x_1=$__________，$x_2=$__________。

14．已知方程组 $Ax=b$ 为 $\begin{cases}x_1-x_2=2\\ 2x_1-x_2=1\end{cases}$。

$A^{-1}=$__________；$x_1=$__________，$x_2=$__________。

15．已知方程组 $Ax=b$ 为 $\begin{cases}x_1+2x_2=1\\ 2x_1+2x_2=2\end{cases}$。

$A^{-1}=$__________；$x_1=$__________，$x_2=$__________。

16．已知方程组 $\begin{cases}3x_1+kx_2+x_3=0\\ 4x_2+x_3=0\\ kx_1+4x_2=0\end{cases}$。

系数行列式 $D=$_________；若方程组有非零解，则 $k=$______，______。

17．已知方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=0\\ 3x_1+kx_2=0\\ kx_1+4x_2-2x_3=0\end{cases}$。

系数行列式 $D=$_________；若方程组有非零解，则 $k=$______，______。

18．已知方程组 $\begin{cases}(1-\lambda)x_1+2x_2+3x_3=0\\ 2x_1+(1-\lambda)x_2+3x_3=0\\ 3x_1+3x_2+(6-\lambda)x_3=0\end{cases}$。

若方程组有非零解，则 $\lambda=$________，________，_________。

19．已知方程组 $\begin{cases}(5-\lambda)x_1+2x_2+2x_3=0\\2x_1+(6-\lambda)x_2+\quad=0\\2x_1+\quad+(4-\lambda)x_3=0\end{cases}$。

若方程组有非零解，则 $\lambda=$________，________，_________。

20．已知方程组 $\begin{cases}(1-\lambda)x_1+x_2=1\\x_1+(1-\lambda)x_2+x_3=2\\3x_2+(1-\lambda)x_3=3\end{cases}$。

若方程组有唯一解，则 $\lambda\neq$________，________，_________。

21．已知方程组 $\begin{cases}(2-\lambda)x_1+x_2=3\\x_1+(2-\lambda)x_2=2\\+(2-\lambda)x_3=1\end{cases}$。

若方程组有唯一解，则 $\lambda\neq$________，________，_________。

22．已知方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+2x_3=0\\2x_1+x_2+x_3=0\\2x_1+2x_2+4x_3=0\end{cases}$。

$x_1=$__________，$x_2=$_________，$x_3=$__________。

23．已知方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=0\\3x_1+6x_2-x_3=0\\4x_1+8x_2=0\end{cases}$。

$x_1=$___________，$x_2=$___________，$x_3=$__________。

24．已知方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2+2x_3=0\\2x_1+x_2-2x_3=0\\x_1-x_2-4x_3=0\end{cases}$。

$x_1=$__________，$x_2=$_________，$x_3=$_________。

25．已知方程组 $\begin{cases}-x_1+2x_2+3x_3=0\\2x_1+3x_2+x_3=0\\-3x_1+4x_2+7x_3=0\end{cases}$。

$x_1=$_________，$x_2=$________，$x_3=$__________。

26．已知方程组 $\begin{cases}x_1-8x_2+2x_3=0\\2x_1+4x_2-x_3=0\\3x_1+8x_2-2x_3=0\end{cases}$。

$x_1 =$ ______，$x_2 =$ ______，$x_3 =$ ______。

27．已知方程组$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \\ -3x_1 + 8x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$。

$x_1 =$ ______，$x_2 =$ ______，$x_3 =$ ______。

二． 计算题

1．已知线性方程组

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$

1）写出增广矩阵；

2）将增广矩阵变为行阶梯形矩阵；

3）求λ为何值时，方程组无解；

4）求λ为何值时，方程组有唯一解；

5）求λ为何值时，方程组有无限多解并写出通解。

2．已知线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2 \\ -2x_1 + 4x_2 + (5-\lambda)x_3 = -\lambda - 2 \end{cases}$$

1）写出增广矩阵；

2）将增广矩阵变为行阶梯形矩阵；

3）求λ为何值时，方程组无解；

4）求λ为何值时，方程组有唯一解；

5）求λ为何值时，方程组有无限多解并写出通解。

3．已知线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + (1-\lambda)x_2 + \lambda x_3 = 3 - 2\lambda \\ x_2 + (\lambda - 1)x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 1 \end{cases}$$

1）写出增广矩阵；

2）将增广矩阵变为行阶梯形矩阵；

3）求λ为何值时，方程组无解；

4）求λ为何值时，方程组有唯一解；

5）求λ为何值时，方程组有无限多解并写出通解。

4．已知线性方程组

$$\begin{cases} x_1+2x_2+2x_3=1 \\ 2x_1+\lambda x_2+x_3=-1 \\ -x_1-2x_2+(\lambda-3)x_3=\mu \end{cases}$$

1）写出增广矩阵；

2）将增广矩阵变为行阶梯形矩阵；

3）求λ、μ为何值时，方程组无解；

4）求λ、μ为何值时，方程组有唯一解；

5）求λ、μ为何值时，方程组有无限多解并写出通解。

5．已知线性方程组

$$\begin{cases} x_1+2x_3=-1 \\ -x_1+x_2-3x_3=2 \\ 2x_1-x_2+\lambda x_3=\mu \end{cases}$$

1）写出增广矩阵；

2）将增广矩阵变为行阶梯形矩阵；

3）求λ、μ为何值时，方程组无解；

4）求λ、μ为何值时，方程组有唯一解；

5）求λ、μ为何值时，方程组有无限多解并写出通解。

第四章

一．填空题

1．已知向量组 $A: a_1=(1,-3)^T, a_2=(2,\alpha)^T$；向量 $b=(\beta,3)^T$。

当 α ____、β ____时，b 不能由 A 线性表示；

当 α ____时，b 可由 A 线性表示且表示式唯一。

2．已知向量组 $A: a_1=(\alpha,2)^T, a_2=(-2,1)^T$；向量 $b=(1,\beta)^T$。

当 α ____、β ____时，b 不能由 A 线性表示；

当 α ____时，b 可由 A 线性表示且表示式唯一。

3．判断向量组 $A: a_1=(0,\alpha)^T, a_2=(-3,\beta)^T$ 的线性相关无关性：

当 $\alpha=1$，$\beta=0$ 时，A 线性______；当 $\alpha=0$，$\beta=1$ 时，A 线性_______；

当 $\alpha=1$，$\beta=1$ 时，A 线性______。

4．判断向量组 A：$a_1=(\alpha,1)^T$，$a_2=(8,\beta)^T$ 的线性相关无关性：

当 $\alpha=4$，$\beta=2$ 时，A 线性______；当 $\alpha=1$，$\beta=0$ 时，A 线性_______；

当 $\alpha=0$，$\beta=1$ 时，A 线性______。

5．判断向量组 A：$a_1=(4,\alpha)^T$，$a_2=(\beta,3)^T$ 的线性相关无关性：

当 $\alpha=0$，$\beta=0$ 时，A 线性______；当 $\alpha=1$，$\beta=2$ 时，A 线性_______；

当 $\alpha=2$，$\beta=6$ 时，A 线性______。

6．已知向量组 A 构成的矩阵为 $\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=\begin{bmatrix} k & -1 & 1 \\ 1 & k & -1 \\ 1 & -1 & k \end{bmatrix}$。

当 $k\neq$ ____、____、____时，向量组 A 线性无关。

7．已知向量组 A 构成的矩阵为 $\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=\begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k+1 & 2 \\ 0 & 2 & k+1 \end{bmatrix}$。

当 $k\neq$ ____、____、____时，向量组 A 线性无关。

8．已知向量组 A 构成的矩阵为 $\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=\begin{bmatrix} k & 1 & 0 \\ 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$。

当 $k\neq$________、________、________时，向量组 A 线性无关；

9．已知向量组 A 构成的矩阵为 $\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=\begin{bmatrix} k & 2 & 3 \\ 2 & k & 3 \\ 3 & 3 & k+5 \end{bmatrix}$。

当 $k\neq$_______、________、________时，向量组 A 线性无关；

10．已知向量组 A 构成的矩阵为 $\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=\begin{bmatrix} k & 3 & 1 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 0 & 0 & k+1 \end{bmatrix}$。

当 $k\neq$________、________、________时，向量组 A 线性无关；

11．已知向量组 A： $a_1=(k+1,0,0)^T$， $a_2=(0,k,1)^T$， $a_3=(0,1,k)^T$。矩阵

$\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=$_______________；当 $k=$______、______时，向量组 A 线性相关。

12．已知向量组 $A:a_1=(k,0,1)^T,a_2=(0,k+1,0)^T,a_3=(1,0,k)^T$。矩阵

$\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=$_______________；当 $k=$______、______时，向量组 A 线性相关。

13．已知向量组 $A:a_1=(k,2,-2)^T,a_2=(2,k+3,-4)^T,a_3=(-2,-4,k+3)^T$。矩阵

$\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=$_______________。当 $k=$______、______时，向量组 A 线性相关。

14．已知向量组 $A:a_1=(1,3,k)^T,a_2=(2,k,4)^T,a_3=(1,0,-2)^T$。矩阵

$\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=$_______________。当 $k=$______、______时，向量组 A 线性相关。

15．已知向量组 $A:a_1=(3,0,k)^T,a_2=(k,4,4)^T,a_3=(1,1,0)^T$。矩阵

$\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=$_______________。当 $k=$______、______时，向量组 A 线性相关。

16．已知向量组 $A:a_1=(1,0,0)^T,a_2=(k,k+2,1-k)^T,a_3=(2,k+2,-2)^T$。矩阵

$\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,a_3)=$_______________。当 $k=$______、______时，向量组 A 线性相关。

17．已知向量组 A： $a_1=(3,1)^T$， $a_2=(4,k)^T$；数组 k_1,k_2。

向量 $b=k_1a_1+k_2a_2=$________________________。当 $k=$____________时，A 线性

相关，此时存在不全为零的k_1、k_2，使得$b=$________________。

18．已知向量组 A：$a_1=(2,k)^T$， $a_2=(-1,4)^T$；数组k_1,k_2。

向量$b=k_1a_1+k_2a_2=$________________。当$k=$_________时，A 线性相关，此时存在不全为零的k_1、k_2，使得$b=$________________。

19．已知向量组$A:a_1,a_2,\cdots,a_m$线性相关的充要条件是 A 构成的矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩 $R(\boldsymbol{A})$__________，线性无关的充要条件是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩 $R(\boldsymbol{A})$__________，向量组 A 的最大无关组 A_0 所含向量个数 $r=$______________。

20. 向量 b 能由向量组 A 线性表示的充要条件是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩 $R(\boldsymbol{A})=$__________，向量组B能由向量组A线性表示的充要条件是矩阵$\boldsymbol{A}$的秩$R(\boldsymbol{A})=$__________，向量组 A 与向量组 B 等价的充要条件是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩 $R(\boldsymbol{A})=$______________。

二．计算题

1．设有向量组 $A:a_1=(1,-1,2,4)^T, a_2=(0,3,1,2)^T, a_3=(1,-1,2,0)^T, a_4=(2,1,5,6)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

2. 设有向量组 $A:a_1=(1,1,3,1)^T, a_2=(-1,1,-1,3)^T, a_3=(5,-2,8,-9)^T, a_4=(-1,3,1,7)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

3．设有向量组 $A:a_1=(1,1,2,3)^T, a_2=(1,-1,1,1)^T, a_3=(1,3,3,5)^T, a_4=(4,-2,5,6)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

4．设有向量组 $A:a_1=(-1,1,0,1)^T, a_2=(-1,2,1,3)^T, a_3=(0,1,1,2)^T, a_4=(0,-1,-1,1)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

5．设有向量组 $A: a_1=(1,-1,1,-1)^T, a_2=(3,1,1,3)^T, a_3=(2,0,1,1)^T, a_4=(1,1,0,2)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

6．设有向量组 $A: a_1=(1,1,1)^T, a_2=(1,1,0)^T, a_3=(1,0,0)^T, a_4=(1,2,-3)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

7．设有向量组 $A: a_1=(1,2,1)^T, a_2=(2,1,3)^T, a_3=(3,0,4)^T, a_4=(5,1,6)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

8．设有向量组 $A: a_1=(2,4,2)^T, a_2=(1,1,0)^T, a_3=(2,3,1)^T, a_4=(3,5,2)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

9．设有向量组 $A: a_1=(1,2,3)^T, a_2=(2,1,4)^T, a_3=(0,3,2)^T, a_4=(1,5,5)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

10．设有向量组 $A: a_1=(1,2,7)^T, a_2=(1,-5,-7)^T, a_3=(-1,3,3)^T, a_4=(-1,2,1)^T$。

要求：1）找出 A 的一个最大无关组 A_0；

2）写出 A 的秩 R_A；

3）其余向量用 A_0 线性表示。

11．已知非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$$

1) 写出增广矩阵；

2) 求出系数矩阵与增广矩阵的秩；

3) 求出方程组的一个解；

4) 写出对应的齐次方程组的基础解系；

5) 写出方程组的通解。

12．已知非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 11 \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = -6 \end{cases}$$

1）写出增广矩阵；

2）求出系数矩阵与增广矩阵的秩；

3）求出方程组的一个解；

4）写出对应的齐次方程组的基础解系；

5）写出方程组的通解。

13．已知非齐次线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

1）写出增广矩阵；

2）求出系数矩阵与增广矩阵的秩；

3）求出方程组的一个解；

4）写出对应的齐次方程组的基础解系；

5）写出方程组的通解。

14．已知非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_4 = -6 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$$

1）写出增广矩阵；

2）求出系数矩阵与增广矩阵的秩；

3）求出方程组的一个解；

4）写出对应的齐次方程组的基础解系；

5）写出方程组的通解。

15．已知非齐次线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$$

1）写出增广矩阵；

2）求出系数矩阵与增广矩阵的秩；

3）求出方程组的一个解；

4）写出对应的齐次方程组的基础解系；

5）写出方程组的通解。

第五章

一．填空题

1．已知三维向量 $a=(1,0,-1)^T$，$b=(0,1,1)^T$，则其内积 $[a,b]=$__________，其夹角余弦 $\cos\theta=$__________，夹角 $\theta=$__________。

2．已知向量 $a=(1,2,3)^T$， $b=(1,2,1)^T$，则

$\|a\|=$________，$\|b\|=$________， $[a,b]=$_________。

3．已知二维向量 $a=(1,-2)^T$，$b=(-4,3)^T$，$c=(c_1,c_2)^T$。设 c 与 a 正交且 $b=ka+c$，则 $k=$__________，$c_1=$__________，$c_2=$__________。

4．若向量 e_1,e_2 构成向量空间 V 的一个规范正交基，则

$\|e_1\|=$________，$\|e_2\|=$________， $[e_1,e_2]=$_________。

5．将向量 a_i 化为对应的单位向量 e_i $(i=1,2,3)$：

$a_1=(1,2,-1)^T$， $a_2=(-1,1,1)^T$， $a_3=(1,0,1)^T$；

$e_1=$__________，$e_2=$_________，$e_3=$_________。

6．n 阶可逆方阵 A 满足 $A^T=A^{-1}$，称 A 为__________矩阵，A 为此类矩阵的充要条件是 A 的列向量都是__________向量且_____________。

7．n 阶方阵 A 能对角化的充要条件是 A 有________个线性________的_______向量。

8．设 n 维向量 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$、$y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)^T$，P 为正交矩阵，则成立结论：恒存在正交变换______________，将二次型 $f=\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}x_ix_j\ (a_{ij}=a_{ji})$ 化为标准型_______________，其中______________是 f 的矩阵 $A=(a_{ij})$ 的特征值。

9．已知三阶方阵 $A=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 2\\ 0 & -2 & 0\\ 2 & 0 & -8\end{bmatrix}$。计算：一阶主子式= ________________，

二阶主子式= ________________，

三阶主子式= ________________。

10. 判断三阶对称阵 A 的正定负定性：若 A 的三个特征值全为正，则 A 为________；若 A 的一、二、三阶主子式全为负，则 A 为__________；若 A 的一、三阶主子式为负，二阶主子式为正，则 A 为__________。

二．计算题

1．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&3&2\\0&2&3\end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1）特征多项式；

2）特征值；

3）对应特征值的基础解系；

4）全部特征向量表示式。

2．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&-1&1\\1&1&-1\\1&-1&1\end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1) 特征多项式；

2) 特征值；

3) 对应特征值的基础解系；

4) 全部特征向量表示式。

3．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&3&1\\0&-1&1\\0&0&2\end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1) 特征多项式；

2) 特征值；

3) 对应特征值的基础解系；

4) 全部特征向量表示式。

4．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\2&1&3\\3&3&6\end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1) 特征多项式；

2) 特征值；

3) 对应特征值的基础解系；

4) 全部特征向量表示式。

5．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&1&0\\1&2&0\\0&0&2\end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1) 特征多项式；

2) 特征值；

3) 对应特征值的基础解系；

4) 全部特征向量表示式。

6．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&2&-2\\2&5&-4\\-2&-4&5\end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1) 特征多项式；

2) 特征值；

3) 对应特征值的基础解系；

4) 全部特征向量表示式。

7．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}5&6&-3\\-1&0&1\\1&2&1\end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1) 特征多项式；

2) 特征值；

3) 对应特征值的基础解系；

4) 全部特征向量表示式。

8．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1) 特征多项式；

2) 特征值；

3) 对应特征值的基础解系；

4) 全部特征向量表示式。

9．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1) 特征多项式；
2) 特征值；
3) 对应特征值的基础解系；
4) 全部特征向量表示式。

10．已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$。求关于 A 的：

1) 特征多项式；
2) 特征值；
3) 对应特征值的基础解系；
4) 全部特征向量表示式。

参 考 答 案

第一章

一．　填空题

1．　6，　6，　7；

2．　0，　5，　3；

3．　4，　7，　8；

4．　−8，　4，　7；

5．　-5，−10，8；

6．　−4，−16，3；

7．　$3abc-(a^3+b^3+c^3)$，　$(a^3+b^3+c^3)-3abc$，　0；

8．　abc，　$-abc$，　abc；

9．　$-2k^2+4k-8$，0，2；

10．　$2k^2-2k$，-1，2；

11．　k^2-4k+3，1，3；

12．　k^2-2k-3，−1，3

13．　$2k-3$，　$\neq 0$，　$\neq -\frac{3}{2}$；

14．　$2+k$，　$\neq 0$，　$\neq -2$；

15．　$6+k$，　0，　-6　；

16．　$8-4k$，　0，　2。

第二章

一．填空题

1．　(x,y)，$(ax+by,bx+cy)$，$ax^2+2bxy+cy^2$

2．　$\begin{bmatrix}0&0\\0&0\end{bmatrix}$，　$\begin{bmatrix}3&3\\-3&-3\end{bmatrix}$，　$\begin{bmatrix}3&-3\\3&-3\end{bmatrix}$

3．　$\begin{bmatrix}2&1\\1&3\end{bmatrix}$，　$\begin{bmatrix}1&0\\0&2\end{bmatrix}$，　$\begin{bmatrix}2&1\\2&6\end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix}7 & 4\\1 & -3\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}3 & 0 & 4\\1 & -5 & -2\\2 & 5 & 6\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}3 & 1 & 2\\0 & -5 & 5\\4 & -2 & 6\end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix}0 & 5 & 8\\0 & -5 & 6\\2 & 9 & 0\end{bmatrix}$ ，$\begin{bmatrix}-2 & 13 & 22\\-2 & -17 & 20\\4 & 29 & -2\end{bmatrix}$ ，$\begin{bmatrix}0 & 5 & 8\\0 & -5 & 6\\2 & 9 & 0\end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix}2 & 4 & 2\\4 & 2 & 4\\2 & 4 & 6\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}12 & 9 & 6\\-6 & 3 & -6\\0 & -3 & 0\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}14 & 13 & 8\\-2 & 5 & -2\\2 & 1 & 6\end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix}4 & -2 & 2\\10 & 6 & 0\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}-9 & -6 & 6\\12 & 0 & 15\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}13 & 4 & -4\\-2 & 6 & -15\end{bmatrix}$

8. $\begin{bmatrix}4 & 0\\3 & 2\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}2 & 1\\2 & 6\\2 & 1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}6 & 1 & 5\\6 & 6 & 20\\6 & 1 & 5\end{bmatrix}$

9．10，$\begin{bmatrix}3 & 6 & 9\\2 & 4 & 6\\1 & 2 & 3\end{bmatrix}$，（4，4，4）

10. $a_1b_1+a_2b_2$ ，$\begin{bmatrix}a_1b_1 & a_1b_2\\a_2b_1 & a_2b_2\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}a_1+b_1\\a_2+b_2\end{bmatrix}$

11. $\begin{bmatrix}-4 & 3\\4 & -1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}3 & -4\\-1 & 4\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}E & A+B\\A & AB+E\end{bmatrix}$或$\begin{bmatrix}1 & 0 & -4 & 3\\0 & 1 & 4 & -1\\-4 & 2 & 3 & -4\\3 & -1 & -1 & 4\end{bmatrix}$

12. $\begin{bmatrix}1 & -2\\0 & 0\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}7 & 1\\0 & 3\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}A+B & AB+E\\AB+E & A+B\end{bmatrix}$或$\begin{bmatrix}1 & -2 & 7 & 1\\0 & 0 & 0 & 3\\7 & 1 & 1 & -2\\0 & 3 & 0 & 0\end{bmatrix}$

13. $\begin{bmatrix}\lambda^2 & 2\lambda\\0 & \lambda^2\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}\lambda^3 & 3\lambda^2\\0 & \lambda^3\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}\lambda^n & n\lambda^{n-1}\\0 & \lambda^n\end{bmatrix}$

14. $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & \lambda^2\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & \lambda^3\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & \lambda^n\end{bmatrix}$

15. $\begin{bmatrix}1 & 0\\2\lambda & 1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}1 & 0\\3\lambda & 1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}1 & 0\\n\lambda & 1\end{bmatrix}$

16. $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 5 & -8 & -2 \\ 6 & 8 & 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 19 & 0 \end{bmatrix}$, -16

17. -24，54，-48

18. -54，-8，2

19. 4，8，8

20. 24，54，6

21. $B^T A^T$, $B^{-1}A^{-1}$, $(A^{-1})^T$

22. a^2, $\begin{bmatrix} a-b & -b \\ b & a+b \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \frac{a-b}{a^2} & -\frac{b}{a^2} \\ \frac{b}{a^2} & \frac{a+b}{a^2} \end{bmatrix}$

23. a^2+2 , $\begin{bmatrix} a & -2 \\ 1 & a \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} \frac{a}{a^2+2} & -\frac{2}{a^2+2} \\ \frac{1}{a^2+2} & \frac{a}{a^2+2} \end{bmatrix}$

24. $1+a^2$, $\begin{bmatrix} 1+a^2 & -b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{b}{1+a^2} \\ 0 & \frac{1}{1+a^2} \end{bmatrix}$

25. -1, $\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -3 & 7 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

26. -1, $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

27. -2, $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

二．计算题

1.　1）$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -\frac{8}{3} & 5 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$

2.　1）$\begin{bmatrix} -3 & 5 & -1 \\ -4 & 6 & -1 \\ 5 & -8 & 2 \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

3．1）$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 & -1 \\ -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} -5 & 4 & -2 \\ -4 & 5 & -2 \\ -9 & 7 & -4 \end{bmatrix}$

4．1）$\begin{bmatrix} -\frac{2}{30} & 0 & \frac{7}{30} \\ \frac{1}{5} & 0 & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{10} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{10} \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{2} & -\frac{5}{4} & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} & 0 \end{bmatrix}$

5．1）$\begin{bmatrix} \frac{11}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{7}{3} & -\frac{5}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

6．1）$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

7．1）$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \end{bmatrix}$

8．1）$A^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}$　$B^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{4} & 0 \end{bmatrix}$

9．1）$A^{-1}=\begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$　$B^{-1}=\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} -48 & 16 \\ -54 & 18 \\ 64 & -21 \end{bmatrix}$

10．1）$\begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -1 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$　　2）$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

第三章

一．　填空题

1．0，2，$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$等；

2．0，2，$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$等；

3．$A \sim A$；若 $A \sim B$，则 $B \sim A$；若 $A \sim B$，$B \sim C$，则 $A \sim C$；

4．n，$\frac{1}{n^n}$，1；

5．n，$\frac{1}{2^n}$，1；

6．3，$\frac{1}{2}$，4；

7．3，2，16；

8．3，2，1/4；

9．3，$\frac{1}{2}$，4；

10．r，r，r；

11．$< R(A,b), \quad = R(A,b) = n, \quad = R(A,b) < n$；

12．$< n$，$= R(A,b)$，$= R(A,B)$；

13．$\begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{1}{7} & -\frac{2}{7} \end{bmatrix}$，$-1$，3 ；

14．$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$，$-1$，$-3$；

15．$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$，1，0 ；

16．$k^2 - 4k - 12, \quad -2, \quad 6$；

17．$k^2 - 2k + 24, \quad -6, \quad 4$；

18．−1，0，9 ；

19．2，5，8；

20．−1，1，3；

21．1，2，3；

22．c，$-3c$，c或$-\frac{c}{3}$，c，$-\frac{c}{3}$ ；

23．$-2c$，c，0或c，$-\frac{c}{2}$，0；

24．$2c$，$-2c$，c或$-c$，c，$-\frac{c}{2}$或c，$-c$，$\frac{c}{2}$；

25．c，$-c$，c或$-c$，c，$-c$；

26．0，$\frac{c}{4}$，c或0，c，$4c$；

27．$\frac{19}{7}c$，$\frac{c}{7}$，c或$19c$，c，$7c$或c，$\frac{c}{19}$，$\frac{7}{19}c$。

二.　　计算题

1. 1） $\begin{bmatrix} \lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \lambda & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda & \lambda^2 \end{bmatrix}$　　2） $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1+\lambda & \lambda(1+\lambda) \\ 0 & 1 & -1 & -\lambda \\ 0 & 0 & (1+\lambda)(2+\lambda) & (1-\lambda)(1+\lambda)^2 \end{bmatrix}$

3）当 $\lambda=-2$ 时，无解　　4）当 $\lambda\neq-1$ 且 $\lambda\neq-2$ 时，唯一解

5）当 $\lambda=-1$ 时，无限多解，通解：$c\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}\quad (c\in R)$

2. 1） $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 2 & 5-\lambda & -4 & 2 \\ -2 & 4 & 5-\lambda & -\lambda-2 \end{bmatrix}$　　2） $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 9-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\lambda & -\lambda \end{bmatrix}$

3）当 $\lambda=1$ 时，无解　　4）当 $\lambda\neq1$ 且 $\lambda\neq9$ 时，唯一解

5）当 $\lambda=9$ 时，无限多解，通解：$c\begin{bmatrix}2\\1\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{13}{4}\\0\\\frac{9}{8}\end{bmatrix}\quad (c\in R)$

3. 1） $\begin{bmatrix} 1 & 1-\lambda & \lambda & 3-2\lambda \\ 0 & 1 & \lambda-1 & 0 \\ 1 & 2 & \lambda & 1 \end{bmatrix}$　　2） $\begin{bmatrix} 1 & 1-\lambda & \lambda & 3-2\lambda \\ 0 & 1 & \lambda-1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\lambda^2 & 2(\lambda-1) \end{bmatrix}$

3）当 $\lambda=-1$ 时，无解　　4）当 $\lambda\neq-1$ 且 $\lambda\neq1$ 时，唯一解

5）当 $\lambda=1$ 时，无限多解，通解：$c\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}\quad (c\in R)$

4. 1） $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & \lambda & 1 & -1 \\ -1 & -2 & \lambda-3 & \mu \end{bmatrix}$　　2） $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & \lambda-4 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & \lambda-1 & \mu+1 \end{bmatrix}$

3）当 $\lambda=1$ 或 4 且 $\mu\neq-1$ 时，无解　　4）当 $\lambda\neq1$ 与 4 且 $\mu\neq-1$ 时，唯一解

5）当 $\lambda=1$ 且 $\mu=-1$ 时，无限多解，通解：$c\begin{bmatrix}0\\-1\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\1\\0\end{bmatrix}\quad (c\in R)$

5. 1） $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & \mu \end{bmatrix}$　　2） $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda-5 & \mu+3 \end{bmatrix}$

3）当 $\lambda=5$ 且 $\mu\neq-3$ 时，无解　　4）当 $\lambda\neq5$ 时，唯一解

5）当$\lambda=5$时且$\mu=-3$时，无限多解，通解：$c\begin{bmatrix}-2\\1\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\1\\0\end{bmatrix}\quad (c\in R)$

第四章

一．填空题

1．$=-6$，$\neq -1$，$\neq -6$；

2．$=-4$，$\neq -\frac{1}{2}$，$\neq -4$；

3．无关，相关，无关；

4．相关，无关，无关；

5．无关，无关，相关；

6．-1，0，1；

7．-3，0，1；

8．$-1, 0, 1$ ；

9．-8，1，2；

10．-1，0，2

11．$\begin{bmatrix}k+1 & 0 & 0\\ 0 & k & 1\\ 0 & 1 & k\end{bmatrix}$，$-1$，1；

12．$\begin{bmatrix}k & 0 & 1\\ 0 & k+1 & 0\\ 1 & 0 & k\end{bmatrix}$，$-1$，1；

13．$\begin{bmatrix}k & 2 & -2\\ 2 & k+3 & -4\\ -2 & -4 & k+3\end{bmatrix}$，$-8$，1；

14．$\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 3 & k & 0\\ k & 4 & -2\end{bmatrix}$，$-6$，4；

15．$\begin{bmatrix}3 & k & 1\\ 0 & 4 & 1\\ k & 4 & 0\end{bmatrix}$，$-2$，6；

16．$\begin{bmatrix}1 & k & 2\\ 0 & k+2 & k+2\\ 0 & 1-k & -2\end{bmatrix}$，$-2$，3；

17. $\begin{bmatrix} 3k_1+4k_2 \\ k_1+kk_2 \end{bmatrix}$, $\frac{4}{3}$, O；

18. $\begin{bmatrix} 2k_1-k_2 \\ kk_1+4k_2 \end{bmatrix}$, -8, O；

19. $<m$， $=m$， $R(\boldsymbol{A})$；

20. $R(\boldsymbol{A},b)$，$R(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$，$R(\boldsymbol{B})=R(\boldsymbol{A},\boldsymbol{B})$。

二．计算题

1．1） a_1,a_2,a_3　　2）3　　3） $a_4=a_1+a_2+a_3$

2．1） a_1,a_2　　2）2　　3） $a_3=\frac{3}{2}a_1-\frac{7}{2}a_2$， $a_4=a_1+2a_2$

3．1） a_1,a_2　　2）2　　3） $a_3=2a_1-a_2$， $a_4=a_1+3a_2$

4．1） a_1,a_3,a_4　　2）3　　3） $a_2=a_1+a_3$

5．1） a_1,a_4　　2）2　　3） $a_2=a_1+2a_4$， $a_3=a_1+a_4$

6．1） a_1,a_2,a_3　　2）3　　3） $a_4=-3a_1+5a_2-a_3$

7．1） a_1,a_2,a_3　　2）3　　3） $a_4=a_1-a_2+2a_3$

8．1） a_1,a_2　　2）2　　3） $a_3=\frac{1}{2}a_1+a_2$， $a_4=\ a_1+a_2$

9．1） a_1,a_2　　2）2　　3） $a_3=2a_1-a_2$， $a_4=3a_1-a_2$

10．1） a_3,a_4　　2）2　　3） $a_1=4a_3-5a_4$， $a_2=-3a_3+2a_4$

11．1） $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$　　2）3　　3） $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -13 \\ 2 \end{bmatrix}$　　4） $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

5） $c\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ -13 \\ 2 \end{bmatrix}$　　$(c\in R)$

12．1）$\begin{bmatrix} 1 & -5 & 2 & -3 & 11 \\ 5 & 3 & 6 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 & -6 \end{bmatrix}$ 2）2 3）$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 4）$\begin{bmatrix} -\frac{9}{7} \\ \frac{1}{7} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

5）$c_1\begin{bmatrix} -\frac{9}{7} \\ \frac{1}{7} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}+c_2\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (c_1,c_2 \in R)$

13．1）$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 4 & -3 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ 2）2 3）$\begin{bmatrix} \frac{6}{7} \\ -\frac{5}{7} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 4）$\begin{bmatrix} \frac{1}{7} \\ \frac{5}{7} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} \frac{1}{7} \\ -\frac{9}{7} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

5）$c_1\begin{bmatrix} \frac{1}{7} \\ \frac{5}{7} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}+c_2\begin{bmatrix} \frac{1}{7} \\ -\frac{9}{7} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \frac{6}{7} \\ -\frac{5}{7} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (c_1,c_2 \in R)$

14．1）$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & -6 \\ 4 & -1 & -3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ 2）3 3）$\begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ -\frac{5}{3} \\ 0 \end{bmatrix}$ 4）$\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

5）$c\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ -\frac{5}{3} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (c \in R)$

15．1）$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 2 \\ 4 & -1 & 1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ 2）2 3）$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 4）$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

5）$c_1\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}+c_2\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (c_1,c_2 \in R)$

第五章

一．填空题

1．1，$\frac{1}{2}$，$\frac{\pi}{3}$

2．$\sqrt{14}$，$\sqrt{6}$，8；

3．−2，−2，−1 ；

4．1，1，0；

5．$(\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}},-\frac{1}{\sqrt{6}})^T$，$(-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}})^T$，$(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}})^T$；

6．正交，单位，两两正交 ；

7．n，无关，特征 ；

8．$x=Py$，$f=\sum_{k=1}^{n}\lambda_k y_k^2$，$\lambda_k\,(k=1,2,\cdots,n)$

9．−1，2，−8；

10．正定，不定，负定 ；

二．计算题

1．1）$(1-\lambda)(2-\lambda)(5-\lambda)$　　2）$\lambda_1=1,\lambda_2=2,\lambda_3=5$

3）$\lambda_1=1$，$P_1^{(3)}=\begin{bmatrix}0\\-1\\1\end{bmatrix}$；$\lambda_2=2$，$P_2^{(1)}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$；$\lambda_3=5$，$P_3^{(3)}=\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$

4）$\lambda_1=1$　$kP_3^{(3)}$　$(k\neq 0)$

$\lambda_2=2$　$kP_2^{(1)}$　$(k\neq 0)$

$\lambda_3=5$　$kP_3^{(3)}$　$(k\neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。

2．1）$\lambda(1-\lambda)(\lambda-2)$　　2）$\lambda_1=0,\lambda_2=1,\lambda_3=2$

3）$\lambda_1=0$，$P_1^{(3)}=\begin{bmatrix}-2\\-1\\1\end{bmatrix}$；$\lambda_2=1$，$P_2^{(3)}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$；$\lambda_3=2$，$P_3^{(3)}=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$

4）$\lambda_1=0$　$kP_1^{(3)}$　$(k\neq 0)$

$\lambda_2=1$　$kP_2^{(3)}$　$(k\neq 0)$

$\lambda_3=2$　$kP_3^{(3)}$　$(k\neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。

3．1） $(\lambda+1)(\lambda-1)(2-\lambda)$ 　　2） $\lambda_1=-1,\lambda_2=1,\lambda_3=2$

3） $\lambda_1=-1$ ， $P_1^{(2)}=\begin{bmatrix}-\frac{3}{2}\\1\\0\end{bmatrix}$ ； $\lambda_2=1$ ， $P_2^{(1)}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$ ； $\lambda_3=2$ ， $P_3^{(3)}=\begin{bmatrix}2\\\frac{1}{3}\\1\end{bmatrix}$

4） $\lambda_1=-1\quad kP_1^{(2)}\quad (k\neq 0)$

$\lambda_2=1\quad kP_2^{(1)}\quad (k\neq 0)$

$\lambda_3=2\quad kP_3^{(3)}\quad (k\neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。

4．1） $-\lambda(\lambda+1)(\lambda-9)$ 　　2）． $\lambda_1=-1,\lambda_2=0,\lambda_3=9$

3） $\lambda_1=-1$ ， $P_1^{(2)}=\begin{bmatrix}-1\\1\\0\end{bmatrix}$ ； $\lambda_2=0$ ， $P_2^{(3)}=\begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix}$ ； $\lambda_3=9$ ， $P_3^{(2)}=\begin{bmatrix}1\\1\\2\end{bmatrix}$

4） $\lambda_1=-1\quad kP_1^{(2)}\quad (k\neq 0)$

$\lambda_2=0\quad kP_2^{(3)}\quad (k\neq 0)$

$\lambda_3=9\quad kP_3^{(2)}\quad (k\neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。

5．1） $(1-\lambda)(2-\lambda)(3-\lambda)$ 　　2） $\lambda_1=1,\lambda_2=2,\lambda_3=3$

3） $\lambda_1=1$ ， $P_1^{(2)}=\begin{bmatrix}-1\\1\\0\end{bmatrix}$ ； $\lambda_2=2$ ， $P_2^{(3)}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$ ； $\lambda_3=3$ ， $P_3^{(2)}=\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}$

4） $\lambda_1=1\quad kP_1^{(2)}\quad (k\neq 0)$

$\lambda_2=2\quad kP_2^{(3)}\quad (k\neq 0)$

$\lambda_3=3\quad kP_3^{(2)}\quad (k\neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。

6．1） $(10-\lambda)(1-\lambda)^2$ 　　2） $\lambda_1=\lambda_2=1,\lambda_3=10$

3）$\lambda_1=\lambda_2=1$，$P_1^{(2)}=\begin{bmatrix}-2\\1\\0\end{bmatrix}$ $P_2^{(3)}=\begin{bmatrix}2\\0\\1\end{bmatrix}$；$\lambda_3=10$，$P_3^{(2)}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\1\\-1\end{bmatrix}$

4）$\lambda_1=\lambda_2=1$ $\quad hP_1^{(2)}+kP_2^{(3)}$ $\quad (h^2+k^2\neq 0)$

$\lambda_3=10$ $\quad kP_3^{(2)}$ $\quad (k\neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。

7．1）$(2-\lambda)^3$ 2）$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=2$

3）$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=2$，$P_1^{(2)}=\begin{bmatrix}-2\\1\\0\end{bmatrix}$ $P_2^{(3)}=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$

4）$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=2$ $\quad hP_1^{(2)}+kP_2^{(3)}$ $\quad (h^2+k^2\neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。

8．1）$-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$ 2）$\lambda_1=-1,\lambda_2=\lambda_3=1$

3）$\lambda_1=-1$，$P_1^{(3)}=\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix}$；$\lambda_2=\lambda_3=1$，$P_2^{(2)}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$ $P_3^{(3)}=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$

4）$\lambda_1=-1$ $\quad kP_1^{(3)}$ $\quad (k\neq 0)$

$\lambda_2=\lambda_3=1$ $\quad hP_2^{(2)}+kP_3^{(3)}$ $\quad (h^2+k^2\neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。

9．1）$-(\lambda+1)^2$ 2）$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=-1$

3）$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=-1$，$P^{(3)}=\begin{bmatrix}-1\\-1\\1\end{bmatrix}$

4）$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=-1$ $\quad kP^{(3)}$ $\quad (k\neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。

10．1）$(2-\lambda)(\lambda-4)^2$ 2）$\lambda_1=2,\lambda_2=\lambda_3=4$

3）$\lambda_1=2$，$P_1^{(3)}=\begin{bmatrix}0\\-1\\1\end{bmatrix}$；$\lambda_2=\lambda_3=4$，$P_2^{(1)}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$ $P_2^{(3)}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$

4） $\lambda_1 = 2$ $kP_1^{(3)}$ $(k \neq 0)$

$\lambda_2 = \lambda_3 = 4$ $hP_2^{(1)} + kP_2^{(3)}$ $(h^2 + k^2 \neq 0)$

注：基础解系向量上标取作与自由变量下标相同。