2015级一元函数积分（信息类）

一、选择题(每小题4分)

（1）在$(-\infty,+\infty)$上,$F'(x)=f(x)$，则$\int f(\sqrt{x}+1)\frac{dx}{\sqrt{x}}$=（　　　）：

（A）$F(\sqrt{x}+1)$；（B）$F(\sqrt{x}+1)+C$；（C）$2F(\sqrt{x}+1)+C$；（D）$\frac{1}{2}F(\sqrt{x}+1)+C$

(2) 设 $f(x)=\int_0^{\sin x}\sin t dt$, $g(x)=\int_0^{2x}\ln(1+t)dt$,则当 $x\to 0$ 时, $f(x))$ 与 $g(x)$ 相比较是（　　　）：

（A）等价无穷小; （B）同阶但非等价无穷小; (C) 高阶无穷小; (D) 低阶无穷小

（3）设 $f(x)$ 在$(-\infty,+\infty)$内连续,令 $F(x)=\int_{1/x}^{\ln x}f(t)dt$, $x>0$,则 $F'(x)$ =（　　　）：

（A）$\frac{1}{x}f(\ln x)+\frac{1}{x^2}f(1/x)$；（B）$f(\ln x)+f(1/x)$；（C）$\frac{1}{x}f(\ln x)-\frac{1}{x^2}f(1/x)$；（D）$f(\ln x)-f(1/x)$

(4) 曲线 $y=\sin^{\frac{3}{2}}x,(0\le x\le\pi)$ 与 x 轴围成的图形绕 x 轴旋转所成的旋转体的体积为（　　　）:

(A) 4/3; (B) $\frac{2}{3}\pi$; (C) $\frac{4}{3}\pi$; (D) $\frac{4}{3}\pi^2$

(5) 二元函数 $f(x,y)$ 在(x_0,y_0)某邻域存在偏导数 $f_x'(x,y)$, $f_y'(x,y)$,则下列结论正确的是(　　　),

(A) $f(x,y)$ 在点(x_0,y_0)连续; (B) $f(x,y)$ 在点(x_0,y_0)可微;

(C) 曲面 $z=f(x,y)$ 在点$(x_0,y_0,f(x_0,y_0))$存在切平面; (D) 以上说法都不正确..

二、填空题（每小题4分）:

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1}+\sqrt{2}+\bullet\bullet\bullet+\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}=$

（2）设 $f(x)=\frac{1}{1+x^2}+x^3\int_0^1 f(t)dt$ ，则$\int_0^1 f(x)dx=$

（3）原点到平面$2x-2y+z+15=0$的距离是

（4）设$z=e^{-x}-f(x-2y)$,且当 $y=0$ 时, $z=x^2$,则$\frac{\partial z}{\partial x}=$

（5）$\frac{d}{dx}\int_0^x \cos(x-t)^2\,dt =$

三、求下列不定积分：（每小题 6 分）

（1）$\int \frac{x^2}{(x-1)^7}\,dx$ ；

（2）$\int \frac{x}{x^2+2x+5}\,dx$ ；

（3）$\int \frac{\arctan x}{x^2}\,dx$ ；

四、求下列定积分（每小题 7 分）：

（1）$\int_{\sqrt{2}/2}^{1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}\,dx$ ；

(2) $\int_0^1 \ln(1+\sqrt{x})\,dx$ ；

(3）$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{\cos x+\sin x}\,dx$ 。

五、（8 分）设函数 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{\sqrt{|xy|}}{x^2+y^2}\sin(x^2+y^2), & x^2+y^2>0 \\ 0, & x=y=0 \end{cases}$

试讨论 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点是否连续、是否可微？

六、（7 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导,且满足 $f(1)=2\int_0^{1/2} e^{1-x^4} f(x)\,dx$ ，

证明：存在 $\xi\in(0,1)$,使 $f'(\xi)-4\xi^3 f(\xi)=0$

七、(6 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，且对任意 $x\in[0,1]$, $0<a\le f(x)\le b$,

证明: $\frac{1}{a}\int_0^1 f(x)\,dx + b\int_0^1 \frac{1}{f(x)}\,dx \le 1+\frac{b}{a}$