

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2014 级 “一元函数积分（信）” 结课统考试卷 （A 卷） 2015 年 1 月 19 日

草稿区

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

| | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|------|------|------|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 卷面成绩 | 核分签名 | 复核签名 |
| 得分 | | | | | | | | | | |

一、选择题(每小题 4 分)

| | |
|------|--|
| 一题得分 | |
|------|--|

(1) 设 $f(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\cos t} \sin t dt$, 则 $f(x) =$ ():

(A) 为正常数; (B) 为负常数; (C) 恒为零; (D) 不为常数。

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, 1 < x \leq 2 \end{cases}$, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, 则 $F(x) =$ ():

(A) $\begin{cases} \frac{x^3}{3}, 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{3} + 2x - \frac{x^2}{2}, 1 < x \leq 2 \end{cases}$; (B) $\begin{cases} \frac{x^3}{3}, 0 \leq x \leq 1 \\ 2x - \frac{x^2}{2}, 1 < x \leq 2 \end{cases}$;

(C) $\begin{cases} \frac{x^3}{3}, 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{x^2}{2}, 1 < x \leq 2 \end{cases}$; (D) $\begin{cases} \frac{x^3}{3}, 0 \leq x \leq 1 \\ -\frac{7}{6} + 2x - \frac{x^2}{2}, 1 < x \leq 2 \end{cases}$

(3) 设 $f(x) = \int_0^{x^2} (1 - \cos t) dt$, $g(x) = x^4 + x^5$, 则当 $x \rightarrow 0$, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的():

(A) 低阶无穷小; (B) 高阶无穷小; (C) 等价无穷小; (D) 同阶, 不等价无穷小。

(4) 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x) > 0$, 则方程 $\int_a^x f(t) dt + \int_b^x \frac{1}{f(t)} dt = 0$, 在 (a, b) 内的根有 ():

(A) 0 个; (B) 2 个; (C) 1 个; (D) 无穷多个

(5) 对函数 $z = f(x, y)$, 下列结论正确的是(),

(A) f 有偏导数, 则 f 连续; (B) f 可微, 则 f 有连续偏导数; (C) f 偏导数存在, 则 f 可微; (D) f 可微, 则它有偏导数.

姓名

学号

专业

任课教师

二、填空题（每小题 4 分）：

- (1) $\int_0^{14} |x-7| dx =$ _____
- (2) 设 $\int f(x)dx = \arctan x^2 + C$, 则 $f(x) =$ _____
- (3) 设非零连续函数 $f(x)$ 满足 $\int_0^{x^3-1} f(t)dt = \frac{3}{4}x^4$, 则 $f(x) =$ _____
- (4) 原点到平面 $2x+2y+z+6=0$ 的距离是_____
- (5) $\lim_{x \rightarrow 0} [\frac{\int_0^{x^2} (e^{t^2}-1)dt}{\ln(1+x^6)}] =$ _____

三、求下列不定积分：（每小题 5 分）

- (1) $\int \frac{x^2}{(x-1)^8} dx ;$
- (2) $\int x^2 \arctan x dx ;$
- (3) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+1} ;$
- (4) $\int \frac{\cos x}{\cos^2 x + 2 \sin x + 2} dx$

| | |
|----------|--|
| 二题 得分 | |
|----------|--|

| | |
|----------|--|
| 三题 得分 | |
|----------|--|

草稿区

| |
|------|
| 姓名 |
| 学号 |
| 专业 |
| 任课教师 |



四、求下列定积分（含定积分的应用）（每小题 5 分）：

(1) $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx;$

(2) $\int_{-1}^1 \frac{x^3 + (\arcsin \frac{x}{2})^2}{\sqrt{4-x^2}} dx;$

(3) 求由曲线 $y = x^2$ 和 $x = y^2$ 所围的图形，绕 y 轴旋转所得旋转体的体积。

(4) 设 $f(2)=1, f'(2)=0, \int_0^2 f(x)dx=1$, 求 $\int_0^1 x^2 f''(2x)dx$ 。

| | |
|----------|--|
| 四题 得分 | |
|----------|--|

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

五、（8 分）设函数 $f(u,v)$ 有连续的二阶偏导数， $z = f(xy,\frac{x}{y})$ ，

（1）试求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ；（2）若 $f_u'(0,1) = 1, f_v'(0,1) = -1$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} |_{(x,y)=(0,1)}$

| | |
|----------|--|
| 五题 得分 | |
|----------|--|

六、（6 分）设函数 $f(x)$ 连续， $\phi(x) = \int_0^1 f(xt)dt$ ， 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$ ，（ A 为常数），

（1）求 $\phi'(x)$ ；（2）证明： $\phi'(x)$ 在 $x = 0$ 处连续。

| | |
|----------|--|
| 六题 得分 | |
|----------|--|

七、(6 分) 设 $f(x) = \int_x^{x+1} \cos t^2 dt$ ， 证明： $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

| | |
|----------|--|
| 七题 得分 | |
|----------|--|

草稿区