南开大学 2016 级信息类一元函数微分学统考试卷 (A卷) 2016年11月12日

(说明:答案务必写在装订线右侧,写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	_	 Ξ	四	五.	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分										

- 一、选择题(每小题 4 分)
- (1) 函数 f(x) 在点 x_0 有极限是函数 f(x) 在点 x_0 连续的 (

一 题 | 得分 |

- (A) 充分条件; (B) 必要条件; (C)充分必要条件; (D) 不充分, 也不必要条件.
- (2) 当x → 0 时,下列无穷小量中最高阶的是(

(A)
$$2x^2$$
; (B) $1 - \cos x$; (C) $\sqrt{1 + x^2} - 1$; (D) $3x^3$.

- (3) 极限 $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{(x-1)^2}$ 的值为 ():
 - $(A) \infty; (B) 1; (C) 0; (D) -1;$
- (4) 设 $f(x) = x^2 \ln(1+x)$,则(3 阶导数)f'''(0) 是():
 - (A) 6; (B) 5; (C) 4; (D) 3.
- (5) 曲线 $y^3 = 6y x^2$ 在 (-2,2) 处的切线斜率为()
 - (A) 1/3; (B) 2/3; (C) 1/2; (D) 1.
- 二、填空题 (每小题 4 分):

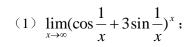
(1) 设
$$f(x) = \begin{cases} x \arctan(1/x), x \neq 0 \\ 0, x = 0 \end{cases}$$
 则 $f'(0) =$ ______

二 题得分

- (2) 设 f(x) 为可导函数,且 f'(1) = 1,令 $F(x) = f(1/x) f(x^2)$,则 F'(1) =_______
- (3) $\lim_{x \to 0} \frac{3\sin x + (e^x 1)}{\ln(1 + 4x)} = \underline{\hspace{1cm}}$
- (4) 设函数 f(x) = x(x+1)(x+2)....(x+16),则 f'(0) 为______,
- (5) $\lim_{x \to +\infty} \left[\frac{x^2 + 1}{x + 1} (ax + b) \right] = 1, \text{ } \exists a = \underline{\qquad}, \qquad b = \underline{\qquad}$

草稿区

三、求下列极限: (每小题 5 分)



(2)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$
;

草稿

(3)
$$\lim_{x \to +\infty} (x^2 + e^x)^{1/x}$$

四、求下列函数的导数(每小题5分):

四 题得分

(2) 设
$$y = y(x)$$
 是参数方程
$$\begin{cases} x = \ln(1+t^3) \\ y = t^2 \sin t \end{cases}$$
 所确定的函数,求 $\frac{dy}{dx}$;

(3) 设
$$y = y(x)$$
 由方程 $\arctan \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$ 所确定,求 $\frac{dy}{dx}$

五 题 得分

六题 得分 七、(6分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 0, x \le 0 \\ x^{\alpha} \cos \frac{1}{x^{\beta}}, x > 0, & \text{其中} \alpha, \beta > 0, & \text{试分别讨论} \alpha, \beta 满足什么条件时,} \end{cases}$

草稿区

(1) f'(0) 存在; (2) f'(x) 在 x = 0 处连续。

七 题得分

八、(6 分) 设 f(x) 在区间[0,1]上连续,在(0,1)内可导,且 f(0) = 0, f(1) = 1,

证明: (1) 存在 $\xi \in (0,1)$, 使 $f(\xi) = 1 - \xi$;

(2) 存在不同的 $\alpha, \beta \in (0,1)$, 使 $f'(\alpha)f'(\beta) = 1$

八 题 得分