

姓名

学号

专业

任课教师

## 南开大学 2017 级“一元函数积分（信）”结课统考试卷（A 卷）2018 年 1 月 8 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	成绩	核分签名	复核签名
得分										

一、选择题(每小题 4 分)

一题  
得分(1) 设  $f(x) = \sin |x|, x \in (-\infty, +\infty)$ , 则  $f(x)$  的原函数为  $F(x) = ( \quad )$ :

(A)  $\cos x + C$ ; (B)  $-\cos x + C$ ; (C)  $\begin{cases} -\cos x + C_1, x > 0 \\ \cos x + C_2, x \leq 0 \end{cases}$ ; (D)  $\begin{cases} 1 - \cos x + C, x > 0 \\ \cos x - 1 + C, x \leq 0 \end{cases}$

(2) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续,  $a < b$ , 且  $\int_a^b f(x)dx = 0$ , 则有 ( ):(A) 在  $(a, b)$  内不一定有  $x$  使  $f(x) = 0$ ; (B) 在  $[a, b]$  上的所有  $x$ , 有  $f(x) = 0$ ;(C) 在  $(a, b)$  内至少有一点  $x$ , 使  $f(x) = 0$ ; (D) 在  $[a, b]$  上某个小区间上有  $f(x) = 0$ (3) 设  $a_n = \frac{3}{2} \int_0^{\frac{n}{n+1}} x^{n-1} \sqrt{1+x^n} dx$ , 则极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = ( \quad )$ :(A)  $(1+e)^{3/2} + 1$ ; (B)  $(1+e^{-1})^{3/2} - 1$ ; (C)  $(1+e^{-1})^{3/2} + 1$ ; (D)  $(1+e)^{3/2} - 1$ (4) 设函数  $f(x) = \int_0^{\sin x} \sin t dt, g(x) = \int_0^{2x} \ln(1+2t) dt$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = ( \quad )$ :(A)  $1/4$ ; (B)  $1$ ; (C)  $1/2$ ; (D)  $0$ (5) 设平面  $\pi_1: x + y - 2z + 7 = 0$ , 平面  $\pi_2: 4x - 2y + z - 3 = 0$ , 则它们的位置关系为 ( ),(A)  $\pi_1$  平行于  $\pi_2$ ; (B)  $\pi_1, \pi_2$  重合; (C)  $\pi_1 \perp \pi_2$ ; (D)  $\pi_1, \pi_2$  斜交。

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

二、填空题（每小题 4 分）：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0, y \rightarrow 0} \left[ \frac{x^2 \tan y}{x^2 + y^2} \right] = \underline{\hspace{2cm}}$$

二题 得分	
----------	--

$$(2) \text{ 设 } z = \ln(x^2 + xy + y^2), (x, y) \neq (0, 0), \text{ 则 } x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(3) \text{ 原点到平面 } 2x - 2y - z + 9 = 0 \text{ 的距离为 } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(4) \text{ 设 } y = y(x) \text{ 连续可导, 满足 } \int_1^{e^x} \frac{\ln t}{t} dt + \int_1^y (3 + \cos t) dt = 2, \text{ 则 } \frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(5) \text{ 曲线 } y = x^2, x = y^2 \text{ 所围的图形绕 } y \text{ 轴旋转所得旋转体的体积} = \underline{\hspace{2cm}}$$

三、求下列不定积分：（每小题 6 分）

$$(1) \int \frac{x^2}{(x-1)^6} dx;$$

$$(2) \int \frac{x^3}{(1+x^2)^5} dx;$$

三题 得分	
----------	--

$$(3) \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx;$$

草稿

姓名

学号

专业

任课教师

四、求下列定积分（每小题 7 分）：

(1)  $\int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx;$

四题 得分	
----------	--

(2)  $\int_1^3 |x^2 - 3x + 2| dx;$

(3)  $\int_{-2}^0 \frac{(x+2)}{x^2 + 2x + 2} dx$

五、(7 分) 设  $f(x) = \int_{x^3}^x e^{-y^2} dy$ , 计算  $\int_0^1 x^2 f(x) dx$ .

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

六、(8分) 设函数  $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 y^2)(x^2 + y^2)^{-3/2}, & x^2 + y^2 > 0 \\ 0, & x = y = 0 \end{cases}$ .

试讨论  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  点是否连续、是否可微?

五题 得分	
----------	--

七、(6分) 设  $f''(x) \leq 0, x \in [0, 1]$ , 证明:  $\int_0^1 f(x^2) dx \leq f(\frac{1}{3})$

七题 得分	
----------	--