某南方二本院校

期末考试试卷

【请注意：将各题题号及答案写在答题纸上，写在试卷上无效】

一、 **填空题**（要求在答题纸相应位置上，不写解答过程，本大题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分）。

1. 设 4×4 矩阵 A=$\left(\alpha,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4\right)$，B=$\left(\beta,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4\right)$，其中$\alpha,\ \beta,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4$,均是 4 维列向量，且已知$|A|$=4，$|B|$=1，则行列式$|A+B|$=__________；

2.设 A 为 n 阶矩阵，$|A|\neq0$，A^*为 A 的伴随矩阵，若 A 有特征值λ，则A^*的一个特征值为__________；

3.设 n 阶矩阵 A 的各行元素之和均为零，且$R\left(A\right)$=n-1，则线性方程组AX=0 的通解为__________；

4.设$\alpha=\left(a_{1,}a_2,\cdots,a_n\right)^T$，$\beta=\left(b_1,b_2,\cdots b_n\right)^T$为非零向量，且满足条件$\left(\alpha,\beta\right)=0$，记 n 阶矩阵$A=\alpha\beta^T$，则$A^2$=__________；

5.设二阶矩阵 A=$\begin{bmatrix}7&12\\y&x\end{bmatrix}$与 B=$\begin{bmatrix}1&3\\2&4\end{bmatrix}$相似，则$x=$_____,$y=$_____。

二、 **单项选择题**（从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案。并将其代号写在答题纸相应位置处。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 3 分，共 15 分）。

1. 设三阶矩阵 A 的特征值为 1，2，3，则$\left|A^2-2I\right|$=【 】

A. 0　　B. 24　　C. -14　　D. 20

2. 设有向量组$\alpha_1=\begin{pmatrix}1&-1&2&4\end{pmatrix}$，$\alpha_2=\begin{pmatrix}0&3&1&2\end{pmatrix}$，$\alpha_3=\begin{pmatrix}3&0&7&14\end{pmatrix}$，$\alpha_4=\begin{pmatrix}1&-2&2&0\end{pmatrix}$，$\alpha_5=\begin{pmatrix}2&1&5&10\end{pmatrix}$ 则该向量组的极大无关组是【 】

$A.\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$　　$B.\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4$　　$C.\alpha_1,\alpha_2,\alpha_5$　　$D.\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4,\alpha_5$

3. n 阶方阵 A 具有 n 个不同的特征值是 A 与对角阵相似的【 】

A. 充分必要条件　B. 充分而非必要条件

C. 必要而非充分条件　D.即非充分也非必要条件

4. 设 A 为 n 阶方阵，且$|A|$=0，则 【 D】

A. A 中至少有一行（列）的元素为全为零

B. A 中必有两行（列）的元素对应成比例

C. A 中任意一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

D. A 中必有一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

5. 设 A、B 为同阶可逆矩阵，则【 D】

A. $AB=BA$

B.存在可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP=B$

C.存在可逆矩阵 C，使 $C^TAC=B$

D.存在可逆矩阵 P 和 Q，使 $PAQ=B$

三、 计算题（要求在答题纸相应位置上写出详细计算步骤及结果，本题 12 分）

计算行列式 $D=\begin{vmatrix} -ab & ac & ae \\ bd & -cd & de \\ bf & cf & -ef \end{vmatrix}$

四、 计算题（要求在答题纸相应位置上写出详细计算步骤及结果，本题 12 分）

设 A 满足 $A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$满足 $BA=2BA\text{-}8I$ ，求 B

五、 计算题（要求在答题纸相应位置上写出详细计算步骤及结果，本题 12 分）

根据 K 的取值求解非齐次线性方程组$\begin{cases} kx_1+x_2+x_3=k-3 \\ x_1+kx_2+x_3=-2 \\ x_1+x_2+kx_3=-2 \end{cases}$

六、 计算题（要求在答题纸相应位置上写出详细计算步骤及结果，本题 12 分）

设 A 为三阶矩阵，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$是线性无关的三维列向量，且满足$A\alpha_1=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$，

$A\alpha_2=2\alpha_2+\alpha_3$， $A\alpha_3=2\alpha_2+3\alpha_3$，

（1）求三围矩阵 B，使 $A\begin{pmatrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3\end{pmatrix}$= $\begin{pmatrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3\end{pmatrix}B$；（2）求矩阵 A 的特征值。

七、 计算题（要求在答题纸相应位置上写出详细计算步骤及结果，本题 12 分）

用正交矩阵将实对称矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$对角化。

八、 证明题（要求在答题纸相应位置上写出详细证明步骤，本大题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

1. 设 A,B 是两个 n 阶反对称矩阵，证明：$AB\text{-}BA$ 是 n 阶反对称矩阵。
2. 设 X_1，X_2 为某个齐次线性方程组的基础解系，证明：X_1+X_2，$2X_1-X_2$ 也是该齐次线性方程组的基础解系。