长度密度实验报告

姓名：张耕嘉；学院：人工智能学院；学号：2313725

组别：J组；座号：7；实验日期：2024/5/10 星期五上午

一、 目的要求

1、 了解米尺、游标卡尺、螺旋测微器的测量原理和使用方法。

2、 熟悉仪器的读数规则及有效数字运算法则。

3、 掌握直接测量、间接测量的数据处理方法及测量不确定度估计方法。

4、 了解测定密度的基本方法。

5、 掌握物理天平和电子天平的结构原理、操作规程、使用及维护方法。

6、 掌握用静力称衡法测定不规则固体及液体密度的原理和方法。

7、 熟悉测量不确定度的估计方法。

二、 仪器用具

长度测量：米尺、50 分度游标卡尺、螺旋测微器、金属杯、钢球。

密度测量：电子天平（C-138-BS1100 十型）、铁架台、待测样品、水、烧杯、温度计。

三、 实验原理

1、 长度测量

米尺：4 种不同方法测实验桌宽度l。

游标卡尺：不同方位测半空心圆柱体内、外径，高度及深度。

螺旋测微器：求钢球不同位置的三互垂方向直径。

2、 流体静力称衡法

若一物体质量为m，体积为V，则其密度为

$$\rho = m/V \tag{1}$$

对于形状不规则物体，可用流体静力称衡法间接测其体积。

若不计空气浮力，则物体在空气中的重量$W = mg$与其在液体中的视重$W_1 = m_1 g$之差即为它在液体中所受的浮力，即

$$F = W - W_1 = (m - m_1)g \tag{2}$$

式（2）中，m及m_1分别表示物体在空气及液体中的视质量。由阿基米德原理：物体在液体中所受的浮力等于它排开液体的重量。若以ρ_0表示液体的密度，V表示排开液体的体积亦即待测物体的体积，则

$$F = \rho_0 g V \tag{3}$$

由式(2)-式(3)可解得待测物体的密度

$$\rho = m\rho_0/(m - m_1) \tag{4}$$

如将上述物体再浸入密度为ρ_2的待测液体中，测得视质量为m_2，则有

$$(m - m_2)g = \rho_2 g V \tag{5}$$

由式(4)及式(5)又可解得待测液体的密度

$$\rho_2 = \rho_0(m - m_2)/(m - m_1) \tag{6}$$

由式(4)及式(6)可知，用静力称衡法测定固体或液体的密度，

最终将转化为质量的测量。

3、　实验步骤

调平天平至备用状态，测牛角扣在空气、乙醇、水中的视质量。

在相同条件下多次测量。

4、　不确定度

A 类不确定度：

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

单次测量：$u_{ax} = S_x$

多次测量：$u_{ax} = t(0.683, k)S_{\bar{x}}, (k = n-1)$

B 类不确定度：

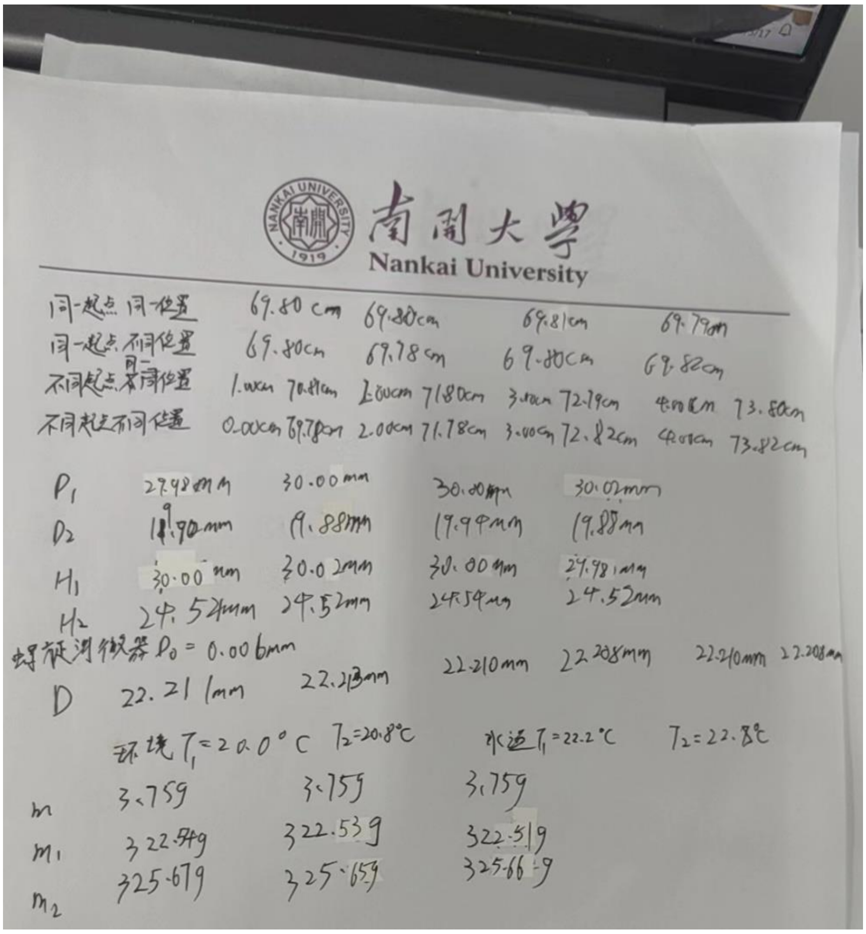
单次测量：$\begin{cases} \text{需要估读：} u_b = \frac{\Delta}{3} \text{ 仪器允差} \\ \text{不需要估读：} \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \text{ 均匀分布} \end{cases}$

多次测量：$u_b = \frac{\varepsilon_x}{\sqrt{3}}$

合成不确定度：$u_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} {u_{ai}}^2 + \sum_{j=1}^{n} {u_{bj}}^2}$

四、　实验数据及处理

原始数据如下：



1、 用米尺测量实验桌的宽度l

单位：（$10^{-2}m$）；允差：$\Delta_l = 0.5mm$；$u_{Bl} = \frac{0.1mm}{\sqrt{3}}$

次数 i	1	2	3	4	平均
l_{1i}	69.80	69.80	69.81	69.79	69.80
l_{2i}	69.80	69.78	69.80	69.82	69.80
l_{3i}起点	1.00	2.00	3.00	4.00	
l_{3i}终点	70.81	71.80	72.79	73.80	
l_{3i}	69.81	69.80	69.79	69.80	69.80
l_{4i}起点	0.00	2.00	3.00	4.00	
l_{4i}终点	69.78	71.78	72.82	73.82	
l_{4i}	69.78	69.78	69.82	69.82	69.80

$s_{l4i} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(l_{4i}-\overline{l_4})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4}(l_{4i}-69.80)^2}{3}} \approx 2.31 \times 10^{-2}\text{cm}$

$s_{\overline{l4}} = \frac{s_{l4i}}{\sqrt{n}} = \frac{2.31\times10^{-2}}{\sqrt{4}} = 1.15 \times 10^{-2}\text{cm}$

$u_{al4} = t(0.683, n-1)s_{\overline{l4}} = 1.20 \times 1.15 \times 10^{-2} = 1.39 \times 10^{-2}\text{cm}$

$u_{l4} = \sqrt{(1.39 \times 10^{-2})^2 + (\frac{0.01}{\sqrt{3}})^2} \approx 1.50 \times 10^{-2}\text{cm}$

$l_4 = (69.80 \pm 0.02)\text{cm}$

2、 用游标卡尺测几何体尺寸并求体积

单位：（mm）；零点读数：$x_0 = 0$；允差：$\Delta x = 0.02mm$；$u_{Bx} = \frac{0.02mm}{\sqrt{3}}$

次数 i	1	2	3	4	平均
外径D_{1i}	29.98	30.00	30.00	30.02	30.00
内径D_{2i}	19.90	19.88	19.94	19.88	19.90
高H_{1i}	30.00	30.02	30.00	29.98	30.00
深H_{2i}	24.54	24.52	24.54	24.52	24.53

①$s_{D_{1i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(D_{1i}-\overline{D_1})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4}(D_{1i}-30.00)^2}{3}} \approx 1.63 \times 10^{-2}\text{mm}$

$s_{\overline{D1}} = \frac{s_{D1i}}{\sqrt{n}} = \frac{1.63\times10^{-2}}{\sqrt{4}} = 8.15 \times 10^{-3}\text{mm}$

$u_{aD1} = t(0.683, n-1)s_{\overline{D1}} = 1.20 \times 8.15 \times 10^{-3} = 9.78 \times 10^{-3}\text{mm}$

$u_{D1} = \sqrt{(9.78 \times 10^{-3})^2 + (\frac{0.02}{\sqrt{3}})^2} \approx 1.51 \times 10^{-2}\text{mm}$

②$s_{D_{2i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(D_{2i}-\overline{D_2})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4}(D_{2i}-19.90)^2}{3}} \approx 2.83 \times 10^{-2}\text{mm}$

$s_{\overline{D2}} = \frac{s_{D2i}}{\sqrt{n}} = \frac{2.83\times10^{-2}}{\sqrt{4}} = 1.41 \times 10^{-2}\text{mm}$

$u_{aD2} = t(0.683, n-1)s_{\overline{D2}} = 1.20 \times 1.41 \times 10^{-2} = 1.70 \times 10^{-2}\text{mm}$

$u_{D2} = \sqrt{(9.78 \times 10^{-3})^2 + (\frac{0.02}{\sqrt{3}})^2} \approx 1.79 \times 10^{-2}\text{mm}$

③$s_{H_{1i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(H_{1i}-\overline{H_1})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4}(H_{1i}-30.00)^2}{3}} = 1.63 \times 10^{-2}\text{mm}$

$s_{\overline{H1}} = \frac{s_{H1i}}{\sqrt{n}} = \frac{1.63\times10^{-2}}{\sqrt{4}} = 8.15 \times 10^{-3}\text{mm}$

$u_{aH1} = t(0.683, n-1)s_{\overline{H1}} = 1.20 \times 8.15 \times 10^{-3} = 9.78 \times 10^{-3}\text{mm}$

$u_{H1} = \sqrt{(9.78 \times 10^{-3})^2 + (\frac{0.02}{\sqrt{3}})^2} \approx 1.51 \times 10^{-2}\text{mm}$

④$s_{H_{2i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(H_{2i}-\overline{H_2})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{4}(H_{2i}-24.53)^2}{3}} \approx 1.15 \times 10^{-2}\text{mm}$

$s_{\overline{H2}} = \frac{s_{H2i}}{\sqrt{n}} = \frac{1.15\times10^{-2}}{\sqrt{4}} = 5.77 \times 10^{-3}\text{mm}$

$u_{aH2} = t(0.683, n-1)s_{\overline{H2}} = 1.20 \times 5.77 \times 10^{-2} = 6.93 \times 10^{-2}\text{mm}$

$u_{H2} = \sqrt{(6.93 \times 10^{-2})^2 + (\frac{0.02}{\sqrt{3}})^2} \approx 9.02 \times 10^{-3}\text{mm}$

⑤计算体积：

$$V = \frac{\pi(D_1^2 H_1 - D_2^2 H_2)}{4} \approx 13.569cm^3$$

$$u_V=\sqrt{\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\partial V}{\partial x_i}\cdot u_{x_i}\right)^2}$$

$$=\frac{\pi}{4}\sqrt{4D_1^2H_1^2u_{D_1}^2+D_1^4u_{H_1}^2+4D_2^2H_2^2u_{D_2}^2+D_2^4u_{H_2}^2}$$

$$\approx 0.0277cm^3$$

$$V=(13.569\pm 0.028)cm^3$$

3、 用螺旋测微器测钢球直径并求体积

单位：（mm）；零点读数：$x_0=0.006mm$；允差：$\Delta x=0.004mm$；

$u_{b_D}=\frac{0.001mm}{\sqrt{3}}$

D_i	1	2	3	4	5	6	平均
测量值	22.211	22.213	22.210	22.208	22.210	22.208	22.210
修正值	22.205	22.207	22.204	22.202	22.204	22.202	22.204

$$s_{D_i}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(D_i-\bar{D})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(D_i-22.204)^2}{5}}=1.897\times 10^{-3}\text{mm}$$

$$s_{\bar{D}}=\frac{s_{D_i}}{\sqrt{n}}=\frac{1.897\times 10^{-3}}{\sqrt{6}}=7.746\times 10^{-4}\text{mm}$$

$$u_{aD}=t(0.683,n-1)s_{\bar{D}}=1.11\times 7.746\times 10^{-4}=8.598\times 10^{-4}\text{mm}$$

$$u_D=\sqrt{(8.598\times 10^{-4})^2+(\frac{0.001}{\sqrt{3}})^2}=1.036\times 10^{-3}\text{mm}$$

$$V=\frac{\pi D^3}{6}=5.7289cm^3$$

$$u_V = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial V}{\partial x_i}\cdot u_{x_i}\right)^2} = \sqrt{(u_D \cdot \frac{\pi D^2}{2})^2}$$

$$= \sqrt{(1.036\times 10^{-3}\times \frac{\pi\cdot 22.204^2}{2})^2} = 8.02\times 10^{-4} cm^3$$

$$V = (5.7283 \pm 0.0008) cm^3$$

4、　流体静力称衡法测牛角扣密度

环境温度：$\theta_e = \frac{\theta_{e1}+\theta_{e2}}{2} = \frac{20.0+20.8}{2} = 20.4℃$

水温：$\theta = \frac{\theta_1+\theta_2}{2} = \frac{22.2+22.8}{2} = 22.5℃$

水的密度：$\rho_0 = 0.998 g/cm^3 (22.5℃)$

单位：（10^{-3}kg）$u_{Bm} = \frac{0.01g}{\sqrt{3}}$

次数 i	空气中m_{1i}	水中m_{2i}	差值Δm_i	牛角扣质量m_i
1	322.54	325.67	3.13	3.74
2	322.53	325.65	3.12	3.75
3	322.51	325.66	3.15	3.76
平均			3.13	3.75

$$\bar{\rho} = \frac{m\rho_0}{\overline{\Delta m}} = \frac{3.75}{3.13}\times 0.998 = 1.196 g/cm^3$$

①$s_{m_i} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(m_i-\bar{m})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(m_i-3.75)^2}{2}} = 1.000\times 10^{-2}$g

$s_{\bar{m}} = \frac{s_{m_i}}{\sqrt{n}} = \frac{1.897\times 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 5.774\times 10^{-3}$g

$u_{am} = t(0.683, n-1)s_{\bar{D}} = 1.32\times 5.774\times 10^{-3} = 7.621\times 10^{-3}$g

$u_m = \sqrt{(7.621\times 10^{-3})^2 + (\frac{0.01}{\sqrt{3}})^2} = 9.561\times 10^{-3}$g

②$s_{m_{1i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(m_{1i}-\overline{Dm_1})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(m_{1i}-322.52)^2}{2}} = 1.528 \times 10^{-2}\text{g}$

$s_{\overline{m_1}} = \frac{s_{m_1}}{\sqrt{n}} = \frac{1.528\times10^{-2}}{\sqrt{3}} = 8.819 \times 10^{-3}\text{g}$

$u_{am_1} = t(0.683, n-1)s_{\overline{m_1}} = 1.32 \times 8.819 \times 10^{-3} = 1.164 \times 10^{-2}\text{g}$

$u_{m_1} = \sqrt{(1.164 \times 10^{-2})^2 + (\frac{0.01}{\sqrt{3}})^2} = 1.299 \times 10^{-2}\text{g}$

③$s_{m_{2i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(m_{2i}-\overline{m_2})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(m_{2i}-325.66)^2}{2}} = 1.000 \times 10^{-2}\text{g}$

$s_{\overline{m_2}} = \frac{s_{m_{2i}}}{\sqrt{n}} = \frac{1.000\times10^{-2}}{\sqrt{3}} = 5.774 \times 10^{-3}\text{g}$

$u_{am_2} = t(0.683, n-1)s_{\overline{m_2}} = 1.32 \times 5.774 \times 10^{-3} = 7.621 \times 10^{-3}\text{g}$

$u_{m_2} = \sqrt{(7.621 \times 10^{-3})^2 + (\frac{0.01}{\sqrt{3}})^2} = 9.561 \times 10^{-3}\text{g}$

$u_\rho = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\rho}{\partial x_i}\cdot u_{x_i}\right)^2}$=5.982× $10^{-3}\ g/cm^3$

$\rho = \bar{\rho} \pm u_\rho = (1.196 \pm 0.006)g/cm^3$

五、 误差分析

长度：

1、仪器误差：测量器具设计中存在的原理误差，如杠杆机构、阿贝误差等。制造和装配过程中的误差也会引起其示值误差的产生。

2、测量环境：测量环境主要包括温度、气压、湿度、振动、空气质量等因素。在一般测量过程中，温度是最重要的因素。测量温度对标准温度（+20℃）的偏离、测量过程中温度的变化以及测量器具与被测件的温差等都将产生测量误差。

3、人为误差：测量人员引起的误差主要有视差、估读误差、调整误差等引起，它的大小取决于测量人员的操作技术和其它主观因素。

密度：

1、仪器误差：密度的测量通常需要使用天平和容积器等仪器，这些仪器本身存在一定的误差。天平的误差主要来自于称量的精度和灵敏度，容积器的误差主要来自于容积的精度和标定误差等。此外，天平的水平仪中没有气泡，可能造成仪器误差。

2、操作误差：密度的测量还需要进行一系列的操作，如样品的称量、加热、冷却、倒液等。这些操作都可能引入一定的误差，如称量误差、温度误差、倒液误差等。

3、人为误差：密度的测量还可能受到人为因素的影响，如实验人员的主观因素、操作技巧等。因此，在进行密度测量时，需要进行多次重复测量，并进行数据处理和分析，以减小人为误差。

六、 思考题

长度：

1.以四种方法测得实验讲义宽度的各组数据有些什么特点?其偏差及其算术平均值分别表示什么意义?哪种测量方法较好?
答：米尺同一起点，教科书同一位置测量，这样测量误差较小；
米尺同一起点，教科书不同位置测量，这样测量误差较大；
米尺不同起点，教科书同一位置测量，这样测量误差较大；
米尺不同起点，教科书不同位置测量，这样测量误差最大；
偏差是测量值与真实值之间的差异，其算术平均值可以减小误差；
用米尺同一起点，教科书同一位置测量这种方法较好 .
2.一把钢尺在 20° C 时标度,若在-20° C 时一次测得某物体长度为 1000.0 mm 假定不锈钢尺的线膨胀系数为:$B=1.2\times10^{-5}$° C^{-1},问:
(1)因热膨胀引人的系统误差是否需要修正?
(2)写出该物体长度的结果表达式。
答：(1)需要修正

(2)钢尺在−20°C 时相对于 20°C 时的长度变化为：$\triangle L=L0B\Delta t=L0\times1.2\times10^{-5}\times(-40)$

修正后的长度：L=L 测−△L=1000.0−L0×1.2×10^{-5}×(−40)mm

3.某游标卡尺的分度值为 0.01 mm,主尺分度值为 0.5 mm。试问:其游标的分度数为多少?游标部分的长度为多少?

答:50；49.5mm

密度：

1.白蜡的密度约为 900 kg/m^3,如以水作为已知液体,采用流体静力称衡法测其密度,试说明操作步骤及所用仪器用具,并推导其密度的计算公式及标准不确定度传递公式。

答：**所用仪器用具**：电子天平、烧杯、细线、水、待测白蜡样品。

操作步骤：1.使用电子天平测量白蜡样品的质量，记为 m。

2.将烧杯放在电子天平上，并加入适量的水，记录此时的质量 m1。

3.用细线系住白蜡样品，轻轻放入烧杯中，确保白蜡完全浸没在水中，且不与烧杯壁接触。记录此时电子天平的示数 m2。

密度的计算公式：白蜡的体积 V 可以通过水的位移量来计算，即 V=（m2−m1）/$\rho_{水}$，其中 $\rho_{水}$是水的密度。

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{m_2-m_1}{\rho_{水}}} = \frac{m\cdot\rho_{水}}{m_2-m_1}$$

标准不确定度传递公式：

$$u(\rho) = \sqrt{\left(\frac{\rho_{水}}{m_2-m_1}\cdot u(m)\right)^2 + \left(\frac{m\cdot\rho_{水}}{(m_2-m_1)^2}\cdot u(m_1)\right)^2 + \left(\frac{m\cdot\rho_{水}}{(m_2-m_1)^2}\cdot u(m_2)\right)^2 + \left(\frac{m}{m_2-m_1}\cdot u(\rho_{水})\right)^2}$$

2.假定细丝直径 d=1.5x10^{-4}m,丝长 l=0.25 m,浸没水中的长度约为丝长的 1/4 已知材料的密度为 p.=8.9x10^3kg/m。试求:因未考虑细丝质量对密度的测量引入多大系统误差?计算中细丝浸入水中的影响需要考虑吗?

答：由 ρ=m/V 可得，细丝的质量：m=ρV≈3.9×10^{-5}kg

细丝受到的浮力：$F_{浮}$=ρ$V_{排}$g≈1.1×10^{-5}N

G（测） = G – F（浮） = mg – F（浮），

G = mg =3.822×10^{-4}N

由于浮力作用，细丝在测量时的重力会小于其实际重力，因此测量得到的细丝质量会小于其实际质量。这个差值就是系统误差。系统误差为：$\triangle m = \frac{F_{浮}}{g}$ ≈1.1×10^{-6}kg

因细丝浸入水中的体积相对于细丝总体积很小，可以忽略不计，所以计算中细丝浸入水中的影响不需要考虑

3.对于测定不规则形状物体的体积,为何不利用量筒通过排水法直接测量物体排开水的体积而用静力称衡法?哪个精度较高?原因是什么?

答：排水法适用于完全浸没在水中的物体，对于漂浮的物体，无法直接利用排水法测体积；静力称衡法是通过测量浮力，根据阿基米德原理间接测量体积，对于漂浮的物体同样适用。两种方法各有特点，精度的高低与操作水平以及实验器材等有关.