

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2019 级“场论与无穷级数（信）”结课统考试卷（A 卷） 2020 年 9 月 4 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、判定下列级数的敛散性(4×5 = 20 分):

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{3^n} + \frac{1}{\sqrt[n]{n}})$;

一题得分	
------	--

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{[1 + (1 / n)]^{n^2}}$;

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n + 19}$;

(4) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$.

二、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$ 的收敛域、和函数，并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ 的和.（本题 10 分）.

二题得分	
------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

三、将函数 $f(x) = \frac{1}{(x^2 - x - 2)}$ 展开为 x 的幂级数，并指出其收敛域. (本题 10 分)

三题 得分	
----------	--

四、求下列微分方程的通解或初值问题的解 (每小题 5 分):

(1) $x(1 + y^2)dx + y(1 - x^2)dy = 0;$

四题 得分	
----------	--

(2) $-y + y' = -8x$

(3) $y'' - y = 2x + 1;$

(4) $\frac{dy}{dx} = 1 + (\frac{y}{x})^2 + (y/x), (x \neq 0);$

(5) $(1 + x^2)y'' = 2xy', y(0) = 2, y'(0) = 1;$

草稿

姓名
学号
专业
任课教师

五、计算下列广义积分（每小题 5 分）：

(1) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(1+x^2)} dx$;

(2) $\int_1^2 \frac{(x-1)}{\sqrt{2-x}} dx$

六、（本题 9 分）将函数 $f(x)=x(\pi-x), (0 \leq x \leq \pi)$ 展开为（周期为 2π ）的余弦级数.

.

五题 得分	
----------	--

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

七、（本题 10 分）设 $\alpha \in R$, 讨论广义积分 $I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{1+x^2} dx$ 的敛散性。.

七题 得分	
----------	--

八、（6 分）设 $|\alpha|<1$ ，计算积分： $I(\alpha) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin x} \ln(\frac{1+\alpha \sin x}{1-\alpha \sin x}) dx$ ，

其中被积函数在 $x=0$ 之值，取其在该点的极限。

八题 得分	
----------	--

草稿区