# 2015 级一元函数积分(信息类)

一、选择题(每小题 4 分)

(1)在 $(-\infty,+\infty)$ 上, $F^{'}(x)=f(x)$，则 $\int f(\sqrt{x}+1)\dfrac{dx}{\sqrt{x}}$ =(　)

(A) $F(\sqrt{x}+1)$　(B) $F(\sqrt{x}+1)+C$　(C) $2F(\sqrt{x}+1)+C$　(D) $\dfrac{1}{2}F(\sqrt{x}+1)+C$

(2)设 $f(x)=\int_0^{\sin x}\sin t dt, g(x)=\int_0^{2x}\ln(1+t)dt$ ,则当 $x\to 0$ 时, $f(x)$ 与 $g(x)$ 相比较是(　)

(A)等价无穷小　(B)同阶但非等价无穷小　(C)高阶无穷小　(D)低阶无穷小

(3)设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续,令 $F(x)=\int_{1/x}^{\ln x}f(t)dt, x>0$ ,则 $F^{'}(x)$ =(　)

(A) $\dfrac{1}{x}f(\ln x)+\dfrac{1}{x^2}f(1/x)$　(B) $f(\ln x)+f(1/x)$

(C) $\dfrac{1}{x}f(\ln x)-\dfrac{1}{x^2}f(1/x)$　(D) $f(\ln x)-f(1/x)$

(4)曲线 $y=\sin^{\frac{3}{2}}x,(0\le x\le\pi)$ 与 $x$ 轴围成的图形绕 $x$ 轴旋转所成的旋转体的体积为(　)

(A)4/3　(B) $\dfrac{2}{3}\pi$　(C) $\dfrac{4}{3}\pi$　(D) $\dfrac{4}{3}\pi^2$

(5)二元函数 $f(x,y)$ 在 $(x_0,y_0)$ 某邻域存在偏导数 $f_x^{'}(x,y), f_y^{'}(x,y)$ ,则结论正确的是(　)

(A) $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 连续　(B) $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 可微

(C)曲面 $z=f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0,f(x_0,y_0))$ 存在切平面　(D)以上说法都不正确..

二、填空题(每小题 4 分):

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{1}+\sqrt{2}+\bullet\bullet\bullet+\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}=$

(2)设 $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}+x^3\int_0^1 f(t)dt$ ，则 $\int_0^1 f(x)dx=$

(3)原点到平面$2x-2y+z+15=0$的距离是

(4)设$z=e^{-x}-f(x-2y)$,且当$y=0$时,$z=x^2$,则$\dfrac{\partial z}{\partial x}=$

(5)$\dfrac{d}{dx}\int_0^x \cos(x-t)^2\,dt=$

三、求下列不定积分：(每小题 6 分)

(1)$\int \dfrac{x^2}{(x-1)^7}dx$

(2)$\int \dfrac{x}{x^2+2x+5}dx$

(3)$\int \dfrac{\arctan x}{x^2}dx$

四、求下列定积分(每小题 7 分)：

(1)$\int_{\sqrt{2}/2}^{1} \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}dx$

(2) $\int_0^1 \ln(1+\sqrt{x})dx$

(3) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{\cos x+\sin x}dx$ 。

五、(8 分)设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{\sqrt{|xy|}}{x^2+y^2}\sin(x^2+y^2), x^2+y^2>0\\ 0, x=y=0\end{cases}$

试讨论 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点是否连续、是否可微？

六、(7 分)设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导,且满足 $\mathrm{f}(1)=2\int_{0}^{1/2} e^{1-x^4} f(x)dx$，

证明：存在 $\xi\in(0,1)$,使 $f^{'}(\xi)-4\xi^3 f(\xi)=0$

七、(6 分)设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，且对任意 $x\in[0,1],0<a\le f(x)\le b$,

证明:$\frac{1}{a}\int_{0}^{1} f(x)dx+b\int_{0}^{1}\frac{1}{f(x)}dx\le 1+\frac{b}{a}$