课程考核试题卷 （ A 卷）

试卷编号__________

（ 2011 至 2012 学年 第__2_学期 ）

课程名称：线性代数 A　　　考试时间：110 分钟

课程代码：7100059　　　试卷总分：100 分

考试形式：闭卷　　　学生自带普通计算器：否

姓名：　　学号：　　教学班号：　　年级专业：

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	总分
得分													
评卷教师													

得分

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、A 和 B 均为 n 阶矩阵，且 $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$，则必有（　　　）

A　$A=E$；　　B　$B=E$；　　C　$A=B$．　　D　$AB=BA$。

2、设 A 是方阵，如有矩阵关系式 AB=AC，则必有（　　　）

A. A =0　　B. B≠C 时 A=0　　C. A≠0 时 B=C　　D. |A|≠0 时 B=C

3、设 A 是 $s\times n$ 矩阵，则齐次线性方程组 $Ax=0$ 有非零解的充分必要条件是( )

A. A 的行向量组线性无关　　B. A 的列向量组线性无关

C. A 的行向量组线性相关　　D. A 的列向量组线性相关

4、若 $\boldsymbol{x}_1$ 是方程 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$ 的解，$\boldsymbol{x}_2$ 是方程 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{O}$ 的解，则( ) 是方程 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$ 的解（$c\in R$）

A. x_1+cx_2　　B. cx_1+cx_2　　C. cx_1-cx_2　　D. cx_1+x_2

5、设矩阵 A 的秩为 r，则 A 中（　　　）

A.所有 r—1 阶子式都不为 0　　B.所有 r—1 阶子式全为 0

C.至少有一个 r 阶子式不等于 0　　D.所有 r 阶子式都不为 0

得分

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、已知向量 $\alpha=(1,3,2,4)^T$ 与 $\beta=(k,-1,-3,2k)^T$ 正交，则 $k=$__________.

2、$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}$ =__________________.

3、设 3 阶矩阵 A 的行列式 $|A|=8$，已知 A 有 2 个特征值—1 和 4，则另一特征值为_______.

4、如果 X_1,X_2 都是方程 $A_{n\times n}X=O$ 的解，且 $X_1\neq X_2$，则 $|A_{n\times n}|=$____；

5、设向量组 $\alpha_1=(1,0,0)^T,\alpha_2=(-1,3,0)^T,\alpha_3=(1,2,-1)^T$ 线性______（填相关或无关）

线　订　装

得分

三、（10 分）计算行列式$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$.

得分

四、（10 分）已知 $f(x)=x^2+4x-1$，$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求 $f(A)$。

得分

五、（10 分）求齐次线性方程组$\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3+5x_4=0 \\ -3x_1+x_2+2x_3-4x_4=0 \\ -x_1-2x_2+3x_3+x_4=0 \end{cases}$的一个基础解系及其通解.

得分

六、（12 分）判定二次型$f=-x_1^2-x_2^2-x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3-4x_2x_3$的正定性，并求该二次型的秩。

得分

七、（10 分）求向量组：$\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\2\\-1\\-1\end{bmatrix}$，$\alpha_2=\begin{bmatrix}2\\5\\2\\-1\end{bmatrix}$，$\alpha_3=\begin{bmatrix}3\\5\\-7\\-4\end{bmatrix}$，$\alpha_4=\begin{bmatrix}-1\\6\\17\\9\end{bmatrix}$的秩及一个极大线性无关组，并将其余向量通过该极大线性无关组表示出来.

得分

八、（12 分）已知矩阵$A=\begin{bmatrix}1&1&0\\1&1&0\\0&0&3\end{bmatrix}$与$B=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&3&0\\0&0&x\end{bmatrix}$,相似

（1）求 x；

（2）求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=B$。

得分

九、（6 分）设 3 阶矩阵 A 的特征值为 2（二重），−4，求$\left|\left(-\frac{1}{2}A^*\right)^{-1}\right|$ 。

一、单项选择题（每小题 **3** 分，共 **15** 分）

评分标准：选对得 3 分，不选或选错得 0 分

1、D；2、D；　3、D；　4、A；　5、C

二、填空题（每小题 **3** 分，共 **15** 分）：

评分标准：填对得 3 分，不填或填错得 0 分

1、24；　　2、；$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$　3、-2；　　4、0；　　5、无关

三、计算行列式（**12** 分）

1、原式　=40；　　············10 分

四、（**10** 分）

解　　：

$$A^2=\begin{pmatrix} -3 & -4 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$ ·········4 分

$$4A=\begin{pmatrix} 4 & -8 & 0 \\ 8 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$ ··················8 分

$$f(A)=\begin{pmatrix} 0 & -12 & 0 \\ 12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ ············10 分

五、（**12** 分）

解：齐次线性方程组的系数矩阵 A 为：$\begin{cases} 2x_1-3x_2+x_3+5x_4=0 \\ -3x_1+x_2+2x_3-4x_4=0 \\ -x_1-2x_2+3x_3+x_4=0 \end{cases}$

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 \\ -3 & 1 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 7 & -7 & -7 \\ 0 & -7 & 7 & 7 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ ···4 分

一般解为：$\begin{cases} x_1=x_3-x_4 \\ x_2=x_3+x_4 \\ x_3=x_3 \\ x_4=x_4 \end{cases}$　（x_3 为自由未知量）　························6 分

故齐次线性方程组的通解为 $x=k_1\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}-1\\1\\0\\1\end{pmatrix}$ $(k_1k_2\text{为常数})$…………10 分

六、（**12** 分）

解：二次型对应的矩阵为

$$A=\begin{pmatrix}-1&2&2\\2&-1&-2\\2&-2&-1\end{pmatrix}$$ ………4 分

$|-1|=-1<0$； ………2 分

$$\begin{vmatrix}-1&2\\2&-1\end{vmatrix}=-3<0$$ ………2 分

$$\begin{vmatrix}-1&2&2\\2&-1&-2\\2&-2&-1\end{vmatrix}=-13<0$$ ………2 分

所以矩阵的秩为 3，即二次型的秩为 3 2 分

七、（**10** 分）

解：向量组对应的矩阵为

$$(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4)=\begin{pmatrix}1&2&3&-1\\2&5&5&6\\-1&2&-7&17\\-1&-1&-4&9\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&5&0\\0&1&-1&0\\0&0&0&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$$ ………3 分

所以矩阵的秩为 3 6 分

所以 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4$ 为一组极大无关组 8 分

$\alpha_3=-5\alpha_1+\alpha_2$ ………10 分

八、（**8** 分）

解：解：（1）、由于 A 与 B 相似，则 $tr(A)=tr(B)$。因为 $tr(A)=5$，$tr(B)=3+x$，则 $x=2$。 ………4 分

（2）、因为 B 的特征值为 $\lambda_1=0,\lambda_2=3,\lambda_3=2$，所以 A 的特征值为 $\lambda_1=0,\lambda_2=3,\lambda_3=2$。

当$\lambda_1=0$时，它对应的特征向量为$a_1=(1,-1,0)^T$

当对于$\lambda_2=3$时，它对应的特征向量为$a_2=(0,0,1)^T$

当$\lambda_3=2$时，它对应的特征向量为$a_3=(1,1,0)^T$。

取$P=\left(a_1,\alpha_2,\alpha_3\right)=\begin{pmatrix}1&0&1\\-1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$，则$P^{-1}AP=B$。 ……… 12 分

九、(**6** 分)

证明：$\left|\left(-\dfrac{1}{2}A^*\right)^{-1}\right|=-8\left|\left(A^*\right)^{-1}\right|=-\dfrac{1}{2}=$ ……6 分