电光、计控学院本科生 2015—2016 学年第一学期线性代数课程期末考试试卷（A 卷）

专业：　　　　　　　　　　年级：　　　　　学号：　　　　　姓名：　　　　　　成绩:

说明：$A^T$ 表示矩阵 $A$ 的转置矩阵，$A^*$表示矩阵 $A$ 的伴随矩阵，$E$ 是单位矩阵，$O$ 是零矩阵,

$A^{-1}$ 表示可逆矩阵 $A$ 的逆矩阵, $|A|$表示方阵 $A$ 的行列式, $\langle\alpha,\beta\rangle$表示向量$\alpha,\beta$的内积。

草 稿 区

| 得 分 |
|---|
| |

**一 .客观题：1–3 小题为判断题，在对的后面括号中填“ √ ”，错的后面括号中填“×”，4–8 为单选题，将正确选项前的字母填在括号中. (每小题 2 分，共 16 分)。**

**1.** 对于任意 n 阶矩阵 A，B，有$|A+B|=|A|+|B|$。 （　　　）

**2.** n 阶实对称矩阵的特征根必为实数。 （　　　）

3. 同一线性变换在不同基底下的矩阵是合同的。 （　　　）

4. 下列是 6 阶行列式$|a_{ij}|$展开式中的项，且取“ + ”号的是 （　　　）

A. $a_{11}a_{26}a_{33}a_{42}a_{54}a_{65}$；　B. $a_{21}a_{53}a_{16}a_{42}a_{65}a_{34}$；

C. $a_{51}a_{32}a_{13}a_{44}a_{25}a_{66}$；　D. $a_{15}a_{23}a_{32}a_{44}a_{51}a_{66}$

5. 设 A, B, C 是同阶可逆方阵，下面各等式中正确的是 （　　　）

A. ABC = CBA　　B. $|ABC|=|A||B||C|$

C. $(ABC)^T=A^TB^TC^T$　　D. $(ABC)^{-1}=A^{-1}B^{-1}C^{-1}$

6. 设有实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_2^2+x_3^2$，则二次型 f 为（　　　）二次型。

A. 正定　　B. 负定

C. 不定　　D. 半正定

7. 设 3 阶矩阵 A 有特征值 0, 1, 2，其对应的特征向量分别为$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$，令$P=(\alpha_3\alpha_1 2\alpha_2)$，则$P^{-1}AP=$（　　　）

A. diag{2, 1, 0}　B. diag{2, 0, 1}　C. diag{0, 1, 4}　D. diag{2, 0, 2}

8. 设 n 阶矩阵 A 满足$A^2=0$, $E$是 n 阶单位矩阵，则 （　　　）

A. $|E-A|\neq 0$, 但$|E+A|=0$　　B. $|E-A|=0$, 但$|E+A|\neq 0$

C. $|E-A|=0$, 且$|E+A|=0$　　D. $|E-A|\neq 0$ 且$|E+A|\neq 0$

| 得 分 |
| --- |
| |

二 、行列式计算 （**第 1 小题 6 分，第 2 小题 8 分，共 14 分**）

草 稿 区

**1.** 计算行列式 $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$ 的值

**2.** 计算行列式 $\begin{vmatrix} \boldsymbol{a}+1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{a}+2 \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{a}+5 & \mathbf{0} & \boldsymbol{a}+6 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{a}+9 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{a}+7 & \mathbf{0} & \boldsymbol{a}+8 & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{a}+3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{a}+4 \end{vmatrix}$ 的值

| 得 分 |
| --- |
| |

**三、设** $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 4\\ 2 & -1 & 0\end{pmatrix}$**，判断 A 是否可逆，若可逆，求** $A^{-1}$ **（本题 10 分）**

草 稿 区

| 得 分 |
| --- |
| |

四、对于线性方程组：$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_3 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = b \end{cases}$ （本题 14 分）

（1）当 ***a,b*** 取何值时，无解，有唯一解，有无穷多解？

（2）当方程组有无穷多解时求其通解。

草 稿 区

| 得 分 |
| --- |
| |

五、在线性空间 $R^2$ 中，给定一组基底：$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ （本题 9 分）

在 $R^2$ 中定义变换 **σ**：$\sigma\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_2\\x_1+x_2\end{pmatrix}$

**(1)** 证明：变换 **σ** 为线性变换。

**(2)** 求 **σ** 在基底 $\alpha_1,\alpha_2$ 下的矩阵 **A**。

草 稿 区

| 得 分 |
| --- |
| |

六、已知二次型：$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+2x_2x_3$ （本题 14 分）

用正交变换 **X=PY** 化 $f(x_1,x_2,x_3)$为标准形，并求出其正交变换矩阵 $P$;

同时说明该二次型的类型(正定、负定、半正定、半负定、不定)。

草 稿 区

| 得 分 |
| --- |
| |

七、设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 是齐次方程组 $AX=0$ 的一个基础解系，$\beta$ 不是 $AX=0$ 的解，（本题 9 分）

证明：$\beta,\beta+\alpha_1,\beta+\alpha_2,\cdots,\beta+\alpha_s$ 线性无关.

草 稿 区

| 得 分 |
| --- |
| |

八、设 **A** 和 **C** 都是 **n** 阶可逆矩阵，$M=\begin{pmatrix} O & A \\ C & D \end{pmatrix}$，$\mathbf{0}$ 为零矩阵，**D** 为 **n** 阶矩阵　（本题 9 分）

求 $M^{-1}$

草 稿 区

| 得 分 |
| --- |
| |

九、$n$ 阶矩阵 $A$ 满足 $A^2-A-2E=0$。（本题 5 分）

证明 **(1)** $A$ 的特征值为 $-1$ 和 $2$。

**(2)** $A$ 与对角形矩阵相似。

草 稿 区