南开大学 2014 级"一元函数微分(信)"结课统考试卷(A卷) 2014年11月29日

(说明:答案务必写在装订线右侧,写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	_	 Ξ	四	五	六	七	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分									

一、选择题(每小题 4 分)

一 题 得分

草稿区

- (1) 以下条件中, ()不是函数 f(x) 在 x_0 点连续的充分条件:
- (A) $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = \lim_{x \to x_0^-} f(x)$; (B) $\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$; (C) $f'(x_0)$ 存在; (D) f(x) 在 x_0 处可微。
- (2) 设 $f(x) = x^2 \sin x$,下列等式正确的是(

(A)
$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^3} = 0$$
; (B) $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^3} = 1$; (C) $\lim_{x\to \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 0$; (D) $\lim_{x\to \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$;

- (3) 以下条件中, () 是函数 f(x) 在 x_0 点可导的充要条件:
 - (A) f(x) 在 x_0 点连续; (B) f(x) 在 x_0 点可微;

(C)
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}$$
存在; (D) $\lim_{x \to x_0} f(x)$ 存在。

- (4) 设 f(x) 在 [a,b] 上连续,在 (a,b) 内可导,且 f'(x) > 0 ,那么,必有(
 - (A) 在[a,b]上f(x) > 0; (B) 在[a,b]上f(x)单调减少;
 - (C) 在[a,b]上f(x)单调增加; (D) f(x)在[a,b]上是上凸的.
- (5) 设 $f(x) = (x^2 3x + 2)\sin x$,则方程 f'(x) = 0 在 $(0,\pi)$ 内实根的个数为(

- (A) 0 个; (B) 至多 1 个; (C) 2 个; (D) 至少 3 个.

二、填空题(每小题4分):

(1) 设函数 $f(x) = \begin{cases} (1-\sin x)^{1/x} & x \neq 0 \\ a, x = 0 \end{cases}$ 在 x = 0 处连续,则 a =_______

二题 得分 草稿

- (2) 曲线 $y = x + \sin^2 x$ 在点 $(\frac{\pi}{2}, 1 + \frac{\pi}{2})$ 处的切线方程是_____
- (4) 设a > 0,若 $\lim_{x \to +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx + c} dx) = 3$,则a = d的关系是______
- (5) $\forall f(x) = x(x+1)(x+2)...(x+15), \ \text{if } f(0) = \underline{\hspace{1cm}}$
- 三、求下列极限: (每小题 5 分)
- $(1) \lim_{x\to+\infty}\frac{3x+5\sin x}{4x-3\cos x};$

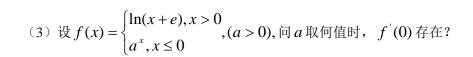
(2) $\lim_{x\to\infty} (e^{5/x} - 1)x$;

三题得分

- (3) $\lim_{x\to 0} (\frac{\sin x}{x})^{1/x^2}$
- 四、求下列函数的导数(每小题5分):

四题 得分

(2) 设 y = y(x) 是参数方程 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1 + t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}$ 所确定的函数,求 $\frac{d^2 y}{dx^2};$



(4) 设方程 $e^{x+y}=xy+1$ 确定了隐函数 y=y(x),求 $\frac{dy}{dx}\big|_{x=0}$,并求该曲线在 x=0处的切线方程。

五、证明下列不等式: (每小题 6 分)

(1)
$$\stackrel{\text{def}}{=} x > 0, x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x);$$

(2) 对任意的 $x > 0, x^x \ge (\frac{1}{e})^{1/e}$

草稿区

五题

得分

六、求函数 $f(x) = x^4 - 8x^2 + 2$ 在区间[-3,3]上的极值、最大值、最小值。(本题 7 分)

六题 得分 草稿区

七、(6分) 设f(x)在区间[0,1]上连续,在(0,1)内可导,且f(0) = f(1) = 0,

证明: (1) 存在 $\xi \in (0,1)$, 使 $f'(\xi) + \xi f(\xi) = 0$;

(2) 存在 $\eta_1 \in (0, \frac{1}{2}), \eta_2 \in (\frac{1}{2}, 1), 使 f(\eta_1) + \eta_1 f'(\eta_1) + \frac{1}{2} f'(\eta_2) = 0$

七题 得分