姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2018 级信息类一元函数微分学统考试卷（A 卷） 2018 年 11 月 24 日

草稿区

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、选择题(每小题 4 分)

一 题得分	

（1）下列等式中正确的是(　　　　):

(A) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 x}{x}=1$; (B) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=1$; (C) $\lim\limits_{x\to\infty}x\tan\dfrac{1}{x}=1$; (D) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

（2）设 $f(x)$ 是 (a,b) 内单调有界的函数，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内的间断点的类型是(　　　　):：

(A) 第二类间断点; (B) 第一类间断点; (C) 不确定; (D) 无穷间断点;

（3）若对曲线 $y=f(x)$ 在 $(x_0,f(x_0))$ 处的切线平行于 Ox 轴，则当 $x\to x_0$，$f(x)-f(x_0)$ 是 $x-x_0$ 的（　　　　）:

（A）同阶,但不等价的无穷小;（B）等价无穷小;（C）低阶的无穷小;（D）高阶的无穷小;

(4) 设函数 $f(x)=\sin(1/x)$，则 $f'(\dfrac{1}{\pi})=($　　　　$)$:

(A) π^2; (B) $-\pi^2$; (C) -1; (D) 0.

(5) 设 $f'(x)=(x-1)(2x+1), x\in(-\infty,+\infty)$，则在区间 $(\dfrac{1}{2},1)$ 内，函数 $f(x)$ 是(　　　　),

(A) 单调增加，曲线 $y=f(x)$ 是下凸的; (B) 单调减少，曲线 $y=f(x)$ 是下凸的;

(C) 单调增加，曲线 $y=f(x)$ 是上凸的; (D) 单调减少，曲线 $y=f(x)$ 是上凸的.

二、填空题（每小题 4 分）:

二题得分	

（1）　若常数 a 使 $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x+a}{x-a})^x=9$，则 $a=$___________

（2）设 a,b 为常数，使函数 $f(x)=\begin{cases}ax+b, x>1\\ x^3, x\le 1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导，则 $a=$_______，$b=$___________

(3) 曲线 $y=\dfrac{x^2}{2x+1}$ 的斜渐近线为_______________，

姓名

学号

专业

任课教师

(4) 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y=1+xe^{xy}$ 所确定，则 $\frac{dy}{dx}|_{x=0}=$______________,

(5) 曲线 $y=x^3+x$ 在 $(0,0)$ 处的切线方程为____________________ ，

三、求下列极限：（每小题 5 分）

三题得分	

（1）$\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1})$；

（2）$\lim\limits_{x\to 1}(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln x})$；

（3）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x-x}{x-\sin x}$

四、求下列函数的导数（每小题 5 分）：

四题得分	

（1） 设 $y=(1+x+x^2)^{\sin x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$；

(2) 设 $y=y(x)$ 是参数方程 $\begin{cases} x=t^3+3t \\ y=t^3-3t \end{cases}$, 所确定的函数，求 $\frac{dy}{dx}$；

（3）设 $y=(1+x^2)\arctan x$， 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$

草稿

姓名

学号

专业

任课教师

五、证明下列不等式：（每小题 6 分）

五题得分	

（1）当 $x > 0, \ln(1+x) > x - \frac{x^2}{2}$

（2）当 $0 < x < \frac{\pi}{2}, (2+\cos x)x > 3\sin x;$

六、(6 分) 求函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 在 $[-3,3]$ 上的最大值，最小值.

六题得分	

草稿

姓名

学号

专业

任课教师

七、(6 分) 求函数 $f(x)=x^3-6x^2+9x-17$ 的极值，并证明：方程 $f(x)=0$ 只有一个实根。

七题得分	

八、（6 分）设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上二阶可导,且 $f(a)=f(b)$,

证明：存在 $\xi\in(a,b)$，使 $(b-\xi)f''(\xi)=2f'(\xi)$

八题得分	

草稿区