一 .客观题前 3 个为判断题，4−8 为单选题。

1. n 行列式共有 n^2 个元素，展开后有 $n!$ 项，可分解为 2^n 行列式；

2. 极大线性无关组唯一的向量组未必是线性无关的向量组。

3. $0 \le r(A_{m\times n}) \le \min(m,n)$ ；

4. 设矩阵 $B=(b_{ij})_{r\times r}$ ， $C=(c_{ij})_{r\times n}$ ，且 BC=0，以下正确的是

（A）若 r(C)<r,则有 B=0　　　(B) 若 C≠0，则必有 B=0

(C) 若 r(C)=r,则有 B=0　　　(D) B=0，且 C=0

5. 设 A 为 n 阶方阵，且满足 $A^2=A$，且 $A\neq E$，则有

（A）A 为可逆矩阵　　　（B）A 为零矩阵

（C）A 为对称矩阵　　　（D）A 为不可逆矩阵

6. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 是线性空间 V 的一组基,则下面也是 V 的基的是

（A）$\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2+\alpha_3, \alpha_3+\alpha_4, \alpha_4+\alpha_1$　（B）$\alpha_1-\alpha_2, \alpha_2-\alpha_3, \alpha_3-\alpha_4, \alpha_4-\alpha_1$

（C）$\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2+\alpha_3, \alpha_3+\alpha_4, \alpha_4-\alpha_1$　（D）$\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2+\alpha_3, \alpha_3-\alpha_4, \alpha_4-\alpha_1$

7. 设线性方程组 $Ax=b$，其中 A 是 $m\times n$ 矩阵，$b\neq 0$，则方程组 $Ax=b$

（A） 有唯一解　　(B) 有无穷多解　　(C) 无解　　(D) 可能无解

8. 若矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & a & -1 & 2 \\ 0 & -1 & a & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ 的秩为 2，则有 a 等于 ( )

（A） 0　　(B) 0 或-1　　(C) -1　　(D) -1 或者 1

二 、行列式计算

1．计算行列式 $D=\begin{vmatrix} a+1 & 0 & 0 & 0 & a+2 \\ 0 & a+5 & 0 & a+6 & 0 \\ 0 & 0 & a+9 & 0 & 0 \\ 0 & a+7 & 0 & a+8 & 0 \\ a+3 & 0 & 0 & 0 & a+4 \end{vmatrix}$ 的值。

2. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 的值

三、

已知：$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$，求矩阵 X 。

四、已知线性方程组：

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 - x_3 = 1, \\ x_1 + ax_2 + x_3 = b. \end{cases}$$

（1）当 a,b 取何值时，无解，有惟一解，有无穷多解？

（2）当方程组有无穷多解时求其通解。

五：设 R^3 中的两组基分别为：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_2=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon}_3=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix} \text{及 } \boldsymbol{\eta}_1=\begin{bmatrix}2\\0\\-1\end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta}_2=\begin{bmatrix}1\\2\\-2\end{bmatrix}, \boldsymbol{\eta}_3=\begin{bmatrix}2\\1\\1\end{bmatrix}.$$

(1) 求由基 $\boldsymbol{\varepsilon}_1$，$\boldsymbol{\varepsilon}_2$，$\boldsymbol{\varepsilon}_3$ 到基 $\boldsymbol{\eta}_1$，$\boldsymbol{\eta}_2$，$\boldsymbol{\eta}_3$ 的过渡矩阵 $\boldsymbol{C}$；

(2) 若向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 在基 $\boldsymbol{\eta}_1$，$\boldsymbol{\eta}_2$，$\boldsymbol{\eta}_3$ 下的坐标为 $\begin{bmatrix}2\\2\\-2\end{bmatrix}$，求 $\boldsymbol{\alpha}$ 在基 $\boldsymbol{\varepsilon}_1$，$\boldsymbol{\varepsilon}_2$，$\boldsymbol{\varepsilon}_3$ 下的坐标．

六、设 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$ 线性无关

$$\beta = \lambda_1 \alpha_1 + \lambda_2 \alpha_2 + \cdots + \lambda_s \alpha_s$$

其中 $\lambda_i \neq 0 (i = 1, 2, \cdots, s)$，证明：$\beta$ 代替 α_i 后的向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_{i-1}, \beta, \alpha_{i+1}, \cdots, \alpha_s$ 线性无关．

七、设 $X = \begin{pmatrix} O & A \\ C & O \end{pmatrix}$，已知 A^{-1}，C^{-1} 存在，求 X^{-1}