草稿区

南开大学 2020 级“一元函数积分（信）”结课统考试卷（A 卷）2021 年 1 月 4 日

姓名____________ **学号**____________ **专业**____________ **任课教师** ____________

题号	一	二	三	四	五	六	七	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分										

一、选择题(每小题 4 分)

一 题得分	

（1）设函数 $f(x)=e^{-|x|}$，则 $\int f(x)dx=$ (　　　):

(A) $\begin{cases}-e^{-x}+C_1,x\ge 0\\ e^{x}+C_2,x<0\end{cases}$; (B) $\begin{cases}-e^{-x}+C,x\ge 0\\ e^{x}+C\ ,x<0\end{cases}$; (C) $-e^{-|x|}+C$; (D) $\begin{cases}2-e^{-x}+C,x\ge 0\\ e^{x}+C,x<0\end{cases}$

（2）极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{\ln(x+e^{y})}{\sqrt{x^2+y^2}}=$（　　　）:（A）1;（B）不存在;（C）-1; （D）0

(3) 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} n\int_0^1 \dfrac{x^{n-1}}{1+x^2}dx=$（　　）:（A）0; （B）1; (C) 1/2; (D) 不存在

（4）设 $f(x,y)=\begin{cases}(x\sin\frac{1}{y})(y\sin\frac{1}{x}),xy\ne 0\\ 0,xy=0\end{cases}$，则 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f(x,y)=$（　　　）:

（A）0;（B）1;（C）不存在;（D）-1

(5) 设函数 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点某邻域有定义，且满足 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)+2x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$，

则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处（　　　）:

(A) 不连续;（B）连续，但两个偏导数都不存在;（C）两个偏导数存在，但不可微;（D）可微

二、填空题（每小题 4 分）：

二题得分	

（1） 设函数 $f(t)$满足 $\ln f(t)=\cos t$，则 $\int \frac{tf^{'}(t)}{f(t)}dt=$ ___________

（2） 设 $f(x)$为连续可导函数，满足 $f(5)=2,\int_0^5 f(x)dx=3$，则 $\int_0^5 xf^{'}(x)dx=$___________________

（3） 点 $(2,1,-2)$到平面 $3x+4z=3$的距离为___________________

（4） 设函数 $z=z(x,y)$由方程 $2z+e^z=x^2y$所确定，则 $dz=$_____________________

（5） 平面 $x+2y+z-1=0$与 $x-2y+3z+1=0$之间的夹角为 _____________

三、求下列不定积分：（每小题 6 分）

三题得分	

（1） $\int \frac{x^3}{(1+x^2)^5}dx$；

（2） $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x}dx$；　　（3） $\int (\cos x-\sin x)e^{-x}dx$；

四、求下列定积分（每小题 7 分）：

四题 得分	

（1）$\int_0^2 x\,|x-1|\,dx$；

(2) $\int_0^2 \sqrt{\dfrac{2-x}{2+x}}\,dx$；

（3）$\int_0^{\pi/2} \dfrac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x}\,dx$

五、（8 分）设二元函数 $f(u,v)$ 具有连续二阶偏导数，$z = f(2x-3y, x+2y)$，试求 $\dfrac{\partial z}{\partial y}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$；

五题 得分	

草稿区

六、（7 分）设 $a_n = \int_0^{\pi/4} (\tan x)^n dx$, $n \ge 1$,试求极限 $\lim_{n\to\infty} na_n$

六题得分	

七、(6 分) 证明：$\int_0^{\pi/2} \sin(\sin x)dx < \int_0^{\pi/2} \cos(\cos x)dx$

七题得分	

草稿区