

# 电磁学实验报告

姓名：张耕嘉；学院：人工智能学院；学号：2313725

组别：J 组；座号：7；实验日期：2024 年 3 月 29 日星期五上午

实验名称：直流双臂电桥

## 一、实验原理

直流双臂电桥适用范围：

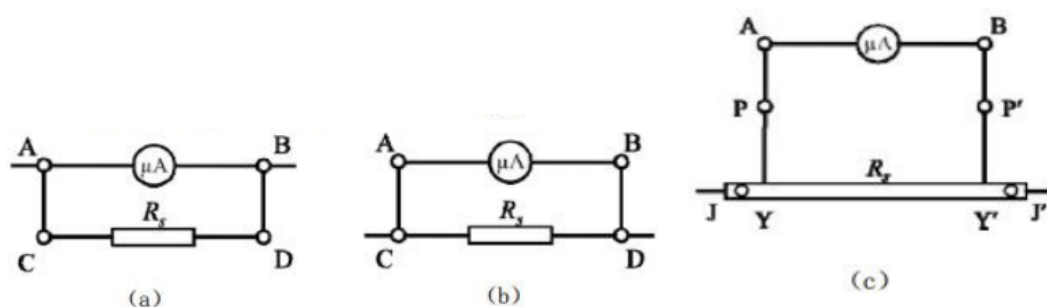
直流双臂电桥主要用来测量低电阻（ $10^{-5} \sim 10\Omega$ ）。

因为阻值小的电阻，由于有接触电阻和接线电阻的存在，会给测量带来很大误差。尤其是当这些附加电阻和待测电阻可以比拟时，测量误差就更大了。为了消除这些附加电阻的影响，人们常把低阻做成四端结构，并采用直流双臂电桥进行测量。

四端法：

微安表内阻一般为 $10^2 \sim 10^3 \Omega$ 数量级；接线电阻一般为 $10^{-3} \sim 10^{-2} \Omega$ 数量

级；导线在联接处的接触电阻一般为 $10^{-6} \sim 10^{-3} \Omega$ 数量级。分流电阻 $R_s$ 小到欧姆数量级以下时。(a)图接法的分流电阻实际上包括 $R_s$ 和 A、B、C、D 四点的接触电阻及 AC、BD 两段接线电阻；(b)用接法的分流电阻仅包括 $R_s$ 和 C、D 两点的接触电阻，而将 A、B 两点的接触电阻及 AC、BD 两段接线电阻归给微安表支路，但它远小于微安表内阻，故对该支路的影响可以忽略。可见(b)图较(a)图的接法分流更准一些。如果将分流电阻 $R_s$ 做成(c)图那样，在电阻体上Y、Y'两点焊出两个接头再与微安表相联接，在焊接时测量好Y、Y'间的阻值正好等于所需的分流电阻 $R_s$ 的阻值，易看出，A、B、P、P'四点的接触电阻及AY、BY'两段接线电阻都已归给微安表支路而被忽略，这样就保证了分流的精确。因此低电阻都做成四个接头，称做“四端结构”。



使用四段结构连接电路是四端法。

推导测量公式：

低阻均做成四端结构，测量低阻也就归结于如何测出（上图中）Y Y' 间的阻值， $R_0$ 为标准电阻， $R_x$ 为待测低阻。四个比例臂电阻一般都做成几十欧姆以上的阻值，因此它们在桥臂中接线电阻和接触电阻的影响便可忽略，两个低阻相邻电压接头间的电阻设为 $R_r$ ，称为“跨桥电阻”。当电流计 G 指零时，电桥达到

平衡，由基尔霍夫定律可以写出下面三个回路方程

$$\begin{aligned} R_1 I_1 &= R_0 I_0 + R'_1 I'_1 \\ R_2 I_1 &= R_x I_0 + R'_2 I'_1 \\ R_r (I_0 - I'_1) &= (R'_2 + R'_1) I'_1 \end{aligned}$$

整理有：

$$R_1 R_x = R_2 R_0 + (R_2 R'_1 - R_1 R'_2) \frac{r}{R_r + R'_1 + R'_2}$$

如果单桥平衡是在保证  $R_2 R'_1 - R_1 R'_2 = 0$  的条件下调得的，则上式可简化为：

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0$$

已知  $R_0$  的比值  $R_2/R_1$ ，可算出  $R_x$ 。由此知双臂电桥的测量平衡条件为

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R'_2}{R'_1} = \frac{R_x}{R_0}$$

本实验选择的调节双臂电桥平衡的方法是：选定标准电阻  $R_0 = 10^n$ （ $n$  为整数），同步调节比例臂电阻  $R_2$ 、 $R'_2$ （在调节过程中始终保持  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R'_2}{R'_1}$  成立），使电流计示零。

实验电路图：

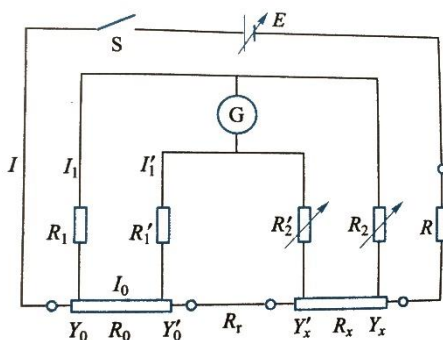


图 3-3-2 直流双臂电桥测量电路

双臂电桥的灵敏度：

双臂电桥平衡后，将比例臂电阻  $R_2$ 、 $R'_2$  同步地偏调  $\Delta R_2 = \Delta R'_2$ ，若电流计示数改变  $\Delta I$ ，则灵敏度  $S$  为

$$S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2}$$

$$\text{且 } S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2} = \frac{\Delta I}{\Delta R_x / R_x}$$

得出双臂电桥灵敏度的表达式：

$$S = \frac{U}{C[(R_1 + R_2) + (2 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_x}{R_0})R'_g]}$$

或：

$$S = \frac{I (R_0 + R_x)}{C[(R_1 + R_2) + (2 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_x}{R_0})R'_g]}$$

## 二、数据处理

### 1. 铜棍电阻率的测量:

(1) 铜棍长度 (两个电压接头之间):

单尺单次测量 B 类不确定度:  $u_{bx} = \Delta/3$  ( $\Delta = 0.5\text{mm}$ ) 。

测量得  $l = 45.00 - 5.00 = 40.00\text{cm}$

计算得铜棍长度  $l = 400.0 \pm 0.17\text{mm}$

(2) 铜棍直径测量:

螺旋测微器零点读数:  $x_0 = 0.022\text{mm}$

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径/mm	5.027	5.031	5.030	5.022	5.021	5.026

铜棒直径  $\bar{x} - x_0 = 5.004\text{mm}$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_{x_i}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = 0.0020\text{mm}$$

$$t_{(0.683,5)} = 1.14$$

A 类不确定度  $u_{ax} = t_{(0.683,5)} s_{\bar{x}} = 0.0023\text{mm}$

B 类不确定度螺旋测微器分辨率  $\varepsilon_x = 0.01\text{mm}$ , 多次测量的 B 类标准不确定度

$$u_{bx} = \varepsilon_x / \sqrt{3} = 0.0058\text{mm}, \quad u_x = \sqrt{u_{ax}^2 + u_{bx}^2} = 0.0062\text{mm}$$

计算得铜棒直径  $d = 5.004 \pm 0.006\text{mm}$

(3) 调节电桥平衡

电桥状态	$R_2 (= R'_2)$	$R_x$	$\Delta R_2 (= \Delta R'_2)$	$\Delta I$	S
数据记录	$342.1 \Omega$	$3.421 \times 10^{-4} \Omega$	$2 \Omega$	$0.3\text{nA}$	$51.32\text{nA}$

$$\text{灵敏度 } S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2} = 51.32\text{nA}.$$

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0 = \frac{342.1}{1000} 0.001 = 3.421 \times 10^{-4} \Omega$$

$R_x$  的总相对不确定度为:

$$\rho_x = \sqrt{(1+k)^2(\rho_1^2 + \rho_2^2) + k^2(\rho_1'^2 + \rho_2'^2) + \rho_0^2 + (0.1/S)^2} = 2.547\%$$

其中:  $\rho_0 = \rho_1 = \rho_1' = \rho_2 = \rho_2' = 0.1\%$ ,  $k = 0.1$

不确定度  $u_{R_x} = \rho_x R_x = 0.009 \times 10^{-4} \Omega$

计算得  $R_x = (3.421 \pm 0.009) \times 10^{-4} \Omega$

$$(4) \text{ 电阻率 } \rho = \frac{R_x S}{L} = \frac{\pi R_x d^2}{4L} = 1.681 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m},$$

对上表达式求全微分得:

$$u_\rho = \rho \sqrt{(u_{R_x}/R_x)^2 + (2u_d/d)^2 + (u_L/L)^2} = 0.0045 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

电阻率  $\rho = (1.681 \pm 0.005) \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$

## 2. 铝棍电阻率的测量:

### (1) 铝棍长度 (两个电压接头之间):

单尺单次测量 B 类不确定度:  $u_{bx} = \Delta/3$  ( $\Delta = 0.5\text{mm}$ )。

测量得  $l = 45.00 - 5.00 = 40.00\text{cm}$

计算得铝棍长度  $l = 400.0 \pm 0.17\text{mm}$

### (2) 铝棍直径测量:

螺旋测微器零点读数:  $x_0 = 0.022\text{mm}$

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径/mm	5.061	5.070	5.069	5.062	5.060	5.064

铝棒直径  $\bar{x} - x_0 = 5.042\text{mm}$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_{x_i}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = 0.0021\text{mm}$$

$$t_{(0.683,5)} = 1.14$$

A 类不确定度  $u_{ax} = t_{(0.683,5)} s_{\bar{x}} = 0.0024\text{mm}$

B 类不确定度螺旋测微器分辨率  $\varepsilon_x = 0.01\text{mm}$ , 多次测量的 B 类标准不确定度

$$u_{bx} = \varepsilon_x / \sqrt{3} = 0.0058\text{mm}, \quad u_x = \sqrt{u_{ax}^2 + u_{bx}^2} = 0.0063\text{mm}$$

计算得铝棍直径  $d = 5.042 \pm 0.006\text{mm}$

### (3) 调节电桥平衡

电桥状态	$R_2 (= R'_2)$	$R_x$	$\Delta R_2 (= \Delta R'_2)$	$\Delta I$	S
数据记录	834.0 $\Omega$	$8.340 \times 10^{-4} \Omega$	5 $\Omega$	0.5nA	83.40nA

$$\text{灵敏度 } S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2} = 83.40\text{nA}.$$

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0 = \frac{834.0}{1000} 0.001 = 8.340 \times 10^{-4} \Omega$$

同上  $R_x$  的总相对不确定度为:

$$\rho_x = \sqrt{(1+k)^2(\rho_1^2 + \rho_2^2) + k^2(\rho_1'^2 + \rho_2'^2) + \rho_0^2 + (0.1/S)^2} = 0.20\%$$

$$\text{不确定度 } u_{R_x} = \rho_x R_x = 0.17 \times 10^{-4} \Omega$$

$$\text{计算得 } R_x = (8.34 \pm 0.17) \times 10^{-4} \Omega$$

$$(4) \text{ 电阻率 } \rho = \frac{R_x S}{L} = \frac{\pi R_x d^2}{4L} = 4.161 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m},$$

对上表达式求全微分得:

$$u_\rho = \rho \sqrt{(u_{R_x}/R_x)^2 + (2u_d/d)^2 + (u_L/L)^2} = \rho_{R_x} \times 0.37\% = 0.013 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\text{电阻率 } \rho = (4.161 \pm 0.013) \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

### 3. 铁棍电阻率的测量

(1) 铁棍长度（两个电压接头之间）：

单尺单次测量 B 类不确定度： $u_{bx} = \Delta/3$ （ $\Delta = 0.5\text{mm}$ ）。

测量得  $l = 45.00 - 5.00 = 40.00\text{cm}$

计算得铁棍长度  $l = 400.0 \pm 0.17\text{mm}$

(2) 铁棍直径测量：

螺旋测微器零点读数： $x_0 = 0.220\text{mm}$

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径/mm	5.030	5.028	5.029	5.039	5.038	5.033

铁棍直径  $\bar{x} - x_0 = 5.011\text{mm}$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_{x_i}}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = 0.0024\text{mm}$$

$$t_{(0.683,5)} = 1.14$$

A 类不确定度  $u_{ax} = t_{(0.683,5)} s_{\bar{x}} = 0.0027\text{mm}$

B 类不确定度螺旋测微器分辨率  $\varepsilon_x = 0.01\text{mm}$ ，多次测量的 B 类标准不确定度

$$u_{bx} = \varepsilon_x / \sqrt{3} = 0.0058\text{mm}, \quad u_x = \sqrt{u_{ax}^2 + u_{bx}^2} = 0.0064\text{mm}$$

计算得铁棍直径  $d = 5.011 \pm 0.006\text{mm}$

(3) 调节电桥平衡

电桥状态	$R_2 (= R'_2)$	$R_x$	$\Delta R_2 (= \Delta R'_2)$	$\Delta I$	S
数据记录	14601.0 $\Omega$	$1.4601 \times 10^{-2} \Omega$	100 $\Omega$	1.3nA	189.81nA

$$\text{灵敏度 } S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2} = 189.81\text{nA}.$$

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0 = \frac{14601.0}{1000} 0.001 = 1.4601 \times 10^{-2} \Omega$$

同上  $R_x$  的总相对不确定度为

$$\rho_x = \sqrt{(1+k)^2(\rho_1^2 + \rho_2^2) + k^2(\rho_1'^2 + \rho_2'^2) + \rho_0^2 + (0.1/S)^2} = 0.17\%$$

$$\text{不确定度 } u_{R_x} = \rho_x R_x = 0.0025 \times 10^{-2} \Omega$$

$$\text{计算得 } R_x = (1.4601 \pm 0.0025) \times 10^{-2} \Omega$$

$$(4) \text{ 电阻率 } \rho = \frac{R_x S}{L} = \frac{\pi R_x d^2}{4L} = 7.195 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m},$$

对上表达式求全微分得：

$$u_{\rho} = \rho \sqrt{(u_{R_x}/R)^2 + (2u_d/d)^2 + (u_L/L)^2} = 0.022 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\text{电阻率 } \rho = (7.195 \pm 0.022) \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$$

#### 四、实验分析与讨论及思考题

本实验运用比较法，通过使  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R'_2}{R'_1}$ ，测出其比值，最终得出  $R_x$  的值。

经过实验和计算，得出：

$$\text{铜的电阻率 } \rho = (1.681 \pm 0.005) \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\text{铝的电阻率 } \rho = (4.161 \pm 0.013) \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

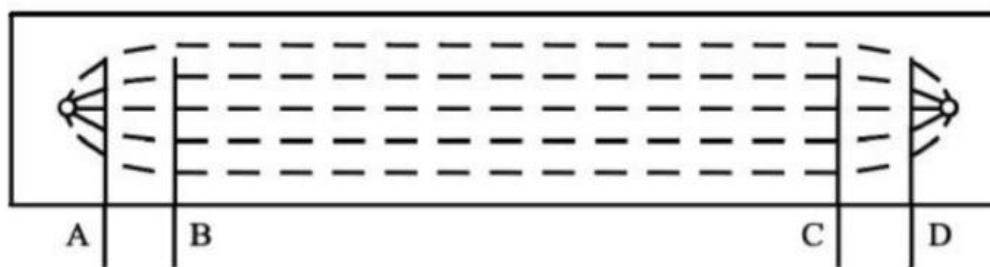
$$\text{铁的电阻率 } \rho = (7.195 \pm 0.022) \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$$

通过直流双臂电桥测量电阻的实验，精确地测量了低值电阻阻值。利用四端法，充分降低了接线电阻和接触电阻，提高了精确度，因此适合测量低阻 ( $10^{-5} \sim 10 \Omega$ ) 阻值。

要注意实验操作，确保电路安全，减少对器件的损耗，注意实验严谨性，要注意调节时保证同步调节。可多次实验，避免偶然现象。

#### 思考题

2. 若均匀板状低阻上电流的分布如图所示，那么在测低阻材料的电阻率时，应该测哪两条线之间的电阻？如选择不当，测出的电阻率偏大还是偏小？



答：应该测 BC 之间的电阻。如果选择不当，测出的电流偏小，电阻偏大，电阻率偏大。