2019 级 (7)“一元函数微分”

一、选择题 **(**每小题 **4** 分**)**

1. 当 $x \to 1$, 与 $\ln x$ 等价的无穷小量为 ( ):
(A) $\sin x$, (B) $e^x - e$, (C) $\cos x - \cos 1$, (D) $1 - (1/x)$;

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x\text{为有理数} \\ 1/x & x\text{为无理数} \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 内 ( ):
(A) 有界, (B) 无界, (C) 连续, (D) 可导

3. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x|x|, & x \le 0 \\ x \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 则在 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ( ):
(A) 可导点, 极值点, (B) 可导点, 非极值点, (C) 不可导点, 极值点, (D) 不可导点, 非极值点

4. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 且 $f(a) = \max\{f(x) | a \le x \le b\}$, 则 ( ):
(A) $f'_+(a) = 0$, (B) $f'_+(a) \le 0$, (C) $f'_+(a) \ge 0$, (D) $f'_+(a) < 0$

5. 设函数 $f(x) = (x^2 + x - 2)|\sin 2\pi x|$, 则 $f(x)$ 在 $(-1/2, 3/2)$ 内不可导点的个数为 ( ):
(A) 2, (B) 3, (C) 1, (D) 0

二、填空题 **(**每小题 **4** 分**)**

1. 设 $f(x) = 1/(1 + x^2)$, 则 $f^{(3)}(0) =$ ______

2. 设 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ ax + b, & x \ge 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导, 则 $a =$ ______, $b =$ ______

3. 设函数 $f(x) = \ln(1 - 2x), (n \ge 2)$, 则 $f^{(n)}(0) =$ ______

4. 设有界函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内可导, 且存在极限 $\lim_{x \to +\infty} f'(x) = b$, 则 $b =$ ______

5. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\sin(x^2 y) + \ln(y - x) = 17x$ 所确定, 则 $\frac{dy}{dx}\big|_{x=0} =$ ______

三、求下列极限 **(**每小题 **5** 分**)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \sqrt{1-x}\sqrt{1-8x}}{x}$; $\lim\limits_{x \to \infty} \left[\dfrac{(1 + \frac{1}{x})^x}{e}\right]^x$; $\lim\limits_{n \to \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - \sqrt{n^2 - n + 1})$

四、求下列函数的导数 **(**每小题 **5** 分**)** (1) 设 $y = \arctan(\frac{1-x^2}{1+x^2})$, 求 $\frac{dy}{dx}$ (2) 设 $y = y(x)$ 是由参数方程 $\begin{cases} x = e^t + t \\ y = \sin t \end{cases}$ 所确定的函数, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}\big|_{t=0}$ (3) 设 $f(x)$ 有二阶导数, $y = f(e^x)$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$

五、证明下列不等式 **(**每小题 **6** 分**)** (1) 当 $x > 0$ 时, $\ln(1 + x + x^2) < x + \frac{x^2}{2}$ (2) 当 $x > 0$ 时, $\arctan x > x - \frac{x^3}{3}$

六、**(6** 分**)** 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $x^3 + y^3 - 3x + 3y - 2 = 0$ 确定, 求 y 的极值

七、**(6** 分**)** 求函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 11$ 在区间 $[-4, 3]$ 上的最大、小值

八、**(6** 分**)** 设函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上连续, 在 $(1, 2)$ 内可导, 且 $f(1) = f(2) = 0$, 证明: 存在不同的 $\xi, \eta \in (1, 2)$, 使得 $\dfrac{f'(\xi)}{\xi} - \dfrac{f(\xi)}{\xi^2} + \dfrac{2}{3} f'(\eta) = 0$

2019 级 (7) “一元函数积分”

一、选择题 **(每小题 4 分)**

1. 设 $\int f(x)\,dx = \sin x + C$, 则 $\int xf(1-x^2)\,dx = (\quad)$:
(A) $2\sin(1-x^2)+C$ (B) $-2\sin(1-x^2)+C$ (C) $(1/2)\sin(1-x^2)+C$ (D) $-(1/2)\sin(1-x^2)+C$

2. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $F(x)$, 则 $\int f(2x)\,dx = (\quad)$:
(A) $F(2x)+C$ (B) $F(x/2)+C$s (C) $(1/2)F(2x)+C$ (D) $2F(x/2)+C$

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[-\delta,\delta]$ 上有二次导数, $\delta>0, f''(x)>0$ 且 $f(0)=0, f'(0)=0$, 则 $I=\int_{-\delta}^{\delta} f(x)\,dx$ 满足 ( ):
(A) $I=0$ (B) $I>0$ (C) $I<0$ (D) 正负号不确定

4. 极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\int_0^x |\sin t|\,dt}{x} = (\quad)$:
(A) 1 (B) 0 (C) 不存在 (D) $2/\pi$

5. 设 $z=\begin{cases}\frac{x^2y}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & x=y=0\end{cases}$, 则该函数在 $(0,0)$ 点 ( ):
(A) 连续，且偏导数存在 (B) 不连续 (C) 连续，但偏导数不存在 (D) 可微

二、填空题 **(每小题 4 分)**

1. 设 $f(x)$ 是连续函数，满足 $f(x)=x-\int_0^1 tf(t)\,dt$，则 $f(x)=$ ______

2. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $e^{xz}=x^2+y^2$ 所确定，则 $\frac{\partial z}{\partial x}\big|_{(1,0)}=$ ______

3. 原点到平面 $2x+2y+z-9=0$ 的距离为 ______

4. 设一平面过原点和点 $(6,-3,2)$, 且与平面 $4x-y+2z=7$ 垂直, 则此平面方程为 = ______

5. 曲线 $y=x^2(0\le x\le 1)$ 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积为 ______

三、求下列不定积分 **(每小题 6 分)** $\displaystyle\int \frac{x+1}{x(x^2+1)}\,dx \quad \int \sec^6 x\,dx \quad \int x\sin^2 x\,dx$

四、求下列定积分 **(每小题 7 分)** $\displaystyle\int_0^1 \ln(1+\sqrt{x})\,dx \quad \int_0^{\pi/2}\frac{dx}{1+3\cos^2 x} \quad \int_{-2}^{2} x\ln(1+e^x)\,dx$

五、**(7 分)** 设 $f(x)=x\displaystyle\int_1^x \frac{\arctan t^2}{t}\,dt$, 计算 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$

六、**(8 分)** 设二元函数 $f(u,v)$ 具有连续二阶偏导数, $z=f(2x+3y,x+y)$, 试求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

七、**(6 分)** 设函数 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上连续，在 $(0,2)$ 内可导, 且满足 $|f'(x)|\le 1, f(0)=f(2)=1$, 证明: $1\le\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx\le 3.$
求解微分方程:

$$x(1+y^2)\,dx+y(1-x^2)\,dx=0,\quad -y+y'=-8x,\quad y''-y=2x+1,\quad \frac{dy}{dx}=1+\left(\frac{y}{x}\right)^2+\left(\frac{y}{x}\right),(x\neq 0)$$

2020 级 (7)“一元函数微分”

一、选择题 **(**每小题 **4** 分**)**

1. 对数列 $\{a_n\}$, 若 $\lim\limits_{n} a_n = A, (A \neq 0)$, 则当 n 充分大时, 必有 (　　):
   (A) $|a_n| \le A$,　(B) $|a_n| \le |A|$,　(C) $|a_n| \le (1/2)|A|$,　(D) $|a_n| \ge (1/2)|A|$.
2. 当 $x \to 0$ 时, $(2/3)(\cos x - \cos 2x)$ 是 x^2 的 (　　):
   (A) 等价无穷小,　(B) 高阶无穷小,　(C) 同阶, 但不等价无穷小　(D) 低阶无穷小
3. 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导, 则 $\lim\limits_{n\to\infty} n\big[f(x_0+\dfrac{1}{n}) - f(x_0-\dfrac{1}{n})\big] = (\quad)$:
   (A) $f'(x_0)$　(B) $-f'(x_0)$　(C) $2f'(x_0)$　(D) 0
4. 若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导, 且 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(1)-f(1-x)}{2x} = -1$, 则曲线 $y=f(x)$ 在 $(1, f(1)$ 处的切线斜率为 (　　):
   (A) -1　(B) -2　(C) $1/2$　(D) 2
5. 设函数 $f(x) = \frac{1-e^{1/x}}{1+e^{1/x}}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的 (　　):
   (A) 可去间断点　(B) 连续点　(C) 无穷间断点　(D) 跳跃间断点

二、填空题 **(**每小题 **4** 分**)**

1. 设 $f(x) = (x-1)^2 e^{x-1}$, 则 $f^{(100)}(1) =$ ______
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5\sin x + (e^x - 1)}{\ln(1+2x)} =$ ______
3. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $y - xe^y = 2$ 所确定, 则 $y'(0) =$ ______
4. 设函数 $f(x)$ 有任意阶导数, 且满足 $f'(x) = [f(x)]^2$, 则当 $n \ge 2$ 时, $f^{(n)}(x) =$ ______
5. 设函数 $f(x) = x^x$, 则 $f'(2) =$ ______

三、求下列极限 **(**每小题 **5** 分**)**　$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1-4x} - \sqrt{1+6x}}{x}$;　$\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sin\dfrac{1}{2x} + \cos\dfrac{2}{x}\right)^x$　$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{x^2}$

四、求下列函数的导数 **(**每小题 **5** 分**)**　(1) 设 $y = \arctan(\dfrac{1-x}{1+x})$, 求 $\frac{dy}{dx}$　(2) 设 $f(x) = (e^x - 1)(e^{2x} - 2)\ldots(e^{nx} - n)$, 其中 $(n \ge 2)$ 为自然数, 求 $f'(0)$　(3) 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = 3t + t^3 \end{cases}$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}\Big|_{t=1}$

五、证明下列不等式 **(**每小题 **6** 分**)**　(1) 当 $x > 0$ 时, $e^x > 1 + (1+x)\ln(1+x)$　(2) 当 $1 > x > 0$ 时, $\arcsin x < \frac{x}{1-x^2}$

六、**(6** 分**)**　求函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ 的极值

七、**(6** 分**)**　求函数 $f(x) = x^4 - 2x^2 - 31$ 在区间 $[-2, 3]$ 上的最大、小值

八、**(6** 分**)**　设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0, f(1) = 1/3$, 证明: 存在不同的 $\xi \in (0, \frac{1}{2}), \eta \in (\frac{1}{2}, 1)$, 使得 $f'(\xi) + f'(\eta) = \xi^2 + \eta^2$.

2020 级 (7) “一元函数积分”

一、选择题 (每小题 4 分)

1. 设函数 $f(x)=e^{-|x|}$, 则 $\int f(x)\,dx=(\quad)$:
(A) $\begin{cases}-e^{-x}+c_1, & x\ge 0\\ e^x+c_2, & x<0\end{cases}$ (B) $\begin{cases}-e^{-x}+c, & x\ge 0\\ e^x+c, & x<0\end{cases}$ (C) $-e^{-|x|}+C$ (D) $\begin{cases}2-e^{-x}+c, & x\ge 0\\ e^x+c, & x<0\end{cases}$

2. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}}=(\quad)$:
(A) 1 (B) 不存在 (C) -1 (D) 0

3. 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} n\displaystyle\int_0^1\frac{x^{n-1}}{1+x^2}\,dx=(\quad)$:
(A) 0 (B) 1 (C) 1/2 (D) 不存在

4. 设 $f(x,y)=\begin{cases}(x\sin\frac{1}{y})(y\sin\frac{1}{x}), & xy\ne 0\\ 0 & xy=0\end{cases}$, 则 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} f(x)=(\quad)$:
(A) 1 (B) 0 (C) 不存在 (D) $2/\pi$

5. 设函数 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点某领域有定义, 且满足 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)+2x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$, 则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处 $(\quad)$:
(A) 不连续 (B) 连续，但两个偏导数都不存在 (C) 偏导数不存在，但不可微 (D) 可微

二、填空题 (每小题 4 分)

1. 设函数 $f(t)$ 满足 $\ln f(t)=\cos t$, 则 $\displaystyle\int\frac{tf'(t)}{f(t)}\,dt=$ ______

2. 设 $f(x)$ 为连续可导函数，满足 $f(5)=2$, $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,dx=3$, 则 $\displaystyle\int_0^5 xf'(x)\,dx=$ ______

3. 点 $(2,1,-2)$ 到平面 $3x+4z=3$ 的距离为 ______

4. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $2z+e^z=x^2y$ 所确定，则 $dz=$ ______

5. 平面 $x+2y+z-1=0$ 与 $x-2y+3z+1=0$ 之间的夹角为 ______

三、求下列不定积分 (每小题 6 分) $\displaystyle\int\frac{x^3}{(1+x^2)^5}\,dx \quad \int\frac{\cos^3 x}{\sin^4 x}\,dx \quad \int(\cos x-\sin x)e^{-x}\,dx$

四、求下列定积分 (每小题 7 分) $\displaystyle\int_0^2 x|x-1|\,dx \quad \int_0^2\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}\,dx \quad \int_0^{\pi/2}\frac{\sin^3 x}{\sin x+\cos x}\,dx$

五、(8 分) 设二元函数 $f(u,v)$ 具有连续二阶偏导数，$z=f(2x-3y,x+2y)$，试求 $\frac{\partial z}{\partial y},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

六、(7 分) 设 $a_n=\int_0^{\pi/4}(\tan x)^n\,dx, n\ge 1$，试求极限 $\lim_{n\to\infty} na_n$

七、(6 分) 证明: $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\sin(\sin x)\,dx<\int_0^{\pi/2}\cos(\cos(x))\,dx$

求解微分方程

$$\frac{dy}{dx}=e^{-y}(1+x+x^2) \quad \frac{dy}{dx}=\frac{2xy}{1+x^2} \quad y''+y=2+x \quad y''+2y'+y=-2\sin x \quad x^2\frac{dy}{dx}=xy-y^2, y(1)=1,(x\ne 0)$$

2018(5)“一元函数微分”

一、选择题 **(**每小题 **4** 分**)**

1. 设有函数 $H(x)=\begin{cases}1,\ x\geq 0\\ 0,\ x<0\end{cases}$, 则下列陈述正确的是:
(A). $x=0$ 是第一类间断点; (B). $x=0$ 是第二类间断点; (C). $x=0$ 是可去间断点; (D). 以上陈述都不成立.

2. 设有数列 $x_n=\frac{n^5}{2^n},(n=1,2,\cdots)$, 则下列陈述正确的是:
(A). x_8 是数列 $\{x_n\}$ 的最大项; (B). $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=0$; (C). 数列 $\{x_n\}$ 单调递减; (D). 数列 $\{x_n\}$ 发散.

3. 设有函数 $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\frac{1}{x},\ 0<x<2\\ x,\qquad\quad x\leq 0\end{cases}$, 则下列陈述正确的是:
(A). 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导; (B). 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可微;
(C). 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续; (D). 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处不连续.

4. 当 $x\to 0$ 时, 下列陈述正确的是
(A). $\sin x$ 是 $\ln(1+\sqrt{x})$ 的同阶无穷小; (B). e^x-1 是 $\sqrt{1+2x}-1$ 的等价无穷小;
(C). $\sqrt{1+2x}-1$ 是 $\ln(1+\sqrt{x})$ 的等价无穷小; (D). $\ln(1+\sqrt{x})$ 是 $\sin x$ 的高阶无穷小.

5. 已知函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 且 $f(x)\sim x^2(x\to 0)$, 则下列陈述正确的是
(A). $x=0$ 是极大值点; (B). $f'(0)=0$; (C). $f(x)$ 在 $x=0$ 处不可导; (D). 以上陈述都不对.

6. 参数方程 $\begin{cases}x=t-\sin t\\ y=1-\cos t\end{cases}\ 0\leq t\leq 2\pi$ 表示的曲线, 其斜率为 1 的切线为:
A. $y=x$, (B). $y=x-\pi+2$, (C). $y=x-\frac{\pi}{2}+2$, (D). $y=x-\frac{\pi}{4}+1$.

二、填空题 **(**每小题 **4** 分**)**

1. 函数 $y=x^{\sin x}$ 在 $x=2\pi$ 处的导数为 ______.

2. 函数 $y=x^4+x^3-3x^2+5$ 的两个拐点分别是 ______, ______.

3. 函数 $y=y(x)$ 由方程 $ye^{xy}-x\cos^3x^2+1=0$ 确定, 则 $y'\big|_{x=0}=$ ______.

4. 函数 $y=x^2(1+x^2)$ 的极值点是 ______.

5. 函数 $y=x+\frac{\ln x}{x}$ 的斜渐近线是 ______.

三、计算下列各题 **(**$8'\times 3$**)**

1. 设 $f(x)=\begin{cases}x^{3x}\quad x>0\\ x+e\ \ x\leq 0\end{cases}$, 求 $f(x)$ 的极值.

2. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arcsin x}{\sin^3 x}$

3. 求函数 $f(x)=\arctan\sqrt{1+\cos x}$ 的导数.

四、**(10** 分**)** 证明不等式: 当 $x\neq 0$ 时, $\dfrac{e^x-1}{x}<\dfrac{e^x+1}{2}$.

五、**(10** 分**)** 设 $f(x)$ 在 $[a,+\infty)$ 上有界, $f'(x)$ 存在, 且 $\lim\limits_{x\to\infty}f'(x)=b$, 求证: $b=0$.

六、**(12** 分**)** 设函数 $f(x),g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续, 在 (a,b) 内有二阶导数, $f(a)=g(a),f(b)=g(b)$, 如果 $f(x),g(x)$ 不能在区间端点处取最大值, 且 $f(x),g(x)$ 有相同的最大值, 证明:
(1) 存在 $\xi\in(a,b)$ 使得 $f(\xi)=g(\xi)$; (2) 存在 $\eta\in(a,b)$ 使得 $f''(\eta)=g''(\eta)$.

2018 级 (5)“一元函数积分”结课统考试卷

一、选择题 **(4 分)**

1. 函数 $\int_0^x \frac{3-t}{1+t^2}\,dt$ 在区间 ______ 单调增加.
   A. $(3,+\infty)$; B. $(1,\infty)$; C.$(-\infty,3)$; D. $(-\infty,1)$.

2. 设 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=\sqrt{2}$, 且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=2$, 则 $|\vec{a}\times\vec{b}|=$ ______.
   A. 2; B. $2\sqrt{2}$; C. 1; D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上连续, 则下列陈述错误的是 ______
   A. $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上必存在原函数; B. 函数 $\int_{-1}^x f(t)\,dt, x\in[-1,1]$, 是 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的一个原函数;
   C. 若 $f(x)$ 为偶函数, 则其原函数在 $[-1,1]$ 上必为奇函数; D. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则其原函数在 $[-1,1]$ 上必为偶函数.

4. 设 $f(x)$ 为定义在 $[-1,1]$ 上的连续奇函数, 则下列陈述一定正确的是 ______
   A. $\int_0^\pi \big(f(\sin x)+f(\cos x)\big)\,dx=0$; B. $\int_0^\pi \big(f(\sin x)-f(\cos x)\big)\,dx=0$;
   C. $\int_0^\pi f(\sin x)\,dx=0$; D. $\int_0^\pi f(\cos x)\,dx=0$.

5. 设 S 为曲线 $x^2+y^2=4,(x-1)^2+y^2=1$ 及 $y=1$ 在第一象限所围图形的面积, 则下列陈述错误的是 ______
   A. $S=\int_1^{\sqrt{3}}\big(1-\sqrt{2x-x^2}\big)\,dx+\int_{\sqrt{3}}^2\big(\sqrt{4-x^2}-\sqrt{2x-x^2}\big)\,dx$; B. $S=\int_1^2\big(\sqrt{4-x^2}-\sqrt{2x-x^2}\big)\,dx-\frac{\pi}{4}$;
   C. $S=\int_0^1\big(\sqrt{4-y^2}-1-\sqrt{1-y^2}\big)\,dy$; D. $S=\int_0^1\big(\sqrt{4-y^2}-1\big)\,dy-\frac{\pi}{4}$.

6. 过点 $(1,2,1)$ 以 $[1,1,1]$ 为法向量的平面方程为 ______
   A. $x+y+z=1$; B. $x+y+z=2$; C. $x+y+z=3$; D. $x+y+z=4$.

二、填空题**:(**每小题 **4** 分**)**

1. 不定积分 $\int \frac{dx}{x(1+\ln x)^2}=$ ______; 2. 定积分 $\int_{-1}^1 e^{|x|}(1+x)\,dx=$ ______;
3. 已知 $\int_0^{x^2} f(t)\,dt=x^2+x^3(\forall x<0)$, 则 $f(2)=$ ______; 4. $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}\,dx=$ ______;
5. 点 $M(3,5,-4)$ 与 y 轴的距离为 ______.

三、计算下列各题

1. 计算不定积分 $\int \frac{\ln x-1}{x}\,dx$. 2. 计算不定积分 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}(a>0)$.
3. 求极限.$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x\big(\int_0^u \arctan t dt\big)du}{(1-\cos x)\ln(1+x)}$ 4. 计算定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(1+e^x-e^{-x}\right)\cos^3 x\,dx$.

四、**(8 分)** 设 $f(x)$ 为连续函数, 且 $f(x)=x^2+2\int_0^1 f(t)\,dt-x\int_1^2 f(t)\,dt$, 求 $f(x)$.

五、**(8 分)** 设 $f'(x)=\arctan(x-1)^2$, 且 $f(0)=0$, 求 $\int_0^1 f(x)\,dx$

六、**(8 分)** 设 $f(x)$ 在 $[A,B]$ 上连续, $A<a<b<B$, 求 $\lim\limits_{h\to 0}\int_a^b \frac{f(x+h)-f(x)}{h}dx$.