第1题答案:

（1） A发生，B，C都不发生；

（2） A与B发生，C不发生；

（3） A，B，C都发生；

（4） A，B，C至少有一个发生；

（5） A，B，C都不发生；

（6） A，B，C不都发生；

（7） A，B，C至多有 2 个发生；

（8） A，B，C至少有 2 个发生.

【解】（1） $A\bar{B}\bar{C}$ （2） $AB\bar{C}$ （3） ABC

（4） $A\cup B\cup C=\bar{A}\bar{B}C\cup\bar{A}B\bar{C}\cup A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}BC\cup A\bar{B}C\cup AB\bar{C}\cup ABC=\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}$

（5） $\bar{A}\bar{B}\bar{C}=\overline{A\cup B\cup C}$ （6） $\overline{ABC}$

（7） $\bar{A}BC\cup A\bar{B}C\cup AB\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C\cup A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}\bar{C}=\overline{ABC}=\bar{A}\cup\bar{B}\cup\bar{C}$

（8） $AB\cup BC\cup CA=AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC$

第2题答案:

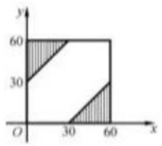
设 A，B，C为三事件，且 $P(A)=P(B)=1/4$，$P(C)=1/3$ 且 $P(AB)=P(BC)=0$， $P(AC)=1/12$，求 A，B，C至少有一事件发生的概率.

【解】 $P(A\cup B\cup C)$

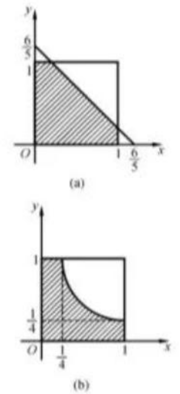
$=P(A)+P(B)+P(C)\quad P(AB)\quad P(BC)\quad P(AC)+P(ABC)$

$$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\quad\frac{1}{12}=\frac{3}{4}$$

第3题答案:



题 21 图



题 22 图

【解】设两人到达时刻为 x, y, 则 $0\leqslant x, y\leqslant 60$. 事件“一人要等另一人半小时以上”等价于 $|x\quad y|>30$. 如图阴影部分所示.

$$P=\frac{30^2}{60^2}=\frac{1}{4}$$

第4题答案：

答案

题设条件 $P(A|B) > P(A|\bar{B})$ 等价于 $\frac{P(AB)}{P(B)} > \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A)-P(AB)}{1-P(B)}$，即 $P(AB) - P(B)P(AB) > P(A)P(B) - P(B)P(AB)$，所以 $P(A|B) > P(A|\bar{B})$ 等价于 $P(AB) > P(A)P(B)$。

如果将这两个等价的不等式中的 A，B 对换，就有 $P(B|A) > P(B|\bar{A})$ 等价于 $P(BA) > P(B)P(A)$，即等价于 $P(AB) > P(A)P(B)$，因此 $P(A|B) > P(A|\bar{B})$ 等价于 $P(B|A) > P(B|\bar{A})$。

第5题答案：

袋子中有 5 只红球和 3 只白球，从中任取 3 只球，已知取出的有红球，求至多取到 1 只白球的概率。

答案

设 A= 取出的 3 只球中有红球，B= 至多取到 1 只白球，B_i= 恰取出 i 只白球（i=0,1,2,3），则有 $A = \bar{B}_3 = B_0 + B_1 + B_2$，$B = B_0 + B_1$，$P(B_i) = \frac{C_3^i C_5^{3-i}}{C_8^3}$。

所以所求概率为 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(B_0+B_1)}{P(B_0+B_1+B_2)} = \frac{C_5^3+C_3^1C_5^2}{C_5^3+C_3^1C_5^2+C_3^2C_5^1} = \frac{8}{11}$

第6题答案：

从 5 双不同的鞋子中任取 4 只，求下列事件的概率：（1）没有成对的鞋子（2）至少 2 只可以配成 1 双

答案

设 A= 没有成对的鞋子，B= 至少 2 只可以配成一双，则 $B = \bar{A}$。

方法一：$P(A) = \frac{C_5^4(C_2^1)^4}{C_{10}^4} = \frac{8}{21}$（从 5 双中任取 4 双，再从每双中任取 1 只），则 $P(B) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{8}{21} = \frac{13}{21}$

方法二：$P(A) = \frac{C_{10}^1C_8^1C_6^1C_4^1}{A_{10}^4} = \frac{8}{21}$（第一次从 10 只中任取 1 只，第二次从其他 4 双中任取 1 只，第三次从其他 3 双中任取 1 只，第四次从其他 2 双中任取 1 只）

方法三：$P(B) = \frac{C_5^1C_4^2(C_2^1)^2+C_5^2}{C_{10}^4} = \frac{13}{21}$（恰有两只成 1 双另两只来自不同双，或者恰成 2 双）

第7题答案：

【解】 设 A=｛此人是男人｝，B=｛此人是色盲｝，则由贝叶斯公式

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A)+P(A)P(B|A)}$$

$$= \frac{0.5\times0.05}{0.5\times0.05+0.5\times0.0025} = \frac{20}{21}$$

第8题答案：

【解】设 A={飞机被击落}，B_i={恰有 i 人击中飞机}，i=0, 1, 2, 3

由全概率公式，得

$$P(A)=\sum_{i=0}^{3}P(A|B_i)P(B_i)$$

$$=(0.4\times0.5\times0.3+0.6\times0.5\times0.3+0.6\times0.5\times0.7)0.2+(0.4\times0.5\times0.3+0.4\times0.5\times0.7+0.6\times0.5\times0.7)0.6+0.4\times0.5\times0.7$$

$$=0.458$$

第9题答案：

记 A_i= 第一次取出 i 个新球，$i=0,1,2,3$，B_i= 第二次取出 i 个新球，$i=0,1,2,3$。根据古典概率计算有：

$$P(A_0)=\frac{C_3^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{220}$$
$$P(A_1)=\frac{C_9^1C_3^2}{C_{12}^3}=\frac{27}{220}$$
$$P(A_2)=\frac{C_9^2C_3^1}{C_{12}^3}=\frac{27}{55}$$
$$P(A_3)=\frac{C_9^3}{C_{12}^3}=\frac{21}{55}$$

第一次取到 i 个新球以后，第二次取球是在 $9-i$ 个新球，$3+i$ 个旧球中任取 3 个，则有：

$$P(B_2|A_0)=\frac{C_9^2C_3^1}{C_{12}^3}=\frac{27}{55}$$
$$P(B_2|A_1)=\frac{C_8^2C_4^1}{C_{12}^3}=\frac{28}{55}$$
$$P(B_2|A_2)=\frac{C_7^2C_5^1}{C_{12}^3}=\frac{105}{220}$$
$$P(B_2|A_3)=\frac{C_6^2C_6^1}{C_{12}^3}=\frac{90}{220}$$

(1) $P(B_2)=\sum_{i=0}^{3}P(A_i)P(B_2|A_i)=\frac{1377}{3025}\approx 0.455$

(2) $P(A_1|B_2)=\frac{P(A_1B_2)}{P(B_2)}=\frac{P(A_1)P(B_2|A_1)}{P(B_2)}=\frac{7}{51}\approx 0.137$

第10题答案：

【解】 设 A_i={第 i 人能破译}（i=1, 2, 3），则

$$P(\bigcup_{i=1}^{3}A_i)=1-P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3})=1-P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3})$$

$$=1-\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=0.6$$