

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2019 级“一元函数积分（信）”结课统考试卷（A 卷） 2019 年 12 月 30 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

草稿区

题号	一	二	三	四	五	六	七	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分										

一、选择题(每小题 4 分)

一题得分	
------	--

(1) 设 $\int f(x)dx = \sin x + C$, 则 $\int xf(1-x^2)dx =$ (): (A) $2\sin(1-x^2) + C$; (B) $-2\sin(1-x^2) + C$; (C) $(1/2)\sin(1-x^2) + C$; (D) $-(1/2)\sin(1-x^2) + C$ (2) 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $F(x)$, 则 $\int f(2x)dx =$ (): (A) $F(2x) + C$; (B) $F(x/2) + C$; (C) $(1/2)F(2x) + C$; (D) $2F(x/2) + C$ (3) 设函数 $f(x)$ 在 $[-\delta, \delta]$ 上有二次导数, $\delta > 0, f''(x) > 0$, 且 $f(0) = 0, f'(0) = 0$, 则 $I = \int_{-\delta}^{\delta} f(x)dx$ 满足 (): (A) $I = 0$; (B) $I > 0$; (C) $I < 0$; (D) 正负号不确定(4) 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x |\sin t| dt}{x} =$ (): (A) 1; (B) 0; (C) 不存在; (D) $2/\pi$ (5) 设 $z = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & x = y = 0 \end{cases}$, 则该函数在 $(0, 0)$ 点 ():

(A) 连续, 且偏导数存在, 但不可微; (B) 不连续; (C) 连续, 但偏导数不存在; (D) 可微

姓名

姓名

学号

专业

任课教师

二、填空题（每小题 4 分）：

(1) 设 $f(x)$ 是连续函数, 满足 $f(x) = x - \int_0^1 tf(t)dt$, 则 $f(x) =$ _____

二题
得分

(2) 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $e^{xz} = x^2 + y^2$ 所确定, 则 $\frac{\partial z}{\partial x}|_{(1,0)} =$ _____

(3) 原点到平面 $2x + 2y + z - 9 = 0$ 的距离为 _____

(4) 设一平面过原点和点 $(6, -3, 2)$, 且与平面 $4x - y + 2z = 7$ 垂直, 则此平面方程为 _____

(5) 曲线 $y = x^2$, $(0 \leq x \leq 1)$, 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积为 _____

三、求下列不定积分：（每小题 6 分）

(1) $\int \frac{x+1}{x(x^2+1)} dx;$

(2) $\int \sec^6 x dx;$

三题
得分

(3) $\int x \sin^2 x dx;$

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



四、求下列定积分（每小题 7 分）：

(1) $\int_0^1 \ln(1 + \sqrt{x}) dx$;

(2) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + 3\cos^2 x}$;

五、(7 分) 设 $f(x) = x \int_1^x \frac{\arctan t^2}{t} dt$, 计算 $\int_0^1 f(x) dx$.

四题 得分	
----------	--

(3) $\int_{-2}^2 x \ln(1 + e^x) dx$

五题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



六、(8分) 设二元函数 $f(u,v)$ 具有连续二阶偏导数, $z = f(2x+3y,x+y)$,

试求: $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

七题 得分	
----------	--

七、(6分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上连续, 在 $(0,2)$ 内可导,

且满足 $|f'(x)| \leq 1, f(0) = f(2) = 1$, 证明: $1 \leq \int_0^2 f(x)dx \leq 3$

七题 得分	
----------	--

草稿区