**线性代数**

**一、填空题（本题总计 20 分，每小题 2 分）**

1. 排列6573412的逆序数是 ．

2.函数 中的系数是 ．

3．设三阶方阵A的行列式,则= ．

4．n元齐次线性方程组AX=0有非零解的充要条件是 ．

5．设向量，=正交，则 ．

6．三阶方阵A的特征值为1，­­，2，则 ．

7. 设，则**.**

8. 设为的矩阵，已知它的秩为4，则以为系数矩阵的齐次线性方程组的解空间维数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

9．设A为n阶方阵，且2 则 ．

10．已知相似于，则 ， ．

**二、选择题（本题总计 10 分，每小题 2 分）**

1. 设n阶矩阵A的行列式等于，则等于 ．

(A)  (B)-5 (C) 5 (D)

2. 阶方阵与对角矩阵相似的充分必要条件是 **.**

(A) 矩阵有个线性无关的特征向量

(B) 矩阵有个特征值

(C) 矩阵的行列式

(D) 矩阵的特征方程没有重根

3．A为矩阵，则非齐次线性方程组有唯一解的充要条件是 ．

(A) (B)

(C) (D)   
4.设向量组A能由向量组B线性表示，则( )

(A)． 　　　 (B)．

(C)． 　　　 　(D)．

5. 向量组线性相关且秩为r，则 ．

(A) (B)  (C)  (D) 

**三、计算题（本题总计 60 分，每小题 10 分）**

1. 计算n阶行列式:      **.**

2．已知矩阵方程，求矩阵,其中.

3. 设阶方阵满足,证明可逆，并求.

4．求下列非齐次线性方程组的通解及所对应的齐次线性方程组的基础解系**:**



5．求下列向量组的秩和一个最大无关组,并将其余向量用最大无关组线性表示．



6．已知二次型：**，**

用正交变换化为标准形，并求出其正交变换矩阵Q．

**四、证明题（本题总计 10 分，每小题 10 分）**

设,  , , , 且向量组线性无关，证明向量组线性无关.

**(答案)**

**一、填空题（本题总计 20 分，每小题2 分）**

**1. 17 2. -2 3．4．5．6．-27．或8． 29、10、**

**二、选择题（本题总计 10 分，每小题 2 分）1. A 2. A 3.C 4.D 5. B**

**三、计算题（本题总计 60 分，每小题 10分）**

1. **解：      ------4分**

**       -------7分**

** ---------10分（此题的方法不唯一，可以酌情给分。）**

**2．求解，其中**

****

**解：由得**

** (3分)**

** (6分)  (8分)**

**所以  (10分)**

**3．解：利用由可得： --------5分**

**即  ------7分 故可逆且--------10分**

**4．求下列非齐次线性方程组的通解及所对应的齐次线性方程组的基础解系．**

****

**解： (2分)**

** (4分)则有  (6分)**

**取为自由未知量，令，则通解为：  (8分)**

**对应齐次线性方程组的基础解系为： (10分)**

**5．求下列向量组的秩和一个最大无关组,并将其余向量用最大无关组线性表示．**

** 解：**

**=  (2分) 为一个极大无关组. (4分) 设 ， **

**解得 ， . (8分) 则有 ， **

**6 解 **

**的矩阵  (2分)的特征多项式  (4分)**

**的两个正交的特征向量 ,  的特征向量 **

**正交矩阵  8分) 正交变换：标准形**

**四、证明题（本题总计 10分）若设且向量组线性无关，证明向量组线性无关. 证明：设存在，使得  也即  化简得 **

**又因为线性无关，则 (8分)解得  所以，线性无关.**