

벡터

벡터의 노름

L_1 노름

$$||\mathbf{x}||_1 = \sum_{i=1}^d |x_i|$$

L_2 노름

$$||\mathbf{x}||_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^d |x_i|^2}$$

두 벡터 사이의 거리

벡터 \mathbf{x} 와 벡터 \mathbf{y} 사이의 거리

$$||\mathbf{y} - \mathbf{x}|| = ||\mathbf{x} - \mathbf{y}||$$

두 벡터 사이의 각도

두 벡터 사이의 각도를 구하는 것은 L_2 노름에서만 가능하다.

제 2 코사인 법칙에 의해 두 벡터 사이의 각도를 계산할 수 있다.

벡터 \mathbf{x} 와 벡터 \mathbf{y} 사이의 각도

$$\cos\theta = \frac{||\mathbf{x}||_2^2 + ||\mathbf{y}||_2^2 - ||\mathbf{x} - \mathbf{y}||_2^2}{2||\mathbf{x}||_2||\mathbf{y}||_2}$$

위 공식의 분자를 쉽게 계산하는 방법이 **내적**이다.

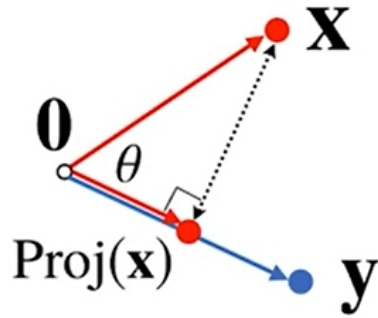
$$\cos\theta = \frac{2 \langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle}{2||\mathbf{x}||_2||\mathbf{y}||_2} = \frac{\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle}{||\mathbf{x}||_2||\mathbf{y}||_2}$$

내적(inner product) 연산

$$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \sum_{i=1}^d x_i y_i$$

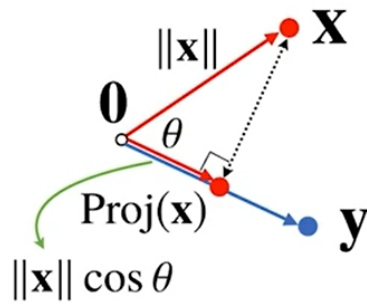
내적을 어떻게 해석할까?

내적은 **정사영(orthogonal projection)**된 벡터의 길이와 관련 있다.

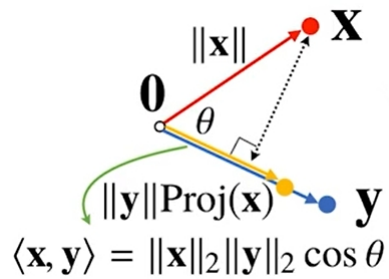


- $Proj(x)$: 벡터 y 로 정사영된 벡터 x 의 그림자를 의미

$Proj(x)$ 의 길이는 코사인법칙에 의해 $\|x\| \cos \theta$ 가 된다.



내적은 정사영의 길이를 벡터 y 의 길이 $\|y\|$ 만큼 조정해 준다.



내적은 두 벡터의 유사도(similarity)를 측정하는 데 사용 가능하다.