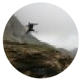
色彩空间表示与转换



章佳杰

光学 话题的优秀回答者

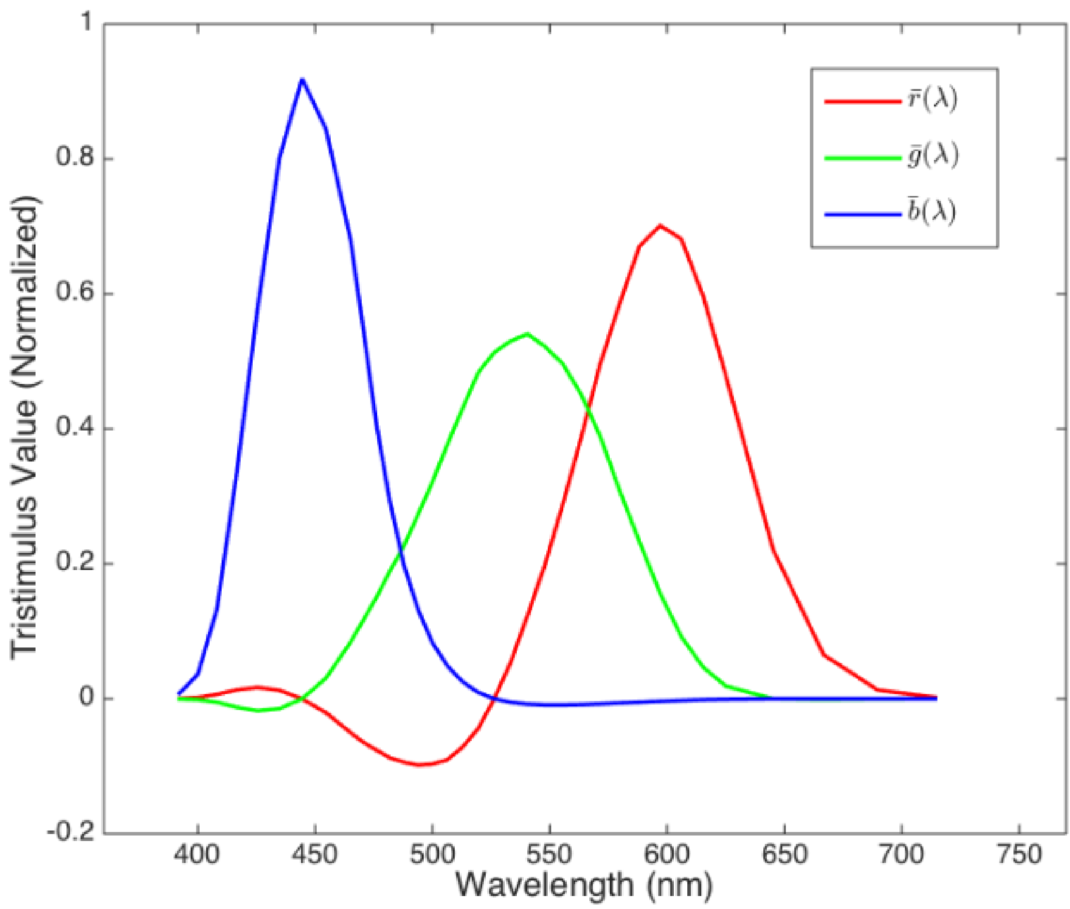
前一篇文章 讲述了色彩空间的基础，我们看到人类的色视觉可以用一个三维的线性空间表示，人类对色彩的感知，相当于是在光谱分布这样一个无穷维的函数空间（巴拿赫空间）中，进行了一个三维投影。在此基础上，简单介绍了两个重要的线性色彩空间，CIE 1931 RGB 和 CIE 1931 XYZ，这两个色彩空间包含了所有人类可以感知的色彩。通过色匹配函数（Color Matching Function, CMF），可以将任何一种物理上的光谱分布，转换到线性色彩空间中。

虽然是同样一个线性空间，由于选取的基底不同，表示的形式也会不同，表达能力和方便程度也会有所不同。为了不同的用途和目的，人们发展了很多不同的线性色彩空间的表达形式。此外，人类的色视觉在某些方面还存在一定程度的非线性，所以在线性色彩空间基础上人们又发展了一些非线性的色彩空间。

由于 CIE RGB 和 CIE XYZ 两者其实是同一个线性空间的不同表达，因此两者的转换可以通过转换矩阵实现。限于篇幅，上一篇文章 中对这个转换矩阵是怎么来的一笔带过了，在这篇文章中将会详细描述中间的计算过程。

1 CIE RGB 和 CIE XYZ

在前一篇文章中我们已经了解到，以色匹配函数作为基底，将物理上的光谱分布投影到三维空间中，就可以得到 CIE RGB 和 CIE XYZ 色彩空间。 CIE RGB 的色匹配函数（归一化后）是这样的：



注意这里进行了归一化处理，因此曲线与上一篇文章中的曲线形状有变化。为了消除部分负数坐标，我们变换到 CIE XYZ 空间，满足一些约束条件：

1. 所有坐标都是正的保持等能点（equal energy point）作为白色
2. 使得新的 Y 坐标能够代表明度，也就是使得新的 Y 坐标等于视觉的明度响应
3. 使得新的 Z 坐标在红光端保持为 0
4. 使得所有色彩尽可能充满新的空间

在这些约束条件下，CIE 委员会设计了这两个空间之间最初的转换矩阵：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.7688 & 1.7517 & 1.1301 \\ 1.0000 & 4.5906 & 0.0601 \\ 0 & 0.0565 & 5.5942 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

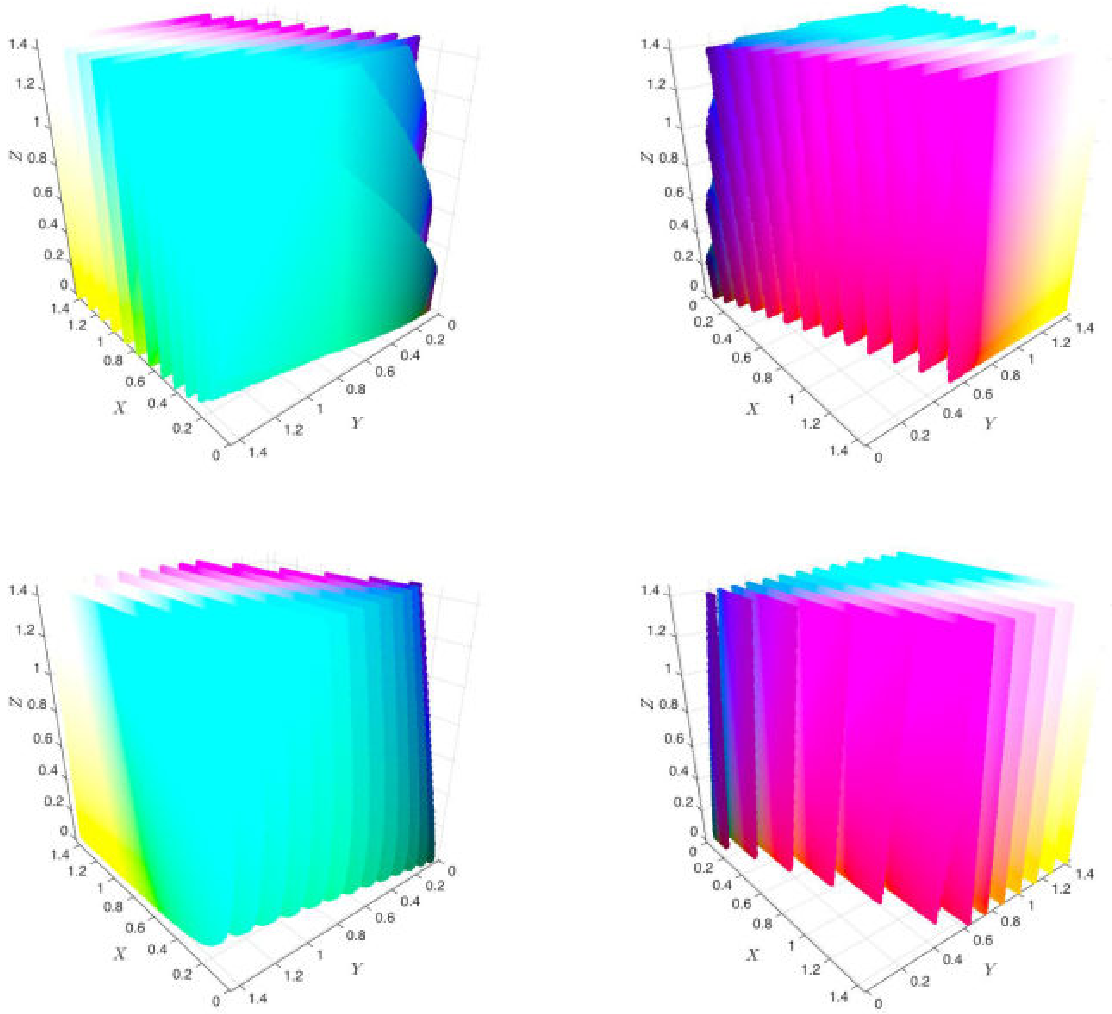
以及反变换的矩阵

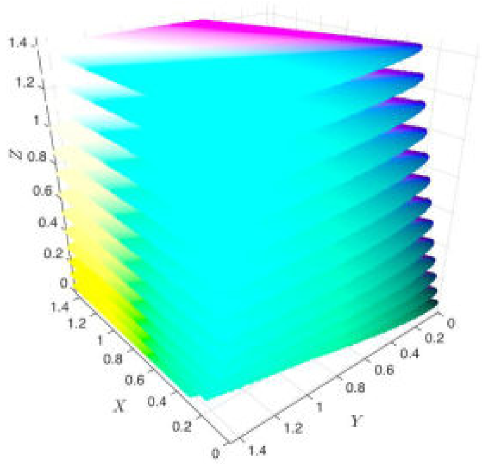
$$
\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4185 & -0.1587 & -0.0828 \\ -0.0912 & 0.2524 & 0.0157 \\ 0.0009 & -0.0025 & 0.1786 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}
$$

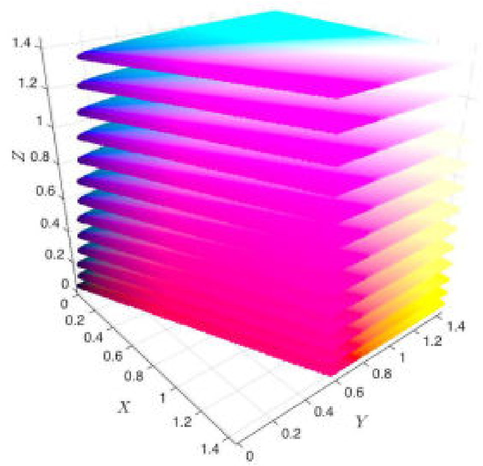
虽然最开始是从 CIE RGB 转换到 CIE XYZ 空间的，但之后由于历史原因和技术原因，使得 CIE XYZ 空间更为广泛接受，逐渐作为更常用的转换空间。在最新的官方资料中，只保留了 XYZ 空间的色匹配函数，已经没有 RGB 空间的色匹配函数了。

2 色品图（Chromaticity Diagram）

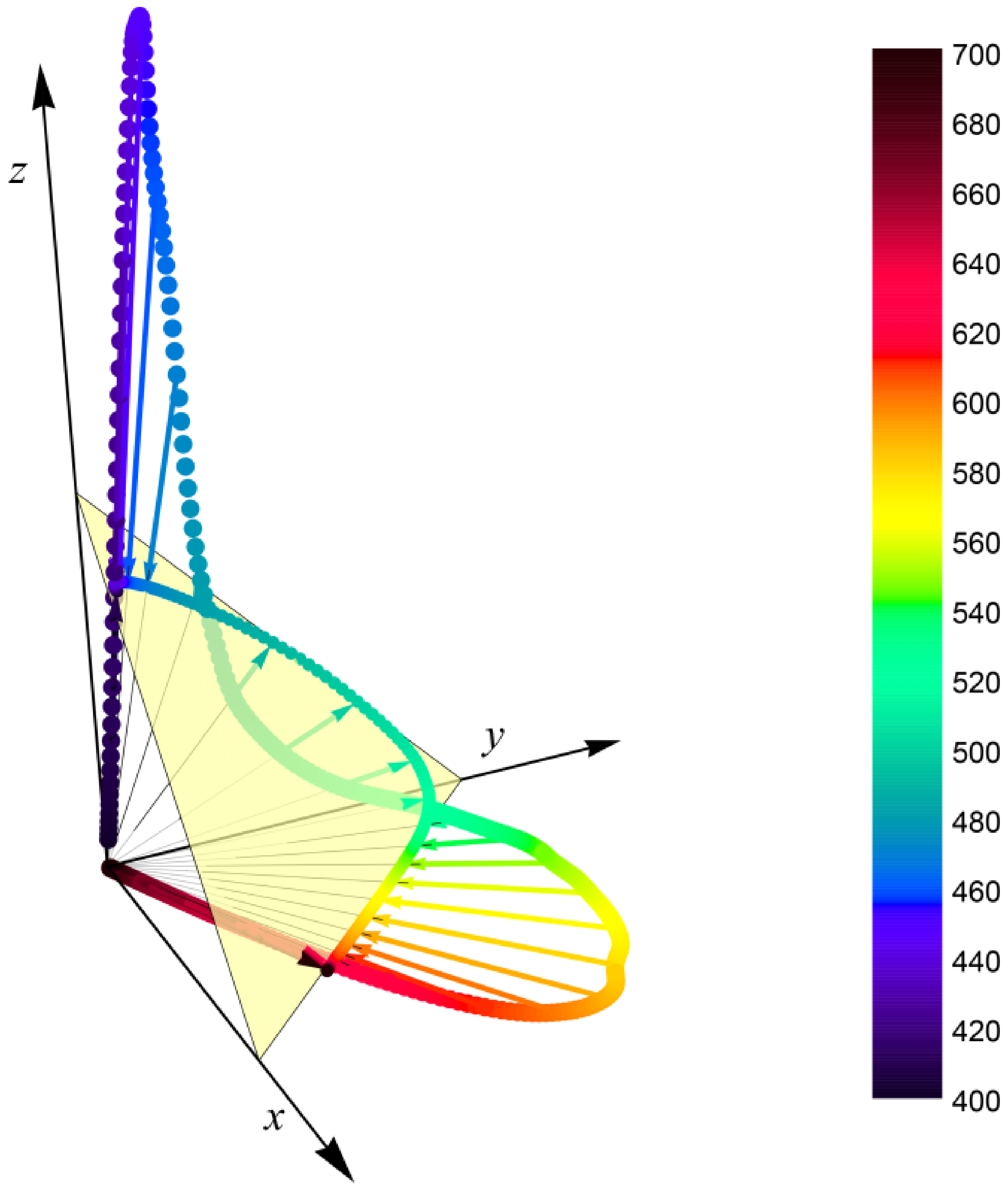
那么，各个颜色在 CIE XYZ 空间中是怎么分布的呢？由于实际中不可能有光线的减法，所有的运算都是「锥组合」，因此可以想见实际所有可能的颜色，在 XYZ 空间中应该位于一个以原点为顶点的 「锥体」中（比如 xyz 三个正半轴围起来的第一卦限就是一个锥体）。我们把 CIE XYZ 空间切片看看（左右两列是从两个不同的视角进行观察）：



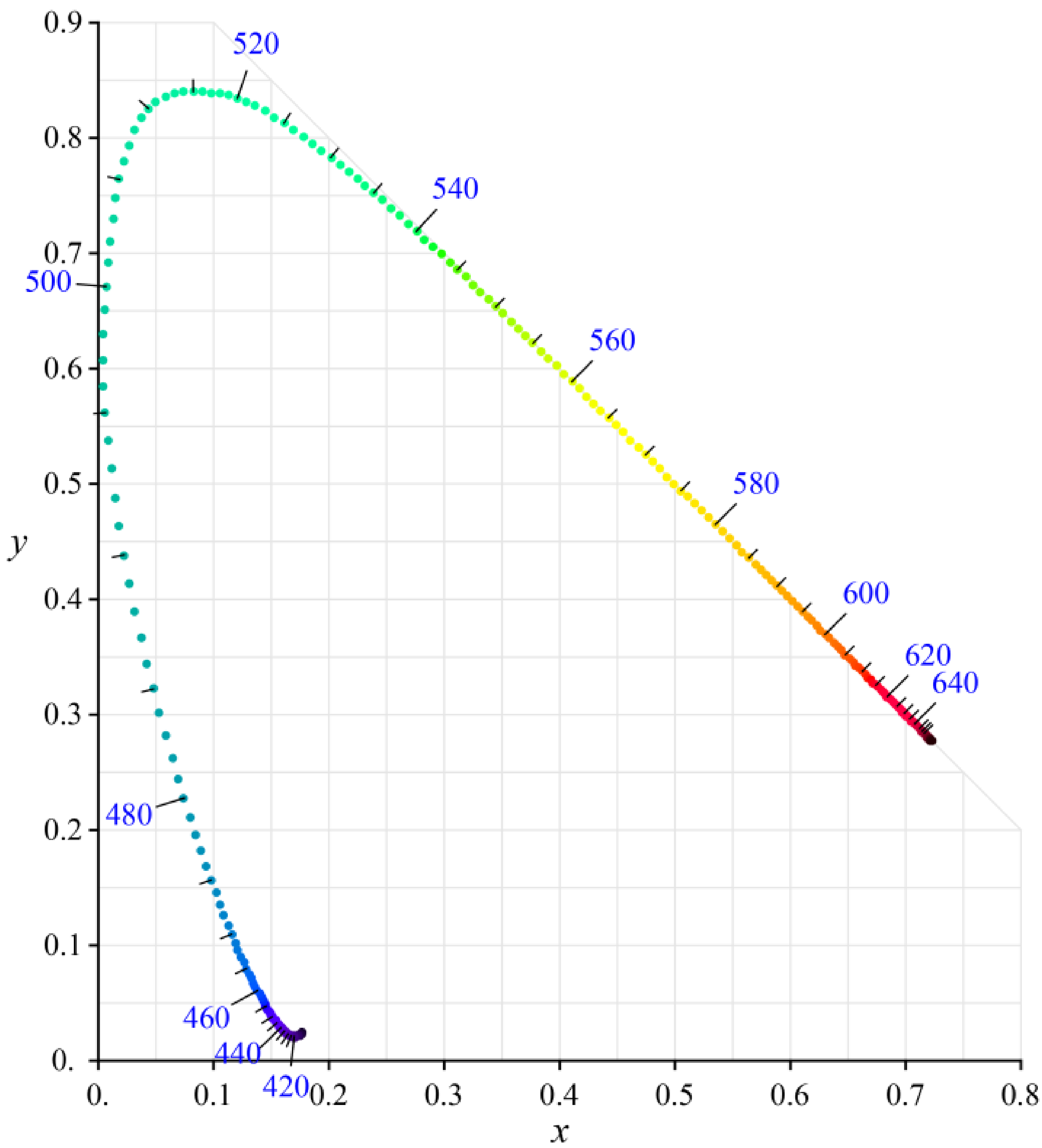




可以感受到约靠近原点的切片越小，这正是锥体的表现。然而这个锥体到底是什么形状呢？如果把纯光谱色画在 CIE XYZ 空间中，得到下图这样的曲线。连接原点与这条曲线得到的无数条射线，包围出来一个「锥体」，这个锥体就是人所能感知的所有色彩。注意与上图（尤其是右侧一列，与下图视角接近）比较，可以清楚地看到红色一侧和蓝紫色一侧围出的倾斜的边界。



然而这个曲线毕竟在三维空间中，是一条极度扭曲的曲线，不论是用来展示还是用于辅助计算都不方便。我们可以将这条曲线投影到 $x+y+z=1$ 的平面上（上图中的黄色平面）进行「归一化」，在这个归一化的平面上，光谱色曲线就是一条形状像舌头的曲线，如上图所示位于黄色平面上的弯曲的曲线。根据格拉斯曼定律，所有的颜色都是由纯光谱色混合而来的，经过投影后只能是光谱色的「锥组合」，都会落在这个曲线范围内。这个舌头形状的图，就叫「色品图（Chromaticity Diagram）」，所有纯光谱色，构成色品图的边界。在上面那个图中从上往下看，黄色平面上，色品图（的边界）是这个样子的：



图中蓝色数字标明了纯光谱色对应的波长。

3 与其他 RGB 空间的转换

之前的文章说到，定义一个 RGB 空间，关键在于两个参数：1. RGB 三点的坐标；2. 白色点的位置。这里就以 sRGB 空间为例，说说如何根据这两个参数确定转换关系的。

根据定义，sRGB 的三原色以及白色点的 XYZ 坐标是：

参考点	坐标
R	(0.64, 0.33, 0.03)
G	(0.30, 0.60, 0.10)
B	(0.15, 0.06, 0.79)
W(D65)	(0.95047, 1.00000, 1.08883)

白色点的意义在于校准三原色在向量空降中的长度，使得当 RGB = (1, 1, 1) 的时候正好对应的是白色。也就是列出这个方程：

$$W = w_r R + w_g G + w_b B$$

或者写成矩阵形式

$$W = [R, G, B]\boldsymbol{w}$$

求解出 w_r, w_g, w_b 各个系数。这是个三元一次方程，在计算机上非常容易求解，即使手工求解也不难。

$$\boldsymbol{w} = [R, G, B]^{-1} W$$

对于 sRGB 的情况来说，带入数字，可得

$$\boldsymbol{w} = [R, G, B]^{-1} W = \begin{bmatrix} 0.64 & 0.30 & 0.15 \\ 0.33 & 0.60 & 0.06 \\ 0.03 & 0.10 & 0.79 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.95047 \\ 1.00000 \\ 1.08883 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6445 \\ 1.1919 \\ 1.2029 \end{bmatrix}$$

接下来，对于某一种颜色 C = (x, y, z)，它对应的 sRGB 坐标是多少呢？也就是如果将校正长度后的 RGB 三原色作为新的基底，那么各个分量都是多少呢？我们可以写出新的方程：

$$C = r(w_r R) + g(w_g G) + b(w_b B)$$

或者写成矩阵形式

$$C_{XYZ} = [R, G, B] \begin{bmatrix} w_r & 0 & 0 \\ 0 & w_g & 0 \\ 0 & 0 & w_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ g \\ b \end{bmatrix} = [w_r R, w_g G, w_b B]\, C_{RGB}$$

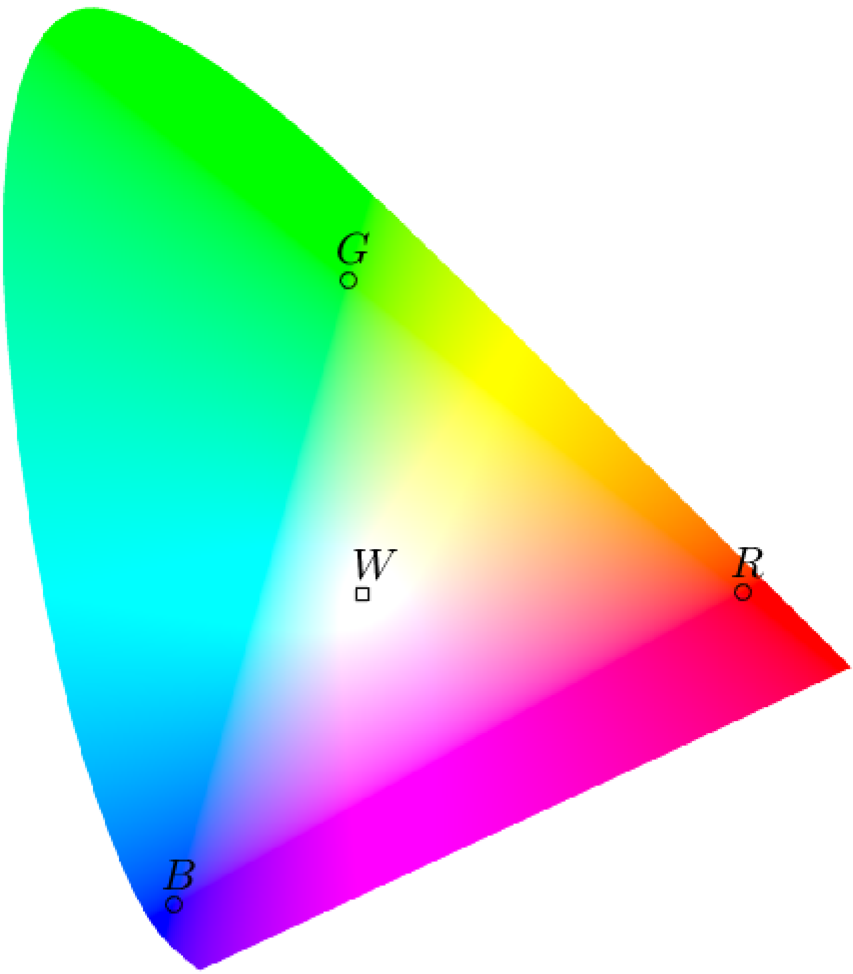
所以，从 sRGB 到 XYZ 的转换矩阵就是：

$$\boldsymbol{M} = [w_r R, w_g G, w_b B] = \begin{bmatrix} 0.41248 & 0.35757 & 0.18044 \\ 0.21269 & 0.77514 & 0.072174 \\ 0.019335 & 0.11919 & 0.95029 \end{bmatrix}$$

那么从 XYZ 转到 sRGB 的矩阵就是他的逆矩阵：

$$\boldsymbol{M}^{-1} = [w_r R, w_g G, w_b B]^{-1} = \begin{bmatrix} 3.24045 & -1.53714 & -0.49853 \\ -0.96927 & 1.87601 & 0.041556 \\ 0.055643 & -0.20403 & 1.05722 \end{bmatrix}$$

注意到，这里的矩阵中出现了负数，也就是说，从 CIE XYZ 空间转换到 sRGB 空间，是有可能使得中间某个分量小于 0 的。这意味着什么呢？我们把 sRGB 的几个基底画在色品图上，



三原色的三个点组成了一个三角形。记得我们反复强调的「锥组合」吗？意味着，sRGB 空间下，所有色彩，都将位于这个三角形内部；转换到三维空间的视角来看，sRGB 空

间能表达的色彩，都位于以原点为顶点，连接这个三角形，所有射线围成的锥体内部。如果某个分量小于 0，那么意味着，这个色彩，是落在了这个三角形外部，所以不能被 sRGB 空间所表示出来。一种简单的做法是强制让范围外的值回到范围边界上，让小于 0 的值强制等于 0，让大于 1 的值强制等于 1。这种做法非常简单，计算量也小，但是会损失一些色彩的准确性。在上面的色品图中，可以明显看到有三角形边界的痕迹，三角形之外的色彩，理论上是不能被 sRGB 所表现的，在图中就使用了这种简单的办法处理边界外的情况，相当于用三角形边界上的颜色直接进行了填充。

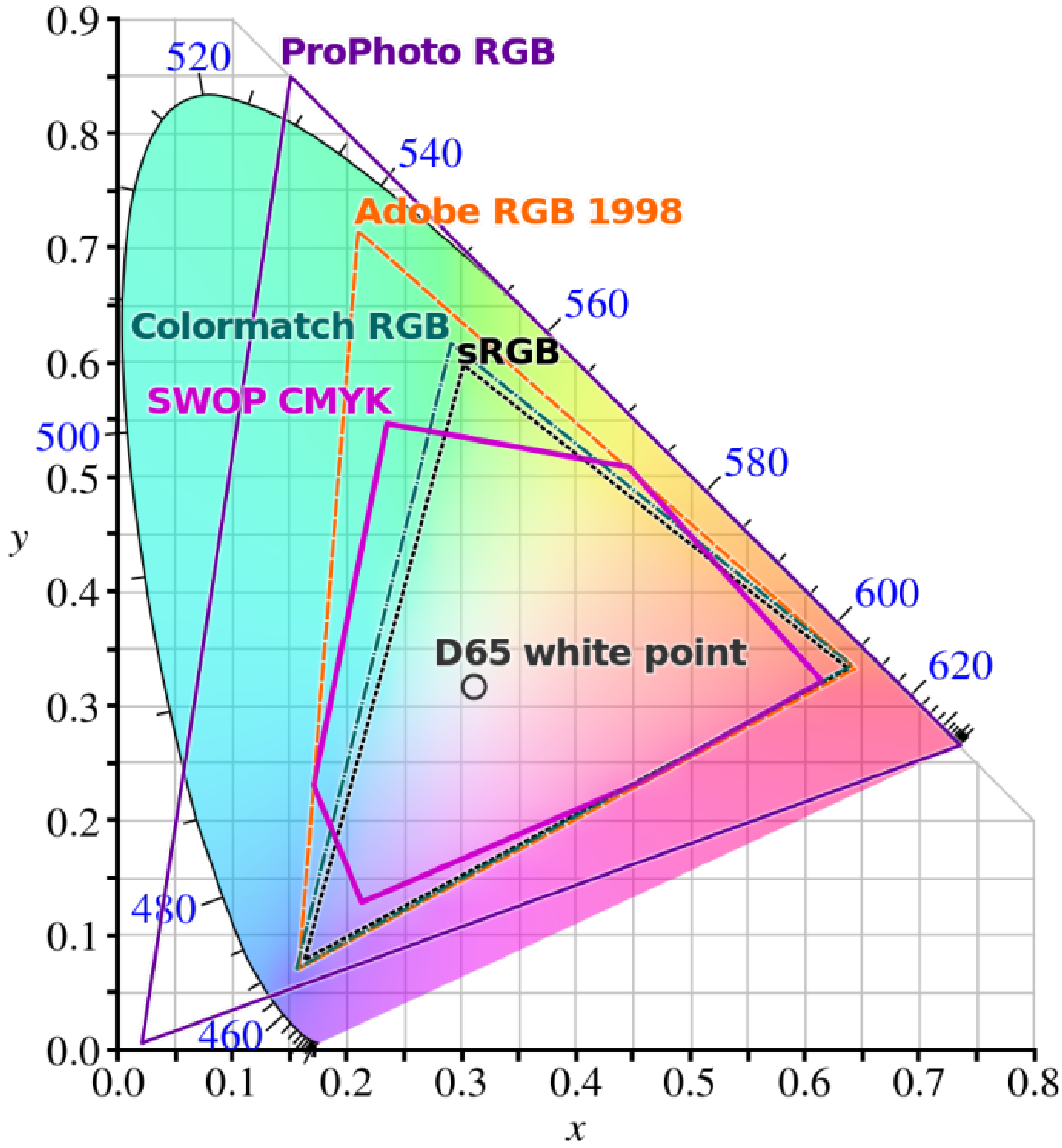
在前一篇文章中我们看到，在转换完之后，我们只是得到了一个线性的 RGB 值，要被显示器正确显示的话，还需要进行 gamma 校正。每个 RGB 空间对应的 gamma 校正公式不完全一致，大多数情况下都是 $C = C_{\text{lin}}^{1/\gamma}$，其中 γ=2.2，少数情况，比如 Apple RGB 采用的是 γ=1.8 的情况，再比如上面作为举例的 sRGB 空间，采用了一种分段的非线性函数进行校正：

$$C = \begin{cases} 12.92C_{\text{lin}} & , \quad C_{\text{lin}} \le 0.0031308 \\ 1.055C_{\text{lin}}^{1/2.4} - 0.055 & , \quad C_{\text{lin}} > 0.0031308 \end{cases}$$

在粗略的场景下，也可以直接使用 γ=2.2 的公式代替。

到这里，我们已经完全讲明白了从 XYZ 空间到 RGB 空间的转换，不同的 RGB 空间，比如 Adobe RGB 或者 Apple RGB，区别在于三原色与白色点位置不同，一旦这几个基点的位置确定了，那么转换矩阵就完全确定了。中间过程完全是线性变换。

这时候再看上篇文章中的不同色彩空间比较的图，相信就可以读出更多的信息了（下图来自维基百科 RGB Color Space）。

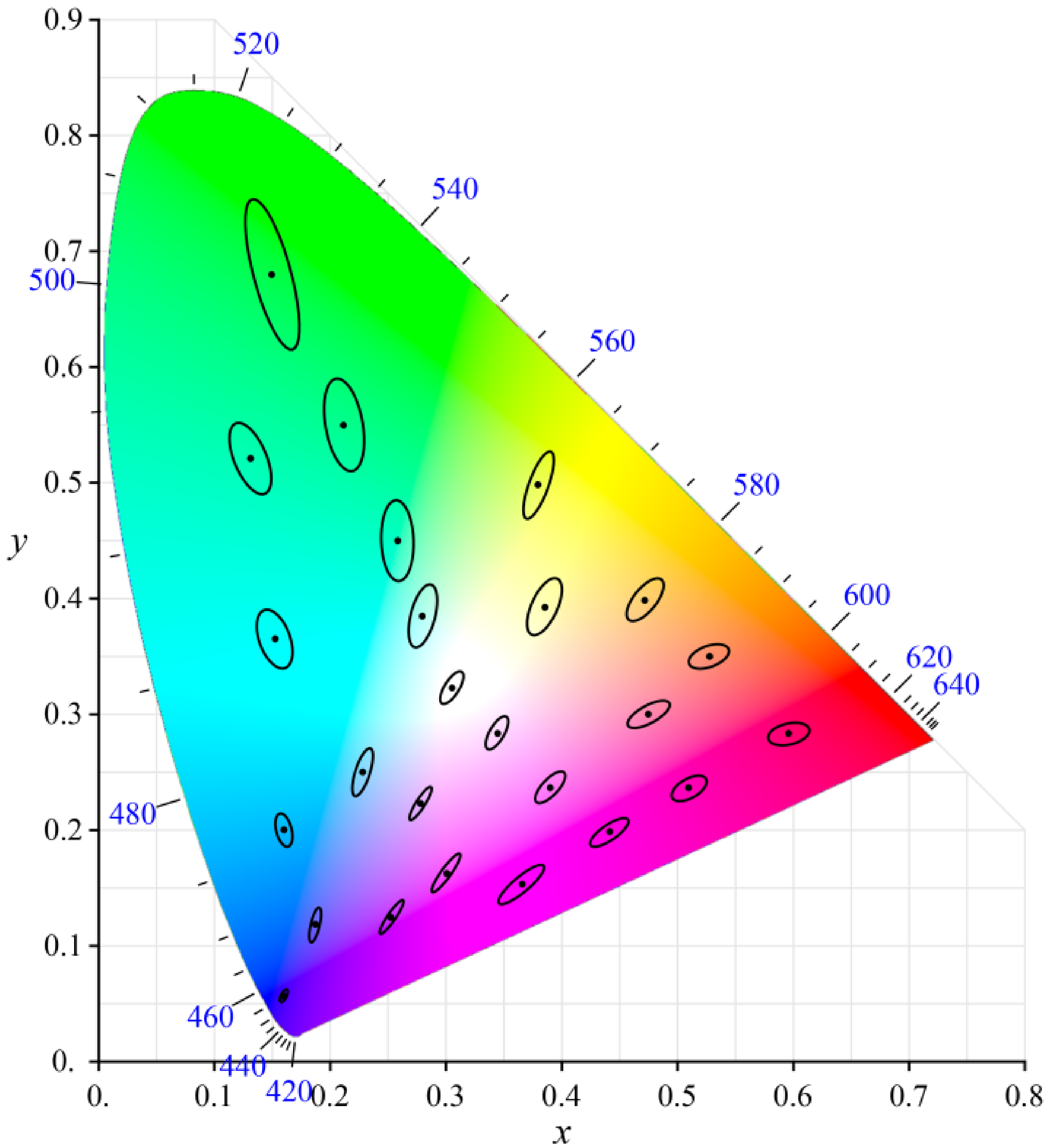


其中 Adobe RGB 与 sRGB 相比较，能表示的颜色要多很多，所以很多摄影师会在相机内设置 Adobe RGB 作为色彩空间。然而现在网络上通用的还是 sRGB，如果不做任何转换，浏览器可能将它视作 sRGB 空间进行渲染，得到的结果就会显得比较灰暗。所以在把图片上传到网络之前，一定要确认色彩空间是否匹配。而在部分专业的色彩输出场合，甚至需要用到 ProPhoto RGB 这种表达能力极强的色彩空间。

4 非线性色彩空间介绍

仔细看上面的色品图的边界，可以发现不同波长的光分布的疏密程度是不同的，这意味着在这个空间中，颜色的分布是不均匀的，这种不均匀性是人们不愿意看到的。在 20 世纪 40 年代，麦克亚当（David MacAdam）设计了几个实验，验证了人眼在色彩方面

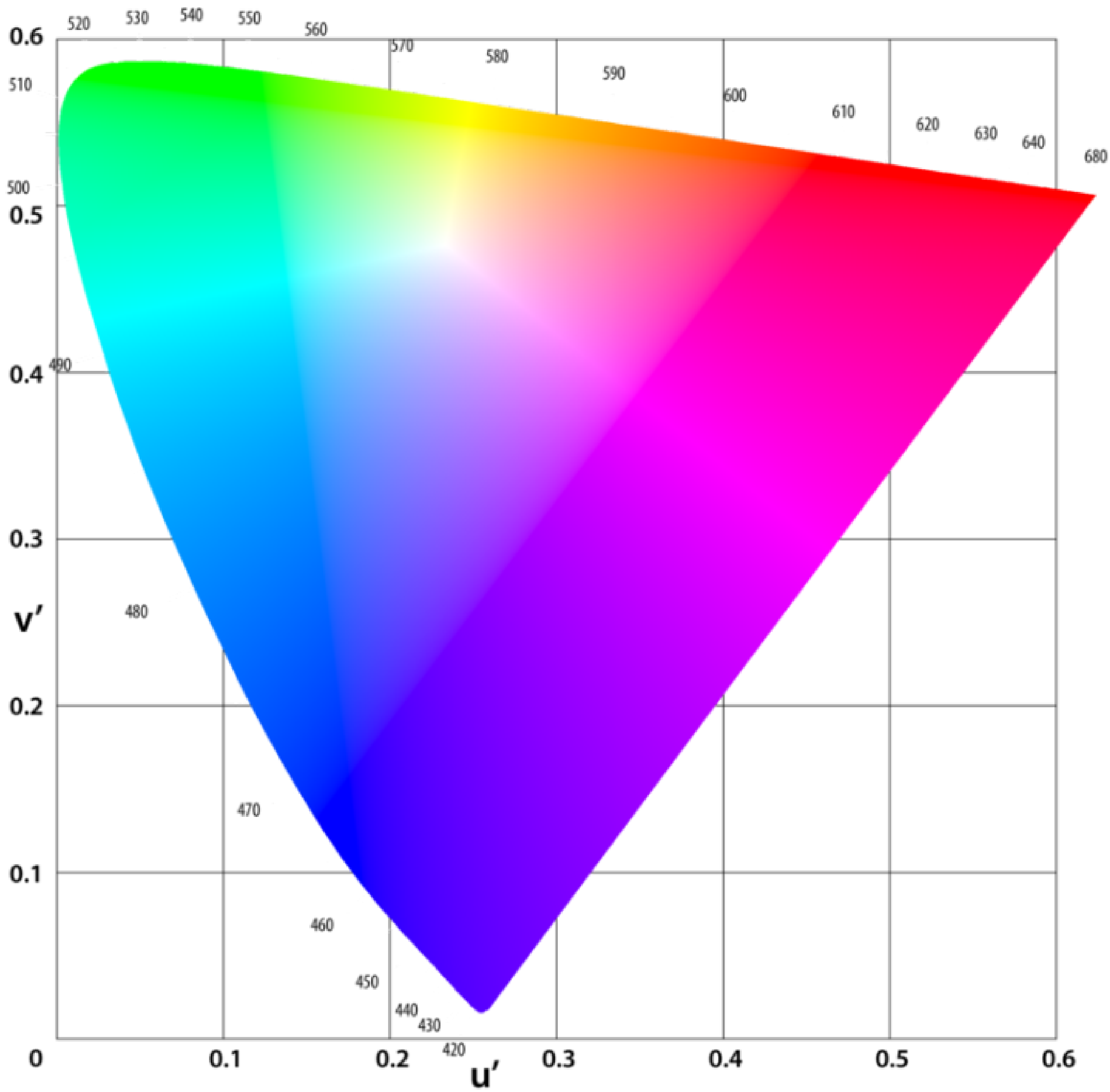
的感知阈值的存在。他的结果被总结为 麦克亚当椭圆（MacAdam ellipse），画在色品图上结果如下（这里为了展示清楚，图中的椭圆是原始大小的 7 倍，原始数据的结果没有这么夸张。）：



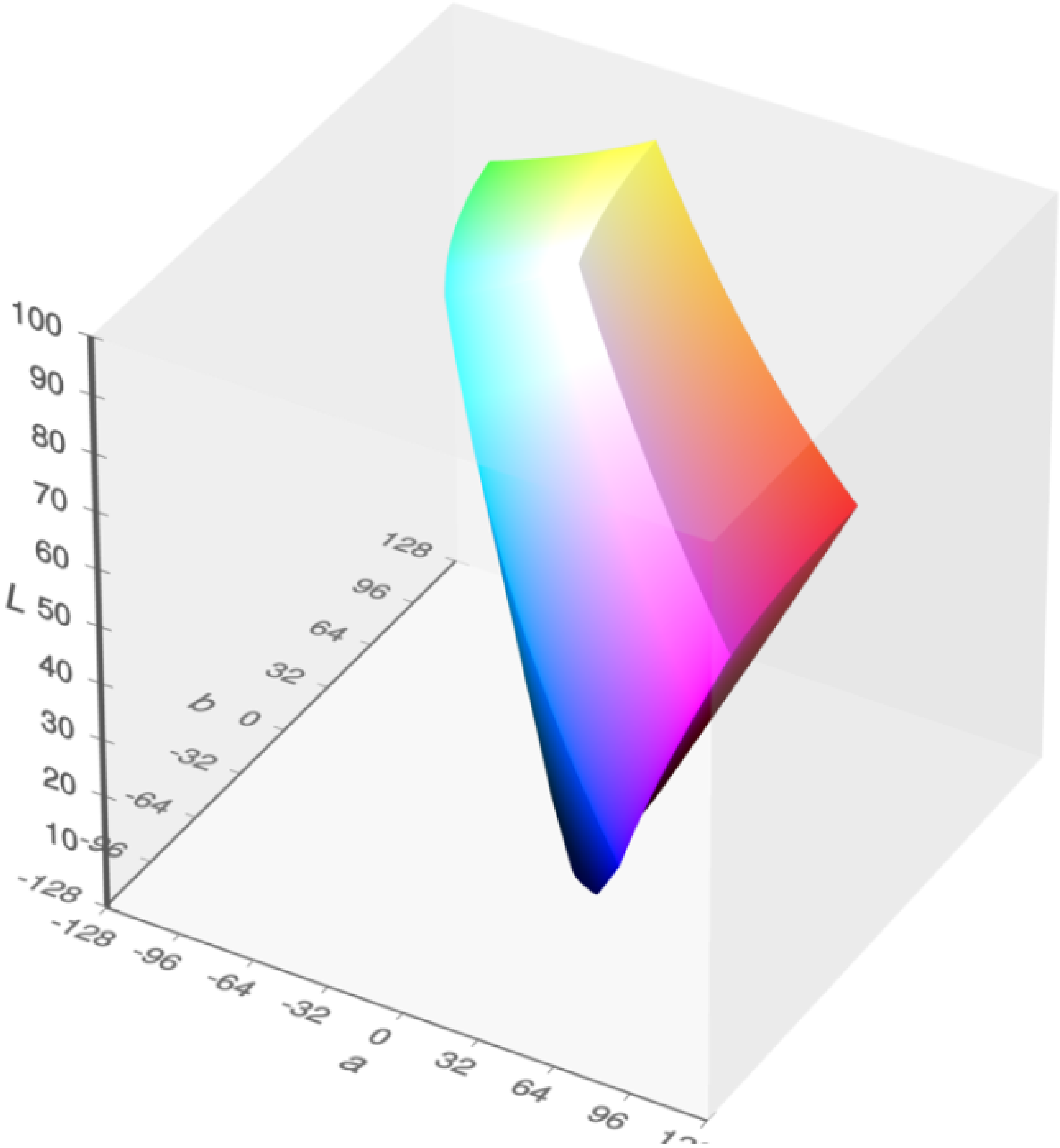
这个实验证实了，在一定范围（比如上图中的椭圆）内，人是无法分辨颜色差异的。当然，单纯这样一个结论并不会让人意外，人类对色彩变化的感知总是有限的。这个实验结果重要的意义在于，它直观明了地揭示了 CIE XYZ 这个空间在色彩分布上的不均匀。而麦克亚当椭圆，在这里的意义近似于微分几何中的 度规张量（Metric Tensor），用微分几何的观点来看，从人眼的色彩空间到 CIE XYZ 色彩空间的变换，性质不够好，这将给实际应用带来困难。举个简单的例子，比如由于计算误差或者存储误差，使得颜色分量的值变化了 0.01，如果这个颜色本来是绿色附近的，那变化后的颜色人眼可能根本

分辨不出来（绿色附近的椭圆比较大），如果这个颜色本来是蓝色附近的，那么变化后的颜色人眼就能分辨（蓝色附近的椭圆比较小）。

后来渐渐有更多的科学家研究了人类对色彩的分辨能力，逐渐建立了一些理论基础。人们希望通过一些非线性变换，找到一个「感知均匀性」更好的色彩空间，或者，从微分几何的观点来看，找到一个更为「平坦」的映射关系。比较常用的有 CIE Lab，CIE Luv，等（以下两张图均来自于这两个维基百科页面）。



上图为 CIE Luv 色彩空间的色品图

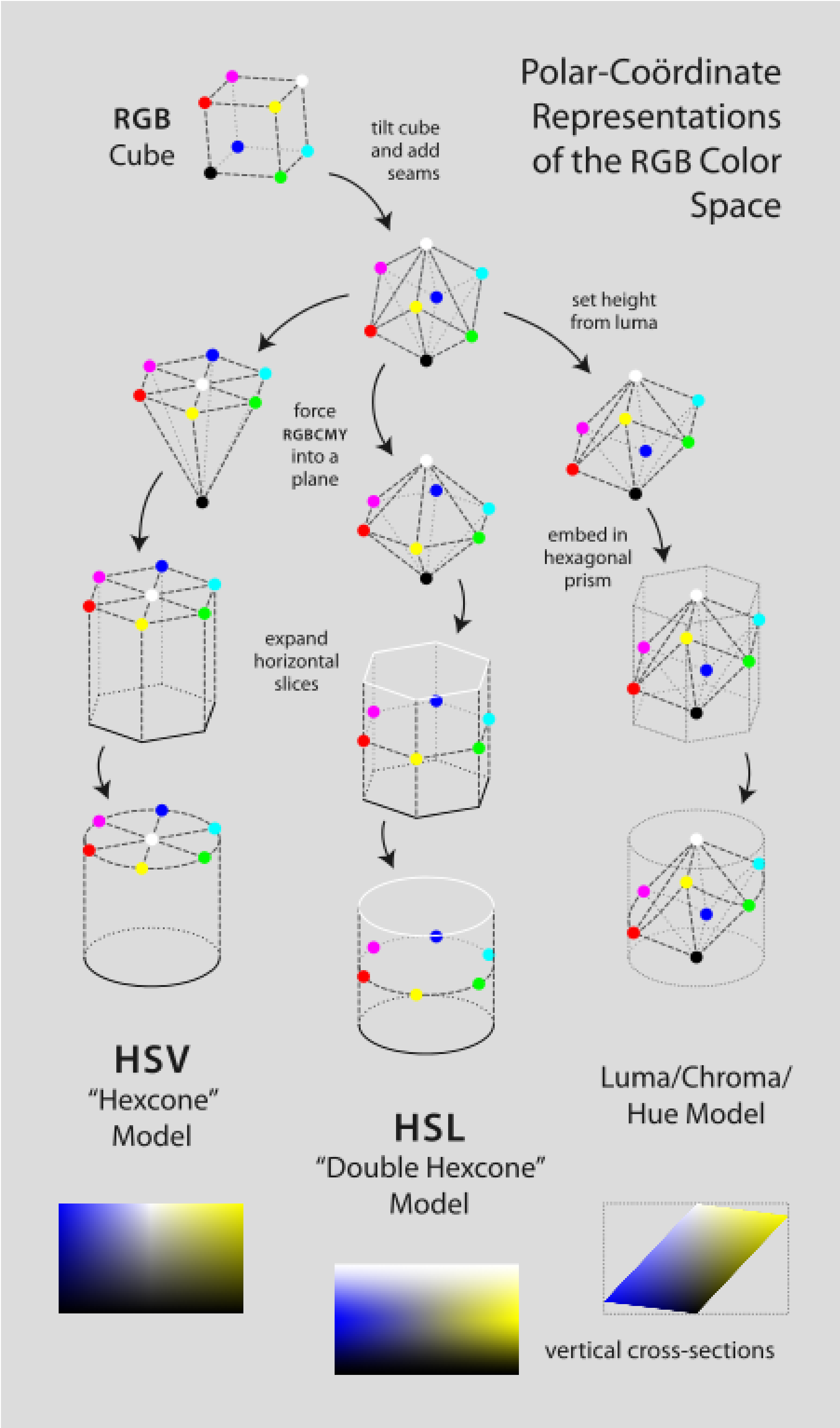


上图为 CIE Lab 色彩空间三维表示

可以看到，在这两种色彩空间下，色彩的分布更为均匀。

有关这几个空间的性质和计算，就远不是一篇文章可以介绍清楚的了，这里写得太过深入也显得曲高和寡。感兴趣的朋友可以私下交流或者点开链接看看维基百科上的定义。不过这里得提一下，Lab 空间和 Luv 空间在设计的时候就有意让 L 代表明度，也就是把「明度」和「颜色」给分开对待。这就为引入「色相（Hue）」的概念带来了方便，实际上，将这两个空间从直角坐标换成圆柱坐标，马上就可以看到，色相其实就是色彩在圆柱坐标下的角度分量。

圆柱坐标为人们提供了一个方便的工具，我们学习色彩理论中接触到的「色环」的概念，就来自于此。借助圆柱坐标，人们又从 RGB 空间推导出了 HSV 和 HSL 空间 ，方便不同的用途使用。（下图来自维基百科 HSV 和 HSL 空间 页面）。



这一些列探索人类色彩感知的实验，直接导致了 颜色差异（Color Difference） 概念的确立，用于表示不同颜色之间的差异性。从微分几何的观点来看，这是在为人类色视觉空间建立一个度规（Metric）。

最后放一个大杀器 CIE 2000 版的颜色差异公式镇场子，这个公式用于衡量两个颜色之间的差异性有多大，

$$\Delta E^* = \sqrt{\left(\frac{\Delta L'}{k_L S_L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C'}{k_C S_C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H'}{k_H S_H}\right)^2 + R_T \frac{\Delta C'}{k_C S_C} \frac{\Delta H'}{k_H S_H}}$$

其中各个符号的定义和计算写下来能写一页纸，这里就不放出来了，感兴趣的朋友可以参照 颜色差异（Color Difference） 的维基页面。

（如无特殊说明，本文所有图片均为我自己绘制或重制）