**北京信息科技大学2020~2021 学年第二学期**

**《概率论与数理统计A》课程期末考试试卷A参考答案**

**课程所在学院：理学院 适用专业班级：**

**考试形式：**闭卷

一、选择题 （每题3分，满分15分）

1. 设，则下面正确的等式是( )．

(A) ； (B) ；

(C) ； (D) ．

答案：(D)

2．某人射击，中靶率为，如果射击直到中靶为止，则射击次数为3的概率为( )．

(A) ； (B) ； (C) ； (D) ．

答案：(B)

3．设随机变量，则( )．

(A) ； (B) ；

(C)  ； (D) ．

答案：(D)

4．若随机变量与的相关系数，则下列结论正确的是( )．

(A) ； (B) ；

(C) 与相关； (D) 与相互独立．

答案：(B)

5．设是来自正态总体的简单随机样本，表示样本均值，表示样本方差，则下列选项中错误的是( )．

|  |  |
| --- | --- |
| (A) ； | (B) ； |
| (C) ； | (D) 与相互独立． |

答案：(C)

二、（9分）我校某同学无意中丢失了自己的钥匙，根据经验，他的钥匙丢在教室、餐厅、操场的概率分别为0.3,0.5,0.2。如果钥匙丢在教室里，能被找到的概率是；如果钥匙丢在餐厅里，能被找到的概率为；如果钥匙丢在操场上，能被找到的概率是.试问：（1）该同学找到钥匙的概率；（2）如果该同学找到了丢失的钥匙，求他是在餐厅里找到的概率.

**参考答案：**设表示“钥匙丢在教室”，表示“钥匙丢在餐厅”，表示“钥匙丢在操场”， 表示“找到钥匙”，则有

， ， ，

， ， ， ——————3分

（1）由全概率公式，所求概率为 ，即该同学找到钥匙的概率为0.5. ——————6分

（2）由贝叶斯公式，所求概率为

，

即如果该同学找到了丢失的钥匙，他是在餐厅里找到的概率为0.5.

——————9分

三、（12分）设连续型随机变量的分布函数为



（1）求系数的值及的概率密度函数；

（2）若随机变量，求的概率密度函数．

**参考答案：**（1）由于连续型随机变量的分布函数是连续函数，因此：

，，即得， ——————3分

故有 ——————6分

（2）对任意实数，随机变量的分布函数为：

，

当时：，

当时：，

当时：，

当时：，

于是，． ——————12分

四、（12分）设*X，Y*为离散型随机变量，

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Y* *X* | 0 | 1 |
| 0 |  |  |
| 1 |  |  |

求（1）*Z* =max（*X，Y*）；

（2）与的相关系数．

**参考答案：**（1）

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Z | 0 | 1 |
| P | 8/12 | 3/12 |

——————————————4分

（2），

，

——————9分

所以与的相关系数. ——————12分

五、（16分）设二维随机变量的联合概率密度函数为

，

（1）试确定常数；（2）求的边缘概率密度；

（3）是否独立？说明理由．

（4）求的密度函数．

**参考答案：**（1）由密度函数的性质知，，即

， ——————2分

故有 ——————4分

（2）

， ——————6分



． ——————8分

（3）因为，所以独立． ——————12分

（4）利用卷积公式，则有

当时，；

当时，；

其他情况下，综上

． ——————16分

注：该题目也可以利用分布函数定义直接求解的分布函数，然后对分布函数求导进而得到密度函数．

六、（12分）设是取自总体的一个简单样本，的密度函数为

，

其中未知，求参数的矩估计和最大似然估计．

**参考答案：**

（1）先求矩估计。， ——————3分

由矩估计求法，令

，则有参数的矩估计为：．——————6分

（2）求最大似然估计。

似然函数为：



——————9分

对数似然函数为



令

得参数的最大似然估计为：． ——————12分

七、（12分）设是来自均值为的泊松分布总体的简单样本，其中未知，设有估计量

，

，

，

（1）指出中哪几个是的无偏估计量；

（2）在上述的无偏估计中指出哪一个更有效，说明原因．

**参考答案：**

（1）由于服从均值为的泊松分布，所以

*E* (*Xi* )=, *D* (*Xi* )=, *i=*1,2,3,4

由数学期望的性质有







由无偏估计定义知，是的无偏估计量。 ——————6分

（2）由方差的性质，并注意到独立，可知





比较可知，所以更有效． ——————12分

八、（12分）根据往年调查，某城市一个家庭每月的耗电量服从正态分布，为了确定今年家庭平均每月的耗电量是否有所改变，随机抽查36个家庭，统计得他们每月耗电量的平均值, 样本标准差为，

（1）问今年每个家庭平均每月的耗电量相比往年是否有显著变化？（显著性水平*α*=0.05）

（2）利用该样本求总体方差的置信度为0.95的双侧置信区间．

可能用到的分位点： 

**参考答案：**

（1）原假设  备择假设  ——————2分

检验统计量，拒绝域为，

——————4分

由题意*n*=36，*t*0.025(35)=2.030，代入计算得，

所以接受原假设，认为耗电量没有显著变化． ——————6分

（2）方差的置信度为0.95的双侧置信区间为：

 ——————9分

．

——————12分