目次

欽定四庫全書　幾何原本提要

臣等謹案。幾何原本六卷，西洋歐几里得撰，利瑪竇譯而徐光啓所筆受也。歐几里得未詳何時人，其原書十三卷，五百餘題，利瑪竇之師丁氏為之集解，又續補二卷於後，共為十五卷。今止六卷者，徐光啓自謂譯受是書，此其最要者也。其書每卷有界說、有公論、有設題。界說者，先取所用名目解說之。公論者，舉其不可疑之理。設題，則據所欲言之理，次第設之。先其易者，次其難者，由淺而深，由簡而繁推之，至於無以復加而後已。又每題有法、有解、有論、有系。法言題用，解述題意，論則發明其所以然之理，系則又有旁通者焉。卷一論三角形，卷二論線，卷三論圓，卷四論圓內外形，卷五、卷六俱論比例，其餘三角、方圓、邊線、面積、體積、比例變化相生之義，無不曲折盡顯，纖微畢露。光啓序稱其窮方圓平直之情，盡規矩準繩之用，非虛語也。且此為歐邏巴算學專書，前作後述不絕於世，至歐几里得而為是書，蓋亦集諸家之成，故自始至終，毫無疵纇。加以光啓反覆推闡其文句，尤為明顯，以是弁冕西術，不為過矣。乾隆四十六年十二月恭校上。

總纂官：臣紀昀、臣陸錫熊、臣孫士毅。

總校官：臣陸費墀。

幾何原本序

唐虞之世，自羲和治歷，暨司空、后稷工虞典、樂五官者，非度數不為功。周官六藝，數與居一焉，而五藝者不以度數從事，亦不得工也。襄曠之於音，般墨之於械，豈有他謬巧哉？精于用法爾已。故嘗謂三代而上，為此業者盛，有元元本本師傳曹習之學，而畢喪於祖龍之焰。漢以來多任意揣摩，如盲人射的，虛發無效；或依儗形似，如持螢燭象，得首失尾，至於今而此道盡廢，有不得不廢者矣。幾何原本者，度數之宗，所以窮方圓；平直之情，盡規矩準繩之用也。利先生從少年時，論道之暇，留意藝學。且此業在彼中所謂師傳曹習者，其師丁氏又絕代名家也，以故極精其說。而與不佞游久，講談餘晷，時時及之，因請其象數諸書，更以華文。獨謂此書未譯，則他書俱不可得論。遂共翻其要約，六卷既平，業而復之，由顯入微，從疑得信，蓋不用為用，眾用所基。真可謂萬象之形囿，百家之學海，雖實未竟，然以當他書，既可得而論矣。私心自謂，不意古學廢絕二千年後頓獲，補綴唐虞三代之闕典遺義，其裨益當世定復不小。偕二三同志刻而傳之。先生曰：是書也，以當百家之用，度幾有羲和、般墨其人乎？猶其小者。有大用于此，將以習人之靈才，令細而確也。余以為小用大用，實在其人，如鄧林伐材，棟梁榱桷，恣所取之耳。顧惟先生之學，略有三種，大者修身事天，小者格物窮理。物理之一端，別為象數，一一皆精，實典要洞無可疑其分解擘析，亦能使人無疑，而余乃亟傳其小者，趨欲先其易，信使人繹其文，想見其意理，而知先生之學可信不疑，大槩如是，則是書之為用更大矣。他所說幾何諸家，藉此為用，略具其自敘，中不備論。吳淞徐光啟書。

幾何原本卷一之首

界說三十六則

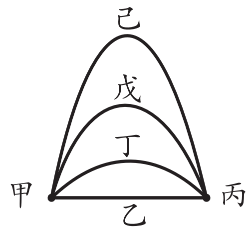
凡造論，先當分別解說論中所用名目，故曰界說。凡歷法、地理、樂律、算章、技藝、工巧諸事有度有數者，皆依賴十府中幾何府屬。凡論幾何，先從一點始。自點引之為線，線展為面，面積為體，是名三度。

第一界。點者無分。○無長短廣狹厚薄，如下圖。○凡圖，十干為識，干盡用十二支，支盡用八卦、八音。

第二界。線有長無廣。○試如一平面，光照之，有光無光之間，不容一物，是線也。真平真圓相遇，其相遇處止有一點，行則止有一線。○線有直有曲。

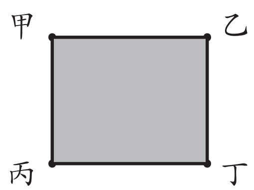
第三界。線之界是點。○凡線有界者，兩界必是點。

第四界。直線止有兩端，兩端之間上下更無一點。○兩點之間至徑者，直線也。稍曲則繞而長矣。○直線之中點能遮兩界。○凡量遠近，皆用直線。



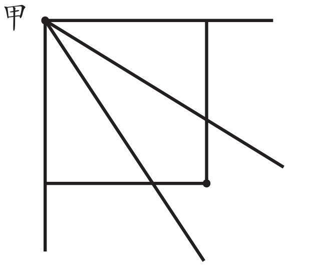
○甲乙丙是直線，甲丁丙、甲戊丙、甲己丙皆是曲線。

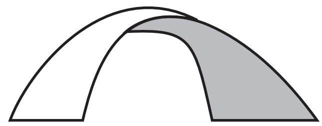
第五界。面者，止有長有廣。○一體所見為面。○凡體之影，極似於面。○無厚之極。○想一線橫行，所留之迹，即成面也。



第六界。面之界是線。

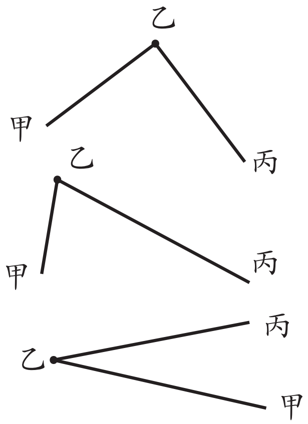
第七界。平面一面平，在界之內。〇平面中間線能遮兩界。〇平面者，諸方皆作直線。





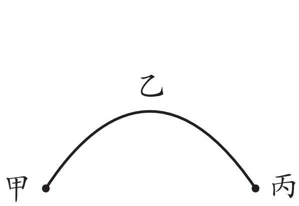
〇試如一方面，用一直繩，施於一角，繞面運轉，不礙於空，是平面也。〇若曲面者，則中間線不能遮兩界。

第八界。平角者，兩直線於平面縱橫相遇交接處。



〇凡言甲乙丙角，皆指平角。

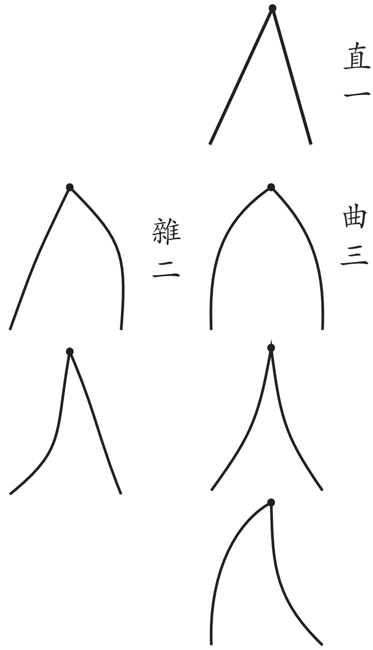
〇如上，甲乙、乙丙二線平等，相遇不能作角。



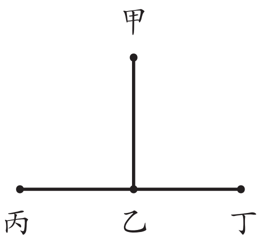
〇如上，甲乙、乙丙二線雖相遇，不作平角，為是曲線。〇所謂角，止是兩線相映，不以線之大小較論。

第九界。直線相遇作角，為直線角。〇平地兩直線相遇為直線角。本書中所論，止是直線

角。但作角有三等，今附著於此：一直線角，二曲線角，三雜線角。如下六圖。

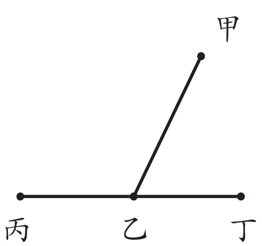


第十界。直線垂於橫直線之上，若兩角等，必兩成直角，而直線下垂者，謂之橫線之垂線。○量法常用直角及垂線。垂線加於橫線之上，必不作銳角及鈍角。



○若甲乙線至丙丁上，則乙之左右作兩角相等，為直角，而甲乙為垂線。○若甲乙為橫線，則丙丁又為甲乙之垂線。何者？丙乙與甲乙相映雖止一直角，然甲線若垂下過乙，則丙線上下定成兩直角，所以丙乙亦為甲乙之垂線。○如今用短尺，一縱一橫互相為直線，互相為垂線。○凡直線上有兩角相連，是相等者，定俱直角，中間線為垂線。○反用之，若是直角，則兩線定俱是垂線。

第十一界。凡角大于直角為鈍角。



○如甲乙丙角與甲乙丁角不等，而甲乙丙大於甲乙丁，則甲乙丙為鈍角。

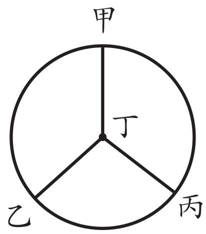
第十二界。凡角小於直角為銳角。○如前圖甲乙丁是。○通上三界，論之直角，一而已。鈍角、銳角，其大小不等，乃至無數。○是後凡指言角者，俱用三字為識，其第二字即所指角

也。如前圖甲乙丙三字，第二乙字即所指鈍角。若言甲乙丁，即第二乙字是所指鋭角。

第十三界。界者，一物之終始。○今所論有三界：點為線之界，線為面之界，面為體之界，體不可為界。

第十四界。或在一界，或在多界之間為形。○一界之形，如平圓、立圓等物。多界之形，如平方、立方及平立三角、六、八角等物。圖見後卷。

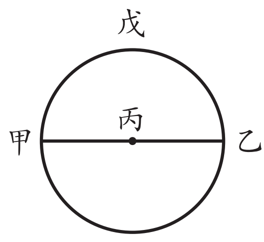
第十五界。圜者，一形於平地，居一界之間，自界至中心作直線俱等。



○若甲乙丙為圜，丁為中心，則自甲至丁與乙至丁、丙至丁，其線俱等。○外圓線為圜之界，內形為圜。○一説圜是一形，乃一線屈轉一周，復於元處所作，如上圖：甲丁線轉至乙丁，乙丁轉至丙丁，又至甲丁，復元處，其中形即成圜。

第十六界。圜之中處為圜心。

第十七界。自圜之一界作一直線過中心至他界為圜徑。徑分圜兩平分。



○甲丁乙戊圜。自甲至乙過丙作一直線，為圜徑。

第十八界。徑線與半圜之界所作形為半圜。

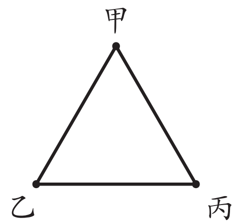
第十九界。在直線界中之形為直線形。

第二十界。在三直線界中之形為三邊形。

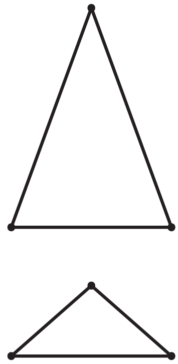
第二十一界。在四直線界中之形為四邊形。

第二十二界。在多直線界中之形為多邊形。○五邊以上俱是。

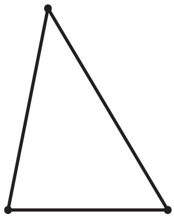
第二十三界。三邊形三邊線等為平邊三角形。



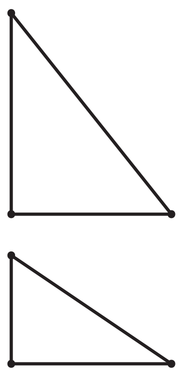
第二十四界。三邊形有兩邊線等為兩邊等三角形。○或銳或鈍。



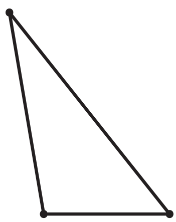
第二十五界。三邊形三邊線俱不等為三不等三角形。



第二十六界。三邊形在一直角為三邊直角形。



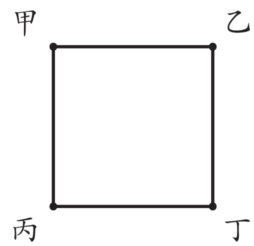
第二十七界。三邊形有一鈍角為三邊鈍角形。

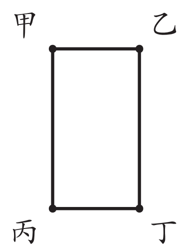


第二十八界。三邊形有三銳角為三邊各銳角形。○凡三邊形，恒以在下者為底，在上二邊為腰。

第二十九界。四邊形四邊線等而角直為直角方形。

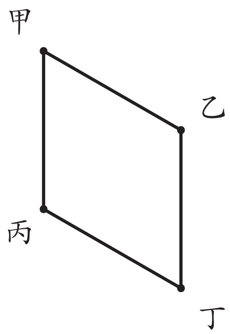
第三十界。直角形其角俱是直角，其邊兩兩相等。



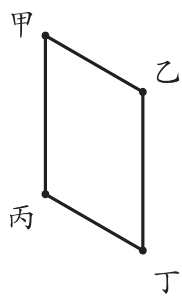


○如上甲乙丙丁形。甲乙邊與丙丁邊自相等，甲丙與乙丁自相等。

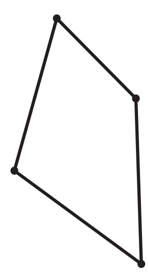
第三十一界。斜方形四邊等，俱非直角。



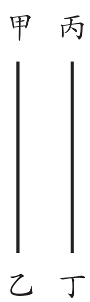
第三十二界。長斜方形其邊兩兩相等，俱非直角。



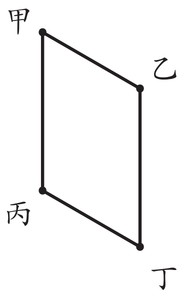
第三十三界。以上方形四種謂之有法四邊形。四種之外他方形皆謂之無法四邊形。



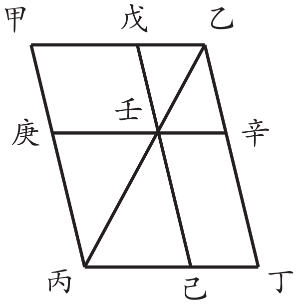
第三十四界。兩直線於同面行，至無窮不相離亦不遇為平行線。



第三十五界。一形每兩邊有平行線為平行線方形。



第三十六界。凡平等線方形，若於兩對角作一直線，其直線為對角線。又於兩邊縱橫各作一平等線，其兩平等線與對角線交羅相遇，即此形分為四平行線方形，其兩形有對角線者為角線方形，其兩形無對角線者為餘方形。

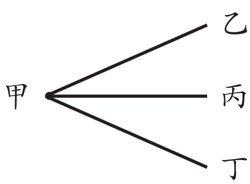


○甲乙丁丙方形於丙乙兩角作一線，為對角線，又依乙丁平行作戊己線，依甲乙平行作庚辛線，其對角線與戊己、庚辛兩線交羅相遇於壬，即作大小四平行線方形矣，則庚壬己丙及戊城辛乙兩方謂之角線方形，而甲庚壬戊及壬己丁辛謂之餘方形。

求作四則

求作者，不得言不可作。

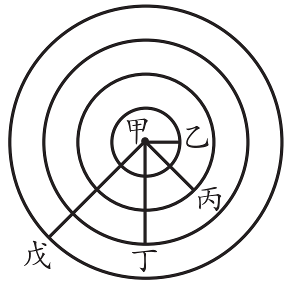
第一求。自此點至彼點求作一直線。○此求亦出上篇。蓋自此點直行至彼點，即是直線。自甲至乙或至丙、至丁，俱可作直線。



第二求。一有界直線，求從彼界直行引長之。

○如甲乙線。從乙引至丙，或引至丁，俱一直行。

第三求。不論大小，以點為心，求作一圜。



第四求。設一度於此，求作彼度，較此度或大或小。○凡言度者，或線、或面、或體皆是。○或言：較小作大可作，較大作小不可作。何者？小之至極，數窮盡故也。此說非是。凡度與數不同。數者，可以長不可以短。長數無窮，短數有限，如百數減半成五十，減之又減至一而止，一以下不可損矣。自百以上，增之可至無窮，故曰：可長不可短也。度者可以長亦可以短。長者，增之可至無窮；短者，減之亦復無盡。嘗見莊子稱一尺之棰，日取其半，萬世不竭，亦此理也。何者？自有而分，不免為有。若減之可盡，是有化為無也。有化為無，猶可言也。令已分者更復合之，合之又合，仍為尺棰，是始合之初，兩無能並為一有也。兩無能並為一有不可言也。

公論十九則

公論者，不可疑。

第一論。設有多度，彼此俱與他等，則彼與此自相等。

第二論。有多度等。若所加之度等，則合并之度亦等。

第三論。有多度等。若所減之度等，則所存之度亦等。

第四論。有多度不等。若所加之度等，則合并之度不等。

第五論。有多度不等。若所減之度等，則所存之度不等。

第六論。有多度，俱倍於此度，則彼多度俱等。

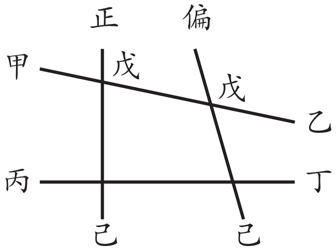
第七論。有多度，俱半於此度，則彼多度亦等。

第八論。有二度，自相合，則二度必等。○以一度加一度之上。

第九論。全大於其分。○如一尺大於一寸。寸者，全尺中十分中之一分也。

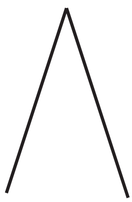
第十論。直角俱相等。○見界說十。

第十一論。有二橫直线，或正或偏，任加一縱線，若三線之間同方兩角小於兩直角，則此二橫直線愈長愈相近，必至相遇。甲乙、丙丁二橫直線，任意作一戊己縱線，或正或偏，若戊己線同方兩角俱小於直角，或并之小於兩直角，則甲乙丁線愈長愈相近，必有相遇之處。

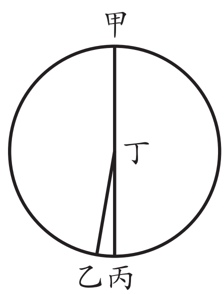


○欲明此理，宜察平行線不得相遇者。○界說卅四。加一垂線，即三線之間定為直角，便知此論。兩角小於直角者，其行不得不相遇矣。

第十二論。兩直線不能為有界之形。

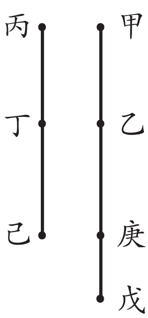


第十三論。兩直線止能於一點相遇。



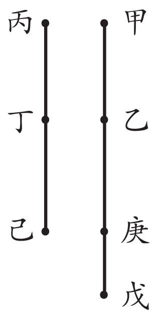
○如云線長界近，相交不止一點，試於丙乙二界各出直線，交於丁。假令其交不止一點，當引至甲，則甲丁乙宜為甲丙乙圜之徑，而甲丁丙亦如之。○界說十七。夫甲丁乙，圜之右半也，而甲丁丙亦右半也。○界說十七。甲丁乙為全，甲丁丙為其分，而俱稱右半，是全與其分等也。○本篇九。

第十四論。有幾何度等。若所加之度各不等，則合并之差與所加之差等。



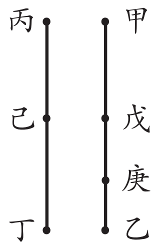
○甲乙丙丁線等于甲乙加乙戊於丙丁加丁己，則甲戊大於丙己者，庚戊線也，而乙戊大於丁己亦如之。

第十五論。有幾何度不等。若所加之度等，則合并所贏之度與元所贏之度等。



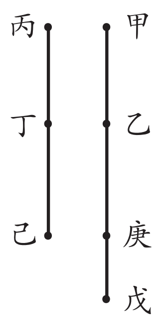
○如上圖。反說之，戊乙、己丁線不等於戊乙加乙甲於己丁加丁丙，則戊甲大於己丙者，戊庚線也，而戊乙大於己丁亦如之。

第十六論。有幾何度等。若所減之度不等，則餘度所贏之度與減去所贏之度等。



○甲乙丙丁線等於甲乙減戊乙於丙丁減己丁，則乙戊大於丁己者，庚戊也，而丙已大於甲戊亦如之。

第十七論。有幾何度不等。若所減之度等，則餘度所贏之度與元所贏之度等。



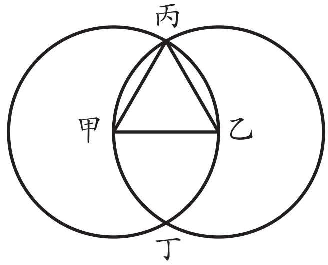
○如十四論，反說之。甲戊丙已線不等於甲戊減甲乙於丙已減丙丁，則乙戊長於丁已者，亦庚戊也，與甲戊長於丙已者等矣。

第十八論。全與諸分之并等。

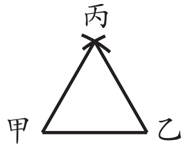
第十九論。有二全度，此全倍於彼全。若此全所減之度倍於彼全所減之度，則此較亦倍於彼較。○相減之餘曰較。○如此度二十，彼度十，於二十減六，於十減三，則此較十四，彼較七。

幾何原本卷一

第一題。于有界直線上，求立平邊三角形。

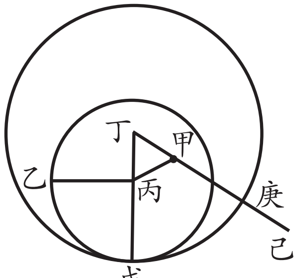


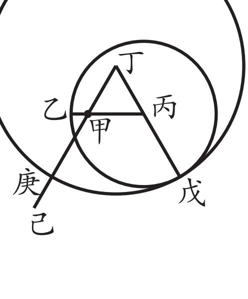
○法曰：甲乙直線上求立平邊三角形。先以甲為心，乙為界，作丙乙丁圜，次以乙為心，甲為界，作丙甲丁圜。兩圜相交于丁末。自甲至丙，丙至乙，各作直線，即甲乙丙為平邊三角形。○論曰：以甲為心，至圜之界，其甲乙線與甲丙、甲丁線等。以乙為心，則乙甲線與乙丙、乙丁線亦等。何者？凡為圜，自心至界，各線俱等故。○界說十五。既乙丙等于乙甲，而甲丙亦等于甲乙，即甲丙亦等于乙丙。○公論一。三邊等，如所求。○凡論有二種，此以是為論者正論也。下倣此。



○其用法不心作兩圜。但以甲為心，乙為界，作近丙一短界線；乙為心，甲為界，亦如之。兩短界線交處即得丙。○諸三角形，俱推前用法作之。○詳本篇廿二。

第二題。一直線，線或內或外有一點。求以點為界作直線，與元線等。

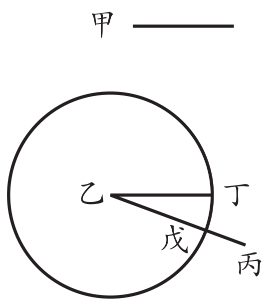




○法曰：有甲點及乙丙線，求以甲為界，作一線，與乙丙等。先以丙為心，乙為界，○乙為心，丙為界亦可作。作丙乙圜。○第三求。次觀甲點。若在丙乙之外，則自甲至丙作甲丙線。○第一求。如上前圖。或甲在丙乙之內，則截取甲至丙一分線，如上圖。兩法俱以甲丙線為底，任于上下作甲丁丙平邊三角形。○本篇一。次自三角形兩腰線引長之。○第二求。其丁丙引至丙乙圜界而止，為丙戊線；其丁甲引之出丙乙圜，外稍長，為甲己線。末以丁為心，戊為界，作丁

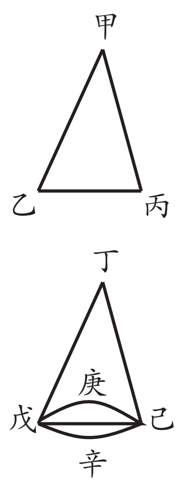
戊圜，其甲己線與丁戊圜相交于庚，即甲庚線，與乙丙線等。○論曰：丁戊、丁庚線同以丁為心，戊庚為界，故等。○界說十五。于丁戊線減丁丙，丁庚線減丁甲，其所減兩腰線等，則所存亦等。○公論三。夫丙戊與丙乙同以丙為心，戊乙為界，亦等。○界說十五。即甲庚與丙乙等。○公論一。○若所設。甲點即在丙乙線之一界，其法尤易。假如點在丙，即以丙為心，作乙戊圜，從丙至戊即所求。

第三題。兩直線，一長一短。求于長線減去短線之度。



○法曰：甲短線，乙丙長線，求于乙丙減甲。先以甲為度，從乙引至別界，作乙丁線；○本篇二。次以乙為心，丁為界，作圜。○第三求。圜界與乙丙交于戊，即乙戊與等。甲之乙丁等，蓋乙丁、乙戊同心同圜故。○界說十五。

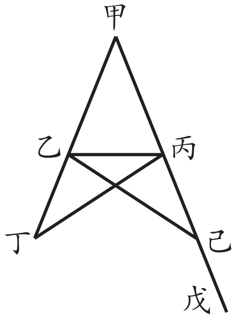
第四題。兩三角形，若相當之兩腰線各等，各兩腰線間之角等，則兩底線必等，而兩形亦等。其餘各兩角相當者俱等。



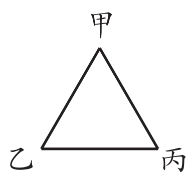
○解曰：甲乙丙、丁戊己兩三角形之甲與丁兩角等，甲丙與丁己兩線，甲乙與丁戊兩線各等。題言乙丙與戊己兩底線必等，而兩三角形亦等。甲乙丙與丁戊己兩角，甲丙乙與丁己戊兩角俱等。○論曰：如云乙丙與戊己不等，即令將甲角置丁角之上，兩角必相合，無大小。甲丙與丁己、甲乙與丁戊亦必相合，無大小。○公論八。此二俱等，而云乙丙與戊己不等，必乙丙底或在戊己之上，為庚，或在其下，為辛矣。戊己既為直線，而戊庚己又為直線，則兩線當別作一形，是兩線能相合為形也。辛倣此。○公論十二。此以非為論者，駁論也。下倣此。

第五題。三角形若兩腰等，則底線兩端之兩角等，而兩腰引出之其底之外兩角亦等。

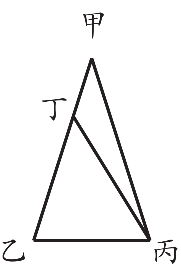
○解曰：甲乙丙三角形，其甲丙與甲乙兩腰等。題言甲丙乙與甲乙丙兩角等，又自甲丙線任引至戊，甲乙線任引至丁，其乙丙戊與丙乙丁兩外角亦等。○論曰：試如甲戊線稍長，即從甲戊截取一分，與甲丁等，為甲己。○本篇三。次自丙至丁，乙至己，各作直線。○第一求。即甲己乙、甲丁丙兩三角形必等。何者？此兩形之甲角同，己與甲丁兩腰又等，甲乙與甲丙兩腰又等，則其底丙丁與乙己必等，而底線兩端相當之各兩角亦等矣。○本篇四。又乙丙己與丙乙丁兩三角形亦等。何者？此兩形之丙丁乙與乙己丙兩角既等，○本論。而甲己、甲丁兩腰各減相等之甲丙、甲乙線，即所存丙己、乙丁兩腰又等。○公論三。丙丁與乙己兩底又等，○本論。又乙丙同腰，即乙丙丁與丙乙己兩角亦等也。則丙之外乙丙己角與乙之外丙乙丁角必等矣。○本篇四。次觀甲乙己與甲丙丁兩角既等于甲乙己減丙乙己角，甲丙丁減乙丙丁角，則所存甲丙乙與甲乙丙兩角必等。○公論三。



○增：從前形知，三邊等形，其三角俱等。



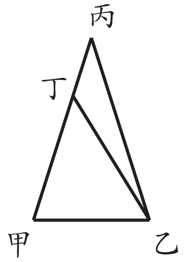
第六題。三角形若底線兩端之角等，則兩腰亦等。



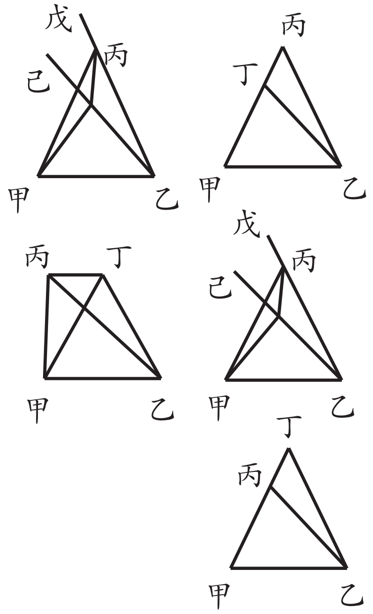
○解曰：甲乙丙三角形，其甲乙丙與甲丙乙兩角等。題言甲乙與甲丙兩腰亦等。○論曰：如云兩腰線不等，而一長一短，試辯之。若甲乙為長線，即令比甲丙線截去所長之度，為乙丁線，而乙丁與甲丙等。○本篇三。次自丁至丙作直線，則本形成兩三角形，其一為甲乙丙，其一為丁乙丙。而甲乙丙全形與丁乙丙分形同也。是全與其分等也。○公論九。何者？彼言丁乙丙分形之乙丁與甲乙丙全形之甲丙兩線既等，丁乙丙分形之乙丙與甲乙丙全形之乙丙又同線，而元設丁乙丙與甲丙乙兩角等，則丁乙丙與甲乙丙兩形亦等

也。○本篇四。是全與其分等也。故底線兩端之兩角等者，兩腰必等也。

第七題。一線為底，出兩腰線，其相遇止有一點，不得別有腰線與元腰線等而于此點外相遇。



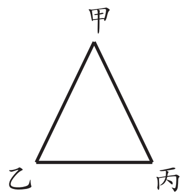
○解曰：甲乙線為底，于甲于乙各出一線，至丙點相遇。題言此為一定之處，不得于甲上更出一線，與甲丙等，乙上更出一線，與乙丙等，而不于丙相遇。

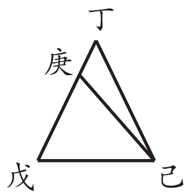


○論曰：若言有別相遇于丁者，即問丁當在丙內邪？丙外邪？若言丁在丙內，則有二說，俱不可通。何者？若言丁在丙元線之內，則如第一圖，丁在丙兩界之間矣。如此，即甲丁是甲丙之分，而云甲丙與甲丁等也，是全與其分等也。○公論九。若言丁在甲丙乙三角頂間，則如第二圖，丁在甲丙乙之間矣。即令自丙至丁，作丙丁線，而乙丁丙、甲丁丙又成兩三角形。次從乙丁引出至己，從乙丙引出至戊，則乙丁丙形之乙丁、乙丙兩腰等者，其底線兩端之兩角乙丁丙、乙丙丁宜亦等也。其底之外兩角己丁丙、戊丙丁宜亦等也。○本篇五。而甲丁丙形之甲丁、甲丙兩腰等者，其底線兩端之兩角甲丙丁、甲丁丙宜亦等也。○本篇五。夫甲丙丁角本小于戊丙丁角，而為其分，今言甲丁丙與甲丙丁兩角等，則甲丁丙亦小于戊丙丁矣。何況己丁丙又甲丁丙之分，更小于戊丙丁，可知。何言底外兩角等乎？若言丁在丙外，又有三說，俱不可通。何者？若言丁在甲丙元線外，是丁甲即在丙甲元線之上，則甲丙與甲丁等矣。即如上第一說駁之。若言丁在甲丙乙三角頂外，即如上第二說駁之。若言丁在丙外，而後出二線，一在三角形內，一在其外。甲丁線與乙丙線相交，如第五圖。即令將丙丁相聯，作直線，是甲丁丙又成一三角形，而甲丙丁宜與甲丁丙兩角等也。○

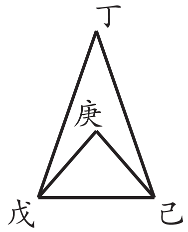
本篇五。夫甲丁丙角本小于丙丁乙角，而為其分據，如彼論則甲丙丁角亦小于丙丁乙角矣。又丙丁乙亦成一三角形，而丙丁乙宜與丁丙乙兩角等也。○本篇五。夫丁丙乙角本小于甲丙丁角，而為其分，據如彼論，則丙丁乙角亦小于甲丙丁角矣。此二說者，豈不自相戾乎？

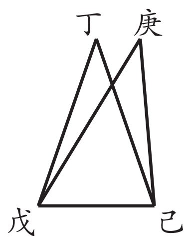
第八題。兩三角形，若相當之兩腰各等，兩底亦等，則兩腰間角必等。





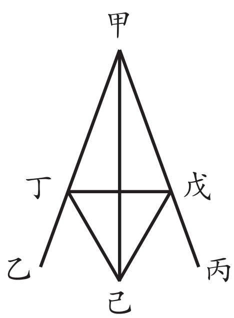
○解曰甲乙丙、丁戊己兩三角形，其甲乙與丁戊兩腰，甲丙與丁己兩腰各等，乙丙與戊己兩底亦等。題言甲與丁兩角必等。



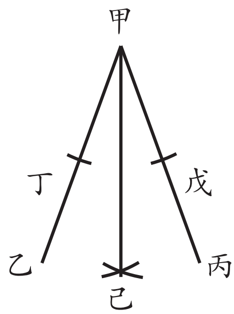


○論曰：試以丁戊己形加于甲乙丙形之上，問丁角在甲角上邪？否邪？若在上，即兩角等矣。○公論八。或謂不然，乃在于庚，即問庚當在丁戊線之內邪？或在三角頂之內邪？或在三角頂之外邪？皆依前論駁之。○本篇七。○系：本題止論甲丁角。若旋轉，依法論之，即三角皆同。可見凡線等，則角必等，不可疑也。

第九題。有直線角。求兩平分之。

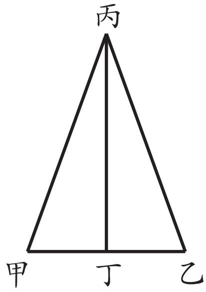


○法曰：乙甲丙角。求兩平分之。先于甲乙線任截一分，為甲丁。○本篇三。次于甲丙亦截甲戊，與甲丁等次。自丁至戊作直線。次以丁戊為底，立平邊三角形，○本篇一。為丁戊己形。末自己至甲，作直線，即乙甲丙角為兩平分。○論曰：丁甲己與戊甲己兩三角形之甲丁與甲戊兩線等，甲己同是一線，戊己與丁己兩底又等。○何言兩底等？初從戊丁底作此三角平形，此二線為腰，各等戊丁故。則丁甲己與戊甲己兩角必等。○本篇八。

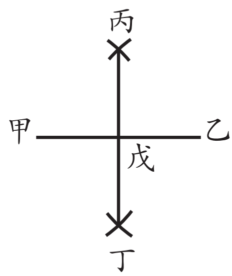


○用法：如上。截取甲丁、甲戊，即以丁為心，向乙丙間任作一短界線。次用元度，以戊為心，亦如之。兩界線交處得己。○本篇一。

第十題。一有界線，求兩平分之。

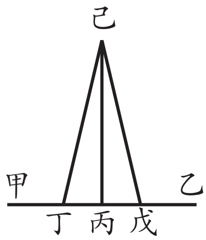


○法曰：甲乙線求兩平分。先以甲乙為底，作甲乙丙兩邊等三角形。○本篇一。次以甲丙乙角兩平分之，○本篇九。等丙丁直線，即分甲乙于丁。○論曰：丙丁乙、丙丁甲兩三角形之丙乙、丙甲兩腰等，而丙丁同線，甲丙丁與乙丙丁兩角又等。○本篇九。則甲丁與乙丁兩線必等。○本篇四。



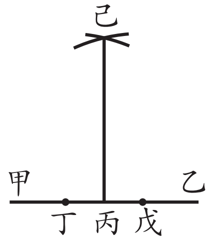
○用法。以甲為心，任用一度，但須長于甲乙線之半，向上下各作一短界線。次用元度以乙為心，亦如之。兩界線交處即丙丁。末作丙丁直線，即分甲乙于戊。

第十一題。一直線。任于一點上，求作垂線。

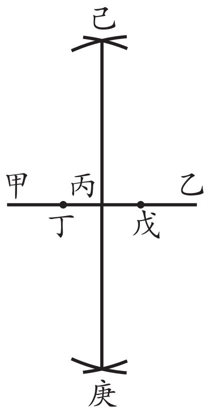


○法曰：甲乙直線。任指一點于丙，求丙上作垂線。先于丙左右任用一度，各截一界，為丁、為戊。○本篇二。次以丁戊為底，作兩邊等角形，○本篇一為丁己戊。末自己至丙作直線，即己丙為甲乙之垂線。○論曰：丁己丙與戊己丙兩角形之己丁、己戊兩腰等，而己丙同線，丙丁與丙戊

兩底又等，即兩形必等，丁與戊兩角亦等。〇本篇五。丁己丙與戊己丙兩角亦等〇本篇八、九。則丁丙己與戊丙己兩角必等矣。等即是直角，直角即是垂線。〇界說十。　此後三角形，多稱角形，省文也。

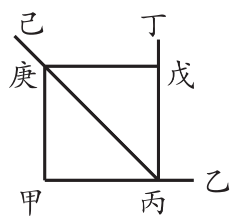


〇用法：于丙點左右，如上，截取丁與戊，即以丁為心，任用一度，但須長于丙丁線，向丙上方作短界線。次用元度，以戊為心，亦如之。兩界線交處即己。

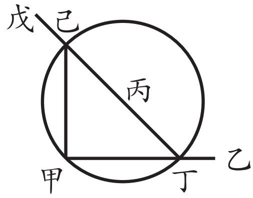


〇又用法：于丙左右，如上，截取丁與戊，即任用一度，以丁為心，于丙上下方各作短界線。次用元度，以戊為心，亦如之。則上交為己，下

交為庚。末作己庚直線，視直線交于丙點，即得。是用法又為嘗巧之法。

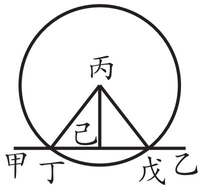


〇增：若甲乙線所欲立垂線之點，乃在線末甲界上，甲外無餘線可截，則于甲乙線上任取一點為丙，如前法，于丙上立丁丙垂線。次以甲丙丁角兩平分之，〇本篇九。為己丙線。次以甲丙為度，于丁丙垂線上截戊丙線。〇本篇三。次于戊上如前法立垂線，與己丙線相遇為庚。末自庚至甲作直線，如所求。〇論曰：庚甲丙與庚丙戊兩角形之甲丙、戊丙兩線既等，庚丙同線，戊丙庚與甲丙庚兩角又等，即甲庚、戊庚兩線必等。〇本篇四。而對同邊之甲角、戊角亦等。〇本篇四。〇戊既直角，則甲亦直角，是甲庚為甲乙之垂線。〇界說十。

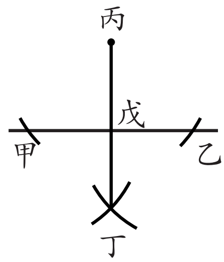


○用法：甲點上欲立垂線。先以甲為心，向元線上方任抵一界，作丙點。次用元度以丙為心，作大半圜。圜界與甲乙線相遇為丁。次自丁至丙作直線，引長之至戊，為戊丁線。戊丁線與圜界相遇，為己。末自己至甲作直線，即所求。○此法今未能論。論見第三卷第三十一題。

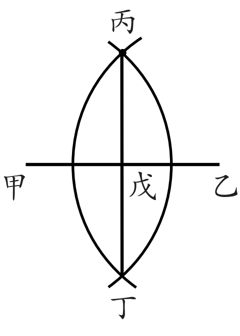
第十二題。有無界直線，線外有一點。求于點上作垂線至直線上。

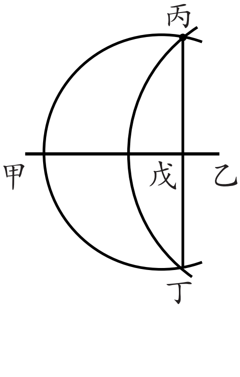


○法曰：甲乙線外有丙點，求從丙作垂線至甲乙。先以丙為心作一圜，令兩交于甲乙線，為丁、為戊。次從丁戊各作直線至丙。次兩平分丁戊于己。○本篇十。末自丙至己作直線，即丙己為甲乙之垂線。○論曰：丙己丁、丙己戊兩角形之丙丁、丙戊兩線等丙己同線則丙戊己與丙丁己兩角必等。○本篇八。而丁丙己與戊丙己兩角又等，則丙己丁與丙己戊等，皆直角。○本篇四。而丙己定為垂線矣。



○用法：以丙為心，向直線兩處各作短界線，為甲、為乙。次用元度以甲為心向丙點相望處作短界線，乙為心亦如之，兩界線交處為丁。末自丙至丁，作直線，則丙戊為垂線。

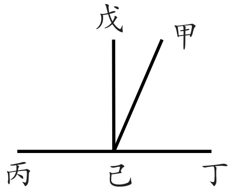




○又用法：于甲乙線上近甲、近乙，任取一點為心，以丙為界，作一圜，界于丙點及相望處，各

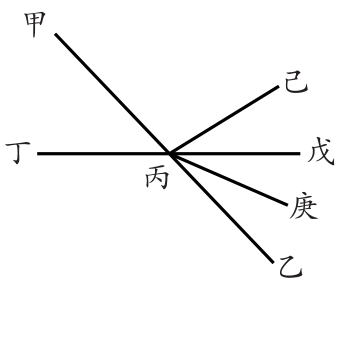
稍引長之。次于甲乙線上視前心，或相望，如前圖，或進或退，如後圖。任移一點為心，以丙為界作一圜，界至與前圜交處得丁末。自丙至丁作直線，得戊。○若近界作垂線，無可截取，亦用此法。

第十三題。一直線至他直線上，所作兩角非直角即等于兩直角。



○解曰：甲線下至丙丁線，遇于乙，其甲乙丙與甲乙丁作兩角。題言此兩角當是直角。若非直角，即是一銳一鈍，而并之等于兩直角。○論曰：試于乙上作垂線，為戊乙。○本篇十一。令戊乙丙與戊乙丁為兩直角，即甲乙丁、甲乙戊兩銳角并之，與戊乙丁直角等矣。次于甲乙丁、甲乙戊兩銳角，又加戊乙丙一直角，并此三角，定與戊乙丙、戊乙丁兩直角等也。○公論十八。次于甲乙戊又加戊乙丙，并此銳直兩角，定與甲乙丙鈍角等也。次于甲乙戊、戊乙丙銳直兩角又加甲乙丁銳角，并此三角，定與甲乙丁、甲乙丙銳鈍兩角等也。夫甲乙丁、甲乙戊、戊乙丙三角既與兩直角等，則甲乙丁與甲乙丙兩角定與兩直角等。○公論一。

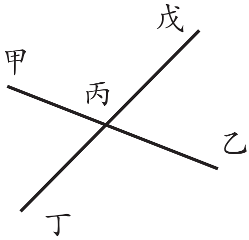
第十四題。一直線于線上一點出不同方兩直線，偕元線，每旁作兩角。若每旁兩角與兩直角等，即後出兩線為一直線。



○解曰：甲乙線于丙點上，左出一線，為丙丁。右出一線，為丙戊。若甲丙戊、甲丙丁兩角與兩直角等，題言丁丙與丙戊是一直線。○論曰：如云不然，令別作一直線，必從丁丙更引出一線，或離戊而上，為丁丙己，或離戊而下，為丁丙庚也。若上于戊，則甲丙線至丁丙己。直線上為甲丙己、甲丙丁兩角，此兩角宜與兩直角等。○本篇十三。如此即甲丙戊、甲丙丁兩角與甲丙己、甲丙丁兩角亦等矣。試減甲丙丁角，而以甲丙戊與甲丙己兩角較之，果相等乎？○公論

三。夫甲丙己本小于甲丙戊，而為其分。今曰相等，是全與其分等也。〇公論九。若下于戊，則甲丙線至丁丙庚。直線上為甲丙庚、甲丙丁兩角。此兩角宜與兩直角等。〇本篇十三。如此即甲丙庚、甲丙丁兩角與甲丙戊、甲丙丁兩角亦等矣。試減甲丙丁角，而以甲丙戊與甲丙庚較之，果相等乎？〇公論三。夫甲丙戊實小于甲丙庚，而為其分。今曰相等，是全與其分等也。〇公論九。兩者皆非，而丁丙戊是一直線。

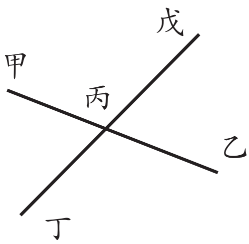
第十五題。凡兩直線相交，作四角，每兩交角必等。



〇解曰：甲乙與丙丁兩線相交于戊。題言甲戊丙與丁戊乙兩角，甲戊丁與丙戊乙兩角各等。

〇論曰：丁戊線至甲乙線上，則甲戊丁、丁戊乙兩角與兩直角等。〇本篇十三。甲戊線至丙丁線上，則甲戊丙、甲戊丁兩角與兩直角等。〇本篇十三。如此即丁戊乙、甲戊丁兩角亦與甲戊丁、甲戊丙兩角等。〇公論十。試減同用之甲戊丁角，其所存丁戊乙、甲戊丙兩角必等。〇公論三。又丁戊線至甲乙線上，則甲戊丁、丁戊乙兩角與兩直角等。〇本篇十三。乙戊線至丙丁線上，則丁戊乙、丙戊乙兩角與兩直角等。〇本篇十三。如此，即甲戊丁、丁戊乙兩角亦與丁戊乙、丙戊乙兩角。〇公論十。試減同用之丁戊乙角，其所存甲戊丁、丙戊乙必等。〇一系：推顯。兩直線相交于中點，上作四角，與四直角等。〇二系：一點之上兩直線相交，不論幾許線、幾許角，定與四直角等。〇公論十八。

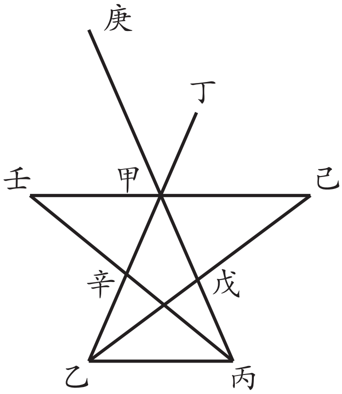
增題。一直線內，出不同方兩直線，而所作兩交角等，即後出兩線為一直線。



〇解曰：甲乙線內取丙點，出丙丁、丙戊兩線，而所作甲丙戊、丁丙乙兩交角等，或甲丙丁、戊丙乙兩交角等。題言戊丙、丙丁即一直線。〇論曰：甲丙戊角既與丁丙乙角等，每加一戊丙乙角，即甲丙戊、戊丙乙兩角必與丁丙乙、戊丙乙兩角等。〇公論二。而甲丙戊、戊丙乙

與兩直角等。○本篇十三。則丁丙乙、戊丙乙亦與兩直角等，是戊丙、丙丁為一直線。○本篇十四。

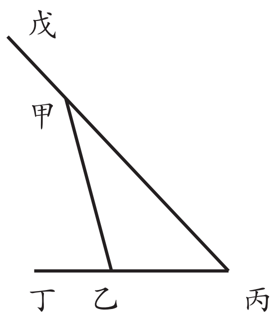
第十六題。凡三角形之外角，必大于相對之各角。



○解曰：甲乙丙角形，自乙甲線引之至丁。題言外角丁甲丙必大于相對之內角甲乙丙、甲丙乙。

○論曰：欲顯丁甲丙角大于丙乙角，試以甲丙線兩平分于戊。○本篇十。自乙至戊，作直線，引長之。從戊外截取戊己，與乙戊等。○本篇三。次自甲至己，作直線。即甲戊己、戊乙丙兩角形之戊己與戊乙兩線等，戊甲與戊丙兩線等，甲戊己、乙戊丙兩交角又等。○本篇十五。則甲己與乙丙兩底亦等。○本篇四。兩形之各邊各角俱等，而己甲戊與戊丙乙兩角亦等矣。夫己甲戊乃丁甲丙之分，則丁甲丙大于己甲戊，亦大于相等之戊丙乙，而丁甲丙外角不大于相對之甲丙乙內角乎？次顯丁甲丙大于甲乙丙。試自丙甲線引長之，至庚。次以甲乙線兩平分于辛。○本篇十。自丙至辛作直線，引長之，從辛外截取辛壬，與丙辛等。○本篇三。次自甲至壬，作直線，依前論推，顯甲辛壬、辛丙乙兩角形之各邊各角俱等。則壬甲辛與辛乙丙兩角亦等矣。夫壬甲辛乃庚甲乙之分，必小于庚甲乙也。庚甲乙又與丁甲丙兩交角等。○本篇十五。則甲乙丙內角不小于丁甲丙外角乎？其餘乙丙上作外角，俱大于相對之內角，依此推顯。

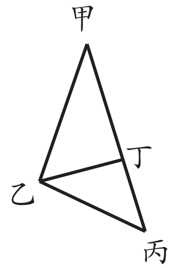
第十七題。凡三角形之每兩角，必小于兩直角。



○解曰：甲乙丙角形。題言甲乙丙、甲丙乙兩角，丙甲乙、甲乙丙兩角，甲丙乙、丙甲乙兩角皆小于兩直角。○論曰：試用兩邊線丙甲引出至戊，丙乙引出至丁，即甲乙丁外角大于相對

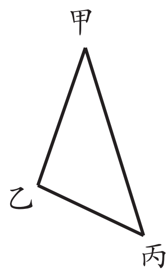
之甲丙乙內角矣。○本篇十六。此兩率者，每加一甲乙丙角，則甲乙丁、甲乙丙必大于甲丙乙、甲乙丙矣。○公論四。夫甲乙丁、甲乙丙與兩直角等也。○本篇十三。則甲丙乙、甲乙丙小于兩直角也。餘二倣此。

第十八題。凡三角形，大邊對大角，小邊對小角。



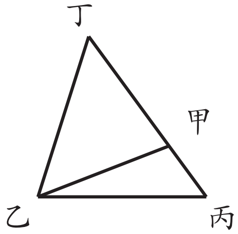
○解曰：甲乙丙角形之甲丙邊大于甲乙邊、乙丙邊。題言甲乙丙角大于乙丙角、乙甲丙角。○論曰：甲丙邊大于甲乙邊，即于甲丙線上截甲丁，與甲乙等。○本篇三。自乙至丁作直線，則甲乙丁與甲丁乙兩角等矣。○本篇五。夫甲丁乙角者，乙丙丁角形之外角，必大于相對之丁丙乙內角。○本篇十六。則甲乙丁角亦大于甲丙乙角，而況甲乙丙又函甲乙丁于其中，不又大于甲丙乙乎？如乙丙邊大于甲乙邊，則乙甲丙角亦大于甲丙乙角，依此推顯。

第十九題。凡三角形，大角對大邊，小角對小邊。



○解曰：甲乙丙角形，乙角大于丙角。題言對乙角之甲丙邊必大于對丙角之甲乙邊。○論曰：如云不然，令言或等或小。若言甲丙與甲乙等，則甲丙角宜與甲乙角等矣。○本篇五。何設乙角大于丙角也？若言甲丙小于甲乙，則甲丙邊對甲乙大，角宜大。○本篇十八。又何言小也？如甲角大于丙角，則乙丙邊大于甲乙邊，依此推顯。

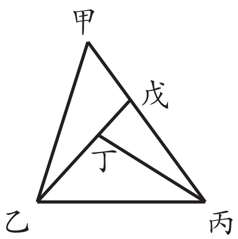
第二十題。凡三角形之兩邊并之，必大于一邊。



○解曰：甲乙丙角形。題言甲丙、甲乙邊并之必大于乙丙邊，甲丙、丙乙并之必大于甲乙，甲乙、乙丙并之，必大于甲丙。○論曰：試于丙甲邊引長之，以甲乙為度，截取甲丁，○本篇三。自

丁至乙作直線，令甲丁、甲乙兩腰等，而甲丁乙、甲乙丁兩角亦等。○本篇五。即丙乙角大于甲丁角，亦大于丙丁乙角矣。夫丁丙邊對丙乙丁，大角也，豈不大于乙丙邊對丙丁乙小角者乎？○本篇十九。又甲丁、甲乙兩線各加甲丙線等也，則甲乙加甲丙者與丙丁等矣。丙丁既大于乙丙，則甲乙、甲丙兩邊并，必大于乙丙邊也。餘二倣此。

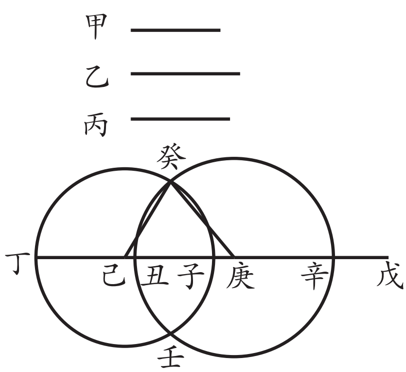
第二十一題。凡三角形，于一邊之兩界出兩線，復作一三角形在其內，則內形兩腰并之，必小于相對兩腰，而後兩線所作角必大于相對角。



○解曰：甲乙丙角形，于乙丙邊之兩界各出一線，遇于丁。題言丁丙、丁乙兩線并，必小于甲乙、甲丙并，而乙丁丙角必大于乙甲丙角。

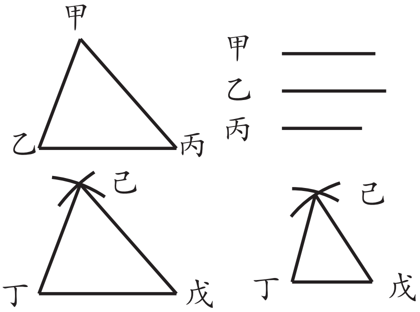
○論曰：試用內一線，引長之，如乙丁引之至戊，即乙甲戊角形之乙甲、甲戊兩線并，必大于乙戊線也。○本篇二十。此二率者，每加一戊丙線，則乙甲、甲戊、戊丙并，必大于乙戊、戊丙并矣。○公論四。又戊丁丙角形之戊丁、戊丙線并，必大于丁丙線也。此二率者，每加一丁乙線，則戊丁、戊丙、丁乙并，必大于丁丙、丁乙并矣。○公論四。夫乙甲、甲戊、戊丙既大于乙戊、戊丙，豈不更大于丁丙、丁乙乎？○本篇二十。又乙甲戊角形之丙戊丁外角大于相對之乙盧戊丙角，○本篇十六。即丁戊丙角形之乙丁丙外角更大于相對之丁戊丙內角矣，而乙丁丙角豈不更大于甲丙角乎？

第二十二題。三直線作三角形，其每兩線并，大于一線也。



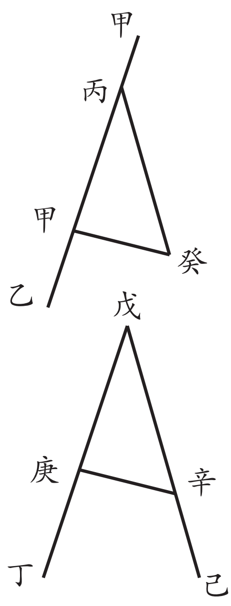
○法曰：甲乙丙三線，其第一、第二線并，大于第三線。○若兩線比第三線或等或小，即不能作三角形，見本篇二十。求作三角形。先任作丁戊線，長

于三線并。次以甲為度，從丁截取丁己線。○本篇三。以乙為度，從己截取己庚線。以丙為度，從庚截取庚辛線。次以己為心，丁為界，作丁壬癸圜。以庚為心，辛為界，作辛壬癸圜。其兩圜相遇，下為壬，上為癸。末以庚己為底，作癸庚、癸己兩直線，即得己癸庚三角形。○用壬亦可作。若丁壬癸圜不到子辛，壬癸圜不到丑，即是兩線或等或小于第三線，不成三角形。○論曰：此角形之丁己、己癸線皆同圜之半徑等。○界說十五。則己癸與甲等，庚辛、庚癸線亦皆同圜之半徑等，則庚癸與丙等，己庚元以乙為度，則角形三線與所設三線等。



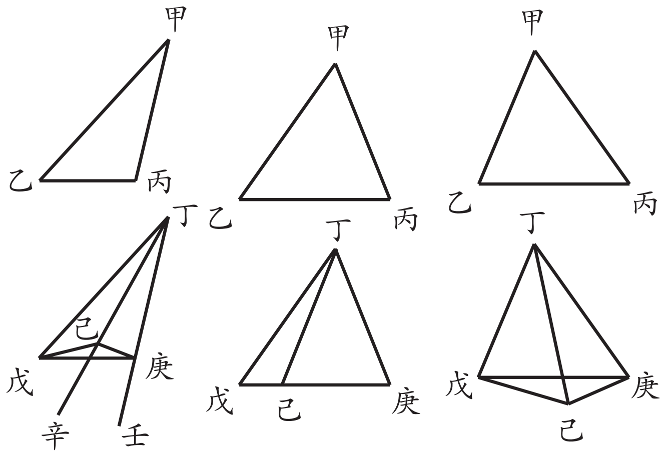
○用法：任以一線為底，以底之一界為心，第二線為度，向上作短界線。次以又一界為心，第三線為度，向上作短界線。兩界線交處向下作兩腰，如所求。○若設一三角形，求別作一形與之等，亦用此法。

第二十三題。一直線，任于一點上求作一角，與所設角等。



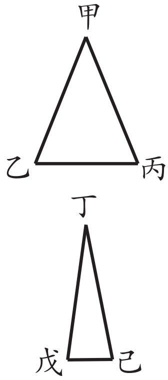
○法曰：甲乙線于丙點求作一角，與丁戊己角等。先于戊丁線任取一點，為庚，于戊己線任取一點，為辛。自庚至辛作直線。次依甲乙線作丙壬癸角形，與戊庚辛角形等。○本篇廿二。即丙壬癸兩腰與戊庚辛兩腰等，壬癸底與庚辛底又等。則丙角與戊角必等。○本篇八。

第二十四題。兩三角形相當之兩腰各等。若一形之腰間角大，則底亦大。



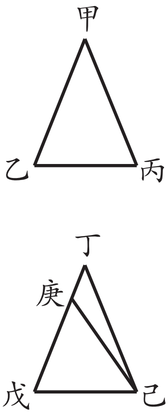
○解曰：甲乙丙與丁戊己兩角形。其甲乙與丁戊兩腰，甲丙與丁己兩腰各等。若乙甲丙角大于戊丁己角，題言乙丙底必大于戊己底。○論曰：試依丁戊線，從丁點作戊丁庚角，與乙甲丙角等。○本篇廿三。則戊丁庚角大于戊丁己角，而丁庚腰在丁己之外矣。次截丁庚線，與丁己等。○本篇三。即丁庚己俱與甲丙等。又自戊至庚作直線，是甲乙與丁戊，甲丙與丁庚腰線各等，乙甲丙與戊丁庚兩角亦等，而乙丙與戊庚兩底必等也。○本篇四。次問所作戊庚底，今在戊己底上邪？抑同在一線邪？抑在其下邪？若在上，即如第二圖，自己至庚作直線，則丁庚己角形之丁庚、丁己兩腰等，而丁庚己與丁己庚兩角亦等矣。○本篇五。夫戊庚己角乃丁庚己角之分，必小于丁庚己，亦必小于相等之丁己庚，而丁己庚又戊己庚角之分，則戊庚己益小于戊己庚也。○公論九。則對戊庚己小角之戊己腰必小于對戊己庚大角之戊庚腰也。○本篇十。若戊己與戊庚兩底同線，即如第四圖戊己乃戊庚之分，則戊己必小于戊庚也。○公論九。若戊庚在戊己之下，即如第六圖，自己至庚作直線，次引丁庚線，出于壬，引丁己線，出于辛，則丁庚、丁己兩腰等而辛己庚、壬庚己兩外角亦等矣。○本篇五。夫戊庚己角乃壬庚己角之分，必小于壬庚己，亦必小于相等之辛己庚，而辛己庚又戊己庚角之分，則戊庚己益小于戊己庚也。○公論九。則對戊庚己小角之戊己腰必小于對戊己庚大角之戊庚腰也。○本篇十九。是三戊己皆小于等戊庚之乙丙○本篇四。也。

第二十五題。兩三角形相當之兩腰各等。若一形之底大，則腰間角亦大。

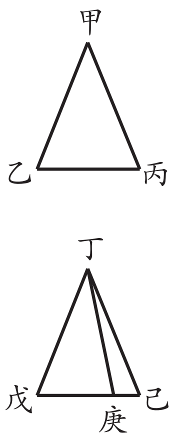


〇解曰：甲乙丙與丁戊己兩角形，其甲乙與丁戊，甲丙與丁己各兩腰等。若乙丙底大于戊己底，題言乙甲丙角大于戊丁己角。〇論曰：如云不然，令言或小或等。若言等，則兩形之兩腰各等，腰間角又等，宜兩底亦等。〇本篇四。何設乙丙底大也？若言乙甲丙角小，則對乙甲丙角之乙丙線宜亦小。〇本篇廿四。何設乙丙底大也？

第二十六題。〇兩支。兩三角形，有相當之兩等，及相當之一邊等，則餘兩邊必等，餘一角亦等。其一邊不論在兩角之內及一角之對。



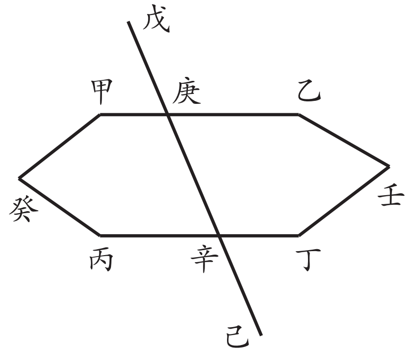
〇先解一邊在兩角之內者，曰甲乙丙角形之甲乙丙、甲丙乙兩角與丁戊己角形之丁戊己、丁己戊兩角各等，在兩角內之乙丙邊與戊己邊又等。題言甲乙與丁戊兩邊，甲丙與丁己兩邊各等，而乙甲丙角與戊丁己角亦等。〇論曰：如云兩邊不等而丁戊大于甲乙，令于丁戊線截取庚戊，與甲乙等。〇本篇三。次自庚至己作直線，即庚戊己角形之庚戊、戊己兩邊，宜與甲乙、乙丙兩邊等矣。夫乙角與戊角元等，則甲丙與庚己宜等。〇本篇四。而庚己戊角與甲丙乙角宜亦等也。〇本篇四。既設丁己戊與甲丙乙兩角等，今又言庚己戊與甲丙乙角等，是庚己戊與丁己戊亦等，全與其分等矣。〇公論九。以此見兩邊必等。兩邊既等，則餘一角亦等。



〇後解相等邊不在兩角之內，而在一角之對者，曰甲乙丙角形之乙角、丙角與丁戊己角形之戊角、丁己戊角各等，而對丙之甲乙邊與對己之丁戊邊又等。題言甲丙與丁己兩邊，丙乙與己戊兩邊各等，而甲角與戊丁己角亦等。〇論曰：如云兩邊不等，而戊己大于乙丙，令于戊己線截取戊庚，與乙丙等。〇本篇三。次自丁至庚作直線，即丁戊庚角形之丁戊、戊庚兩邊宜與甲乙、乙丙兩邊等矣。夫乙角與戊角元等，則甲丙與丁庚宜等。〇本篇四。而丁庚戊角與甲丙乙角宜

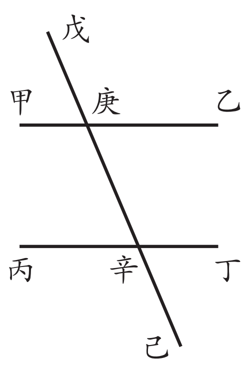
亦等也。既設丁己戊與甲丙乙兩角等，今又言丁庚戊與甲丙乙兩角等，是丁庚戊外角與相對之丁己戊內角等矣，○本篇十六。可乎？以此見兩邊必等。兩邊既等，則餘一角亦等。

第二十七題。兩直線，有他直線交加其上，若內相對兩角等，即兩直線必平行。



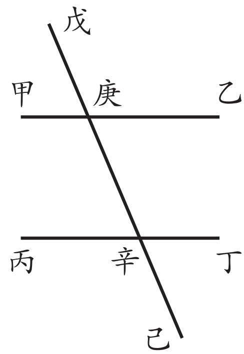
○解曰：甲乙、丙丁兩直線加他直線戊己，交于庚、于辛，而甲庚辛與丁辛庚兩角等。題言甲乙、丙丁兩線必平行。○論曰：如云不然，則甲乙、丙丁兩直線必至相遇于壬，而庚辛壬成三角形，則甲庚辛外角宜大于相對之庚辛壬內角矣。○本篇十六。乃先設相等乎？若設乙庚辛角與丙辛庚角等，亦依此論。若言甲乙、丙丁兩直線相遇于癸，亦依此論。

第二十八題。○二支。兩直線有他直線交加其上。若外角與同方相對之內角等，或同方兩角與兩直角等，即兩直線必平行。



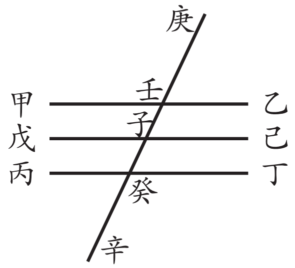
○先解曰：甲乙、丙丁兩直線加他直線戊己，交于庚，于辛，其戊庚甲外角與同方相對之庚辛丙內角等。題言甲乙、丙丁兩線必平行。○論曰：乙庚辛角與相對之內角丙辛庚等。○本篇廿七。戊庚甲與乙庚辛兩角亦等。○本篇十五。即兩直線必平行。○後解曰：甲庚辛、丙辛庚兩內角與兩直角等。題言甲乙、丙丁兩線必平行。○論曰：甲庚辛、丙辛庚兩角與兩直角等，而甲庚戊、甲庚辛兩角亦與兩直角等。○本篇十三。試減同用之甲庚辛，即所存甲庚戊與丙辛庚等矣。既外角與同方相對之內角等，即甲乙、丙丁必平行。○本題。

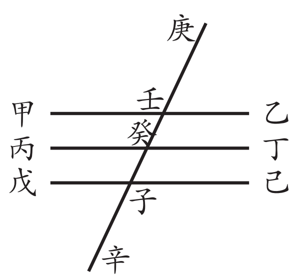
第二十九題。○三支。兩平行線有他直線交加其上，則內相對兩角必等，外角與同方相對之內角亦等。同方兩內角亦與兩直角等。



〇先解曰：此反前二題，故同前圖。有甲乙丙丁二平行線，加他直線戊己，交于庚、于辛。題言甲庚辛與丁辛庚內相對兩角必等。〇論曰：如云不然，而甲庚辛大于丁辛庚，則丁辛庚加辛庚乙宜小于辛庚甲加辛庚乙矣。〇公論四。夫辛庚甲、辛庚乙元與兩直角等，〇本篇十三。據如彼論，則丁辛庚、辛庚乙兩角小于兩直角，而甲乙、丙丁兩直線向乙丁行，必相遇也，〇公論十一。可謂平行線乎？〇次解曰：戊庚甲外角與同方相對之庚辛丙內角等。〇論曰：乙庚辛與相對之丙辛庚兩內角等，〇本題。則乙庚辛交角相等之戊庚甲〇本篇十五。與丙辛庚必等。〇公論一。〇後解曰：甲庚辛、丙辛庚兩內角與兩直角等。〇論曰：戊庚甲與庚辛丙兩角既等，〇本題。而每加一甲庚辛角，則庚辛丙、甲庚辛兩角與甲庚辛、戊庚甲兩角必等。〇公論二。夫甲庚辛、戊庚甲本與兩直角等，〇本篇十三。則甲庚辛、丙辛庚兩內角亦與兩直角等。

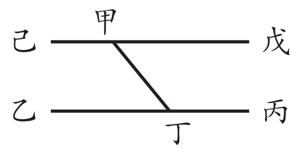
第三十題。兩直線與他直線平行，則元兩線亦平行。





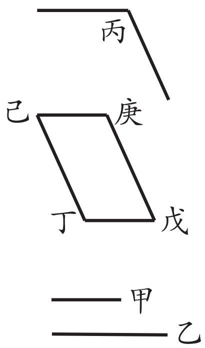
〇解曰：此題所指線在同面者。不同面線後別有論。如甲乙、丙丁兩直線，各與他線戊己平行。題言甲乙與丙丁亦平行。〇論曰：試作庚辛直線，交加于三直線甲乙于壬，戊己于子，丙丁于癸。其甲乙與戊己既平行，即甲壬子與相對之己子壬丙內角等。〇本篇廿九。丙丁與戊己既平行，即丁癸子內角與己子壬外角亦等。〇本篇廿九。丁癸子與甲壬子亦為相對之內角，亦等。〇公論一。而甲乙、丙丁為平行線。〇本篇廿七。

第三十一題。一點上求作直線，與所設直線平行。

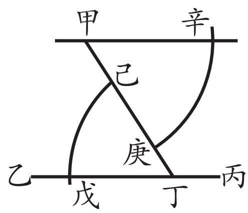


〇法曰：甲點上求作直線，與乙丙平行。先從甲點向乙丙線任指一處作直線，為甲丁，即乙丙線上戊甲丁乙角。次于甲點上作一角，與甲丁乙等，〇本篇廿三。為戊甲丁。從戊甲線引之至己，即己戊與乙丙平行。〇論曰：戊己、乙丙兩線，有甲丁線聯之，其所作戊甲丁與甲丁乙相對之兩角等，即平行線。〇本篇廿七。

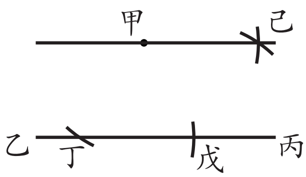
增從此題生一用法。設一角兩線，求作有法四邊形，有角與所設角等，兩兩邊線與所設線等。



〇法曰：先作己丁戊角，與丙等。次截丁戊線，與甲等，己丁線與乙等。末依丁戊平行作己庚，依己丁平行作庚戊，即所求。

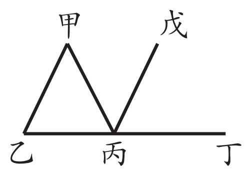


〇本題用法：于甲點求作直線，與乙丙平行。先作甲丁線，次以丁為心，任作戊己圜界。次用元度以甲為心作庚辛圜界，稍長于戊己。次取戊己圜界為度，于庚辛圜界截取庚辛，末自甲至辛作直線，各引長之，即所求。



○又用法：以甲點為心，于乙丙線近乙處任指一點作短界線為丁。次用元度，以丁為心，于乙丙上向丙截取一分，作短界線，為戊。次用元度，以戊為心，向上與甲平處作短界線。又用元度，以甲為心，向甲平處作短界線。後兩界線交處為己。自甲至己作直線，各引長之，即所求。

第三十二題。○二支。凡三角形之外角與相對之內兩角并等。凡三角形之內三角并，與兩直角等。



○先解曰：甲乙丙角形，試從乙丙邊引至丁。題言甲丙丁外角與相對之內兩角甲、乙并等。○論曰：試作戊丙線，與甲乙平行。○本篇三一。令甲丙為甲乙、戊丙之交加線，則乙甲丙角與相對之甲丙戊角等。○本篇廿九。又乙丁線與兩平行線相遇，則戊丙丁外角與相對之甲乙丙內角等。○本篇廿九。既甲丙戊與乙甲丙等，而戊丙丁與甲乙丙又等，則甲丙丁外角與內兩角甲乙并等矣。○後解曰：甲乙丙三角并，與兩直角等。○論曰：既甲丙丁角與甲乙兩角并等，更于甲丙丁加甲丙乙，則甲丙丁、甲丙乙兩角并與甲乙丙內三角并等矣。○公論二。夫甲丙丁、甲丙乙并，元與兩直角等，○本篇十三。則甲乙丙內三角并亦與兩直角等。

增：從此推知，凡第一形當兩直角，第二形當四直角，第三形當六直角，自此以上至于無窮，每命形之數倍之，為所當直角之數。○凡一線二線，不能為形，數三邊為第一形，四邊為第二形，五邊為第三形，六邊為第四形。倣此以至無窮。又視每形邊數，減二邊，即所存邊數是本形之數。

…