



## 讲义第 18 页

## 第五讲 溶液问题与十字交叉法

批注[faith.1]: 数量关系和资料分析都要学习的知识点

## 、溶液问题:

1. 溶液问题公式: (1) 溶液=溶质+溶剂

(2) 浓度=溶质/溶液

2. 注意: 纯溶液问题, 利用溶质不变列方程解决。

批注[faith.2]: 十字交叉反而不好用

## 例题 1 (2022 江苏 C)

某种杀虫剂每桶 5 公斤, 浓度为 40%, 使用时需将浓度稀释到 5%, 每亩地喷洒 60 公斤。若某农户家中有 4 亩地, 则至少需要该杀虫剂多少桶?

A. 3 桶

B. 4 桶

C. 5 桶

D. 6 桶

【答案】D

【解析】设至少需要该杀虫剂  $n$  桶, 由于溶质不变, 溶质=溶液 $\times$ 浓度可列方程:  $5 \times n \times 40\% = 4 \times 60 \times 5\%$ , 即  $40n = 4 \times 60$ ,  $n = 6$ 。

批注[faith.3]: 核心等量关系为:  $n$  桶的总溶质=喷洒的总溶质

## 例题 2 (2022 深圳)

实验室有甲、乙、丙 3 瓶盐酸溶液, 浓度分别为 10%、40%、60%, 实验员将 3 瓶溶液全部倒入一瓶中, 得到浓度为 52% 的盐酸溶液。已知乙溶液重量为甲溶液的 1.5 倍, 则丙溶液重量为甲溶液的多少倍?

批注[faith.4]: 出现倍数关系, 所求为比值。故设甲溶液重量为特值 1, 乙溶液重量为特值 1.5。



- A. 4.5                      B. 5.5  
C. 6.5                      D. 7.5

【答案】D

【解析】设丙的溶液重量为  $x$ ，甲乙的溶液重量分别为 1, 1.5。利用溶质不变可列方程：

$1 \times 10\% + 1.5 \times 40\% + 60\%x = (2.5 + x) \times 0.52$ ，即  $0.7 + 0.6x = 1.3 + 0.52x$ ， $x = 7.5$ 。所求为丙溶液重量除以甲溶液重量，即为  $7.5 \div 1 = 7.5$ 。

批注[faith.5]: 核心等量关系为：甲溶液 $\times$ 甲浓度+乙溶液 $\times$ 乙浓度+丙溶液 $\times$ 丙浓度=（甲溶液+乙溶液+丙溶液） $\times$ 总浓度

### 例题 3（2022 湖北选调）

将一满容器浓度为 24% 的溶液放置太阳下暴晒一段时间，经过一段时间蒸发水分后溶液浓度变为 36% 且无沉淀。然后再用浓度为 12% 的溶液将容器加满。请问容器内溶液浓度变为多少？

- A. 24%                      B. 28%  
C. 30%                      D. 32%

【答案】B

【解析】由于蒸发水分，所以溶质不变。设总溶质为 72，则原装满 24% 浓度的溶液质量为  $72 \div 24\% = 300$ ，现在 36% 浓度的溶液质量为  $72 \div 36\% = 200$ 。所以蒸发了 100 的水。由于现在加满溶液，所以 12% 溶液质量为 100，溶质为 12，总浓度， $(72 + 12) \div (200 + 100) = 28\%$ 。

批注[faith.6]: 蒸发的只是水分，溶质不变

批注[faith.7]: 所求总溶质除以总溶液为比值，故可以设溶质质量为特值。尽量让溶液质量为整数，所以设总溶质为浓度的公倍数 72。需要注意由 300 变为 200，蒸发 100 的量为水，故后面装满溶液所加入的量仍为 100。

### 例题 4（2023 联考）

某化学实验室有 A、B、C 三个试管分别盛有 10 克、20 克、30 克水，将某种盐溶液 10 克倒入试管 A 中，充分混合均匀后，取出 10 克溶液倒入 B 试管，充分混合均匀后，取出 10 克溶液倒入 C 试管，充分混合均匀后，这时 C 试管中溶液浓度为 1%，则倒入 A 试管中的盐溶液浓度是多少？

- A. 40%                      B. 36%  
C. 30%                      D. 24%

【答案】D

【解析】

	C	B	A	盐溶液
溶液	40	30	20	10
溶质	$40 \times 1\% = 0.4$ （均为 B 所给）	$0.4 \times 3 = 1.2$ （均为 A 所给）	$1.2 \times 2 = 2.4$ （均为盐溶液所给）	2.4（与 A 溶液溶质相同）

批注[faith.8]: C 溶液质量在倒入后为  $10 + 30 = 40\text{g}$ ，浓度为 10%，故 C 溶质为  $40 \times 1\% = 0.4\text{g}$ 。B 溶液质量倒入前为 30g，倒入 C 溶液 10g，所以倒入溶质为 B 溶质的三分之一，故 B 溶质为  $0.4 \times 3 = 1.2\text{g}$ ，同理 A 溶质为 B 的 2 倍，故 A 溶质为  $1.2 \times 2 = 2.4\text{g}$ 。A 溶液在盐水倒入之前为无溶质的水，所以 2.4g 溶质均为盐水的溶质。

所以盐溶液的浓度为  $2.4 \div 10 = 24\%$



十字交叉法：

批注[faith.9]: 跳过列方程，直接解方程。节约时间。



详细推导过程见例题 5.

例题 5 (2022 下四川)

某年级有甲、乙、丙三个班级，三个班级的期末考试平均成绩分别为 70 分、88 分和 74 分。若甲班和乙班的平均成绩为 78 分，乙班和丙班的平均成绩为 82 分。问该年级的期末考试平均成绩为多少分？

- A. 75                      B. 77  
C. 79                      D. 81

【答案】B

【解析】推导十字交叉：

利用甲乙两班总成绩不变可列方程：70 甲人+88 乙人=78 (甲人+乙人)，即 (88-78) 乙人=(78-70) 甲人，可以得出  $\frac{\text{甲人}}{\text{乙人}} = \frac{88-78}{78-70}$ 。利用乙丙两班总成绩不变可列方程：88 乙人+74 丙人=82 (乙人+丙人)，即 (88-82) 乙人=(82-74) 丙人，可以得出  $\frac{\text{乙人}}{\text{丙人}} = \frac{82-74}{88-82}$ 。两个等量关系可以归纳为十字交叉：



甲平均分 70                      88-78（甲人）

78

乙平均分 88                      78-70（乙人）

乙平均分 88                      82-74（乙人）

82

丙平均分 74                      88-82（丙人）

满足类似平均分 $\frac{\text{总分}}{\text{人数}}$ ，部分 1 总分+部分 2 总分=总的总分关系时，平均分十字交叉的结果为分母之比，在这道题中分母为人数，所以这道题十字交叉的结果为人数之比。

所以甲人：乙人：丙人=5:4:3，故所求总平均分 $=\frac{5 \times 70 + 4 \times 88 + 3 \times 73}{5+4+3}=77$ 。

批注[faith.10]: 上面十字交叉结果 88-78=10，78-70=8，88-82=6。所以甲乙丙人数之比为 5：4：3

#### 例题 6（2023 上海）

某公司生产 A、B 两种产品，其中 B 是 A 的升级产品。经过调研，预判 2022 年市场对 A 产品的需求比 2021 年下降 30%（A 产品的价格不变）。因此公司决定增加对 B 产品营销，使 B 产品在 2022 年的销售收入比 2021 年增长 70%，这样恰好使公司 2022 年的总销售收入比 2021 年增长 10%。则 2021 年 B 产品的销售额占总销售额的比例是多少？

- A. 40%                      B. 50%  
C. 60%                      D. 70%

批注[faith.11]: 没有提及剩余量，默认需求量即为销量。

【答案】A

【解析】已知销售收入=销量（需求量）×单价，单价不变，A 销量（需求量）下降 30%。则 A 总销售收入下降 30%。可列十字交叉：

批注[faith.12]: 已知 A，B，A+B 的增长率，可利用十字交叉求分母之比求出增长率的分母之比（2021A 与 2021B 之比）进而求出题目所问 2021B+（2021A+2020B）。



-30%      70%-10%=6%  
10%  
70%      10%+30%=4%

6%: 4%=3:2=2021A: 2021B, 所以  $2021B \div (2021A+2021B) = 2:5$ 。

批注[faith.13]: -30%为 A 的增长率, 分母是 2021 年的 A (基期 A), 70%为 B 的增长率, 分母是 2021 年的 B (基期 B)。

#### 例题 7 (2023 联考)

某高校组织省大学生运动会预选赛, 报名选手中男女人数之比为 4:3, 赛后有 91 人入选, 其中男女之比为 8:5。已知落选选手中男女之比为 3:4, 则报名选手共有多少人?

- A. 98 人      B. 105 人  
C. 119 人      D. 126 人

【答案】C

【解析】

批注[faith.14]: 男同学占比=男/总, 所有男同学=入选男同学+落选男同学。故本题可以用十字交叉法

入选男生占比  $\frac{8}{13} = \frac{56}{91}$

$52-39=13$

$\frac{4}{7} = \frac{52}{91}$

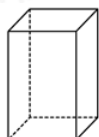
落选男生占比  $\frac{3}{7} = \frac{39}{91}$

$56-52=4$

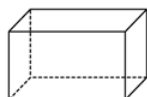
故所求为  $(91 \div 13) \times (13+4) = 119$ 。

#### 例题 8 (2022 甘肃)

某工厂要做如图①所示的竖式和横式的两种无盖纸盒若干个, 需从仓库领取如图②中的长方形和正方形纸板作侧面和底面, 每次领取的纸板必须用完。工作人员领取记录如下表, 仓库管理员在核查工作人员四次领取纸板数的记录时发现有一次记录有误。问第几次记录有误?



图①



图②



次数	正方形纸板（张）	长方形纸板（张）
第一次	562	933
第二次	420	860
第三次	502	1000
第四次	980	1015

- A. 一                      B. 二  
C. 三                      D. 四

【答案】D

【解析】长方体的底面为正方形时，每个长方体的长方形面与正方形面数量之比为 4:1（无盖子），底面为长方形时每个长方体的长方形面与正方形面数量之比为 3:2（无盖子）。所以工作人员所取长方形纸板和正方形纸板的数量之比一定介于 4:1 与 3:2 之间，D 选项不满足。

批注[faith.15]: 十字交叉中整体一定是介于各部分之间的。例如浓度为百分之 10 的盐水和百分之 20 的盐水混合后的浓度范围在 10%-20%。

### 例题 9（2022 北京）

甲、乙两条生产线每小时分别可以生产 15000 件和 9000 件某种零件，产品合格率分别为 99%和 99.8%。现接到 36 万件这种零件的生产任务，要求合格率不得低于 99.5%，则两条生产线合作，至少需要多少小时完成？

- A. 15                      B. 18  
C. 24                      D. 25

【答案】D

批注[faith.16]: 合格率=合格数量/生产零件总量 甲合格数+乙合格数=总合格数。此题可用十字交叉。最小时需要尽可能让甲做，而仍然需要保证 99.5%以上的总正确率。所以设合格率为 99.5%，求出甲乙生产零件数之比。



【解析】

$$\text{甲 } 99\% \quad 99.8\% - 99.5\% = 0.3\%$$

$$99.5\%$$

$$\text{乙 } 99.8\% \quad 99.5\% - 99\% = 0.5\%$$

甲乙生产零件数之比为 3:5，所以甲需要  $3600 \times \frac{3}{8} \div 1.5 = 9$  小时，乙需要  $3600 \times \frac{5}{8} \div 0.9 = 25$  小时。故

例题 10 (2016 联考)

某高校艺术学院分音乐系和美术系两个系别，已知学院男生人数占总人数的 30%，且音乐系男女生人数之比为 1:3，美术系男女生人数之比为 2:3，问音乐系和美术系的总人数之比为多少？

- A. 5:2                      B. 5:1  
C. 3:1                      D. 2:1

批注[faith.17]: 占比的分母为音乐或者美术的总人数，可用十字交叉做，求得音乐系和美术系总人数之比

【答案】D

【解析】

$$\text{音乐女生占比 } \frac{3-15}{4-20} \quad 2$$

$$\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$$

$$\text{美术女生占比 } \frac{3-12}{5-20} \quad 1$$

故所求为音乐和美术总人数之比为 2:1



## 例题 11 (2020 山东)

由于改良了种植技术，农场 2017 年种植的 A 和 B 两种作物，产量分别增加了 10% 和 25%。已知 2017 年两种作物总产量增加了 18%，问 2017 年 A 和 B 两种作物的产量比为多少？

- A. 7 : 8                                      B. 8 : 7  
C. 176 : 175                                D. 77 : 100

批注[faith.18]: 所求为 2017 年的 A 与 B 之比，为现期（非基期）

【答案】D

【解析】利用盐水混合可以先求出基期之比，再利用基期和增长率出现期之比。

A 10%                                      25% - 18% = 7%

18%

B 25%                                      18% - 10% = 8%

可得  $2016A : 2016B = 7 : 8$ ，则  $2017A : 2017B = 7 \times (1 + 10%) : 8 \times (1 + 25%) = 77 : 100$

批注[faith.19]: 10% 的分母为 2016A，25% 分母为 2016B。所以比例关系为 7:8。（十字交叉）

## 例题 12 (2023 深圳)

有甲、乙两种咖啡豆，按照质量比  $a : b$  相混合制成一种拼配豆，已知甲咖啡豆每公斤 60 元，乙咖啡豆每公斤 80 元，现因产量变化，甲咖啡豆单价上涨 15%，乙咖啡豆单价下降 15%，以致该拼配咖啡豆的成本上调了 5%，则  $a : b$  为多少？

- A. 1 : 1                                      B. 5 : 3  
C. 8 : 3                                      D. 2 : 1

批注[faith.20]: 所求质量比可以想到，成本 = 质量 × 单价，单价已经给出，所以可以先利用十字交叉求出分母（成本）之比，进而求出质量之比。

【答案】C

【解析】甲成本 = 甲质量 × 甲单价，乙成本 = 乙质量 × 乙单价。质量不变，所以甲成本上涨 15%，乙成本下降 15%。





甲 15%

 $5\%+15\%=20\%$ 

5%

乙-15%

 $15\%-5\%=10\%$ 

所以甲乙原总成本之比为 2:1。即  $\frac{60a}{80b} = \frac{2}{1}$ ，求得  $\frac{a}{b} = \frac{8}{3}$ 。

