



第三讲 工程问题

、已知条件为时间、效率比、不同完工情况：

已知条件给时间：
设最小公倍数为工作总量，求效率

已知条件给效率比：
直接拿来用 为效率赋值

已知条件给的是不同的完工情况：
列方程

例题 1（2023 北京）

甲、乙两个工程队被安排实施某个工程。甲工程队先施工，用了 15 天完成了一半，剩下部分甲、乙合作，比前一半的用时短了 9 天。则乙工程队独立完成整个工程需要多少天？

- A. 10
B. 15
C. 16
D. 20

【正确答案】：D

【解析】：甲单独施工 15 天完成一半工程，甲乙合作六天完成一半工程，所以乙六天的工程量等于甲九天的工程量，甲乙效率比为 2: 3，甲独立完成需要 $15 \times 2 = 30$ 天，则乙需要 20 天。

批注[chen1]: 工程总量一定，所需时间之比为效率反比。

例题 2（2023 国考副省级）

一项工作甲独立完成需要 3 小时，乙独立完成的用时比其与甲合作完成多 4 小时，且乙和丙合作完成需要 4 小时。问丙独立完成需要多少小时？

- A. 10
B. 12
C. 6
D. 8

【正确答案】：B

【解析】：



根据“甲独立完成需要3小时，乙丙合作完成需要4小时”，赋值3和4的最小公倍数12为工程总量，则甲的效率为 $\frac{12}{3} = 4$ ，乙丙合作效率为 $\frac{12}{4} = 3$ 。根据“乙独立完成的用时比其与甲合作完成多4小时”，设乙的效率为 x ，可得方程： $\frac{12}{x} - \frac{12}{4+x} = 4$ ，解得 $x=2$ 。丙的效率为 $3-2=1$ ，丙独立完成需要 $\frac{12}{1} = 12$ 小时。

批注[chen2]: 解方程过程如下:

$$\frac{3}{x} - \frac{3}{4+x} = 1$$

先约分: $\frac{3}{x} - \frac{3}{4+x} = 1$;

赋值试解: 由于乙丙合作效率为3, 且都是整数。所以赋值 $x=2$ 代入验证, 等式成立, 得 $x=2$ 。

例题3 (2022 福建)

甲、乙、丙三个工程队接到A、B两个工程的施工任务，若由甲单独完成B工程需要30天；若甲乙两队合作施工，则完成A工程需要30天，完成B工程需要20天；乙丙合作完成A工程则需要24天。现在三个工程队合作完成A、B两个工程，多少天可以完工？（不足1天按1天计算）

- A. 24 B. 25
C. 26 D. 27

【正确答案】: D

【解析】:

1. 完成B工程: 甲30天 甲乙20天

设B工程总量为60, 甲=2 乙=1

2. A工程总量= (甲+乙) $3 \times 30 = 90$

乙+丙=90/24

丙=11/4

3. 合作完工=150/(23/4)=26+ 因此正确答案为D。

批注[chen3]: 不足1天按1天计算, 所以向上取整。

例题4 (2020 山东)

甲、乙两个工程队共同完成某项工程需要12天，其中甲单独完成需要20天。现8月15日开始施工，由甲工程队先单独做5天，然后甲、乙两个工程队合作3天，剩下的由乙工程队单独完成，问工程完成的日期是哪天？

- A. 9月5日 B. 9月6日
C. 9月7日 D. 9月8日

【正确答案】: B

【解析】:

1. 工作总量: 设60

2. 求效率: 甲3 乙2

3. 甲完成 $3 \times 5 = 15$ 甲乙完成 $5 \times 3 = 15$

总量为60, 还剩30, $30/2 = 15$ 天, 加上之前的8天, 一共是23天, 因此正确答案为B。

批注[chen4]: 8月一共31天, 减掉14天, 还剩17天, 23天减去17还剩6天, 从9月1日开始往后数6天即是9月6日。

例题5 (2022 天津)



甲、乙二人合作计划 30 天完成一项工程，甲的工作效率是乙的 2 倍。两人合作 10 天后，甲的效率提升 25%，乙的效率提升 50%。又合作 10 天后，乙因其他任务撤出，甲单独完成剩余任务。问最终工作比预计时间？

- A. 早 2 天
B. 晚 2 天
C. 早 4 天
D. 晚 4 天

【正确答案】：A

【解析】：

1. 直接拿来用：甲效率=2 乙效率=1 工作总量=3*30=90
2. 十天后：甲效率=2.5 乙效率=1.5
3. 工作量变化情况：第一个十天完成工作量 30，第二个十天完成工作量 40，还剩 20
4. 甲的时间=20/2.5=8 天，比 30 天早 2 天，因此，正确答案为 A

批注[chen5]: 题干：甲的工作效率是乙的 2 倍，可以直接赋值。

例题 6 (2023 国考)

甲和乙两个工程队共同承担某项工程的施工任务。两队合作时各自的效率均比单独施工时高 20%。已知两队合作施工需要 25 天完工；如甲先施工 15 天后乙加入，两队合作 15 天后剩余工作乙单独施工还需要 10 天完成。问甲队的效率是乙队的多少倍？

- A. $\frac{3}{2}$
B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{2}{3}$

【正确答案】：D

【解析】：

- 甲和乙合作 25 天的工作量=甲和乙合作 15 天的工作量+甲单独干 15 天+乙单独干十天
(甲+乙)*10*1.2=15 甲+10 乙
2 乙=3 甲 甲/乙=2/3，因此正确答案为 D。

比例法运用：

效率和时间成反比

例题 7 (2023 广东县级)

花费 4 小时装订一批文件，但在还剩 300 份文件时装订机出现故障，无法装订。印刷厂立即安排了部分员工进行人工装订，由于人工装订的总效率仅为机器的 20%，最终比原计划推迟 1 小时完成装订。则这批文件共有多少份？

- A. 2400
B. 3600



C. 4800

D. 6000

【正确答案】：C

【解析】：

根据“人工装订的总效率仅为机器的 20%”，可知同等工作量，机器用时为人工的 20%，即机器与人工时间之比为 1：5，根据“最终比原计划推迟 1 小时完成装订”，可得对应的 1 份时间为 $1/(5-1)=0.25$ 小时。故而装订机效率为 $\frac{300}{0.25}=1200$ 份/小时，4 小时可装订 $1200 \times 4 = 4800$ 份，即这批文件共有 4800 份。

批注[chen6]: 工作总量一定, 效率和时间成反比

批注[chen7]: 多用 1 小时, 对应 4 份时间

例题 8 (2023 上海)

某超市设有 10 个人工收银台。周末 10 个收银台全开，顾客结账平均排队 20 分钟。为提高效率，超市撤了 4 个人工收银台，并改造为 6 个自助收银台。若自助收银的效率是人工收银效率的 90%。改造后，周末当人工收银台和自助收银台全开，预计顾客结账平均排队耗时约为多少？

A. 12 分钟

B. 14 分钟

C. 16 分钟

D. 18 分钟

【正确答案】：D

【解析】：

原来：10 个人工

现在：6 人工+6 自助

自助与人工效率比为 9:10 直接带入，那么原来是 100，现在是 114，效率比为 100:114，时间比为 114:100，

原来需要 20 分钟，现在需要 X 分钟，列方程式：114:100=20:X 得出 X=18，因此正确答案为 D

合作完工：

注意抓住合作的这一段时间
工作总量/总效率=总用时

例题 9 (2022 湖北选调)

某工厂一机器需要同类零件分别安装在 A 和 B 处。已知零件安装在 A 处可工作 600 小时报废，安装在 B 处可工作 900 小时报废。两零件分别安装在 A、B 两处工作一段时间后，交换零件位置继续工作。这时零件恰好同时报废，忽略安装和更换零件的时间，请问这两个零件使机器工作了多少小时？

A. 640

B. 720

C. 800

D. 840



【正确答案】：B

【解析】：甲完成 A 工程需要 600 小时，完成 B 工程需要 900 小时，两个甲同时完成 AB，问多少时间完工？

假设工作总量为 1800，在甲的效率为 3，在乙的效率为 2，总量 3600/总效率 5=总时间 720，因此正确答案为 B。

例题 10 (2022 江苏 B)

甲、乙、丙三个物流公司合作完成两个仓库 K 和 L 的货物搬运任务。已知两个仓库的工作量相同，他们先在 K 工作 2 小时，完成了 K 工作量的 75%；然后乙、丙先去 L 工作，甲留在 K 继续工作，并用 3 小时完成了 K 的剩余工作量后去 L 工作，直至任务全部完成。甲在 L 工作的总时间为多少？

- A. 20 分钟
- B. 30 分钟
- C. 40 分钟
- D. 50 分钟

【正确答案】：A

【解析】：为计算简便，赋值甲的效率为 1，根据题意可知甲 3 小时完成 K 工作量的 $1-75\%=25\%$ ，则 K 工作量为 $\frac{1 \times 3}{25\%} = 12$ ，L 工作量也为 12，可求甲乙丙工作效率之和为 $\frac{12 \times 75\%}{2} = 4.5$ 。

甲乙丙 3 人全程无休

息，可求工作总时间为 $\frac{12+12}{4.5} = 5\frac{1}{3}$ 小时，故甲在 L 工作时间 $= 5\frac{1}{3} - 2 - 3 = \frac{1}{3}$ 小时 = 20 分钟。

批注[chen8]: 谁也没闲着

例题 11 (2022 四川)

工厂甲、乙、丙 3 条生产线共同完成一项任务，甲、丙先合作两天，完成了全部任务的 $\frac{1}{3}$ ，接着乙、丙合作两天完成剩下任务的 45%，最后甲、乙合作两天恰好完成剩余任务。问甲完成的部分占全部任务的多少？

- A. $\frac{4}{15}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{2}{5}$
- D. $\frac{3}{5}$

【正确答案】：C

【解析】：根据题意可得：

$$2 \text{ 甲} + 2 \text{ 丙} = \frac{1}{3} = \frac{10}{30}$$

$$2 \text{ 乙} + 2 \text{ 丙} = \frac{2}{3} \times 45\% = \frac{9}{30}$$

$$2 \text{ 甲} + 2 \text{ 乙} = \frac{11}{30}$$

$$4 (\text{甲} + \text{乙} + \text{丙}) = 1$$

$$4 \text{ 乙} + 4 \text{ 丙} = \frac{3}{5}$$

因此 $4 \text{ 甲} = \frac{2}{5}$ ，正确答案为 C

例题 12 (2018 浙江)



某蛋糕店接到 300 个蛋糕的订单。已知老板一天能做 30 个蛋糕，店员小红一天只能做 10 个。蛋糕制作过程中，老板有一个周末外出，小红请了 8 天假，两人在外时间不重叠。问制作这批蛋糕一共花了多少天？

- A. 11 B. 12
C. 13 D. 14

【正确答案】：A

【解析】：

方法一

$$(t-2) \times 30 + (t-8) \times 10 = 300$$

$$t = 11$$

方法二

“两人在外时间不重叠”意味着一人休息另一人必然工作，在两人各自休息时间，另一人共加工蛋糕 $= 2 \times 10 + 8 \times 30 = 260$ 个，即两人合作完成了 40 个蛋糕，两人合作工作时间 $= 40 \div (30 + 10) = 1$ 天，一共需要 $2 + 8 + 1 = 11$ 天。

批注[chen9]: 工程问题常考点之休息时间：

题中给出的是某一人的休息时间，但一人休息意味着另一人工作，先算出一人单独工作量，剩余工作即两人合作。例如本题，“老板有一个周末外出”，意味着小红单独工作两天，“小红请了 8 天假”，意味着老板单独工作 8 天。

例题 13 (2022 四川)

将 A、B 两个工程交给甲、乙两个工程队实施，已知 A 工程甲、乙合作需 14 小时完成，甲单独需 18 小时完成；B 工程甲、乙合作需 18 小时完成，乙单独需 30 小时完成。问如两个工程队同时开始工作且在完成所有工程之前中途不休息，则完成时间最长和最短的实施方案，完成时间相差？

- A. 不到 10 个时 B. 10~15 小时之间
C. 15~20 小时之间 D. 超过 20 小时

【正确答案】：D

【解析】：根据题意可知：

A 工程： $14(\text{甲}+\text{乙})=18$ ，甲，2 甲=7 乙，赋值甲的效率为 7、乙的效率为 2，A 工程总量为 $18 \times 7 = 126$ ；在 A 工程中，甲的效率高。

B 工程： $18(\text{甲}+\text{乙})=30$ ，乙，3 甲=2 乙，赋值甲的效率为 2、乙的效率为 3，B 工程总量为 $30 \times 3 = 90$ ；在 B 工程中，乙的效率为高。

时间最短的方案，甲做 A 工程、乙做 B 工程，甲 18 小时完成 A，乙完成了 B 工程中 $18 \times 3 = 54$ 的工作量，B 工程剩余 $90 - 54 = 36$ 的工程量，此时甲乙合作还需 $36 \div (2+3) = 7.2$ 小时，最短需要 $18 + 7.2 = 25.2$ 小时。

时间最长的方案，甲做 B 工程、乙做 A 工程，甲单独完成 B 工程需要 $90 \div 2 = 45$ 小时，然后再去帮助乙完成 A，此时乙做了 $2 \times 45 = 90$ 的工作量，还剩 $126 - 90 = 36$ 的工作量，两人合作完成还需 $36 \div (7+2) = 4$ 小时，共用时 $45 + 4 = 49$ 小时。



综上，两个方案时间之差为 $49 - 25.2 = 23.8$ 小时。