

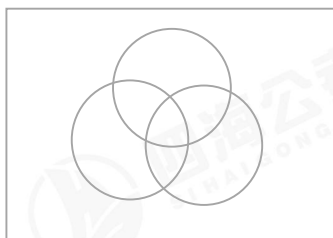


讲义第 14 页：

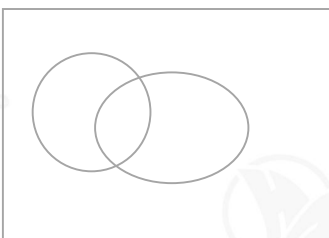
第四讲 容斥问题

代入公式：

三集合容斥：



两集合容斥：



公式：全部人数 - 圈外人数 = 总人次 - 重复部分

全部人数 - 圈外人数 = 只一次 + 只两次 + 三次

批注[小蒙 1]：分成两类：

一类是直接代入公式就能选出来的题目；

一类是考的很细，需要画图。

批注[小蒙 2]：不管几集合的容斥，减掉重复部分就行，保证每个人被数一遍，多的减掉少的加上。

例题 1 (2022 广东)

某单位计划从全部 80 名员工中挑选专项工作组成员，要求该组成员须同时有基层经历和计算机等级证书。已知，单位内有 40 人有基层经历，有 46 人有计算机等级证书，既没有基层经历又未获得计算机等级证书的有 10 人。那么能够进入工作组的员工有多少人？

- A. 16 B. 40
C. 46 D. 54

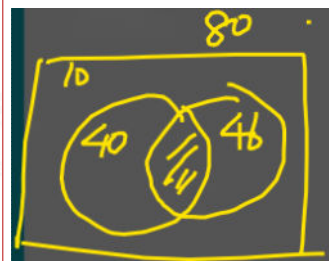
【答案】A

【解析】能够进入工作组的员工是中间的阴影部分，设为 x 。

$80 - 10 = 40 + 46 - x$ ，解得 $x = 16$ 。

批注[小蒙 3]：代入公式：

全部人数 - 圈外人数 = 总人次 - 重复部分



例题 2 (2022 天津)



某班期末考试结束后统计，物理、化学均不及格的人数占全班的14%，物理及格的人数比化学及格的人数多10人，且化学及格的人数占全班人数的60%。已知全班人数不超过70人，问物理及格的人中化学也及格的有多少人？

- A. 25
B. 26
C. 27
D. 28

【答案】C

【解析】14%=7/50，即全班人数为50的倍数，且不超过70人，故全班总人数为50人，都不及格的7人，化学及格30人，物理40人。

代入公式：总人数-圈外=圈内总人数=总人次-重复部分， $50-7=30+40-x$ ，解得 $x=27$ ，对应到C选项。

批注[小蒙4]: 这道题没给总人数，之前学过整除的知识点，看到百分之几往整除上想（倍数特性）。

批注[小蒙5]: 问的是：物理及格和化学及格的交集

例题3（2023 浙江）

某班级对70多名学生进行数学和英语科目摸底测验，有12%的学生两个科目均不及格。已知有2/3的学生英语及格，数学及格的学生比英语多10人，那两科均及格的学生有多少人？

- A. 31
B. 37
C. 41
D. 44

【答案】D

【解析】12%=3/25，即全班人数为25的倍数，且是70多人，故全班有75人。

根据题干可知都不及格有9人，英语及格50人，数学及格60人

代入公式：总人数-圈外=圈内总人数=总人次-重复部分， $75-9=50+60-x$ ，解得 $x=44$ ，对应到D选项

批注[小蒙6]:



例题4（2020 新疆）

某单位共有240名员工，其中订阅A期刊的有125人，订阅B期刊的有126人，订阅C期刊的有135人，订阅A、B期刊的有57人，订阅A、C期刊的有73人，订阅3种期刊的有31人，此外，还有17人没有订阅这三种期刊中的任何一种。问订阅B、C期刊的有多少人？

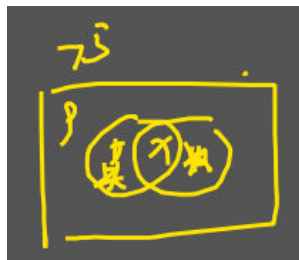
- A. 57
B. 64
C. 69
D. 78

【答案】B

【解析】代入公式：总人数-圈外=圈内总人数=总人次-重复部分， $240-17=125+126+135-57-73-x+31$ （中间的部分减了3次，所以需要再加一次），

解得 $x=64$ ，对应到B选项

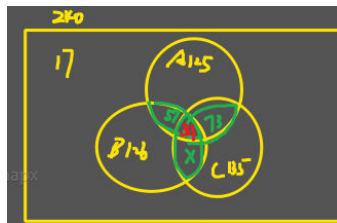
批注[小蒙7]:



批注[小蒙8]: 两集合，中间x数了两遍，直接减一遍就行，如果三集合，减重复部分要减2x。

例题5（2018 黑龙江）

批注[小蒙9]:





联欢会上，有 24 人吃冰激凌、30 人吃蛋糕、38 人吃水果，其中既吃冰激凌又吃蛋糕的有 12 人，既吃冰激凌又吃水果的有 16 人，既吃蛋糕又吃水果的有 18 人，三样都吃的则有 6 人。假设所有人都吃了东西，那么只吃一样东西的人数是多少？

- A. 12 B. 18
C. 24 D. 32

【答案】B

【解析】解法一：

只吃冰激凌的=24-6-6-10=2

只吃蛋糕的=30-12-6-6=6

只吃水果的=38-12-6-10=10

故只吃一种的有 2+6+10=18 人，对应到 B 选项

解法二：

代入公式：总人数-圈外=圈内总人数=总人次-重复部分

总人数 $x=24+30+38-12-16-18+6=52$ ，故总人数 52 人，利用隐藏公式总人数=只吃一样+吃两样+吃三样=52，

故只吃一样的=52-6-(46-18)=18 人

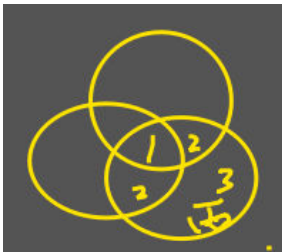
例题 6 (2022 北京)

单位组织职工前往甲、乙、丙三个爱国主义教育基地学习，要求每名职工至少去 1 个基地。已知有 48 人去了甲基地，有 42 人未去乙基地，去丙基地的人中，去 1 个、2 个、3 个基地的人数比为 3:2:1。如仅去 2 个基地和去 3 个基地的职工分别有 x 人和 y 人，则 x 和 y 的关系为？

- A. $x=4y+6$ B. $x=4y-6$
C. $x=3y+6$ D. $x=3y-6$

【答案】A

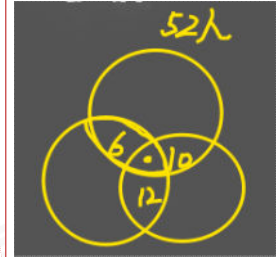
【解析】根据题意，48 人去甲；根据“有 42 人未去乙基地”设一共 a 人， $a-42$ 人去乙；根据“去丙基地的人中，去 1 个、2 个、3 个基地的人数比为 3:2:1。如仅去 2 个基地和去 3 个基地的职工分别有 x 人和 y 人”，在图里标上份数：



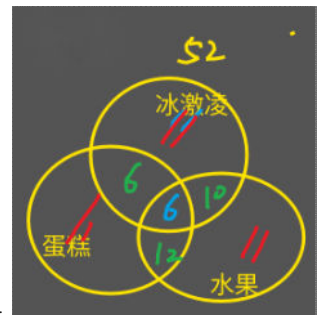
批注[小蒙 10]: 只吃冰激凌和蛋糕的: $12-6=6$

只吃冰激凌和水果的: $16-6=10$

只吃蛋糕和水果店的: $18-6=12$



批注[小蒙 11]: 这句话告诉我们: 没有圈外, 没有啥都不吃的



批注[小蒙 12]:

批注[小蒙 13]: 说明没有圈外



中间一份的是 y ，所以去丙基地的有： $6y$ 。

然后代入公式： $a=48+a-42+6y-x-2y$ ，把 a 约掉， $0=6-x+4y$ ，整理得 $x=4y+6$

例题 7 (2019 江苏事业编)

一旅行团共有 50 位游客到某地旅游，去 A 景点的游客有 35 位，去 B 景点的游客有 32 位，去 C 景点的游客有 27 位，去 A、B 景点的游客有 20 位，去 B、C 景点的游客有 15 位，三个景点都去的游客有 8 位，有 2 位游客去完一个景点后先行离团，还有 1 位游客三个景点都没去。那么，50 位游客中有多少位恰好去了两个景点？

批注[小蒙 14]: 相当于只去了一个景点的人

- A. 29 B. 31
C. 35 D. 37

【答案】A

【解析】设去 AC 的是 x ，代入公式： $50-1=35+32+27-20-15-x+8$ ， $x=8$ 。

只去 AB 的： $20-8=12$

只去 BC 的： $15-8=7$

只去 AC 的： $18-8=10$

只去两个景点的： $12+7+10=29$

例题 8 (2018 浙江事业编)

某单位 45 名职工利用假期重读马克思主义著作，其中 60% 的人阅读《资本论》，阅读《共产党宣言》的人比阅读《政治经济学批判》的多 5 人，但少于阅读《资本论》的人。已知所有人都阅读过这三本著作中的至少一本，最多有多少人这三本著作都阅读了？

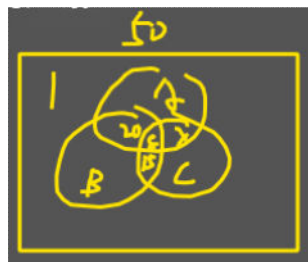
- A. 12 B. 13
C. 14 D. 15

【答案】C

【解析】题里让读三本的人尽量多，我们就让读每一本的人都尽量多。读资本论的 60% 即 27，读共产党宣言的比资本论的少，尽量大，即 26 人，读政治经济学批判的比读共产党宣言的少 5 人，即 21 人。

设只读两本的是 y 人，读三本的是 x 。代入公式： $45=27+26+21-y-2x$ ，解得 $y+2x=29$ ，让 x 尽量大，人数是整数，取整 14，选 C

批注[小蒙 15]:



、画图解决：

例题 9 (2023 广东县级)

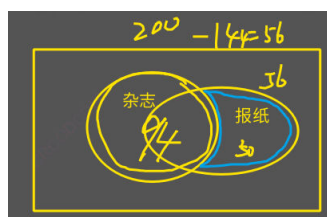


某单位共有员工 200 人，其中订阅杂志的人数比只订阅报纸的人数多 88%。则报纸和杂志均未订阅的员工有多少人？

- A. 36 B. 56
C. 76 D. 96

【答案】B

【解析】根据订阅杂志的人数比只订阅报纸的人数（蓝圈）多 88%，即其比例为 $188/100=47/25$ ，即只订报纸的人是 25 的倍数，若为 100 人则不符合题干要求，故只能是 50 人，故订阅杂志的人数为 94，代入公式可得 $200=x+144$ 解的 $x=56$ ，对应到 B 选项



批注[小蒙 17]:

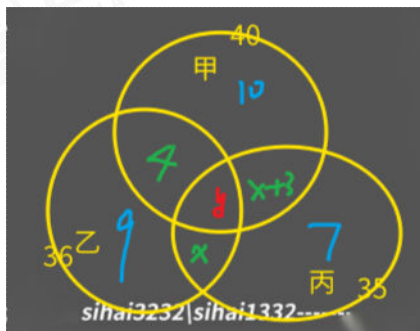
例题 10 (2023 深圳)

小明对甲、乙、丙三种手机软件的安装情况进行街头调查。随机选取的一批调查对象中，手机安装了甲、乙、丙三种软件的人数分别是 40, 36, 35，只安装了其中一种软件的人数分别占其中的 25%、25%、20%，同时安装了甲、乙两种软件而未安装丙软件的有 4 人，同时安装了甲、丙两种软件而未安装乙软件的人数比同时安装乙、丙两种软件而未安装甲软件的人数多 3 人，有多少人同时安装了甲、乙、丙三种软件？

- A. 15 B. 21
C. 27 D. 33

【答案】B

【解析】根据题干可画出图：



根据图可列出方程：

$$14+x+y+3=26$$

$$y+2x+3=28$$

解得 $x=2$, $y=21$ ，故对应到 B 选项



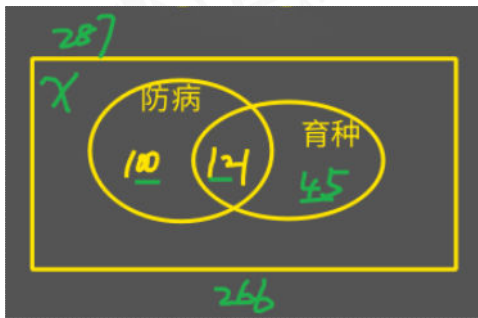
例题 11 (2023 国考副省级)

农科院在某村 287 名淡水鱼养殖人员中开展防病培训和育种培训。已知参加防病培训的养殖人员中，参加育种培训的人数比未参加的多 21%；参加育种培训的养殖人员中，参加防病培训的人数比未参加的多 76 人。问共有多少人未参加任何一项培训？

- A. 21 B. 23
C. 25 D. 27

【答案】A

【解析】根据题意可得，因为参加防病培训的养殖人员中，参加育种培训的人数比未参加的多 21%，故只参加防病的一定是 100 的倍数，且只能是 100 才符合题干数据，故都参加的有 121 人，则只参加育种的有 45 人。



代入公式：287=x+100+121+45，解的 x=21，对应到 A 选项。

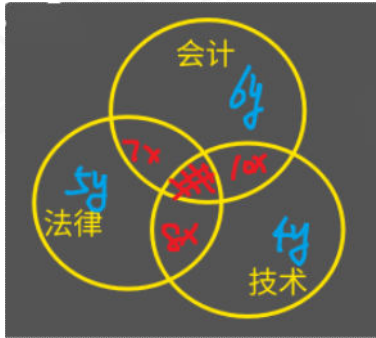
例题 12 (2023 北京)

某公司有 80 人报名参加会计、法律和技术三项培训中的一项或多项，三项培训的报名人数比为 6 : 5 : 4。已知同时参加会计和法律培训的人数，和同时参加法律和技术培训的人数，分别是同时参加会计和技术培训的人数的 70%和 80%，且无人同时参加 3 项培训，则只参加技术培训的有多少人？

- A. 4 B. 6
C. 8 D. 10

【答案】D

【解析】根据“已知同时参加会计和法律培训的人数，和同时参加法律和技术培训的人数，分别是同时参加会计和技术培训的人数的 70%和 80%”设同时参加会计和技术培训的人数为 10x，设三项培训报名人数分别为 6y，5y，4y，可得：



代入公式： $80 = 15y - 25x \rightarrow 3y - 5x = 16$ ，令 $x=1$ ，则 $y=7$
故只参加技术培训的： $4y - 18x = 10$ ，对应到 D 选项。

批注[小蒙 18]: 根据题意 $15y$ 需大于 80 人，故该数据符合
题干要求。