

《高等数学》单元自测题

第二章 导数与微分

专业_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____

一、计算题

1. 设 $y = x \arcsin \frac{x}{2} + \tan^3(2x+1)$, 求 y' 。

2. 设 $y = f^2(x^2)$, 其中函数 $f(x)$ 可导, 求 dy 。

3. 设 $y = (1+x^2)^x$, 求 y' 。

4. 设 $y = \sqrt{\frac{x-5}{\sqrt[3]{x^2+2}}}$, 求 y' 。

5. 设 $y = x^2 \ln x + \sin^2 2x$, 求 y'' 。

6. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $e^y = x + y$ 所确定的隐函数, (1) 求 $\frac{dy}{dx}$; (2) 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

7. 设 $\begin{cases} x = t^2 + 2t, \\ y = te^t, \end{cases}$ (1) 求 $\frac{dy}{dx}$; (2) 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

8. 求函数 $y = \ln \sqrt{1+x^2}$ 的微分 dy 。

二、应用题

已知曲线 $y = f(x)$ 过 $(1,0)$ 点, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-2x)}{x} = 1$, 求曲线在点 $(1,0)$ 处的切线方程。

三、证明题

1. 设 $y = f(e^x)$, 且函数 $f(x)$ 具有二阶导数, 证明: $y'' - y' = e^{2x} f''(e^x)$ 。

2. 设 $\varphi(x)$ 在点 $x=0$ 处连续, $f(x) = x|\varphi(x)|$, 证明 $f(x)$ 在 $x=0$ 点可导的充分必要条件是 $\varphi(0) = 0$ 。