

《高等数学》单元自测题

第九章 多元函数微分法及其应用

专业_____ 班级_____ 姓名_____ 学号_____

一、填空题

1. 设 $z = 3^{xy}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____。
2. 设 $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$, 则 $f_y(1, 3) =$ _____。
3. 方程式 $xy + yz + zx = 1$ 确定 z 是 x, y 的二元函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____。
4. 设 $z = y \sin e^x$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____。
5. 设 $z = \frac{1}{2} \ln(1 + x^2 + y^2)$, 则 $dz|_{(1,1)} =$ _____。
6. 设函数 $z = f(x, y)$ 的全微分 $dz = 2xy^3 dx + ax^2 y^2 dy$, 则常数 $a =$ _____。
7. 函数 $z = 3x^4 + xy + y^3$ 在点 $A(1, 2)$ 处沿从点 A 到 $B(2, 1)$ 方向的方向导数等于_____。
8. 函数 $u = xy + yz + zx$ 在点 $(1, 2, 3)$ 处的梯度 $\nabla u(1, 2, 3) =$ _____。

二、单项选择题

1. 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ 则函数 $f(x, y)$ 在原点 $(0, 0)$ 处()。
(A) 不连续, 但偏导数存在 (B) 连续, 但偏导数不存在
(C) 连续, 且偏导数存在 (D) 不连续, 且偏导数不存在
2. 设 $z = \ln(2e^x - e^y)$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial^2 x} \Big|_{(0,0)} =$ ()。
(A) 1 (B) -2 (C) 2 (D) -1
3. 设方程 $F(x - y, y - z, z - x) = 0$ 确定 z 是 x, y 的二元函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ()。
(A) $\frac{F'_1 - F'_2}{F'_2 - F'_3}$ (B) $\frac{F'_2 - F'_1}{F'_2 - F'_3}$ (C) $\frac{F'_1 - F'_3}{F'_2 - F'_3}$ (D) $\frac{F'_3 - F'_1}{F'_2 - F'_3}$
4. 函数 $z = \frac{x + y}{x - y}$ 的全微分 $dz =$ ()。
(A) $\frac{2(xdx - ydy)}{(x - y)^2}$ (B) $\frac{2(ydy - xdx)}{(x - y)^2}$ (C) $\frac{2(ydx - xdy)}{(x - y)^2}$ (D) $\frac{2(xdy - ydx)}{(x - y)^2}$

5. 函数 $z = 3x^3 - xy + xy^2$ 在点 $M(1,2)$ 处沿 $l = \{11,3\}$ 方向的方向导数 ()。
- (A) 最大 (B) 最小 (C) 等于 1 (D) 等于 0
6. 在曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 的所有切线中与平面 $x + 2y + z = 0$ 平行的切线 ()。
- (A) 只有一条 (B) 只有两条 (C) 只有三条 (D) 至少有三条
7. 函数 $f(x, y) = x^2 - 2xy - y^3 + 4y^2$ 有 () 个驻点。
- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
8. 对于函数 $z = x^2 - y^2$, 原点 $(0,0)$ ()。
- (A) 是极小值点 (B) 是极大值点 (C) 不是驻点 (D) 是驻点但不是极值点

三、解答题

1. 设 $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

2. 设 $z = \arctan \frac{y}{x}$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

3. 设方程 $x^3 + 2y^2 + z^2 - z = 0$ 确定 z 是 x, y 的二元函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

4. 设 $z = e^{u-2v}$, 而 $u = y \sin x, v = x \cos y$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

5. 设 $z = f(xy, \frac{y}{x})$, f 具有二阶**连续的**偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

6. 求函数 $f(x, y) = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$ 的极值.

7. 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ 在点 **(1,2,3)** 处的切平面和法线方程.

8. 要制作一个容积为 $2m^3$ 的**无盖**长方体水箱, 问怎样选取长,宽,高, 才能使得用料最省.