

## 《高等数学》单元自测题及其答案——第七章 微分方程

### 一、填空题

1. 微分方程  $y' = 2x\sqrt{1-y^2}$  的通解为  $y = \sin(x^2 + C)$ 。
2. 微分方程  $y' \sin x = y \ln y$  满足初始条件  $y|_{x=\frac{\pi}{2}} = e$  的特解为  $y = \csc x - \cot x$ 。
3. 微分方程  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 0$  的通解为  $y = (C_1 + C_2 x)e^x$ 。

### 二、单项选择题

1. 微分方程  $y'' - 5y' + 6y = xe^{2x}$  的特解形式 (其中  $a, b$  为常数) 为( **A** )  
(A)  $y^* = (ax + b)xe^{2x}$  (B)  $y^* = (ax + b)e^{2x}$   
(C)  $y^* = ax^2e^{2x} + b$  (D)  $y^* = ae^{2x} + b$
2. 下列微分方程中, 通解为  $y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$  的微分方程是 ( **B** )。  
(A)  $y'' - 2y' - 3y = 0$  (B)  $y'' - 2y' + 5y = 0$   
(C)  $y'' + y' - 2y = 0$  (D)  $y'' + 6y' + 13y = 0$
3. 微分方程  $y'' - y = e^x + 1$  的特解形式 (其中  $a, b$  为常数) 为 ( **C** )  
(A)  $ae^x + b$  (B)  $ae^x + bx$  (C)  $axe^x + b$  (D)  $axe^x + bx$

### 三、求下列微分方程的通解

1.  $y' \cos y = \frac{1 + \sin y}{\sqrt{x}}$ 。通解为  $\sin y = Ce^{2\sqrt{x}} - 1$ 。
2.  $\frac{dy}{dx} = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ 。通解为  $e^{\frac{y}{x}} = -\frac{1}{\ln|x| + C}$ 。
3.  $\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x$ 。通解为  $y = Ce^{-x^2} + 2$ 。
4.  $y'' + y' = 2x^2e^x$ 。通解为  $y = C_1 + C_2e^{-x} + e^x(x^2 - 3x + \frac{7}{2})$ 。
5.  $y'' - y = x \sin x$ 。通解为  $y = C_1e^x + C_2e^{-x} - \frac{1}{2}\cos x - \frac{1}{2}x \sin x$ 。

四、应用题 1. 已知曲线  $y = y(x)$  经过原点, 且在原点处的切线与直线  $2x + y + 6 = 0$  平行, 而  $y(x)$  满足微分方程  $y'' - 2y' + 5y = 0$ , 求该曲线的方程。(答案为  $y = -e^x \sin 2x$ 。)

2. 设连续函数  $y(x)$  满足方程  $y(x) = \int_0^x y(t)dt + e^x$ , 求  $y(x)$ 。(答案为  $y(x) = e^x(1+x)$ 。)