《高等数学》单元自测题

第十一章 曲线积分与曲面积分

专业_______________班级_______________ 姓名______________学号______________

1．设 L 为单位圆周 $\boldsymbol{x^2+y^2=1}$ 的上半部分,求 $I=\int_L e^{\sqrt{x^2+y^2}}\,ds$ 。

2．计算曲线积分 $I=\int_L \sin 2x\,dx+2(x^2-1)y\,dy$, 其中 L 是曲线 $\boldsymbol{y=\sin x}$ 上从点 $\boldsymbol{(0,0)}$ 到点 $\boldsymbol{(\pi,0)}$ 的一段。

3．计算 $I=\int_\Gamma (x^2+y^2+z^2)\,ds$, 其中 Γ 为曲线 $x=e^t\cos t, y=e^t\sin t, z=e^t$ 上相应于 t 从 0 变到 1 这段弧。

4．利用格林公式计算 $I=\oint_L (x^2-y)\,dx+(x+y^2)\,dy$, 其中 L 是由曲线 $y=x^2$ 及 $y^2=x$ 所围成区域的边界，方向为逆时间方向。

5．证明曲线积分$\int_L (2xy - y^4 + 3)\mathrm{d}x + (x^2 - 4xy^3)\mathrm{d}y$在整个$xOy$平面上与路经无关,并计算曲线积分

$I = \int_{(1,0)}^{(2,1)} (2xy - y^4 + 3)\mathrm{d}x + (x^2 - 4xy^3)\mathrm{d}y$的值。

6．计算$I = \oiint\limits_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2)\mathrm{d}S$, 其中$\Sigma$是上半锥面$z = \sqrt{x^2 + y^2}$及平面$z = 1$所围成立体的整个边界曲面。

7．计算$I = \oiint\limits_{\Sigma} z\mathrm{d}x\mathrm{d}y + 2x\mathrm{d}y\mathrm{d}z + 3y\mathrm{d}z\mathrm{d}x$, 其中$\Sigma$是长方体$\boldsymbol{\Omega = \{(x, y, z) \mid 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1, 0 \le z \le 1\}}$整个表面的外侧。

8．计算$I = \iint\limits_{\Sigma} x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z + y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x + z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中$\Sigma$为上半球面$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 的上侧。