《高等数学》单元自测题

第八章 向量代数与空间解析几何

学院__________ 班级__________ 姓名__________ 学号__________

一、 填空题

1．已知 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直，且 $|\boldsymbol{a}|=5, |\boldsymbol{b}|=12$, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$ 13 ，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$ 13 。

2. 设向量 $\overrightarrow{OA}=\{1,2,1\}, \overrightarrow{OB}=\{-2,-1,1\}$，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$ -3，$\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=$ $3\sqrt{3}$，$\cos\angle AOB=$ $-\frac{1}{2}$。

3．已知点 $A(4,0,5), B(2,1,3)$ 则与 $\overrightarrow{AB}$ 同向的单位向量为 $\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\right)$。

4．若两平面 $kx+y+z-k=0$ 与 $kx+y-2z=0$ 互相垂直，则 $k=$ ± 1 。

5．过点 $(3,-2,-1)$ 和点 $(5,4,5)$ 的直线方程为 $\frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{6}=\frac{z+1}{6}$ 。

6．点 $(1,3,2)$ 到平面 $x+2y-2z+3=0$ 的距离为 2 。

7．母线平行于 z 轴且通过曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+4z^2=1 \\ x^2=y^2+z^2 \end{cases}$ 的柱面方程是 $5x^2-3y^2=1$ 。

8．球面 $x^2+y^2+z^2-2x+4y=0$ 的球心为 $(1,-2,0)$，半径为 $\sqrt{5}$ 。

二、 单项选择题

1．若两直线 $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{6}$ 与 $x-1=\frac{y+5}{2}=\frac{z+2}{k-2}$ 平行，则 $k=$(D)。

（A）2　　（B）3　　（C）4　　（D）5

2．设平面方程为 $Bx+Cz+D=0$，且 $BCD\neq 0$，则平面(C)。

（A）平行于 x 轴　　（B）平行于 y 轴

（C）经过 y 轴　　（D）垂直于 y 轴

3．过点 $(2,1,-1)$ 且与平面 $2x+3y-z+1=0$ 垂直的直线方程为(C)。

（A）$\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-1}$　　（B）$\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-1}{-1}$

（C）$\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+1}{-1}$　　（D）$\frac{x+2}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-1}{-1}$

4．设三向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 的模分别为 3，6，7，且满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}=$(B)。

（A）45　　（B）－47　　（C）42　　（D）－43

5．方程 $x^2+4y^2=16$ 所表示的空间曲面的名称为（ D ）。

（A）椭球面　　（B）球面　　（C）椭圆抛物面　　（D）柱面

三、 解答题

1．已知向量 $\boldsymbol{a}=\{1,0,-1\},\boldsymbol{b}=\{2,2,-1\}$, 求 $(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$.

解 $3\vec{a}-2\vec{b}=(-1,-4,-1)$

$\vec{a}+\vec{b}=(3,2,-2)$

有 $(3\vec{a}-2\vec{b})\times(\vec{a}+\vec{b})=(10,-5,10)$

2．已知点 $\boldsymbol{A}(2,3,1),\boldsymbol{B}(-5,4,1),\boldsymbol{C}(6,2,-3),\boldsymbol{D}(5,-2,1)$, 求通过点 $\boldsymbol{A}$ 且垂直于 $\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$ 所确定的平面的直线方程.

解 $\vec{BC}=(11,-2,-4)$

$\vec{BD}=(10,-6,0)$

取直线L方向向量为 $\vec{n}(x,y,z)$

有 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{BC}=0\\ \vec{n}\cdot\vec{BD}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}11x-2y-4z=0\\ 10x-6y=0\end{cases}$

解得方向向量为 $\vec{n}=(12,20,23)$

因此有 $\frac{x-2}{12}=\frac{y-3}{20}=\frac{z-1}{23}$.

3．用点向式方程和参数方程表示直线 $\begin{cases}x+y+z+1=0,\\ 2x-y+3z+4=0.\end{cases}$

解 取一交 $z=0$ 的点

$\begin{cases}x+y-1=0\\ 2x-y+4=0\end{cases}$

解得 $x=-1,y=2$

因此直线过点 $(-1,2,0)$

$n_1=\{1,1,1\}$, $n_2=\{2,-1,3\}$ 为与两平面交线垂直的法向量

取 $s=n_1\times n_2=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 1 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 3\end{vmatrix}=\{4,-1,-3\}$

有点向式

$\frac{x+1}{4}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{-3}$ 令该方程$=t$，得

$\begin{cases}x=-1+4t\\ y=2-t\\ z=-3t\end{cases}$

4．求直线 $\boldsymbol{L}:\frac{x-1}{1}=\frac{y-12}{3}=\frac{z-9}{3}$ 与平面 $x+3y-5z-2=0$ 的交点坐标.

解 设 $x-1=\frac{y-12}{3}=\frac{z-9}{3}=t$

$\begin{cases}x=t+1\\ y=3t+12\\ z=3t+9.\end{cases}$

有 $t+1+3(3t+1)-5(3t+9)-2=0$

$t=-2,x=-1,y=6,z=3$

交点有：$(-1,6,3)$