

数字图像处理

第五次作业

翟宏佳

电信钱 61

2160405066

摘要：

本报告主要介绍了有关图像滤波的相关知识。设计低通和高通滤波器对图像进行平滑和边缘增强。比较并讨论了空域低通高通滤波与频域低通和高通的关系。

一、频域低通滤波器平滑图像

1、问题分析

1) butterworth 低通滤波器：

截止频率位于距原点 D_0 处的 n 阶 butterworth 低通滤波器的传递函数定义为

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

其中

$$D(u, v) = [(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2]^{1/2}$$

Butterworth 低通滤波器传递函数并没有在通过频率和滤除频率之间给出明显截止的尖锐的不连续性。对于具有平滑传递函数的滤波器，可在这样一点定义截止频率，即使得 $H(u, v)$ 下降到其最大值的某个百分比点。对于上式，截止频率点是当 $D(u, v) = D_0$ 时的点，即 $H(u, v)$ 从其最大值 1 下降为 50%。

2) 高斯低通滤波器：

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v) / 2D_0^2}$$

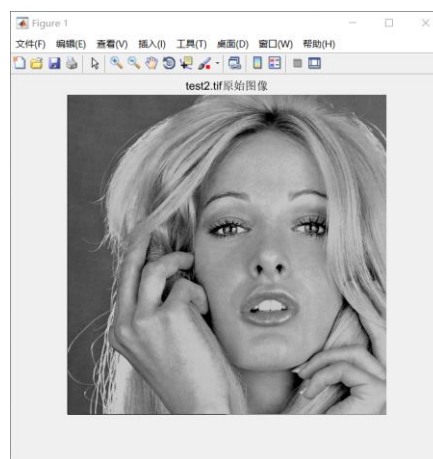
其中， $D(u, v)$ 是距离频率域矩形中心的距离。 D_0 是截止频率。当 $D(u, v) = D_0$ 时，Gaussian 低通滤波器下降到其最大值的 0.607 处。

由以上分析知，实现低通滤波，只需将原图像进行填充，之后计算其傅里叶变换，得到 $F(u, v)$ ；而滤波器的频率域函数已由定义给出 $H(u, v)$ 。在频率域将 $F(u, v)$ 和 $H(u, v)$ 对应点相乘，并将得到的结果通过傅里叶反变换回到空间域，即可得到最后的滤波结果。对于功率谱的计算，只需将 $F(u, v)$ 和 $G(u, v)$ 遍历，并在每一个 (u, v) 处计算其功率谱分量并求和，最后，两者做商既得功率谱比。

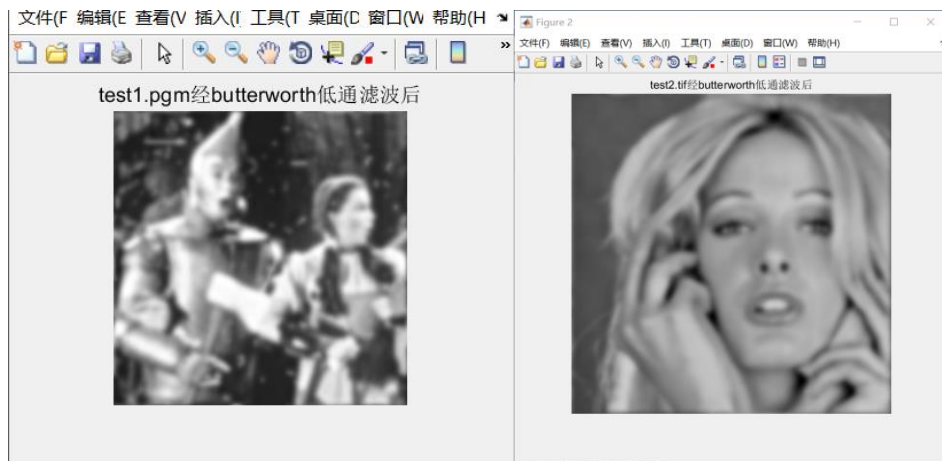
2、实验结果

①巴特沃斯低通滤波器

原图



$D_0=25$ ，功率谱比 $L1=0.9741$ ， $L2=0.9804$



$D0=50$, 功率谱比 $L1=0.9909$, $L2=0.9885$

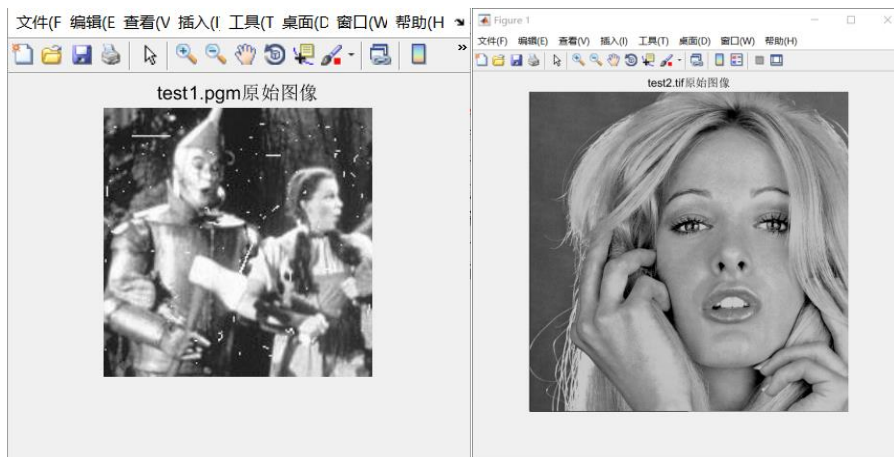


$D0=75$, 功率谱比 $L1=0.9957$, $L2=0.9916$



②高斯滤波器

原图



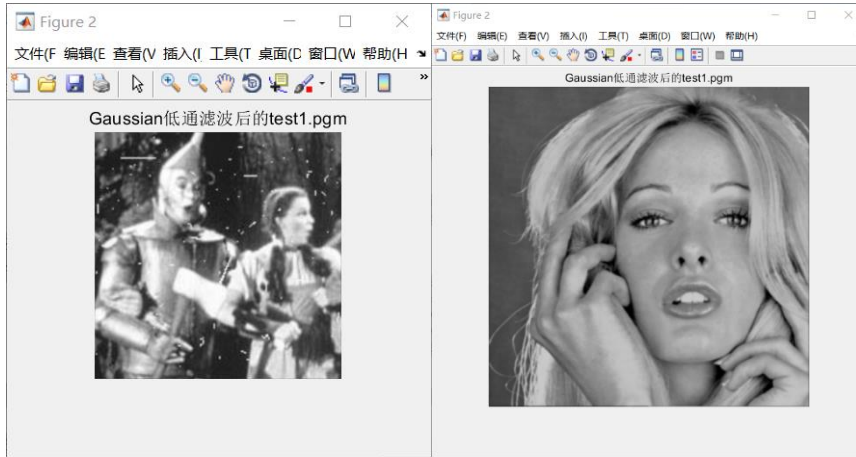
$D0=25$, 功率谱比 $L1=0.9657$, $L2=0.9754$



$D0=50$, 功率谱比 $L1=0.9862$, $L2=0.9863$



$D0=75$, 功率谱比 $L1=0.9925$, $L2=0.9902$



3、结果分析

- ①对比每组图像处理结果中的原始图像和低通滤波后的图像，可以清晰看到低通滤波器的平滑效果（模糊效果）。
- ②对于 test1、test2 分别选取 $D_0=25$ 、 50 、 75 的二阶巴特沃斯低通滤波器进行低通滤波。对比不同的 D_0 值得到的结果知，随着截止频率 D_0 的减小，滤波后的图像越来越模糊，功率谱比越来越小，即滤波后包含的低频分量越来越少。
- ③对于 test1、test2 分别选取 $D_0=25$ 、 50 、 75 的高斯低通滤波器进行低通滤波。对比不同的 D_0 值得到的结果知，随着截止频率 D_0 的减小，滤波后的图像越来越模糊，功率谱比越来越小，即滤波后包含的低频分量越来越少。
- ④最后，对比二阶布特沃斯低通滤波器和高斯低通滤波器的效果知，两种滤波器达到的基本效果是一致的，即平滑图像，滤除高频分量，保留低频分量。但两者在相同截止频率 D_0 时，得到的功率谱比却不同，主要原因是两个滤波器在过渡带处的差异。

二、频域高通滤波器增强边缘

1、问题分析

1) 巴特沃斯高通滤波器：

截止频率位于距原点 D_0 处的 n 阶巴特沃斯高通滤波器的传递函数定义为

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}}$$

其中

$$D(u, v) = [(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2]^{1/2}$$

巴特沃斯高通滤波器传递函数并没有在通过频率和滤除频率之间给出明显截止的尖锐的不连续性。对于具有平滑传递函数的滤波器，可在这样一点定义截止频率，即使得 $H(u, v)$ 下降到其最大值的某个百分比点。对于上式，截止频率点是当 $D(u, v) = D_0$ 时的点，即 $H(u, v)$ 从其最大值 1 下降为 50%。

2) 高斯高通滤波器：

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v) / 2D_0^2}$$

其中， $D(u, v)$ 是距离频率域矩形中心的距离。 D_0 是截止频率。当 $D(u, v) = D_0$ 时，高

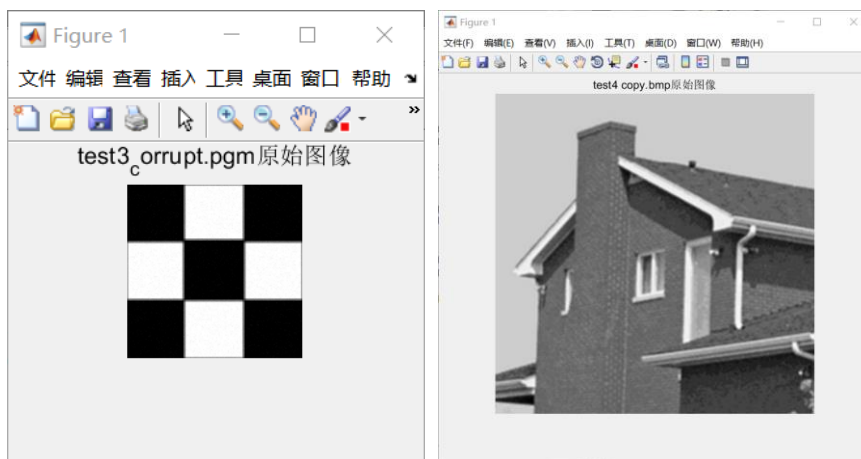
斯高通滤波器下降到其最大值的 0.607 处。

由以上分析知，实现高通滤波，只需将原图像进行填充，之后计算其傅里叶变换，得到 $F(u,v)$ ；而滤波器的频率域函数已由定义给出 $H(u,v)$ 。在频率域将 $F(u,v)$ 和 $H(u,v)$ 对应点相乘，并将得到的结果通过傅里叶反变换回到空间域，即可得到最后的滤波结果。对于功率谱的计算，只需将 $F(u,v)$ 和 $G(u,v)$ 遍历，并在每一个 (u,v) 处计算其功率谱分量并求和，最后，两者做商既得功率谱比。

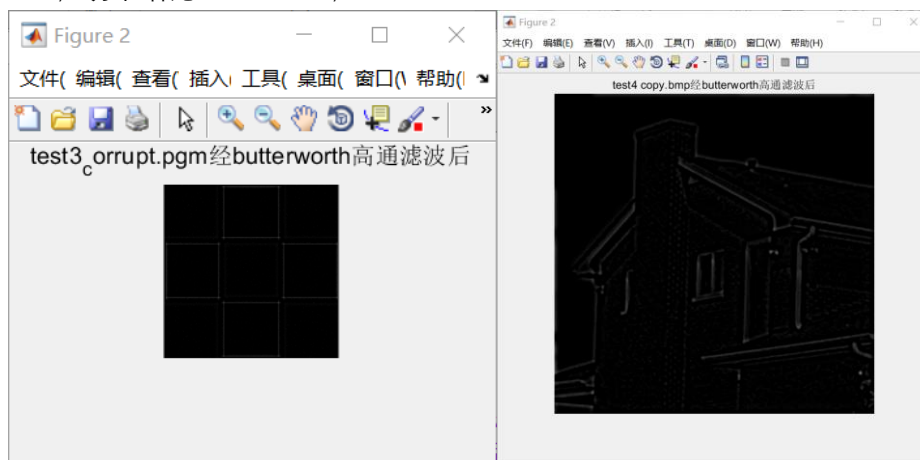
2、实验结果

①巴特沃斯低通滤波器

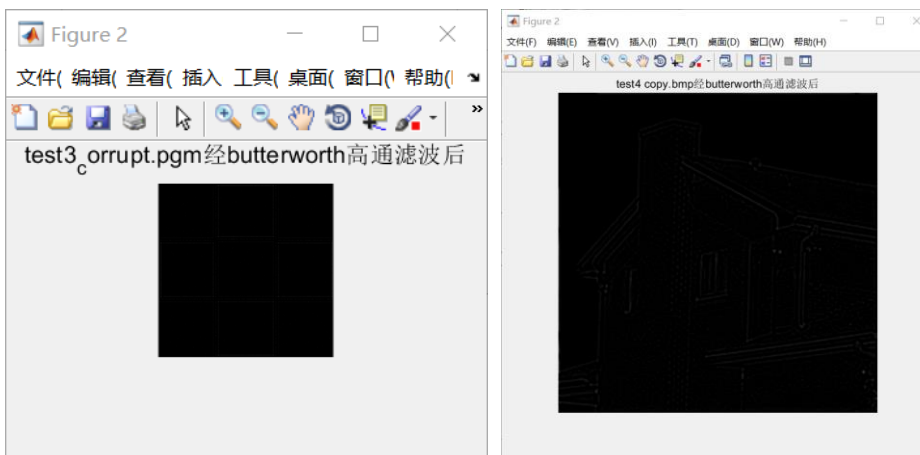
原图



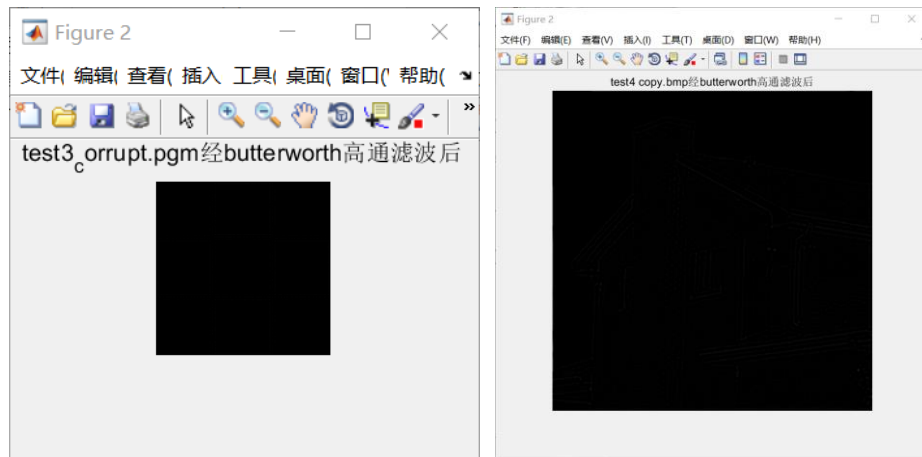
$D_0=25$ ，功率谱比 $L_1=0.0022$ ， $L_2=0.0071$



$D_0=50$ ，功率谱比 $L_1=2.8169e-04$ ， $L_2=0.0018$

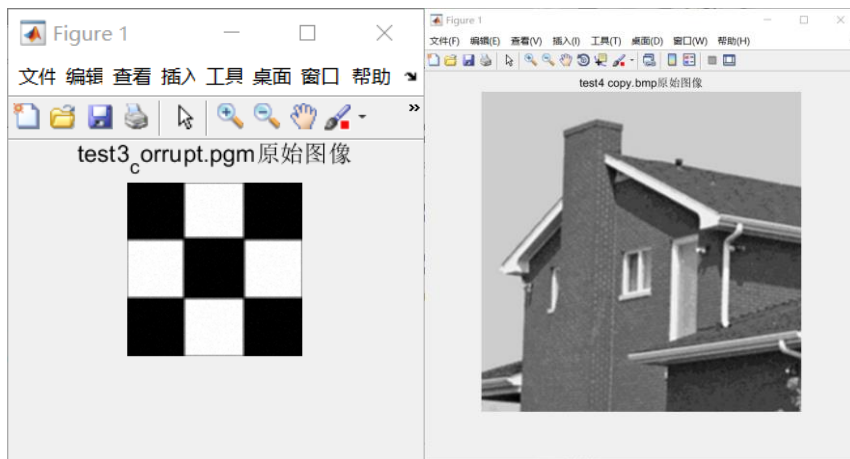


D0=75, 功率谱比 L1=4.7629e-05, L2=7.3564e-04

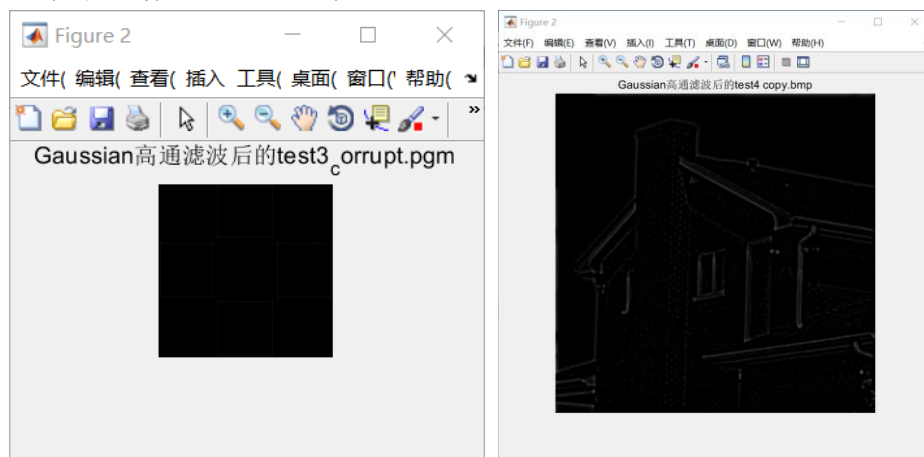


②高斯滤波器

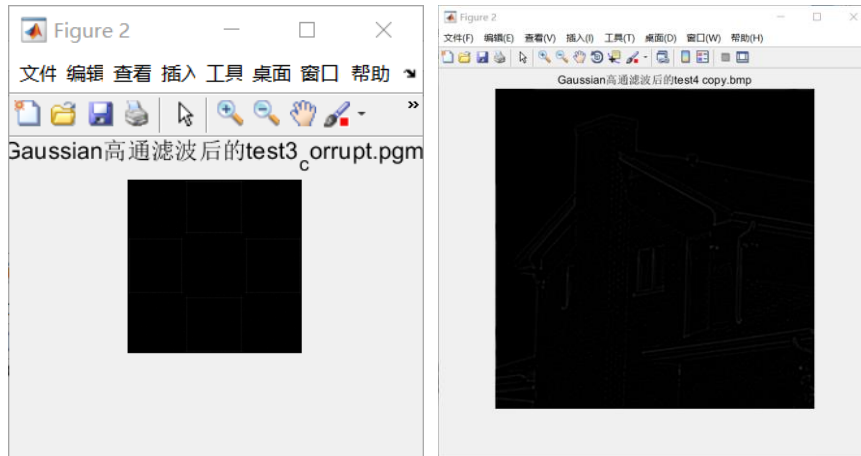
原图



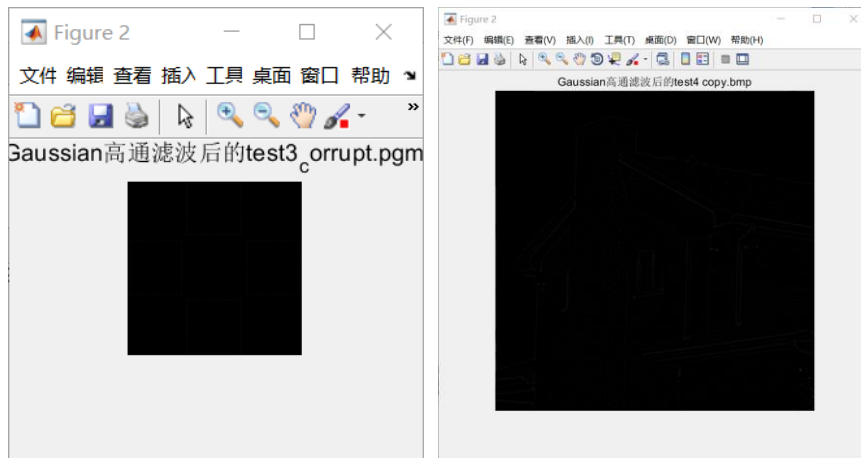
D0=25, 功率谱比 L1= 0.0019, L2=0.0057



D0=50, 功率谱比 L1=2.7068e-04, L2=0.0015



$D0=75$, 功率谱比 $L1=6.8038e-05$, $L2=6.5073e-04$



3、结果分析

- ①对比每组图像处理结果中的原始图像和高通滤波后的图像,可以清晰看到高通滤波器的边缘增强效果。
- ②对于 test3、test4 分别选取 $D0=25$ 、 50 、 75 的二阶巴特沃斯高通滤波器进行高通滤波。对比不同的 $D0$ 值得到的结果知,随着截止频率 $D0$ 的增加,滤波后的图像边缘应该越来越清晰,功率谱比越来越小,即滤波后包含的高频分量越来越少。但当 $D0$ 增大到一定程度时,边缘将不见,主要是因为滤除的能量过多,图像全部变成了黑色。
- ③对于 test3、test4 分别选取 $D0=25$ 、 50 、 75 的高斯高通滤波器进行高通滤波。对比不同的 $D0$ 值得到的结果知,随着截止频率 $D0$ 的增加,滤波后的图像边缘应该越来越清晰,功率谱比越来越小,即滤波后包含的高频分量越来越少。但当 $D0$ 增大到一定程度时,边缘将不见,主要是因为滤除的能量过多,图像全部变成了黑色。
- ④对比二阶巴特沃斯高通滤波器和高斯高通滤波器的效果知,两种滤波器达到的基本效果是一致的,即增强图像边缘,滤除低频分量,保留高频分量。但两者在相同截止频率 $D0$ 时,得到的功率谱比却不同,主要原因是两个滤波器在过渡带处的差异。
- ⑤对比高通滤波器和低通滤波器知,高通滤波器在滤波的时候会将直流分量也一同滤除,导致图像变暗。造成当 $D0$ 增大到一定程度时,边缘将不见,整个图像变为黑色。

其他高通滤波器

1、问题分析

1) 频率域的拉普拉斯算子：

拉普拉斯算子可使用如下滤波器在频率域实现：

$$H(u, v) = -4\pi^2[(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2] = -4\pi^2 D^2(u, v)$$

拉普拉斯图像由下式得到：

$$\nabla^2 f(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}\{H(u, v)F(u, v)\}$$

增强可使用下式实现：

$$g(x, y) = f(x, y) + c\nabla^2 f(x, y)$$

在频率域：

$$g(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}\{F(u, v) - H(u, v)F(u, v)\} = \mathfrak{F}^{-1}\{[1 - H(u, v)]F(u, v)\} = \mathfrak{F}^{-1}\{[1 - 4\pi^2 D^2(u, v)]F(u, v)\}$$

2) unmask：

最后的图像由下式给出：

$$g(x, y) = f(x, y) + k * g_{mask}(x, y)$$

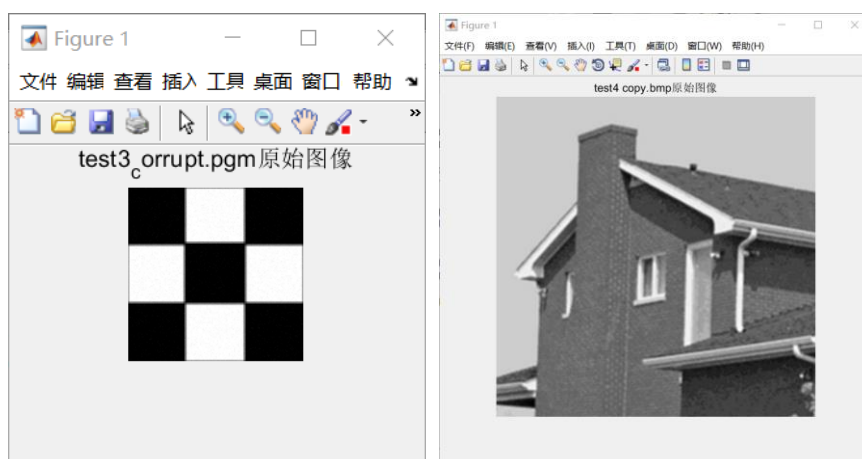
最后的频域滤波公式：

由以上分析知，实现拉普拉斯滤波和 unmask 滤波，只需将原图像进行填充，之后计算其傅里叶变换，得到 $F(u, v)$ ；而滤波器的频率域函数已由定义给出 $H(u, v)$ 。在频率域将 $F(u, v)$ 和 $H(u, v)$ 对应点相乘，并将得到的结果通过傅里叶反变换回到空间域，即可得到最后的滤波结果。

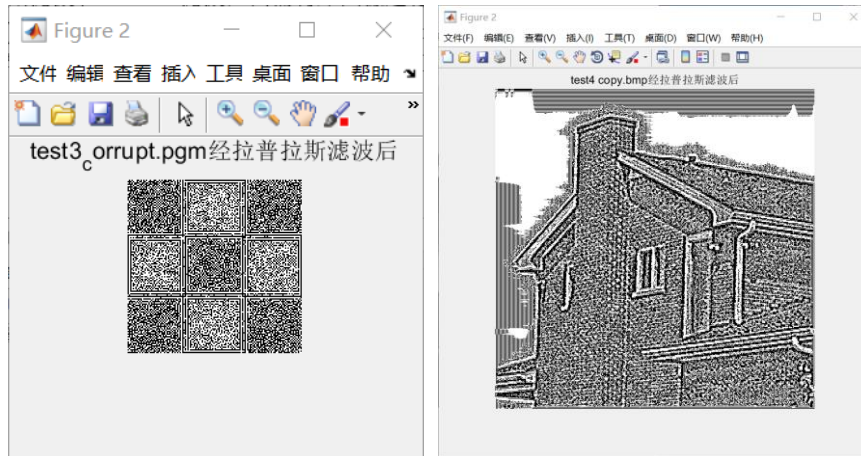
2、实验结果

①拉普拉斯

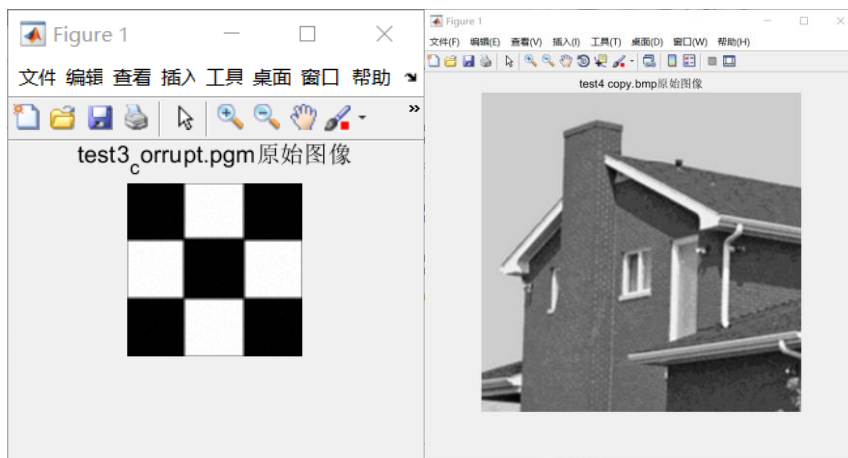
原图



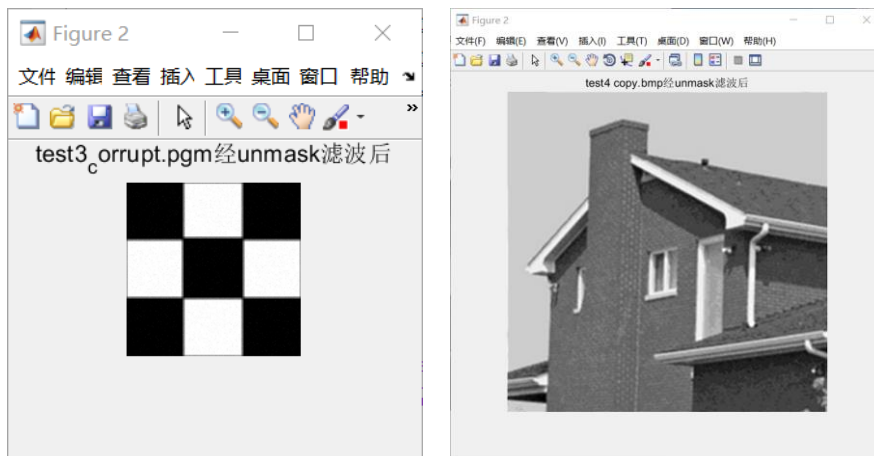
变换后



②Unmask
原图



处理后



3、结果分析

对比每组图像处理结果中的原始图像和滤波后的图像, 可以看到滤波器的边缘增强效果。

四、比较并讨论空域低通高通滤波与频域低通和高通的关系

空间域和频域滤波间的纽带是卷积定理。空间域中的滤波定义为滤波函数 $h(x, y)$ 与输入图像 $f(x, y)$ 进行卷积；频率域中的滤波定义为滤波函数 $H(u, v)$ 与输入图像的傅

里叶变换 $F(u, v)$ 进行相乘。空间域的滤波器和频率域的滤波器互为傅里叶变换。

频域增强技术与空域增强技术有密切的联系。一方面,许多空域增强技术可借助频域概念来分析和帮助设计;另一方面,许多空域增强技术可转化到频域实现,而许多频域增强技术可转化到空域实现。空域滤波主要包括平滑滤波和锐化滤波。平滑滤波是要滤除不规则的噪声或干扰的影响,从频域的角度看,不规则的噪声具有较高的频率,所以可用具有低通能力的频域滤波器来滤除。由此可见空域的平滑滤波对应频域的低通滤波。锐化滤波是要增强边缘和轮廓处的强度,从频域的角度看,边缘和轮廓处都具有较高的频率,所以可用具有高通能力的频域滤波器来增强。由此可见,空域的锐化滤波对应频域的高通滤波。频域里低通滤波器的转移函数应该对应空域里平滑滤波器的模板函数的傅里叶变换。频域里高通滤波器的转移函数应该对应空域里锐化滤波器的模板函数的傅里叶变换。即空域和频域的滤波器组成傅里叶变换对。给定一个域内的滤波器,通过傅里叶变换或反变换得到在另一个域内对应的滤波器。空域的锐化滤波或频域的高通滤波可用两个空域的平滑滤波器或两个频域的低通滤波器实现。在频域中分析图像的频率成分与图像的视觉效果间的对应关系比较直观。空域滤波在具体实现上和硬件设计上有一定优点。区别:例如,空域技术中无论使用点操作还是模板操作,每次都只是基于部分像素的性质,而频域技术每次都利用图像中所有像素的数据,具有全局性,有可能更好地体现图像的整体特性,如整体对比度和平均灰度值等。