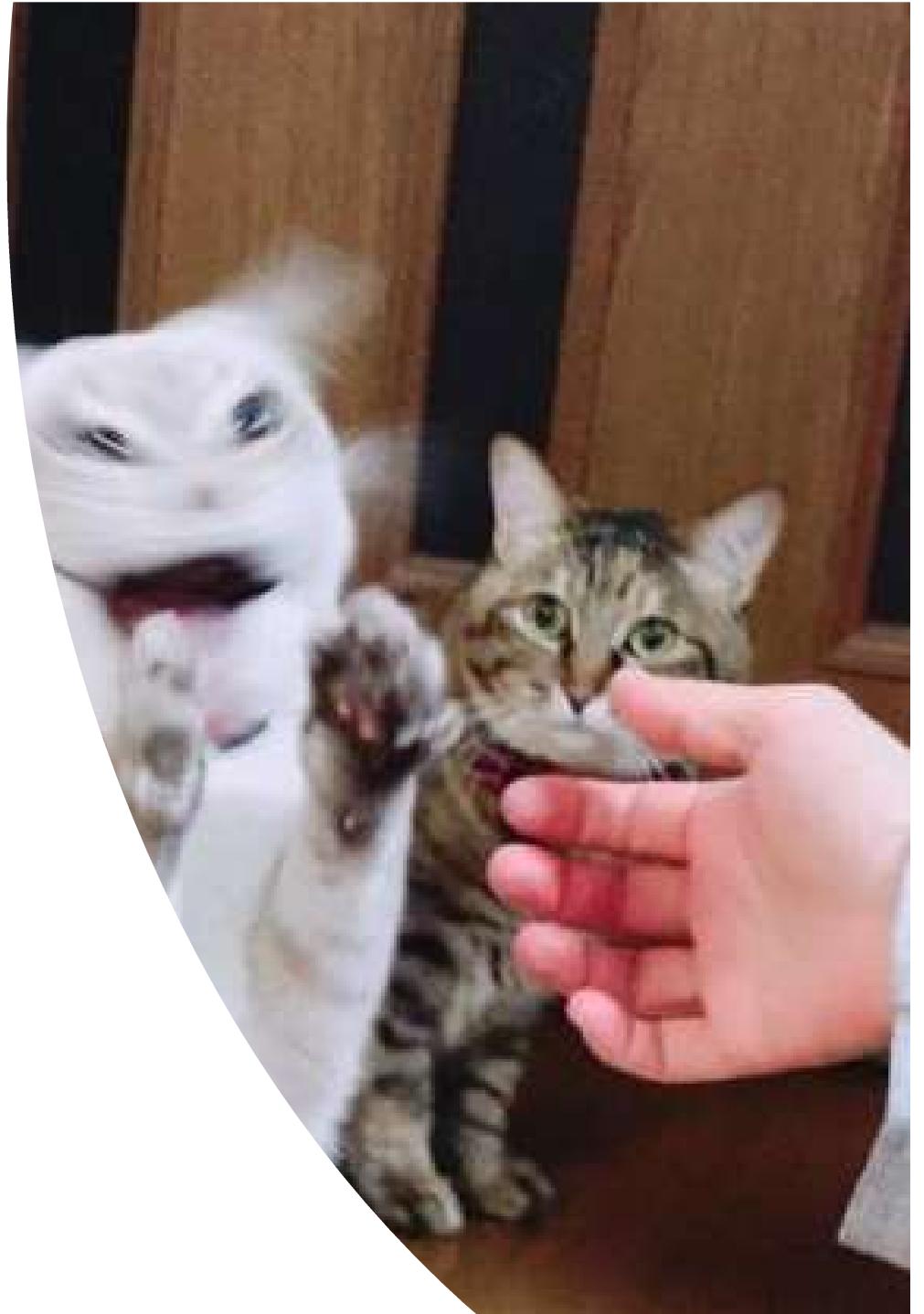
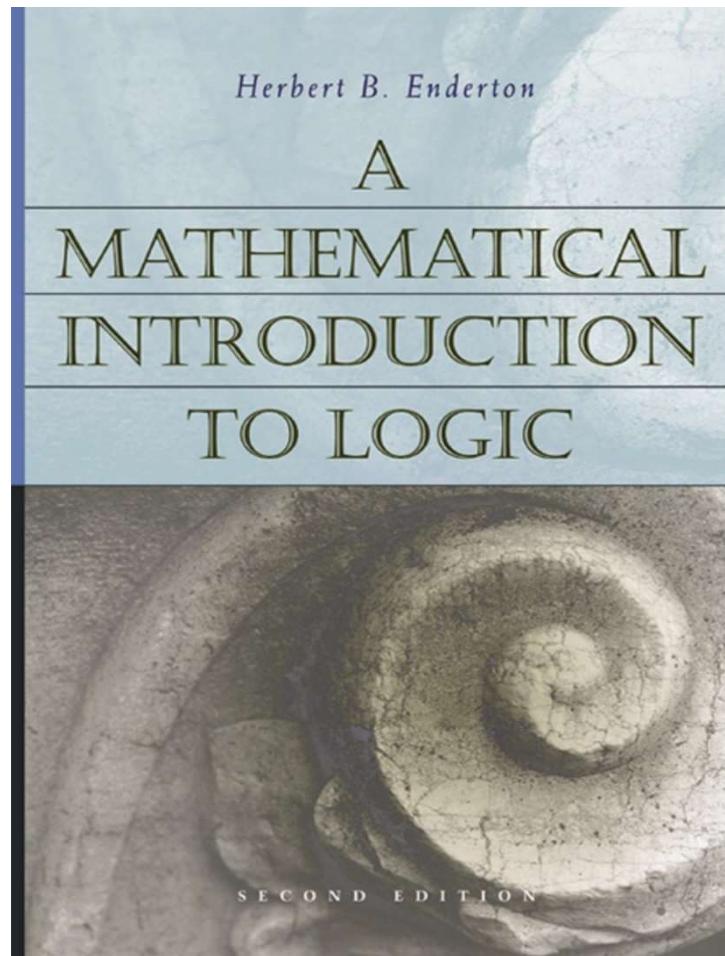

Deductive and Inductive Logic



2 read



Conjunctive normal form

Propositional connections

Rule of Resolution

Equivalence of the propos

Conclusion of the truth table

The laws of propositional logic

Łukasiewicz logic

reduction to conjunctive
normal form

Deductive reasoning

All countries of South America - republic
Brazil - the country of South America

Hence Brazil is a republic.

Deductive reasoning

All countries of South America - republic
China is not a country in South America

Hence, China is a republic

Deductive reasoning

All countries of Asia - republic
Thailand is the country of Asia

Hence, Thailand is a republic

Deductive reasoning

All books contain letters
"Brave new World" - a book

"Brave new World" contains letters

Deductive reasoning

All A is B

Some x is A

Hence x is B

Deductive reasoning

John's mother has a daughter

Hence John has a sister

Inductive reasoning

Brazil - the country of South America and the Republic

Chile - the country of South America and the Republic

Uruguay is the country of South America and the Republic

Consequently, all countries of South America - the Republic

Индуктивные рассуждения

Франция – страна Европы и республика

Германия – страна Европы и республика

Чехия – страна Европы и республика

∴ Все страны Европы – республики

Inductive reasoning

France is a country of Europe and a republic

Germany is a country of Europe and a republic

Italy is a country of Europe and a republic

Consequently, all countries of Europe - the Republic

Inductive reasoning

France is a country of Europe and a republic

Germany is a country of Europe and a republic

Italy is a country of Europe and a republic

Consequently, all countries of Europe - the Republic



Inductive reasoning

Brazil is a republic and a country of South America

Chile is a republic and a country of South America

Uruguay is a republic and a country of South America

Consequently, all the republics - the countries of South America

Inductive reasoning

Brazil is a republic and a country of South America

Chile is a republic and a country of South America

Uruguay is a republic and a country of South America

Consequently, all the republics - the countries of South America



Propositional connections

$$\neg 0 = 1, \quad \neg 1 = 0$$

Propositional connections

$$\neg 0 = 1, \quad \neg 1 = 0$$

<i>A</i>	<i>B</i>
0	0
0	1
1	0
1	1

Propositional connections

$$\neg 0 = 1, \quad \neg 1 = 0$$

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Propositional connections

$$\neg 0 = 1, \quad \neg 1 = 0$$

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

Propositional connections

$$\neg 0 = 1, \quad \neg 1 = 0$$

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

Пропозициональные связки

$$\neg 0 = 1, \quad \neg 1 = 0$$

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \oplus B$
0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$A \oplus B = (\neg A \wedge B) \vee (\neg B \wedge A)$$

Propositional connections

$$\neg 0 = 1, \quad \neg 1 = 0$$

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \oplus B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0	1

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$A \oplus B = (\neg A \wedge B) \vee (\neg B \wedge A)$$

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

Propositional connections

$$\neg 0 = 1, \quad \neg 1 = 0$$

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \oplus B$	$A \leftrightarrow B$	$A \uparrow B$
0	0	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	0

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$A \oplus B = (\neg A \wedge B) \vee (\neg B \wedge A)$$

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

$$A \uparrow B = \overline{A \vee B}$$

Propositional connections

$$\overline{0} = \neg 0 = 1, \quad \overline{1} = \neg 1 = 0$$

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \oplus B$	$A \leftrightarrow B$	$A \uparrow B$
0	0	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	0

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$A \oplus B = (\neg A \wedge B) \vee (\neg B \wedge A)$$

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

$$A \uparrow B = \overline{A \vee B}$$

Propositional connections

$$\overline{0} = \neg 0 = 1, \quad \overline{1} = \neg 1 = 0$$

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \oplus B$	$A \leftrightarrow B$	$A \uparrow B$	$A B$
0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	1	0	0

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$A \oplus B = (\neg A \wedge B) \vee (\neg B \wedge A)$$

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

$$A \uparrow B = \overline{A \vee B}$$

$$A|B = \overline{A \wedge B}$$

Modus ponens

$$\frac{A, A \rightarrow B}{B}$$

Łukasiewicz logic

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

A2 $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$

A3 $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow [(\neg A \rightarrow B) \rightarrow A]$

$X \rightarrow X?$

$$A2 \quad [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$

$X \rightarrow X?$

$$A2 \quad [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$
$$A = X, \ B = X \rightarrow X, \ C = X$$

$X \rightarrow X?$

$$A2 \quad [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$

$$A = X, \quad B = X \rightarrow X, \quad C = X$$

$$L1 \quad [X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$$

$X \rightarrow X?$

$$A2 [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$

$$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$$

$$L1 [X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$$

$$A1 A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$X \rightarrow X?$

$$A2 [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$

$$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$$

$$L1 [X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$$

$$A1 A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$A = X, B = X \rightarrow X$$

$X \rightarrow X?$

$$A2 [A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$$

$$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$$

$$L1 [X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$$

$$A1 A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$A = X, B = X \rightarrow X$$

$$L2 X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$$

$X \rightarrow X?$

A2 $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$

$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$

L1 $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$A = X, B = X \rightarrow X$

L2 $X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$

MP $(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$

$X \rightarrow X?$

A2 $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$

$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$

L1 $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$A = X, B = X \rightarrow X$

L2 $X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$

MP $(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$X \rightarrow X?$

A2 $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$

$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$

L1 $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$A = X, B = X \rightarrow X$

L2 $X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$

MP $(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$A = X, B = X$

$X \rightarrow X?$

A2 $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$

$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$

L1 $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$A = X, B = X \rightarrow X$

L2 $X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$

MP $(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$A = X, B = X$

L3 $X \rightarrow (X \rightarrow X)$

$X \rightarrow X?$

A2 $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$

$A = X, B = X \rightarrow X, C = X$

L1 $[X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)] \rightarrow [(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)]$

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$A = X, B = X \rightarrow X$

L2 $X \rightarrow ((X \rightarrow X) \rightarrow X)$

MP $(X \rightarrow (X \rightarrow X)) \rightarrow (X \rightarrow X)$

A1 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$A = X, B = X$

L3 $X \rightarrow (X \rightarrow X)$

MP $X \rightarrow X$

Conclusion of the truth table

- ▶ $X \rightarrow X$

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A$

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$

Conclusion of the truth table

- ▶ $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- ▶ $X \rightarrow \neg\neg X$

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X$

46

Таблица 1. ИНВЕРСИЯ ИЗМЕНЕНИЯ ПРИМЕР

Задачи

Помогите доказать выражение:

$$1. \vdash_{\mathcal{L}} (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A.$$

$$2. \neg A \rightarrow \neg B, A \vdash C \vdash \neg A \rightarrow C.$$

$$3. \neg A \vdash \neg B \vdash C \vdash (\neg A \rightarrow C).$$

$$4. \vdash_{\mathcal{L}} (\neg A \rightarrow \neg B) \vdash (\neg A \rightarrow B).$$

В индуктивных рассуждениях через неподвижные утверждения доказывают в предположении о верности другого утверждения ϕ , после чего заменяют, и перво утверждение ϕ на ψ , то есть, для индукции в этот прием обобщают следующую гипотезу.

Примером для (1) является выражение Логин Ф. инверсии формулы $\phi \rightarrow \psi$ — формула в $\Gamma, \phi \vdash \psi$, то $\Gamma \rightarrow \phi \vdash \psi$. В самом деле, если ϕ , то $\neg \phi \vdash \phi$ (Фройд [1960]).

Доказательство. Пусть ϕ_1, \dots, ϕ_n есть записи в $\Gamma \vdash \phi$, где $\phi = \phi_n$. Индуцировано по $i \in \{1, \dots, n\}$ правило, что $\Gamma \vdash \phi_i \vdash \phi$. Покажем, что ϕ является единой единицей Γ , т.е. фактически ϕ единственный в списке записей в ϕ . Для этого заметим (1), $\phi_1 \vdash (\neg \phi \rightarrow \phi)$ согласно Питону в первом двух случаях $\Gamma \vdash \neg \phi \vdash \phi$, по МП. В третьем случае, т.е. если ϕ состоит из $\neg \phi_1$ и единицы $\Gamma \vdash \neg \phi_1 \vdash \phi$, согласно Питону в первом случае $\Gamma \vdash \neg \phi_1 \vdash \phi$. Тогда единица списка $i < 1$ содержит $\neg \phi_1$, ввиду того что $\Gamma \vdash \neg \phi_1 \vdash \phi$ для любого $i < 1$. Для ϕ_1 имеет четыре возможности: либо это единица, либо $\neg \phi_1$, либо ϕ_1 , либо $\neg \phi_1$. Но ϕ_1 следует из единиц в предыдущих ϕ_m для $m < i$, т.е. ϕ_1 имеет вид $\phi_1 \vdash \phi$. В первом трех случаях $\Gamma \vdash \neg \phi_1 \vdash \phi$ доказывается так же, как для $i=1$. В последнем случае, при помощи индуктивного предположения, согласно второму Питону $\neg \phi_1 \vdash \phi$ и $\Gamma \vdash \neg \phi_1 \vdash (\phi_1 \vdash \phi)$. По стилю записи (A3), $\vdash (\phi_1 \vdash \phi) \vdash (\neg \phi_1 \vdash \phi) \vdash (\neg \phi_1 \vdash \phi_1 \vdash \phi)$. Следовательно, по МР, $\Gamma \vdash \neg \phi_1 \vdash \phi_1 \vdash \phi$, т.е. $\Gamma \vdash \neg \phi_1 \vdash \phi$. Таким образом, если предполагается, что Γ — это истина, то требуется доказать утверждение (1). Но, что, несомненно, доказательство возможно за конечное время ϕ в Γ и ϕ не могут быть идентичны, потому что в таблице истинности ϕ и ϕ не могут совпадать.

Следствие 1.3.

$$(1) \neg A \vdash \phi, \phi \vdash C \vdash \neg A \vdash C,$$

$$(2) \neg A \vdash (\phi \vdash C), \phi \vdash C \vdash \neg A.$$

Доказательство (1).

$$(1) \neg A \vdash \phi \text{ — гипотеза}$$

$$(2) \phi \vdash C \text{ — гипотеза}$$

*1. Мы считаем $\Gamma, \phi \vdash \psi$ эквивалентом $\Gamma \vdash (\phi \vdash \psi)$ и $\Gamma, \phi \vdash \psi$ эквивалентом $\vdash_{\mathcal{L}} (\phi \rightarrow \psi) \vdash \psi$.

§ 4. СОСТАВНАЯ АКСЕРВАЦИЯ ИЗМЕНЕНИЯ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

47

$$(\vdash_{\mathcal{L}} \phi \vdash \psi)$$

$$(\vdash_{\mathcal{L}} \phi)$$

$$(\vdash_{\mathcal{L}} \psi)$$

Таким образом, $\phi \vdash \psi$, $\phi \vdash \psi$, $\phi \vdash \psi$. Поэтому, неформально,

Доказательство (III) представляет проекта самостоимости и определяется как Попытка доказать.

Лемма 1.3. Для любой формулы ϕ , ϕ гладкими формулами являются следующие:

- | | |
|--|--|
| (1) $\neg(\phi \vdash \psi)$ | (2) $(\phi \vdash \psi) \vdash (\phi \vdash \psi \vdash \psi)$ |
| (3) $\phi \vdash \neg \phi$ | (4) $\phi \vdash \phi \vdash \phi$ |
| (5) $\neg(\phi \vdash \phi)$ | (6) $(\phi \vdash \phi) \vdash ((\phi \vdash \phi) \vdash \phi)$ |
| (7) $\neg(\phi \vdash \phi \vdash \phi)$ | |

Доказательство

$$(1) \vdash_{\mathcal{L}} \neg(\phi \vdash \psi)$$

$$1. \Gamma, \phi \vdash \psi \vdash \phi \vdash \psi$$

$$2. \neg(\phi \vdash \psi)$$

смеж. правило (A3)
лемма 1.7*)

3. $\Gamma, \phi \vdash \neg \phi \vdash \phi$
1. 2, следствие
1.5 (1)

4. $\neg(\phi \vdash \phi) \vdash \neg(\phi \vdash \phi)$
смеж. правило (A3)

5. $\neg(\phi \vdash \phi) \vdash \phi$
3. 4, следствие
1.8 (1)

$$(2) \vdash_{\mathcal{L}} (\phi \vdash \psi) \vdash (\phi \vdash \psi \vdash \psi)$$

1. $(\phi \vdash \psi) \vdash (\phi \vdash \psi \vdash \psi)$
смеж. правило (A5)
шаг (1), доказано

2. $\vdash_{\mathcal{L}} \phi \vdash \psi$
одн. правило

3. $\vdash_{\mathcal{L}} \neg(\phi \vdash \psi) \vdash \phi \vdash \psi$
1. 2, МР

4. $\phi \vdash \psi \vdash \phi \vdash \psi$
смеж. правило (A3)

5. $\phi \vdash \psi \vdash \phi$
3. 4, следствие
1.9 (1)

$$(3) \vdash_{\mathcal{L}} \phi \vdash \neg \phi$$

1. $\neg \phi$
попытка

2. ϕ
попытка

*1. Вместо того чтобы приводить в этом месте записи для $\neg \phi \vdash \neg \phi$, мы просто указываем в строке (1) Попытка такие образцы, как указанные на 1, что в этом месте записи для $\neg \phi \vdash \neg \phi$ не было записано, подчеркнуто из желания драги в место Равнозначности, то есть, что записи не являются равной различающимся записью.

Conclusion of the truth table

- ▶ $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- ▶ $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A$

Conclusion of the truth table

- ▶ $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- ▶ $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

$$\frac{A}{\neg A}$$

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1
1	0

Conclusion of the truth table

- ▶ $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- ▶ $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1
1	0

- ▶ $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1
1	0

- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $\neg X \rightarrow (X \rightarrow Y) \Rightarrow \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1
1	0

- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $\neg X \rightarrow (X \rightarrow Y) \Rightarrow \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
- $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1
1	0

- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $\neg X \rightarrow (X \rightarrow Y) \Rightarrow \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
- $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$

A	B	$A \rightarrow B$
-----	-----	-------------------

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1
1	0

- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $\neg X \rightarrow (X \rightarrow Y) \Rightarrow \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
- $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1
1	0

- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $\neg X \rightarrow (X \rightarrow Y) \Rightarrow \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
- $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1
1	0

- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $\neg X \rightarrow (X \rightarrow Y) \Rightarrow \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
- $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0

Conclusion of the truth table

- $X \rightarrow X \Rightarrow \neg A \rightarrow \neg A \Rightarrow \neg(\neg A) \rightarrow (\neg A)$
- $X \rightarrow \neg\neg X \Rightarrow A \rightarrow \neg\neg A \Rightarrow A \rightarrow \neg(\neg A)$

A	$\neg A$
0	1
1	0

- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $\neg X \rightarrow (X \rightarrow Y) \Rightarrow \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$
- $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Conclusion of the truth table

- $A \vee B := \neg A \rightarrow B$

Conclusion of the truth table

- $A \vee B := \neg A \rightarrow B$

A	B	$\neg A$	$\neg A \rightarrow B = A \vee B$
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	1

Conclusion of the truth table

- $A \vee B := \neg A \rightarrow B$

A	B	$\neg A$	$\neg A \rightarrow B = A \vee B$
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	1

- $A \wedge B := \neg(A \rightarrow \neg B)$

Conclusion of the truth table

- $A \vee B := \neg A \rightarrow B$

A	B	$\neg A$	$\neg A \rightarrow B = A \vee B$
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	0	1

- $A \wedge B := \neg(A \rightarrow \neg B)$

A	B	$\neg B$	$A \rightarrow \neg B$	$\neg(A \rightarrow \neg B) = A \wedge B$
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}?$$

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}?$$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}?$$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0	1				
0	1	1				
1	0	0				
1	1	0				

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}?$$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0	1	1			
0	1	1	0			
1	0	0	1			
1	1	0	0			

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}?$$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0	1	1	1		
0	1	1	0	0		
1	0	0	1	0		
1	1	0	0	0		

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}?$$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	0	1	
1	0	0	1	0	1	
1	1	0	0	0	1	

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}?$$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}$$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}$$

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}$$

$$(\overline{A} \wedge \overline{B}) \leftrightarrow (\overline{A \vee B})$$

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}$$

$$(\overline{A} \wedge \overline{B}) \leftrightarrow (\overline{A \vee B})$$

$$[(\overline{A} \wedge \overline{B}) \rightarrow (\overline{A \vee B})] \wedge [(\overline{A \vee B}) \rightarrow (\overline{A} \wedge \overline{B})]$$

Equivalence of the proposition

$$\overline{A} \wedge \overline{B} = \overline{A \vee B}$$

$$(\overline{A} \wedge \overline{B}) \leftrightarrow (\overline{A \vee B})$$

$$[(\overline{A} \wedge \overline{B}) \rightarrow (\overline{A \vee B})] \wedge [(\overline{A \vee B}) \rightarrow (\overline{A} \wedge \overline{B})]$$

$$\mathcal{L} \vdash [(\overline{A} \wedge \overline{B}) \rightarrow (\overline{A \vee B})] \wedge [(\overline{A \vee B}) \rightarrow (\overline{A} \wedge \overline{B})]$$

The laws of propositional logic

Ассоциативность

$$\begin{array}{ll} A \vee (B \vee C) = & A \wedge (B \wedge C) = \\ = (A \vee B) \vee C = & = (A \wedge B) \wedge C = \\ = A \vee B \vee C & = A \wedge B \wedge C \end{array}$$

Коммутативность

$$A \vee B = B \vee A \qquad A \wedge B = B \wedge A$$

Константы и идемпотентность

$$\begin{array}{ll} A \vee 1 = 1 & A \wedge 1 = A \\ A \vee 0 = A & A \wedge 0 = 0 \\ A \vee A = A & A \wedge A = A \end{array}$$

Дистрибутивность

$$\begin{array}{ll} A \vee (B \wedge C) = & A \wedge (B \vee C) = \\ = (A \vee C) \wedge (A \vee C) & = (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \end{array}$$

Отрицание отрицания

$$\neg\neg A = A$$

Законы де Моргана

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B} \qquad \overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$$

Conjunctive normal form

$$\begin{aligned}(A \vee B \vee C) &\quad \wedge \\(\neg A \vee B \vee \neg C) &\quad \wedge \\(\neg A)\end{aligned}$$

Conjunctive normal form

$\neg A$

Conjunctive normal form

$$\begin{aligned}\neg A \\ \neg A \vee B\end{aligned}$$

Conjunctive normal form

$\neg A$

$\neg A \vee B$

$(A \vee B) \vee C$

Conjunctive normal form

$\neg A$

$\neg A \vee B$

$(A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$

Conjunctive normal form

$\neg A$

$\neg A \vee B$

$(A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$

$(A \vee B) \wedge C$

Conjunctive normal form

$\neg A$

$\neg A \vee B$

$(A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$

$(A \vee B) \wedge C$

$(A \vee B) \wedge (\neg C \vee D)$

Conjunctive normal form

$\neg A$

$\neg A \vee B$

$(A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$

$(A \vee B) \wedge C$

$(A \vee B) \wedge (\neg C \vee D)$

$(A \wedge B) \vee C$

Conjunctive normal form

$\neg A$

$\neg A \vee B$

$(A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$

$(A \vee B) \wedge C$

$(A \vee B) \wedge (\neg C \vee D)$

$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$

reduction to conjunctive normal form

$$\neg A \rightarrow \overline{B \rightarrow C}$$

reduction to conjunctive normal form

$$\frac{\neg A \rightarrow \overline{B \rightarrow C}}{A \vee \overline{\neg B \vee C}}$$

reduction to conjunctive normal form

$$\begin{array}{c} \neg A \rightarrow \overline{B \rightarrow C} \\ A \vee \overline{\neg B \vee C} \\ A \vee (B \wedge \neg C) \end{array}$$

reduction to conjunctive normal form

$$\begin{aligned}\neg A \rightarrow \overline{B \rightarrow C} \\ A \vee \overline{\neg B \vee C} \\ A \vee (B \wedge \neg C) \\ (A \vee B) \wedge (A \vee \neg C)\end{aligned}$$

Rule of Resolution

$$\frac{A \vee B, \neg A \vee C}{B \vee C}$$

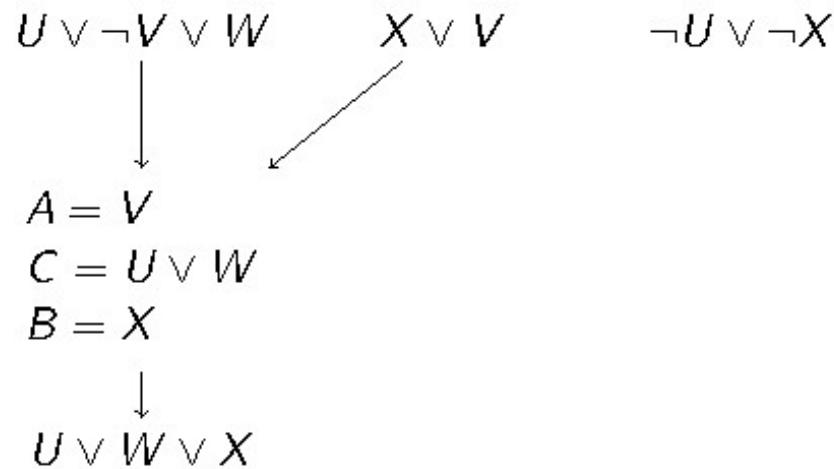
Rule of Resolution

$$\frac{A \vee B, \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$U \vee \neg V \vee W$ $X \vee V$ $\neg U \vee \neg X$

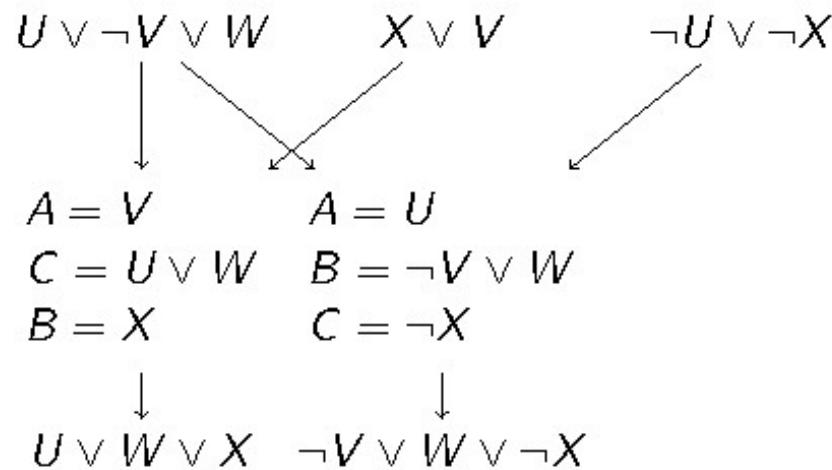
Rule of Resolution

$$\frac{A \vee B, \neg A \vee C}{B \vee C}$$



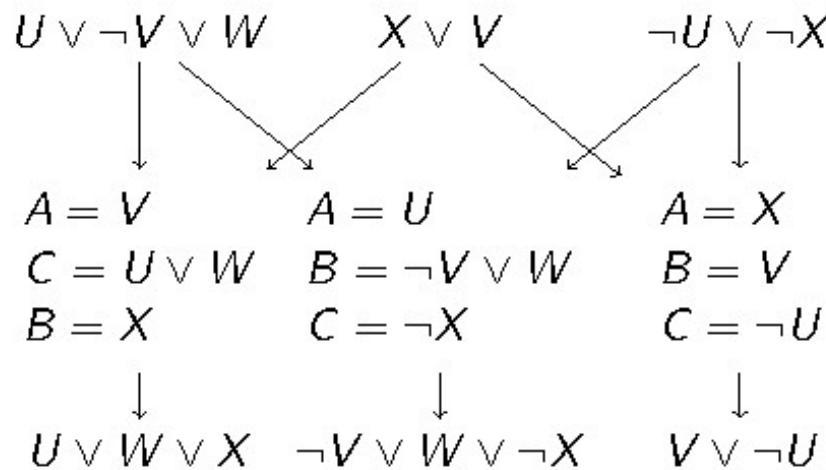
Rule of Resolution

$$\frac{A \vee B, \neg A \vee C}{B \vee C}$$



Rule of Resolution

$$\frac{A \vee B, \neg A \vee C}{B \vee C}$$



Rule of Resolution

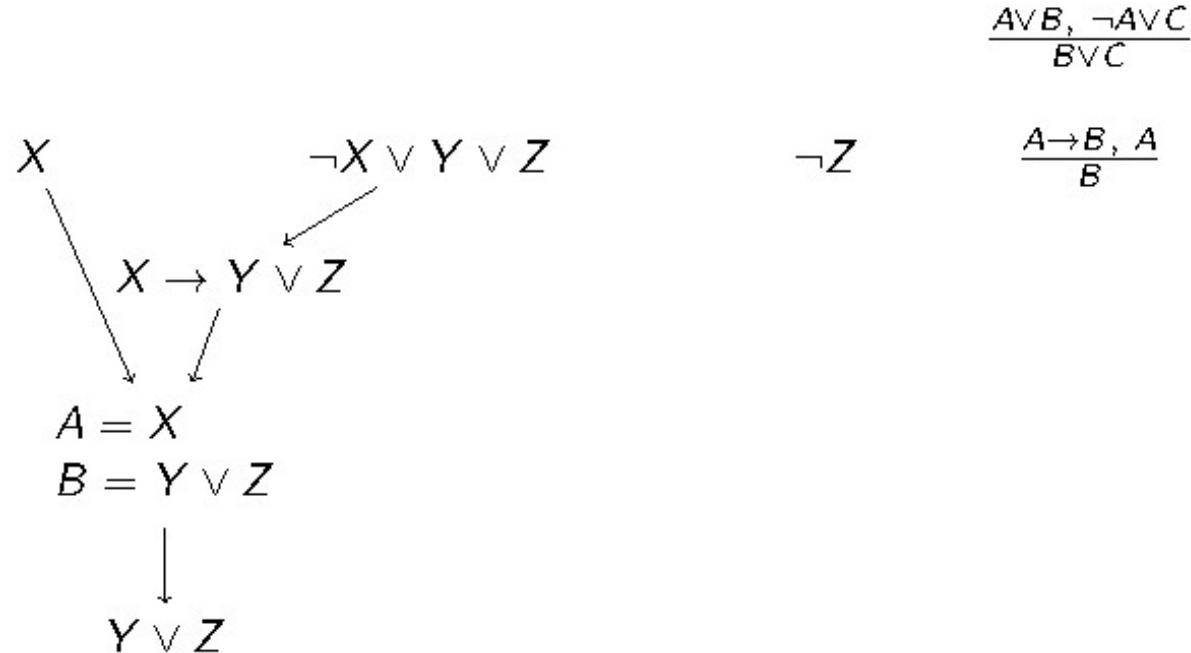
$$\frac{A \vee B, \neg A \vee C}{B \vee C}$$

X

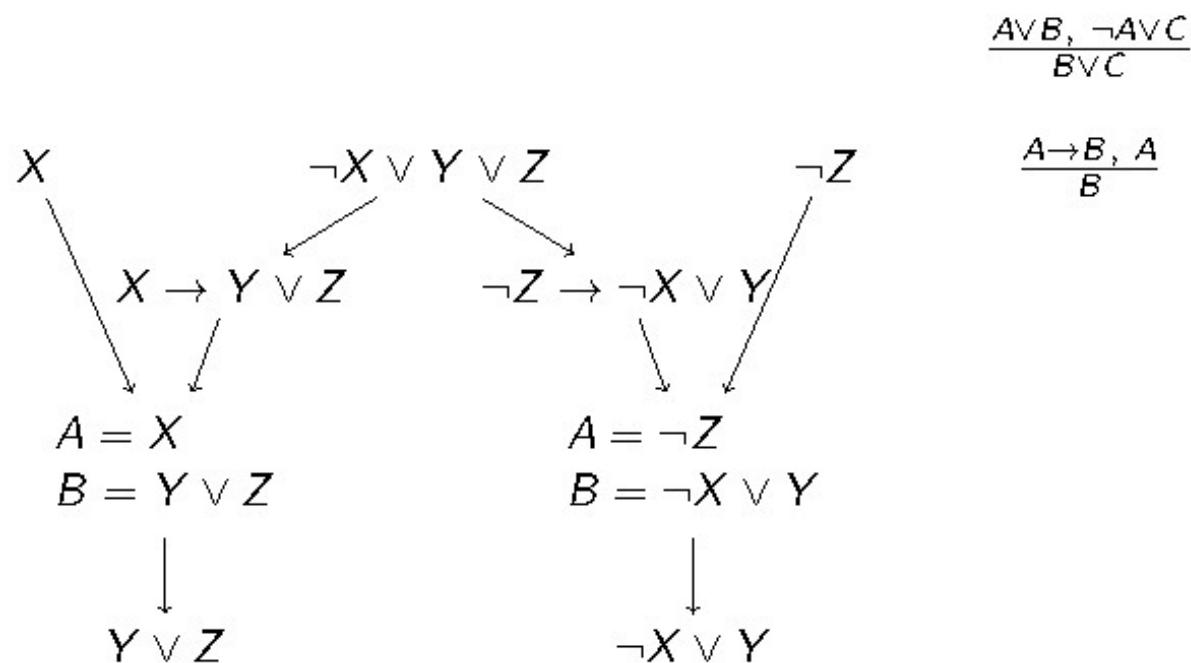
$\neg X \vee Y \vee Z$

$\neg Z$

Rule of Resolution

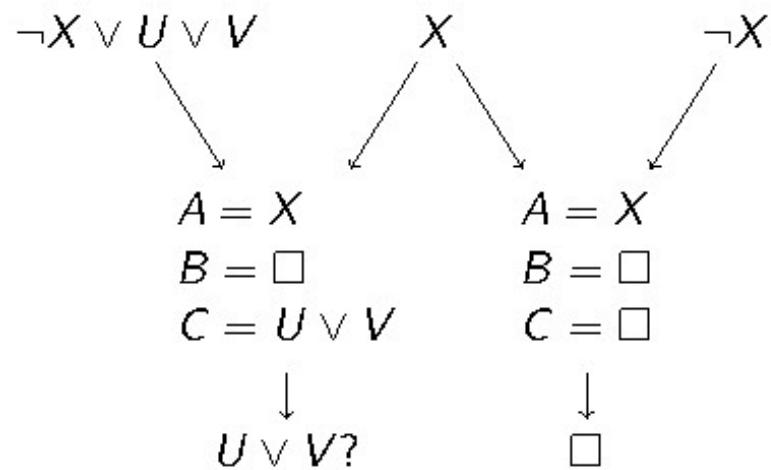


Rule of Resolution



Rule of Resolution

$$\frac{A \vee B, \neg A \vee C}{B \vee C}$$



Rule of Resolution

$$\neg X \vee \neg Y \vee U \quad X \vee Y \vee V$$

Rule of Resolution

$$\begin{array}{ccc} \neg X \vee \neg Y \vee U & & X \vee Y \vee V \\ \diagdown & & \diagup \\ & U \vee V & \end{array}$$

Rule of Resolution

$$\frac{A \vee B, \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$$\neg X \vee \neg Y \vee U \quad X \vee Y \vee V$$



$$A = X \vee Y$$

$$B = V$$

$$C = U$$

Rule of Resolution

$$\frac{A \vee B, \neg A \vee C}{B \vee C}$$

$$\neg X \vee \neg Y \vee U \quad X \vee Y \vee V$$



$$B = V$$

$$C = U$$

$$\neg A = \neg X \vee \neg Y$$

$$\neg A = \neg(X \vee Y) = \neg X \wedge \neg Y$$

Rule of Resolution

$$\begin{array}{ccc} \neg X \vee \neg Y \vee U & X \vee Y \vee V \\ \searrow & \swarrow \\ A = X & \\ B = Y \vee V & \\ C = \neg Y \vee U & \end{array}$$

Rule of Resolution

$$\begin{array}{ccc} \neg X \vee \neg Y \vee U & X \vee Y \vee V \\ \searrow & \swarrow \\ A = X & \\ B = Y \vee V & \\ C = \neg Y \vee U & \\ \downarrow \\ Y \vee V \vee \neg Y \vee U = 1 \end{array}$$

Resolution method

Доказать:

$$\frac{A_1, A_2, \dots, A_n}{B}$$

Resolution method

Доказать:

$$A_1, A_2, \dots, A_n \vdash B$$

Resolution method

Доказать:

$$A_1, A_2, \dots, A_n \vdash B$$

Эквивалентно:

$$A_1, A_2, \dots, A_n, \neg B \vdash \square$$

Resolution method

Доказать:

$$A_1, A_2, \dots, A_n \vdash B$$

Эквивалентно:

$$A_1, A_2, \dots, A_n, \neg B \vdash \square$$

Алгоритм:

1. Привести $A_1, A_2, \dots, A_n, \neg B$ в КНФ
2. Применять правило резолюций, пока не получится пустая дизъюнкция

Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$

Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$

Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$
- ▶ $A \vee B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vee B, A$

Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$
- ▶ $A \vee B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vee B, A$

$$A \vee B \quad \neg A \vee \neg B \quad \neg A \vee B \quad A$$

Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

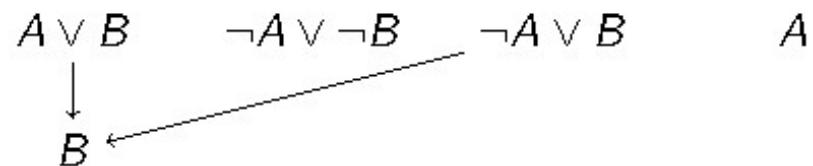
- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$
- ▶ $A \vee B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vee B, A$

$$\begin{array}{ccccccc} A \vee B & & \neg A \vee \neg B & & \neg A \vee B & & A \\ \downarrow & & \nearrow & & & & \\ 1 & & & & & & \end{array}$$

Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

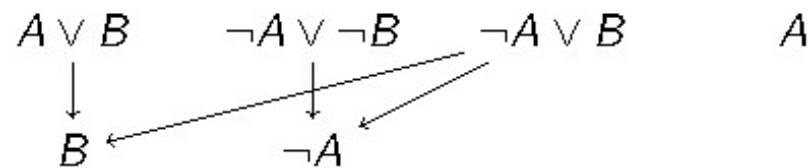
- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$
- ▶ $A \vee B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vee B, A$



Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

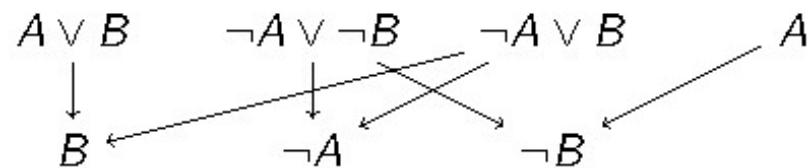
- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$
- ▶ $A \vee B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vee B, A$



Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

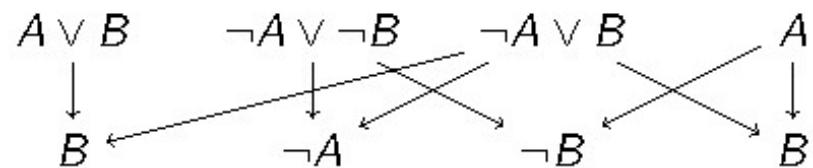
- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$
- ▶ $A \vee B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vee B, A$



Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

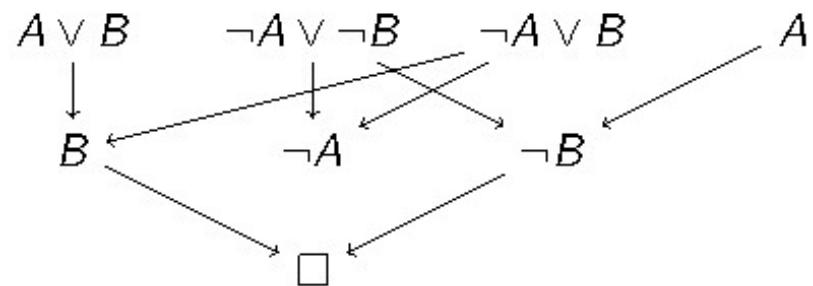
- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$
- ▶ $A \vee B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vee B, A$



Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

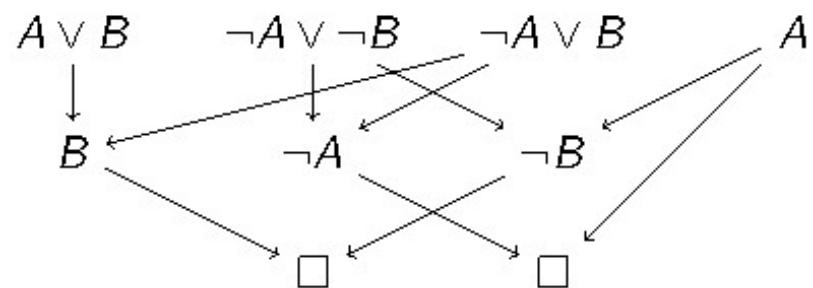
- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$
- ▶ $A \vee B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vee B, A$



Resolution method

Доказать: $A \oplus B, A \rightarrow B \vdash \neg A$

- ▶ $A \oplus B, A \rightarrow B, A$
- ▶ $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B), \neg A \vee B, A$
- ▶ $A \vee B, \neg A \vee \neg B, \neg A \vee B, A$



Compilation of rules

Статья 166. Неправомерное завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения

- 1.** Неправомерное завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения (угон) – наказывается...
- 2-3.** ...
- 4.** Деяния, предусмотренные частями первой, второй или третьей настоящей статьи, совершенные с применением насилия, опасного для жизни или здоровья, либо с угрозой применения такого насилия, — ...

Compilation of rules

Статья 166. Неправомерное завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения

1. Неправомерное **завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения** (угон) – наказывается...
- 2-3. ...
4. Деяния, предусмотренные частями первой, второй или третьей настоящей статьи, совершенные с применением насилия, опасного для жизни или здоровья, либо с угрозой применения такого насилия, — ...

Compilation of rules

Статья 166. Неправомерное завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения

1. Неправомерное **завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения** (угон) – наказывается...
- 2-3. ...
4. Деяния, предусмотренные частями первой, второй или третьей настоящей статьи, совершенные с применением насилия, опасного для жизни или здоровья, либо с угрозой применения такого насилия, — ...

$Z \wedge A \wedge \neg C \rightarrow Y.1$

Compilation of rules

Статья 166. Неправомерное завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения

1. Неправомерное **завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения** (угон) – наказывается...
- 2-3. ...
4. Деяния, предусмотренные частями первой, второй или третьей настоящей статьи, совершенные с применением насилия, опасного для жизни или здоровья, либо с угрозой применения такого насилия, — ...

$\neg Z \vee \neg A \vee C \vee Y.1$

Compilation of rules

**Статья 166. Неправомерное завладение
автомобилем или иным транспортным средством
без цели хищения**

1. Неправомерное завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения (угон) – наказывается...
- 2-3. ...
4. Деяния, предусмотренные частями первой, второй или третьей настоящей статьи, совершенные **с применением насилия**, опасного для жизни или здоровья, либо с угрозой применения такого насилия, — ...

$\neg Z \vee \neg A \vee C \vee Y.1$

Compilation of rules

**Статья 166. Неправомерное завладение
автомобилем или иным транспортным средством
без цели хищения**

1. Неправомерное завладение автомобилем или иным транспортным средством без цели хищения (угон) – наказывается...
- 2-3. ...
4. Деяния, предусмотренные частями первой, второй или третьей настоящей статьи, совершенные **с применением насилия**, опасного для жизни или здоровья, либо с угрозой применения такого насилия, — ...

$\neg Z \vee \neg A \vee C \vee U.1$
 $\neg Z \vee \neg A \vee C \vee \neg H \vee U.4$

Составление правил

Статья 162. Разбой

1. Разбой, то есть нападение в целях хищения чужого имущества, совершенное с применением насилия, опасного для жизни или здоровья, либо с угрозой применения такого насилия, —

...

$\neg Z \vee \neg A \vee C \vee Y.1$

$\neg Z \vee \neg A \vee C \vee \neg H \vee Y.4$

Compilation of rules

Статья 162. Разбой

1. Разбой, то есть нападение в целях хищения чужого имущества, совершенное с применением насилия, опасного для жизни или здоровья, либо с угрозой применения такого насилия, —
...

$\neg Z \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1$
 $\neg Z \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4$
 $\neg H \vee \neg C \vee P$

Compilation of rules

Статья 158. Кражा

1. Кражा, то есть тайное хищение чужого имущества, — ...

$\neg Z \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1$

$\neg Z \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4$

$\neg H \vee \neg C \vee P$

Compilation of rules

Статья 158. Кража

1. Кража, то есть тайное хищение чужого имущества, — ...

$\neg Z \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1$

$\neg Z \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4$

$\neg H \vee \neg C \vee P$

$\neg Z \vee \neg C \vee H \vee K$

Logic inference

$\neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1$

$\neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4$

$\neg H \vee \neg C \vee P$

$\neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K$

Logic inference

$$\begin{array}{l} \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K \end{array} \xrightarrow{3}$$

Logic inference

$$\begin{array}{l} \neg 3 \vee \neg A \vee C \vee Y.1 \\ \neg 3 \vee \neg A \vee C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K \end{array} \xrightarrow{3} \begin{array}{l} \neg A \vee C \vee Y.1 \\ \neg A \vee C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg C \vee H \vee K \end{array}$$

Logic inference

$$\begin{array}{c} \neg 3 \vee \neg A \vee C \vee Y.1 \\ \neg 3 \vee \neg A \vee C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K \end{array} \xrightarrow{3} \begin{array}{c} \neg A \vee C \vee Y.1 \\ \neg A \vee C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg C \vee H \vee K \end{array}$$

$\neg H$

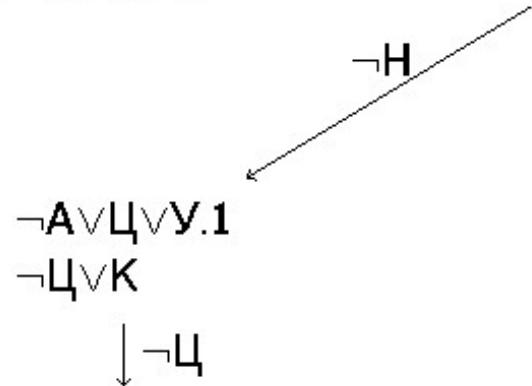
Logic inference

$$\begin{array}{c} \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K \end{array} \xrightarrow{3} \begin{array}{c} \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg C \vee H \vee K \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \neg H \\ \swarrow \\ \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg C \vee K \end{array}$$

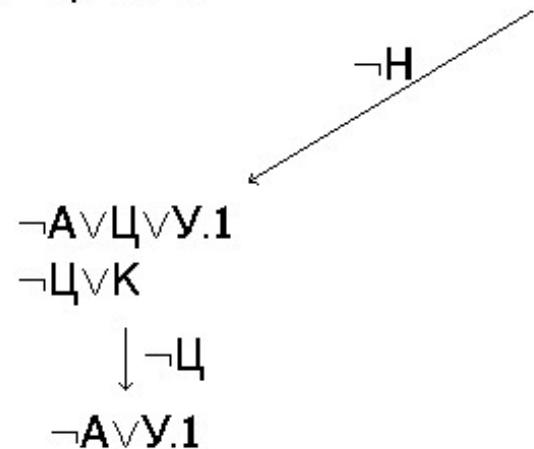
Logic inference

$$\begin{array}{c} \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K \end{array} \xrightarrow{3} \begin{array}{c} \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg C \vee H \vee K \end{array}$$



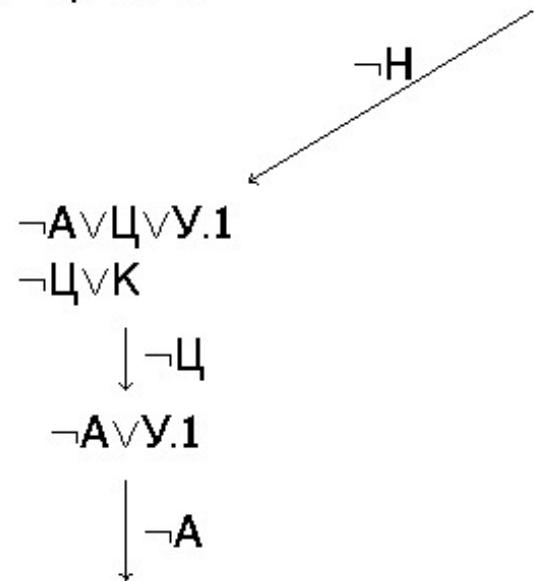
Logic inference

$$\begin{array}{c} \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K \end{array} \xrightarrow{3} \begin{array}{c} \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg C \vee H \vee K \end{array}$$



Logic inference

$$\begin{array}{c} \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K \end{array} \xrightarrow{3} \begin{array}{c} \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg C \vee H \vee K \end{array}$$



Logic inference

$$\begin{array}{c} \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K \end{array} \xrightarrow{3} \begin{array}{c} \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg C \vee H \vee K \end{array}$$

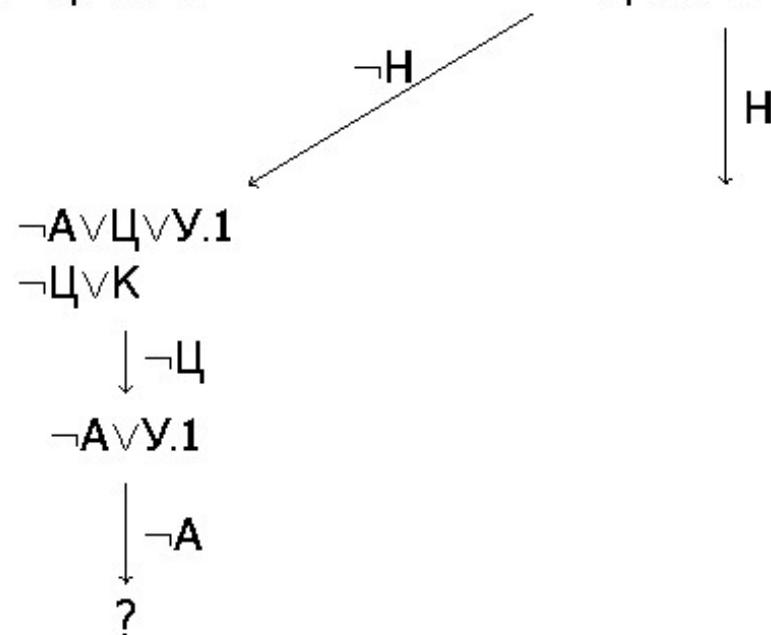
$$\begin{array}{c} \neg H \\ \swarrow \\ \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg C \vee K \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \neg C \\ \neg A \vee Y.1 \end{array}$$

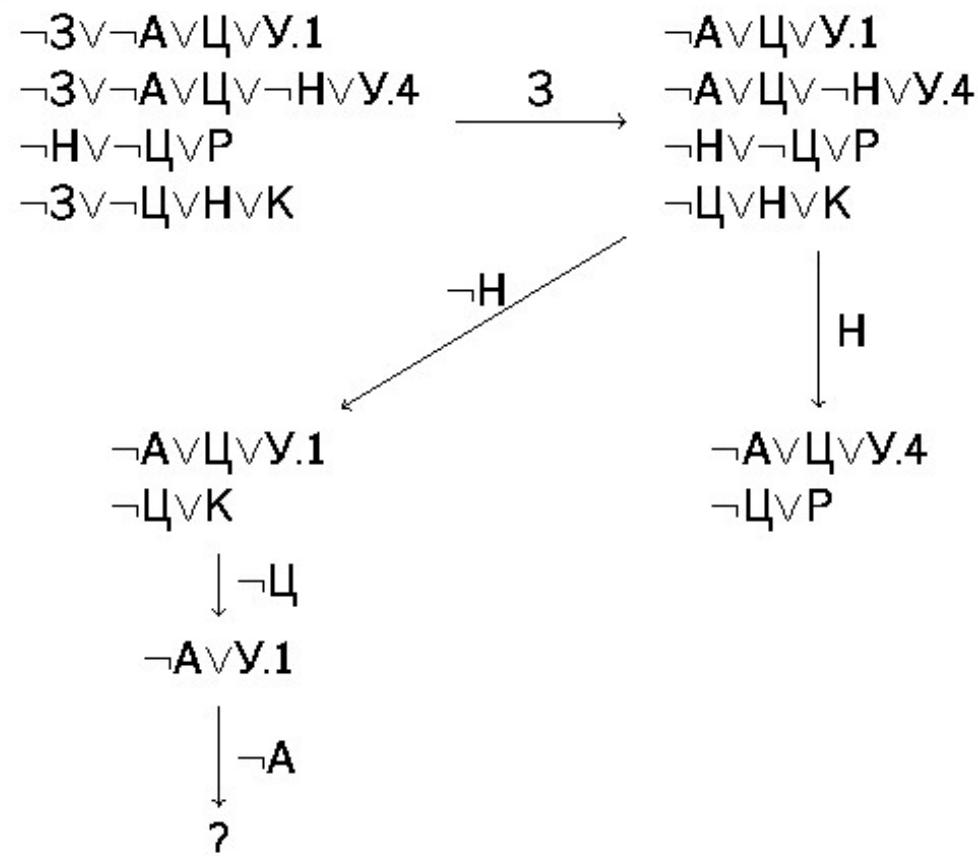
$$\begin{array}{c} \downarrow \neg A \\ ? \end{array}$$

Logic inference

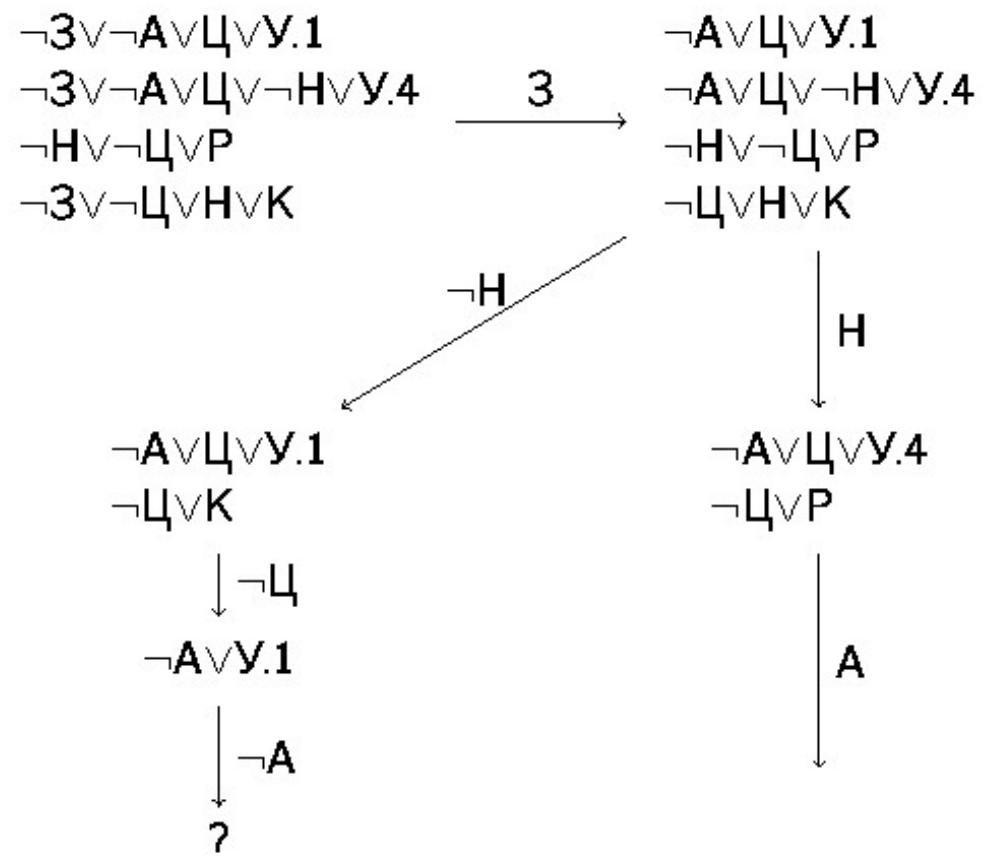
$$\begin{array}{c} \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg 3 \vee \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg 3 \vee \neg C \vee H \vee K \end{array} \xrightarrow{3} \begin{array}{c} \neg A \vee \neg C \vee Y.1 \\ \neg A \vee \neg C \vee \neg H \vee Y.4 \\ \neg H \vee \neg C \vee P \\ \neg C \vee H \vee K \end{array}$$



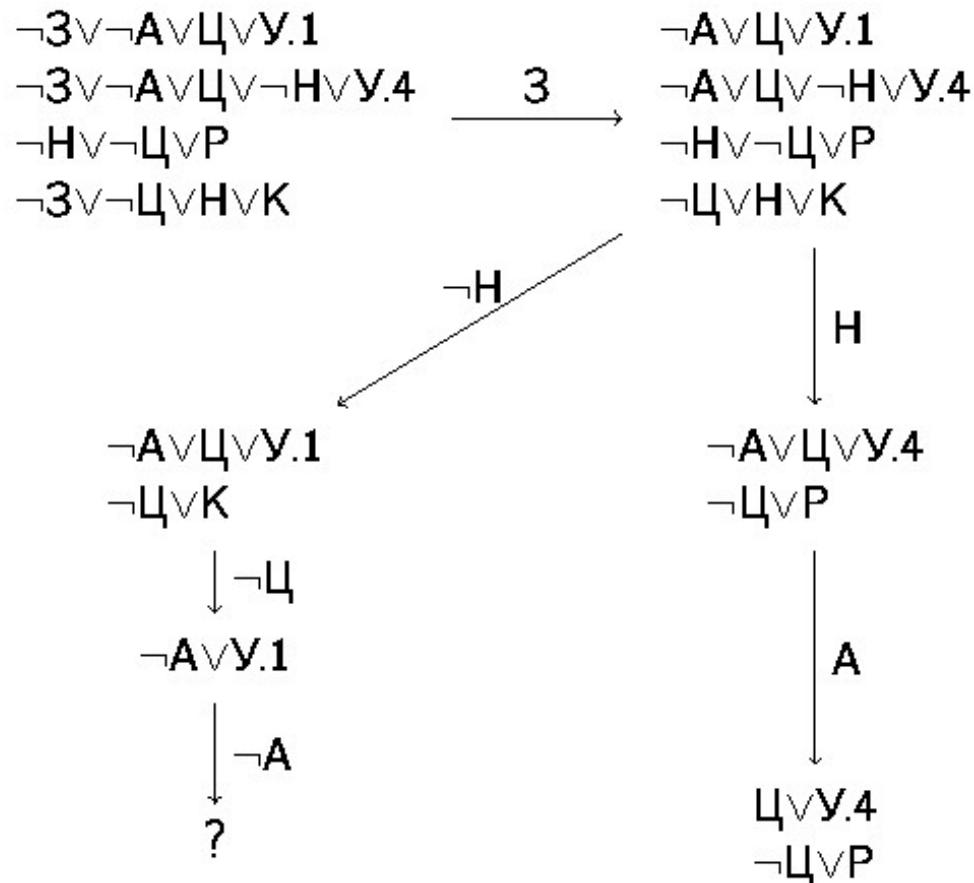
Logic inference



Logic inference



Logic inference



Expert system work

M: ?

Expert system work

M: ?

O: 3!

Expert system work

M: ?

O: 3!

M: H?

Expert system work

M: ?

O: 3!

M: H?

O: *why?*

Expert system work

M: ?

O: 3!

M: H?

O: *why?*

M: ...

Expert system work

M: ?

O: 3!

M: H?

O: *why?*

M: ...

M: H?

Expert system work

M: ?

O: 3!

M: H?

O: *why?*

M: ...

M: H?

O: $\neg H!$

Expert system work

M: ?

O: 3!

M: H?

O: *why?*

M: ...

M: H?

O: $\neg H$!

M: 4?

Expert system work

M: ?

O: З!

M: H?

O: *why?*

M: ...

M: H?

O: $\neg H$!

M: Γ ?

O: Γ !

Expert system work

M: ?

O: З!

M: H?

O: *why?*

M: ...

M: H?

O: $\neg H$!

M: Γ ?

O: Γ !

M: K!

Expert system work

M: ?

O: З!

M: H?

O: *why?*

M: ...

M: H?

O: $\neg H$!

M: Γ ?

O: Γ !

M: K!

O: *how?*

Expert system work

M: ?

O: З!

M: H?

O: *why?*

M: ...

M: H?

O: $\neg H$!

M: Γ ?

O: Γ !

M: K!

O: *how?*

M: ...