



# IMAGE - ANALYSE ET TRAITEMENTS D'IMAGES

Formation des images

# PLAN

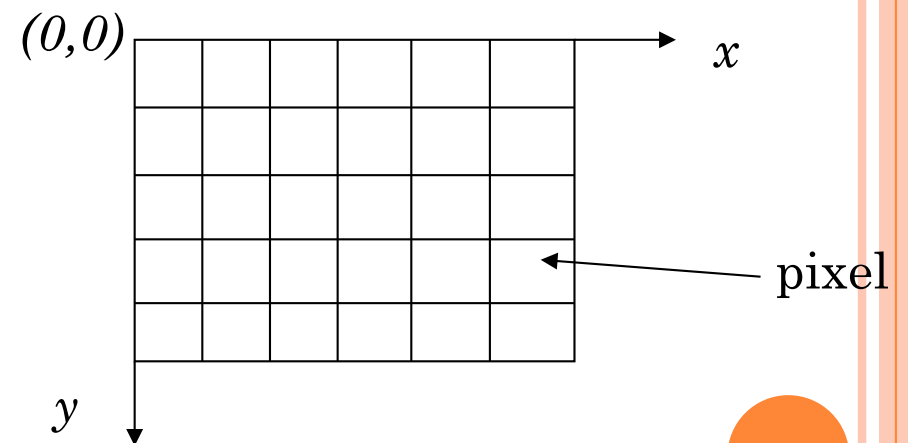
- Introduction
- Obtention d'images numériques
  - Propriétés du système visuel humain
  - Acquisition d'une image numérique
  - Échantillonnage
  - Quantification
  - Discrétisation de l'espace d'acquisition

# INTRODUCTION

- Qu'est-ce qu'une image?

« Reproduction exacte ou représentation analogique d'un être, d'une chose » [Petit Robert]

- Fonction bidimensionnelle :  $f(x,y)$
- $f$  en chaque point  $(x,y)$  est proportionnel à l'intensité de l'image en ce point
- Une image numérisée
  - est une discrétisation selon  $x$  et  $y$  et en intensité
  - est composée de pixels (*picture element*)



# INTRODUCTION

## Différents types d'images [3]

		IMAGES PHYSIQUES				MATHÉM.	
		MATÉRIELLES			IMMATÉRIELLES		
		VISIBLES		NON VISIBLES			
		VOLATILES	PERMANENTES	VOLATILES	PERMANENTES	PAR EXTENSION	FONCTIONS
ANALOGIQUES		<ul style="list-style-type: none"><li>• scènes de la vie</li><li>• images optiques visibles</li><li>• images sur écran vidéo</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• photos</li><li>• dessins</li><li>• peintures</li></ul> <p>« pictures »</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• vues IR,UV</li><li>• images nucléaires</li><li>• signaux électriques vidéo</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• images sur vidéo-cassette, vidéo-disque</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• cartes de température, de pression</li><li>• phénomène physique, chimique,... à 2 dimensions</li></ul>	$f(x,y)$ <ul style="list-style-type: none"><li>• modèles analogiques d'images</li></ul>
	NUMÉRIQUES	<ul style="list-style-type: none"><li>• images sur écran LCD</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• sorties sur imprimante</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• images numérisées, mémorisées sur RAM</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• images sur disque dur, disquette, bande, CD-Rom, CDI, CD-Photo</li></ul>		$f_{ij}$ <ul style="list-style-type: none"><li>• images de synthèse</li><li>• modèles numériques d'images</li></ul>

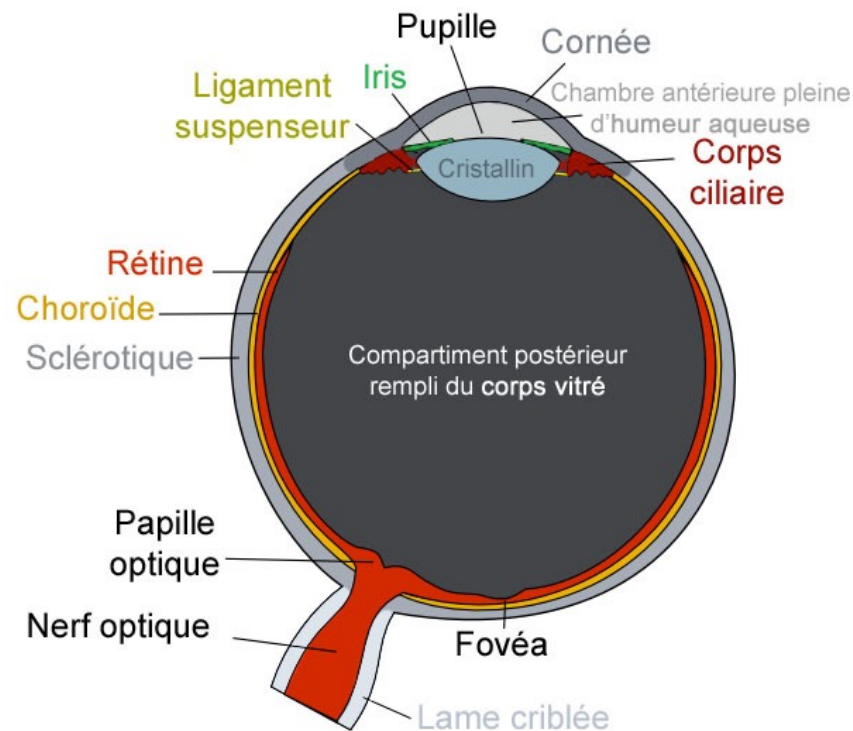
# PLAN

- Introduction
- Obtention d'images numériques
  - Propriétés du système visuel humain
  - Acquisition d'une image numérique
  - Discrétisation de l'espace d'acquisition
  - Échantillonnage
  - Quantification

# PROPRIÉTÉS DU SYSTÈME VISUEL HUMAIN

## [1,4]

- Le Système Visuel Humain (SVH) : une chaîne de traitement de l'information lumineuse

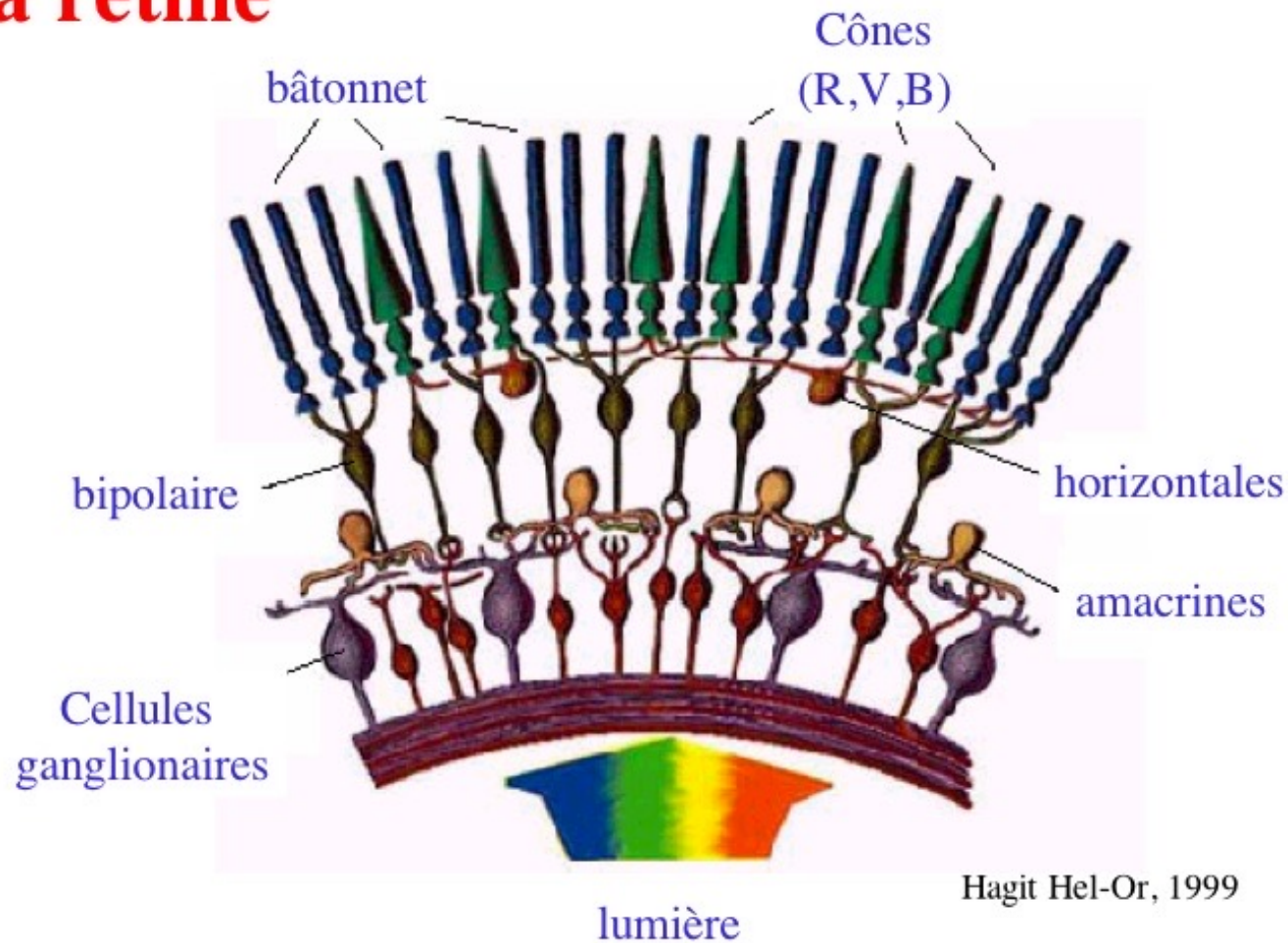


[Source : wikipedia]

# PROPRIÉTÉS DU SYSTÈME VISUEL HUMAIN

[1,4]

## La rétine



Hagit Hel-Or, 1999

# PROPRIÉTÉS DU SYSTÈME VISUEL HUMAIN

## [1,4]

- Mesures et modélisations psychophysiques
  - Mesures de seuil de visibilité

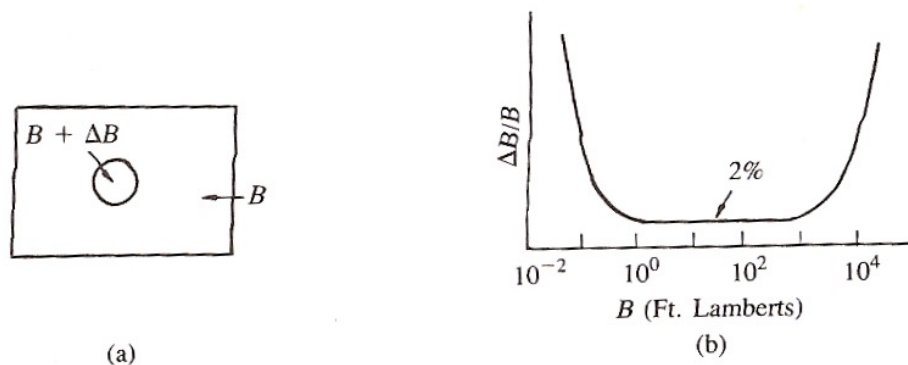


Figure 2.4 Contrast sensitivity with a constant background.

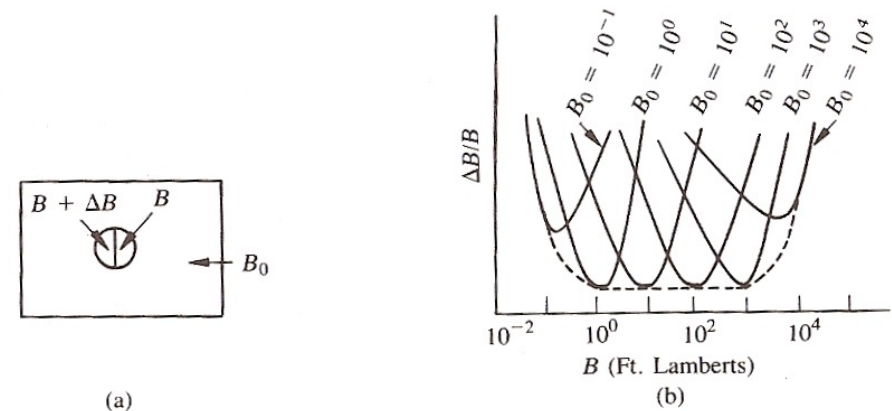
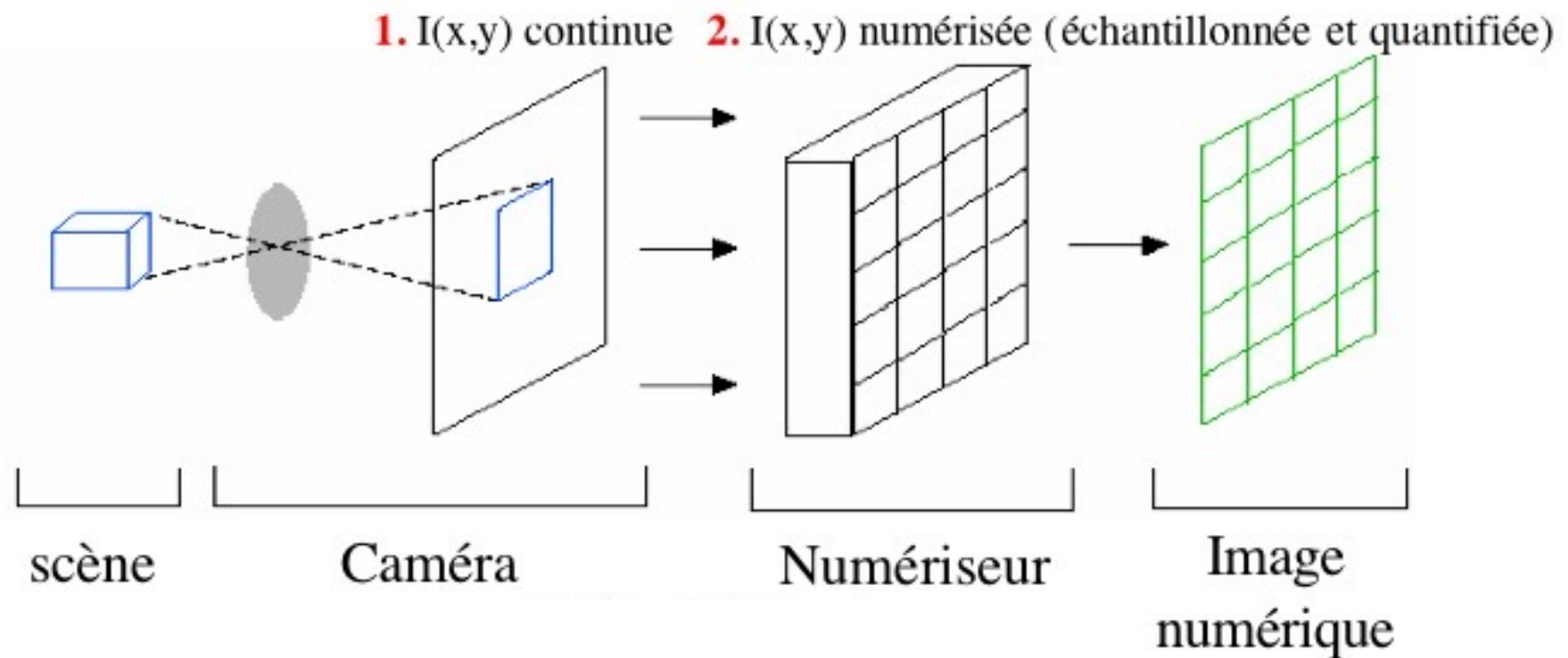


Figure 2.5 Contrast sensitivity with a varying background.



# ACQUISITION D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE

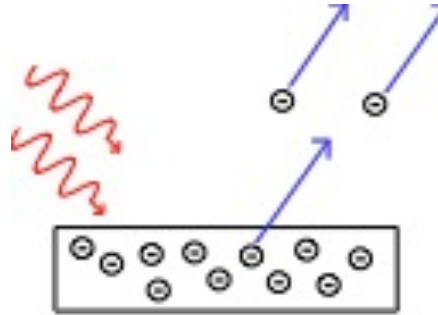
[5]



# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

## ○ Numériseur

- Capteur photographique : utilise l'effet photoélectrique

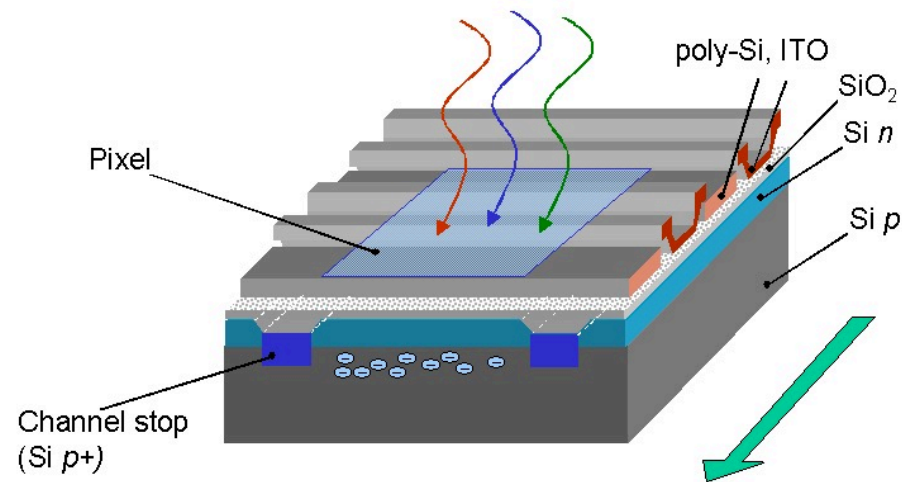


[source : wikipédia]

- CCD (*Charge-Coupled Device*)
- CMOS

# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

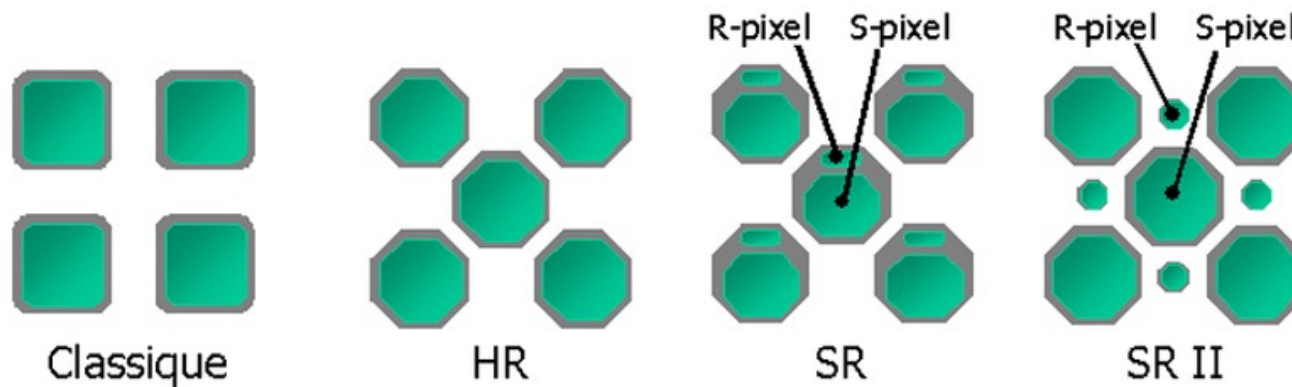
- Numériseur
  - CCD (*Charge-Coupled Device*)



[source : wikipédia]

# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

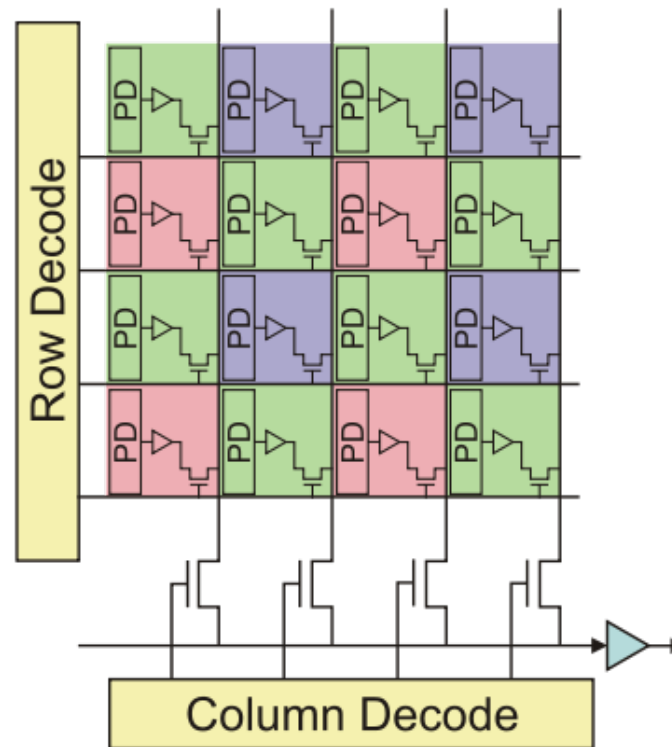
- Numériseur
  - CCD (*Charge-Coupled Device*)



[source : wikipédia]

# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

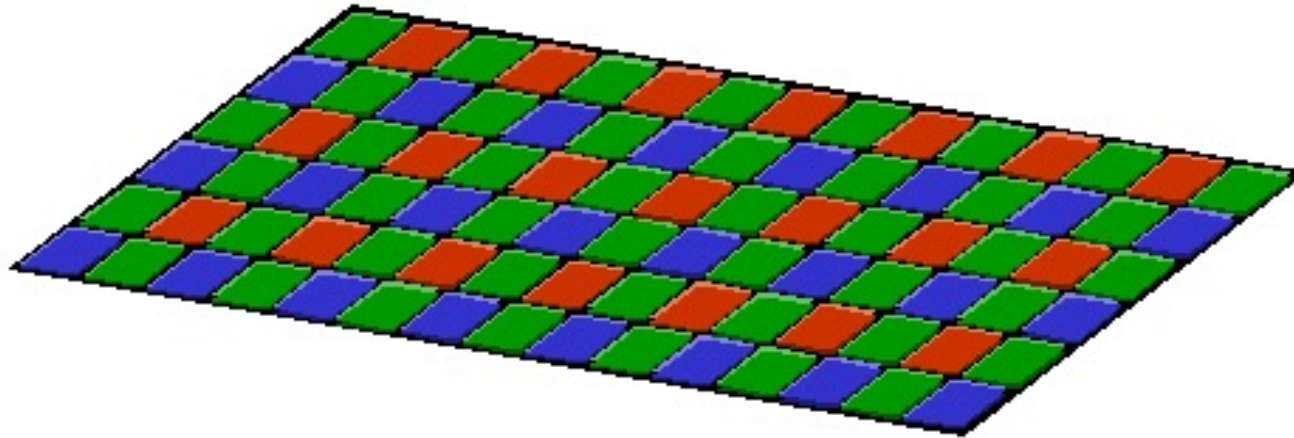
- Numériseur
  - CMOS (*Complementary metal oxide semi-conductor*)



[source : wikipédia]

# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- Dématriçage
  - A l'aide d'un filtre : Mosaïque de Bayer



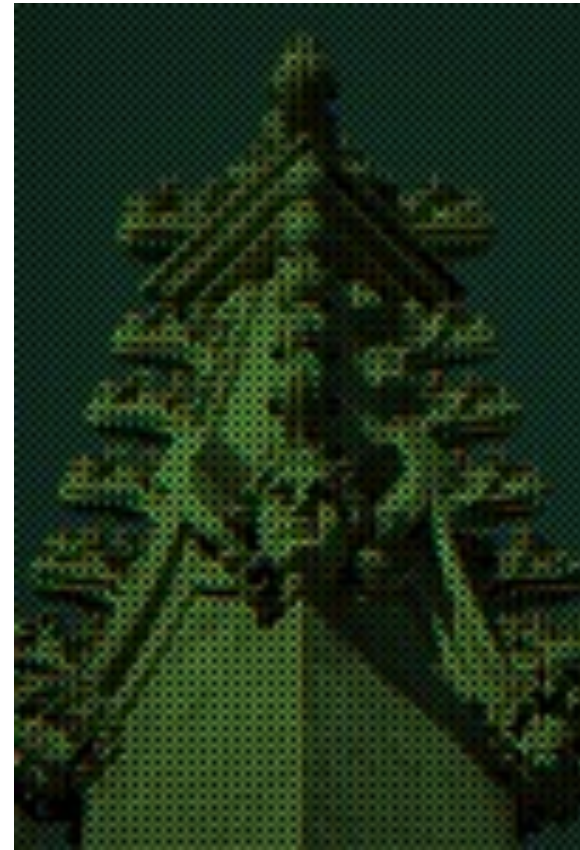
[source : wikipédia]

# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

## ○ Dématriçage



Photo

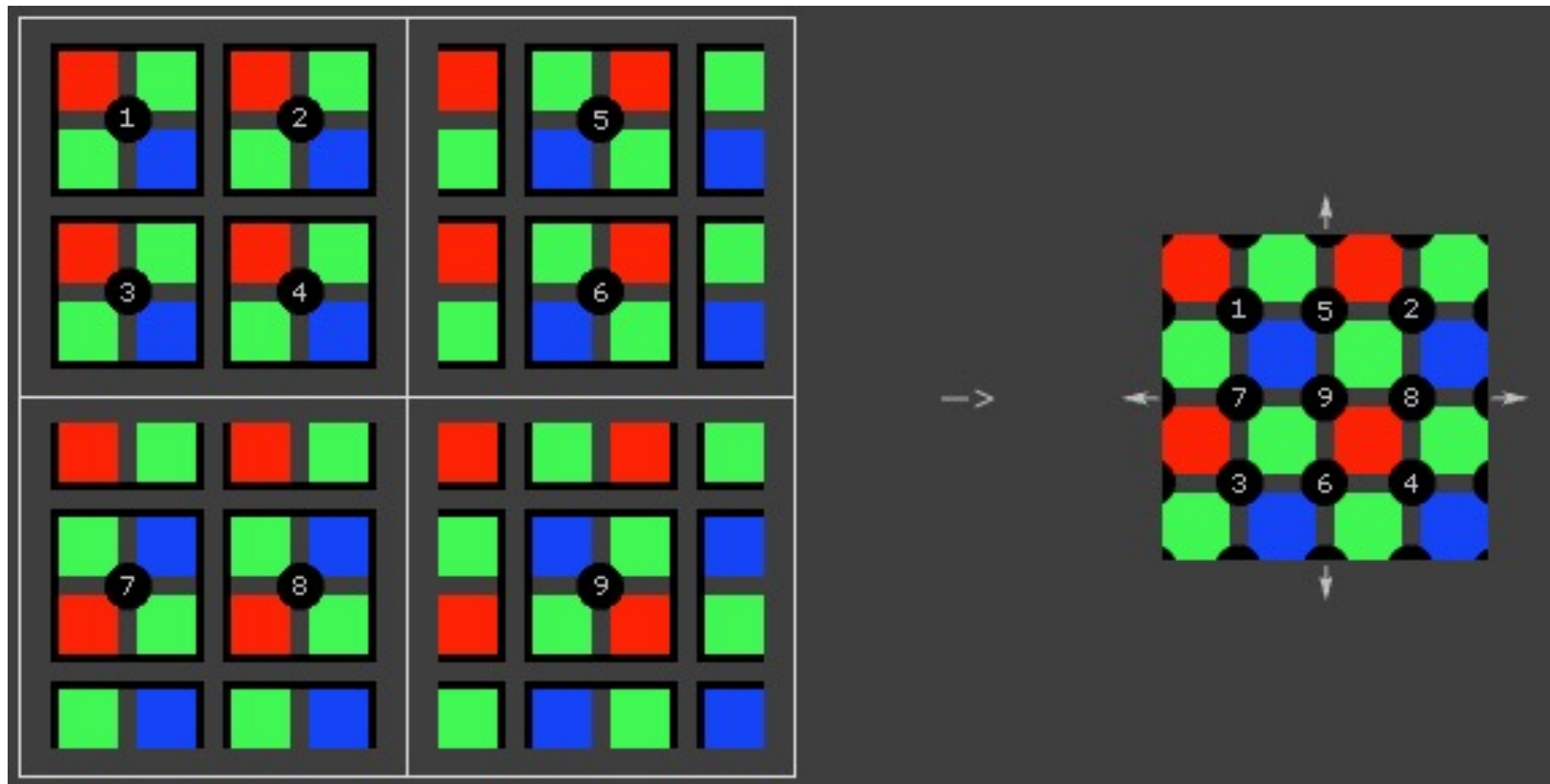


vue par le capteur



# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

## ○ Dématriçage

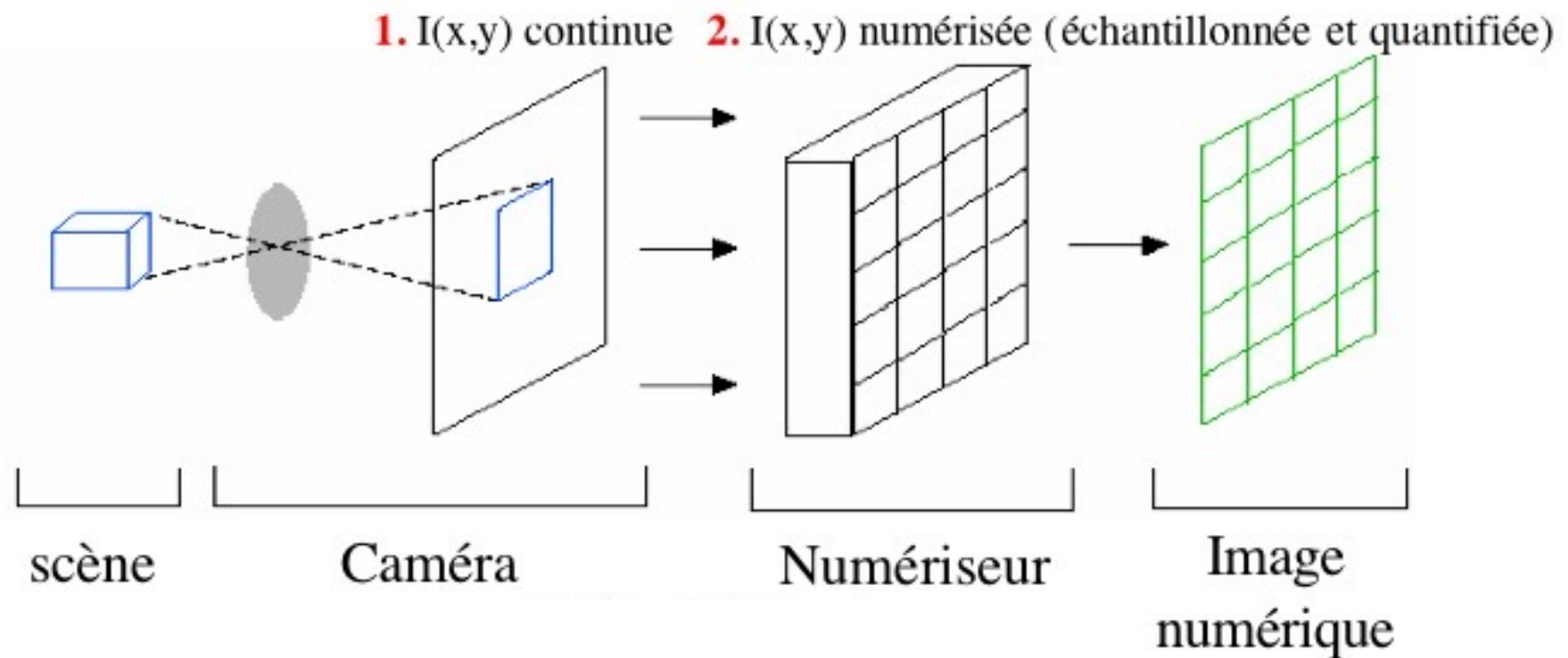


Traitement image



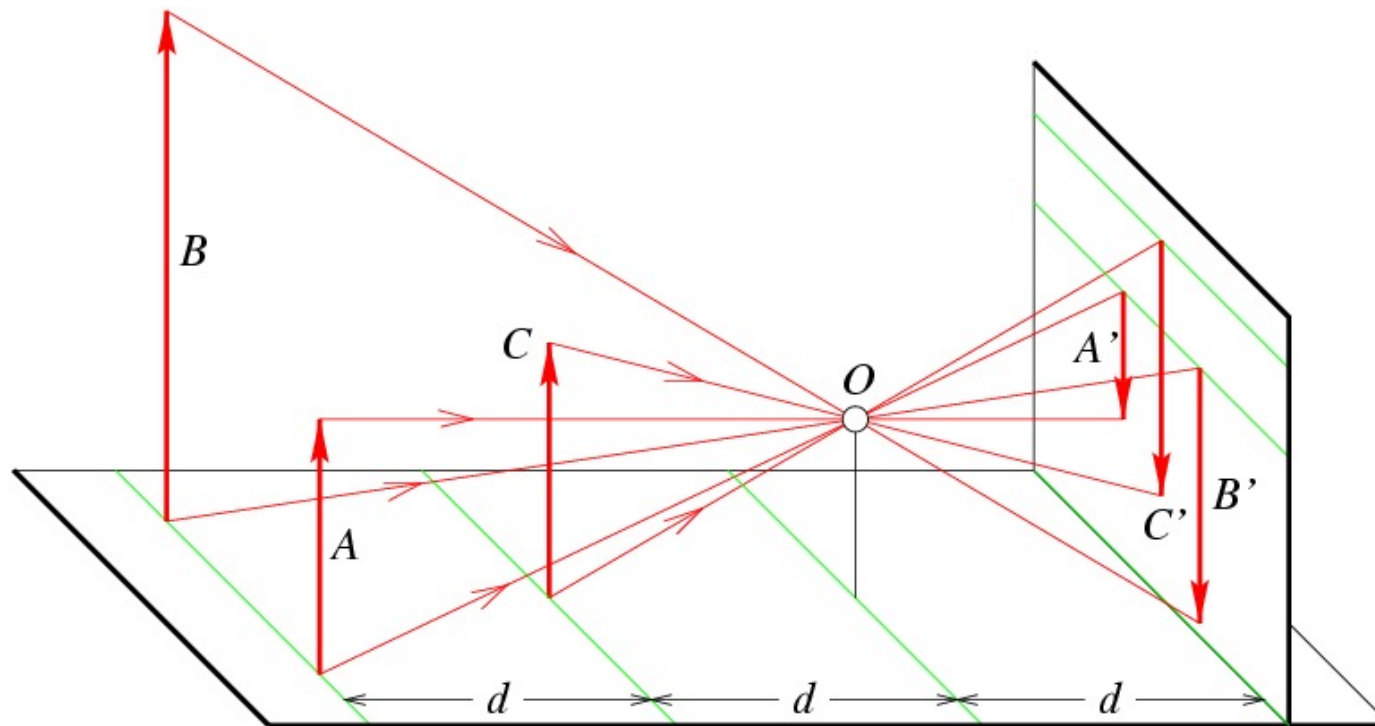
# ACQUISITION D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE

[5]



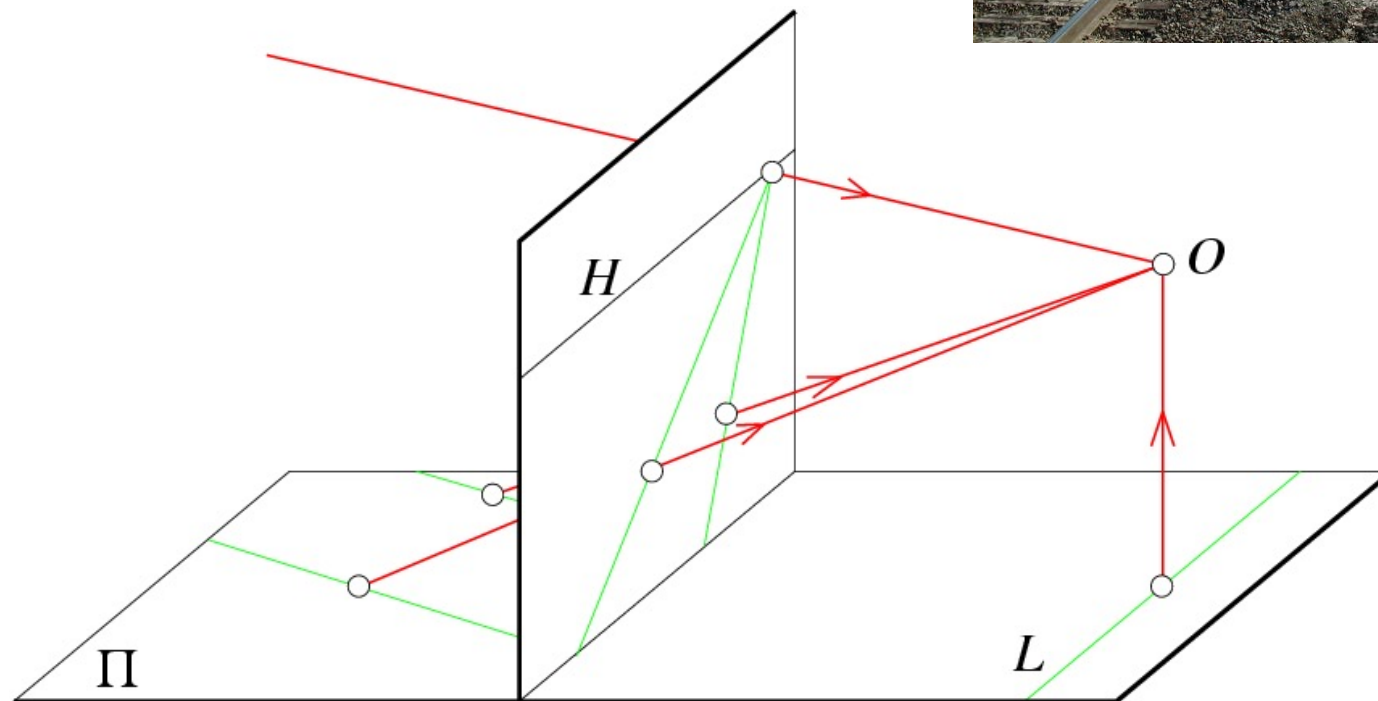
# ACQUISITION D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE [6]

- Propriétés :
  - Les objets distants apparaissent plus petits

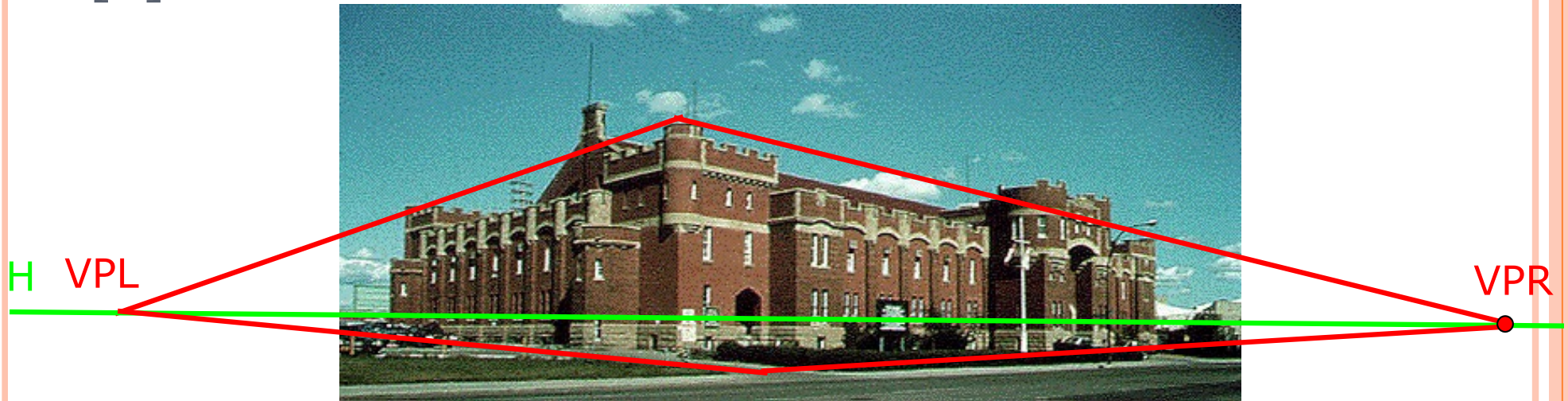


# ACQUISITION D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE [6]

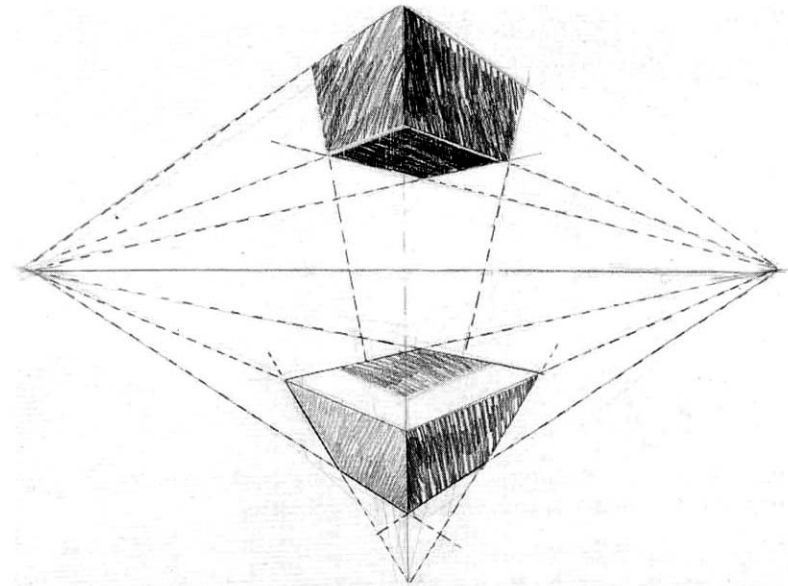
- Propriétés :
  - Les parallèles se rencontrent  
→ Points de fuites



# ACQUISITION D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE [6]



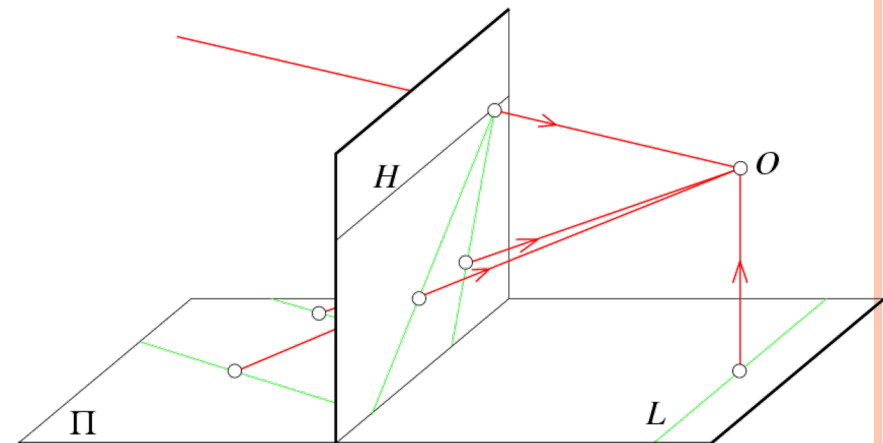
Deux directions différentes  
correspondent à des points  
de fuite différents



# ACQUISITION D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE [6]

- Propriétés géométriques de la projection

- Point → point
- Ligne → ligne
- Plan → toute l'image  
ou demi-plan
- Polygones → polygones
- Cas dégénérés :
  - Ligne à travers le point focal → point
  - plan à travers le point focal → ligne



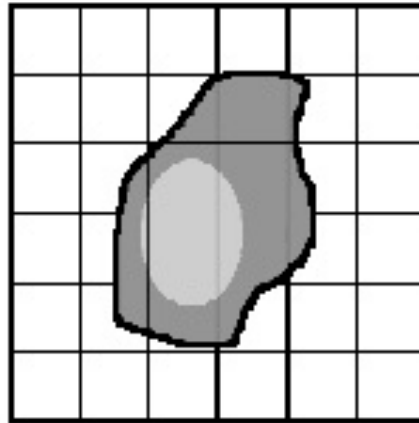
# DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

## ○ Échantillonnage :

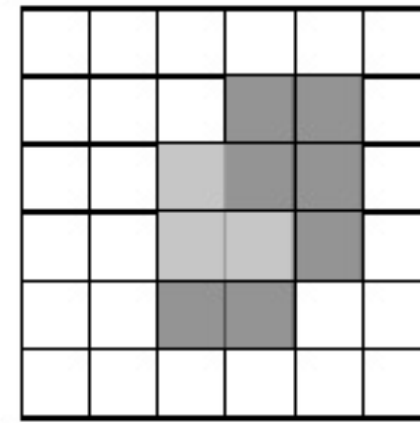
- Permet de passer du continu au discret



Objet de départ  
(espace réel)



Partition de l'espace :  
Échantillonnage



Objet numérisé : **Discrétisation** :  
Codage de l'information couleur  
au niveau des capteurs

- Respecte la condition de Shannon

# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- Le théorème de Nyquist-Shannon :

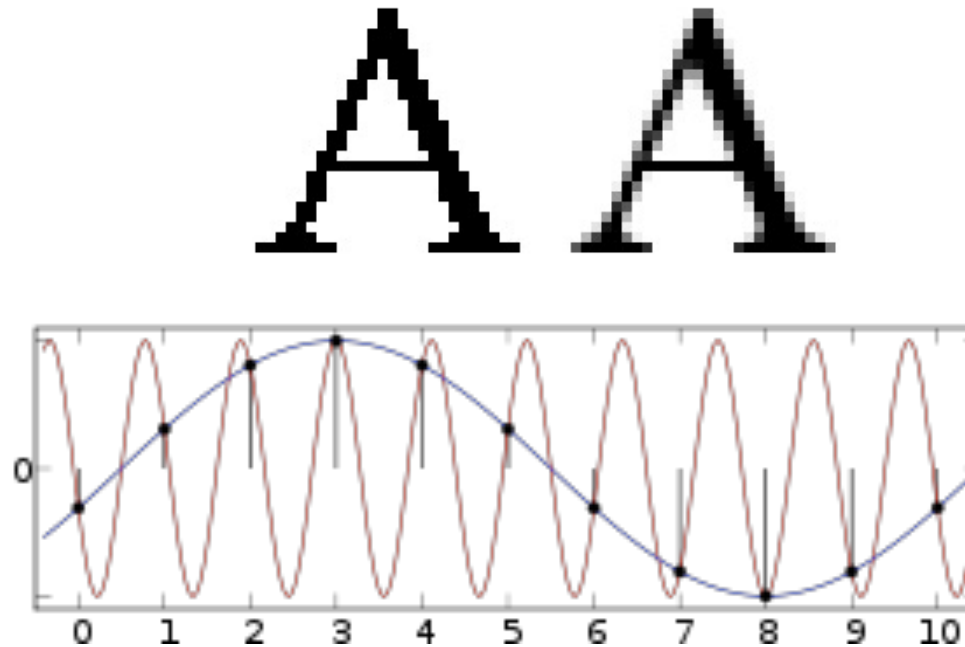
La fréquence d'échantillonnage d'un signal doit être égale ou supérieure au double de la fréquence maximale contenue dans ce signal, afin de convertir ce signal d'une forme analogique à une forme numérique.





# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- Exemple d'aliasing



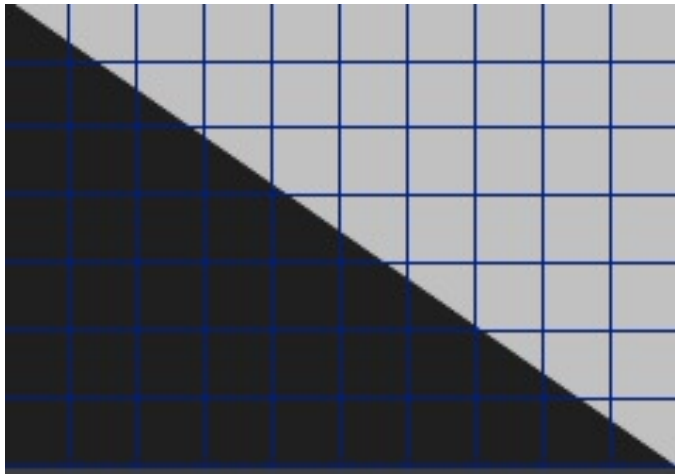
Crénelage d'un signal sinusoïdal de fréquence  $f=0.9$ , confondu avec un signal de fréquence  $f=0.1$  lors d'un échantillonnage de période  $T=1.0$ .



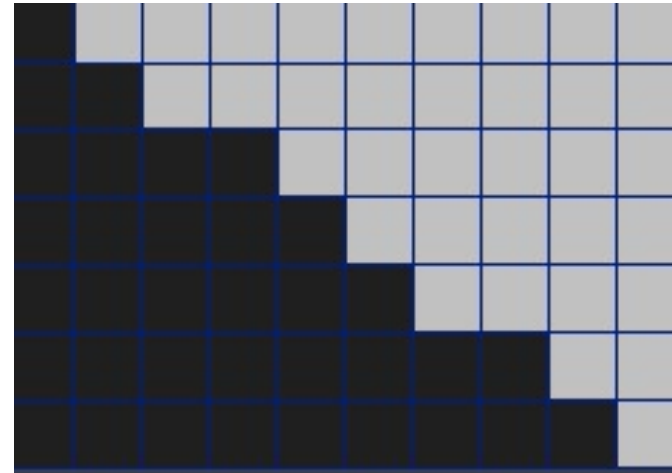


# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

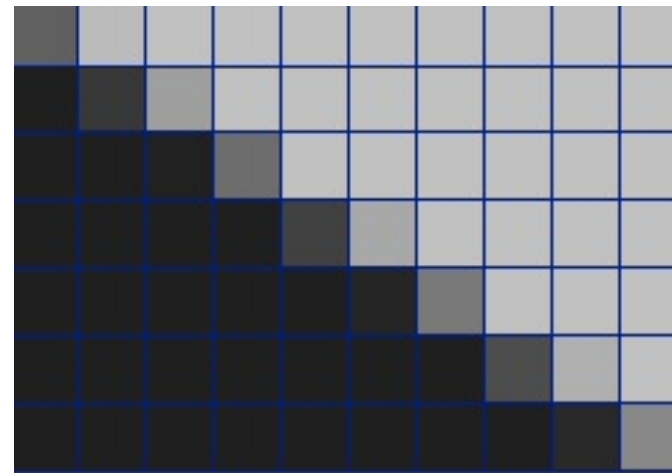
- Aliasing



Contour idéal sur une  
grille grossière



Rééchantillonnage avec aliasing



Rééchantillonnage sans aliasing

# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- effet de Moiré dû au dématricage

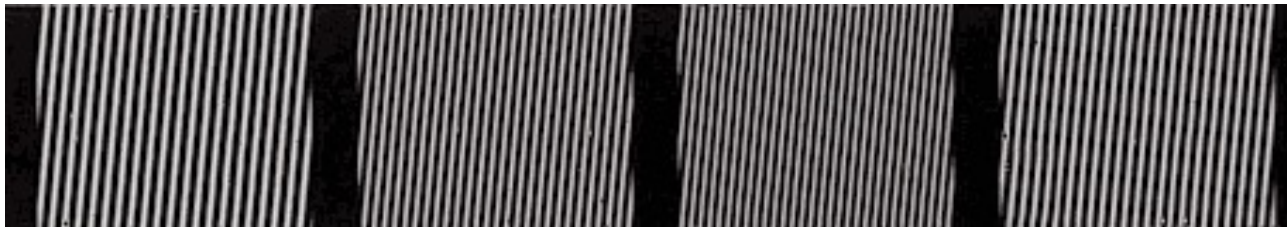
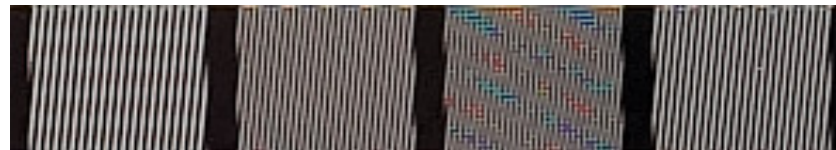
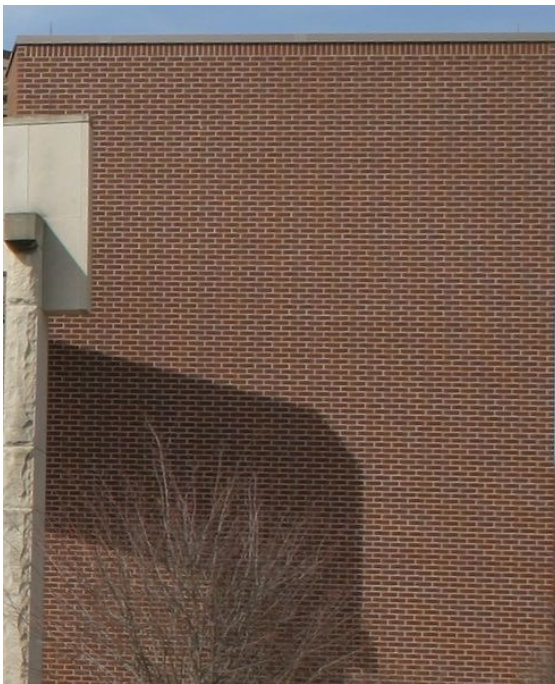


Image échelle 65%



# FONDAMENTAUX D'UNE IMAGE NUMÉRIQUE - DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- Effet de Moiré



Échantillonnage correct



Effet de Moiré

# DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- De la topologie réelle à la topologie discrète :

$R^2 \rightarrow$  espace discret

points de  $R^3 \rightarrow$  pavés de l'espace d'acquisition

- Types de pavages

- 2D : carrés, hexagones
- 3D : cubes, rhombododécaèdres

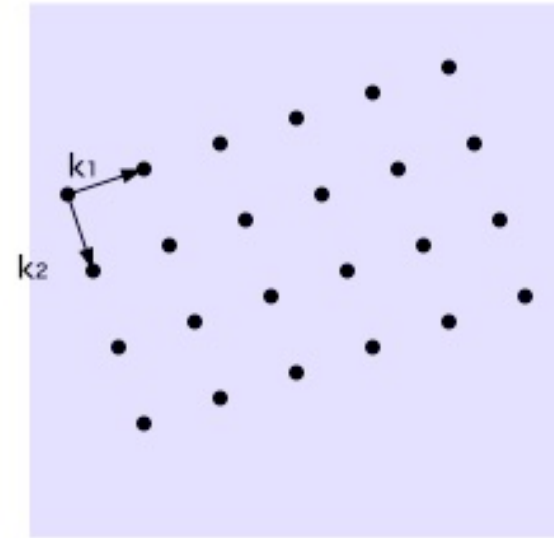
- Pavages carrés ou cubiques

points de  $R^2 \rightarrow$  pixels de  $Z^2$

points de  $R^3 \rightarrow$  voxels de  $Z^3$

# ÉCHANTILLONNAGE

- Échantillonnage carré

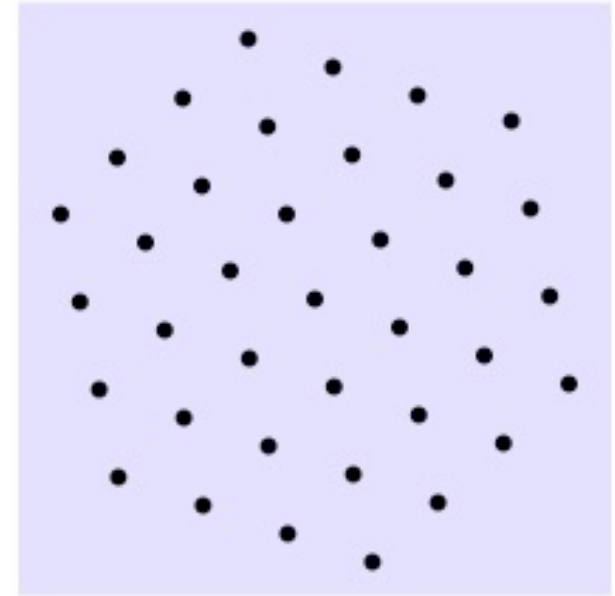


Le sous-espace  $E$  de  $R^2$  est un échantillonnage carré s'il existe une base  $B_E = (k_1, k_2)$  de  $R^2$  orthogonale (i.e.  $k_1 \cdot k_2 = 0$ ) avec  $\|k_1\| = \|k_2\|$  telle que :

$$E = \{x \in R^2, \exists (i, j) \in Z^2, x = ik_1 + jk_2\}.$$

# ÉCHANTILLONNAGE

- Échantillonnage hexagonal



Le sous-espace  $E_H$  de  $R^2$  est un échantillonnage hexagonal s'il existe une base  $B_H = (k_1, k_2)$  de  $R^2$  telle que:  $\|k_1\| = \|k_2\|$  et  $k_1 \cdot k_2 = \frac{1}{2} \|k_1\| \times \|k_2\|$   
et  $E = \{x \in R^2, \exists (i, j) \in Z^2, x = ik_1 + jk_2\}$

# ÉCHANTILLONNAGE



Lena 512x512

# ÉCHANTILLONNAGE



Lena 256x256



# ÉCHANTILLONNAGE



Lena 128x128

# ÉCHANTILLONNAGE

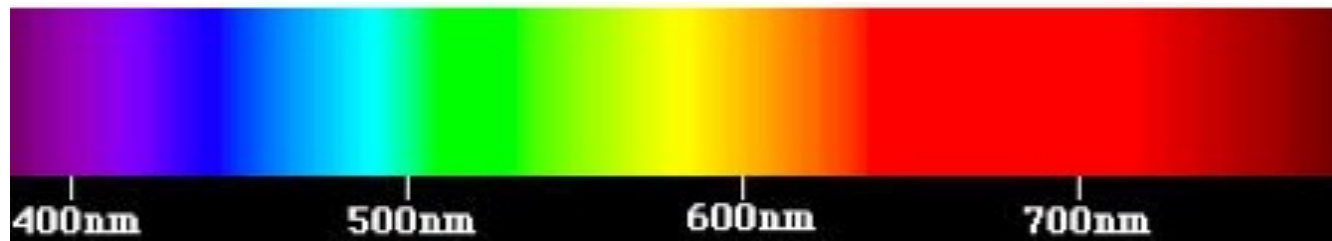


Lena 64x64

# QUANTIFICATION

- Lumière : onde électromagnétique (grandeur continue)

rayons $\gamma$	rayons X	ultraviolet	t violet	rouge	infrarouge	radar	FM	radio
$10^{-3}$	$10^0$	$10^2$	380	780	$10^4$	$10^6$	$10^9$	$10^{14}$



*(extrait de [5])*

# QUANTIFICATION

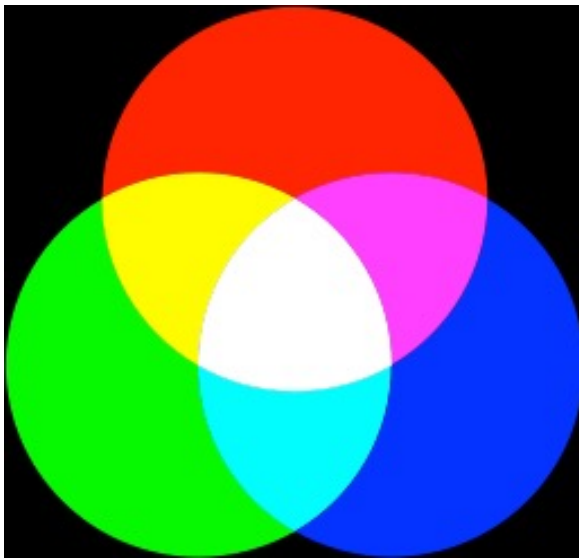
## ○ Perception de la couleur [5]

- Teinte (*Hue*)
  - déterminée par la longueur d'onde dominante  
(ex : rouge, jaune, pourpre)
- Saturation
  - distance du gris de même intensité
  - de gris (blanc) à la couleur
- Luminance (*Lightness*)
  - Intensité de lumière que la couleur réfléchit/transmet



# QUANTIFICATION [3]

- Utilisation d'un nombre fini de valeurs
  - Images trichromes
    - toute couleur peut être obtenue à partir de 3 couleurs primaires



RVB



CMJ

# QUANTIFICATION



# QUANTIFICATION

- Utilisation d'un nombre fini de valeurs

- Images Monochromes

- $f(x,y)$  : intensité lumineuse (luminance) en  $(x,y)$

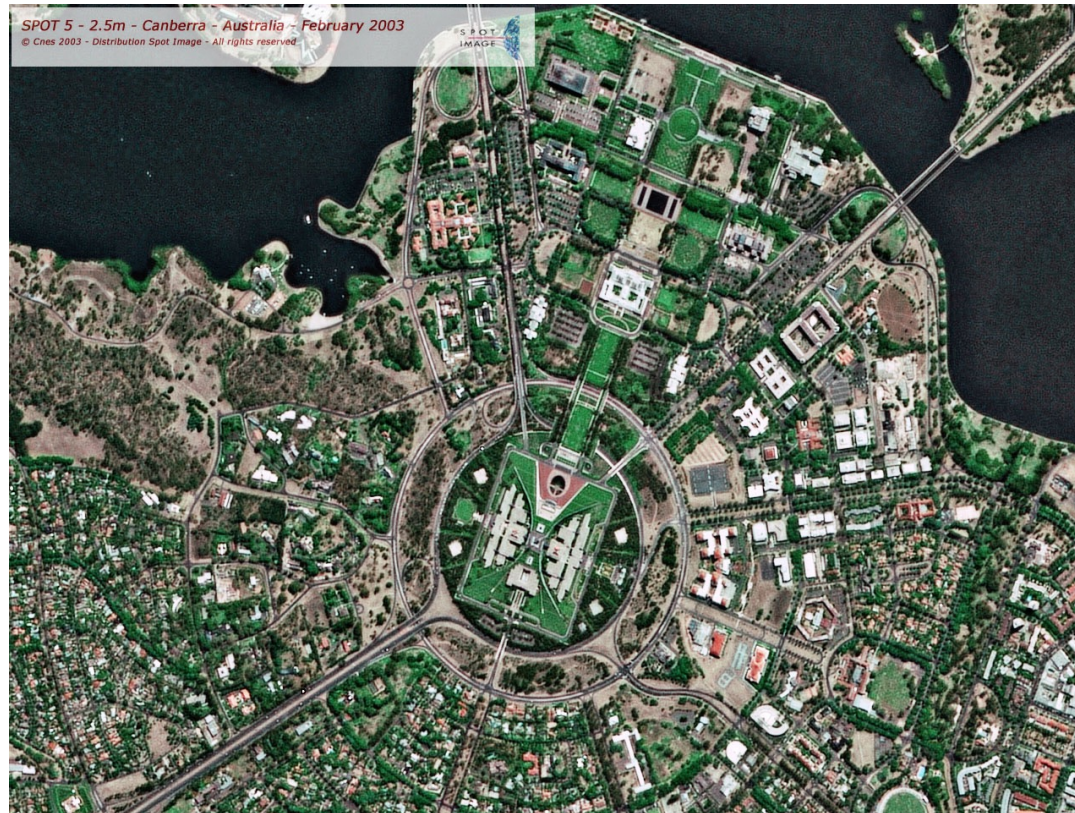


180	187	188	193	197	192	187	171	137	122	128	137	...
189	190	195	195	195	192	167	126	123	126	127	140	...
191	192	196	195	188	153	115	117	127	136	135	135	...
195	195	196	186	142	113	117	118	124	131	131	127	...
196	197	178	127	106	103	114	118	118	120	126	121	...
200	175	115	92	106	101	110	114	113	107	102	99	...
169	102	90	92	102	103	103	106	108	106	102	82	...
.												
.												
.												



# QUANTIFICATION [3]

- Utilisation d'un nombre fini de valeurs
  - Images multispectrales





# DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- Problèmes liés à l'échantillonnage :

- Exemple de filtrage

- Convolution dans le domaine réel

$$(f * g)(x_0) = \int f(x)g(x_0 - x) dx$$

- Cette équation signifie que, pour une valeur de  $x_0$  donnée :

1. on prend le symétrique du graphe de la fonction  $g$  par rapport à l'axe des ordonnées, soit  $g(-x)$ ,
2. on décale le résultat de  $x_0$ , soit  $g(x_0 - x)$ ,
3. on multiplie le résultat par  $f(x)$ ,
4. on somme ce produit pour toutes les valeurs de  $x$ ,
5. on réitère ce procédé pour chaque valeur de  $x_0$

# DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- Problèmes liés à l'échantillonnage :
  - Exemple de filtrage
    - Convolution dans le domaine discret

$$(f * g)(x_0) = \sum f(x)g(x_0 - x)$$

- Cette équation signifie que, pour une valeur de  $x_0$  donnée :
  1. on prend le symétrique du graphe de la fonction  $g$  par rapport à l'axe des ordonnées, soit  $g(-x)$ ,
  2. on décale le résultat de  $x_0$ , soit  $g(x_0 - x)$ ,
  3. on multiplie le résultat par  $f(x)$ ,
  4. on somme ce produit pour toutes les valeurs de  $x$ ,
  5. on réitère ce procédé pour chaque valeur de  $x_0$

# DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION– LA CONVOLUTION

## ○ Propriétés de la convolution :

- Commutatif

$$(f*g)(x)=(g*f)(x)$$

- Distributif sur l'addition

$$(f*(g+h))(x)=(f*g)(x)+(f*h)(x)$$

- Associatif

$$((f*g)*h)(x)=(f*(g*h))(x)$$

- Utilisation : traitement du signal

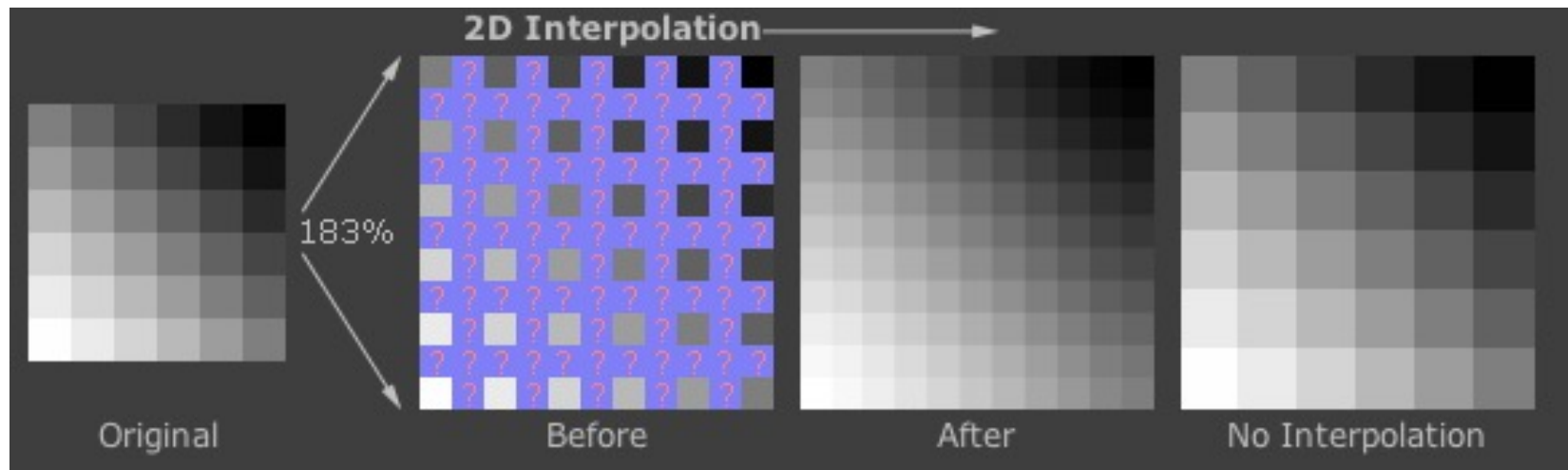
$$S_s = S_e * H$$

$S_s$  : signal de sortie

$S_e$  : signal d'entrée

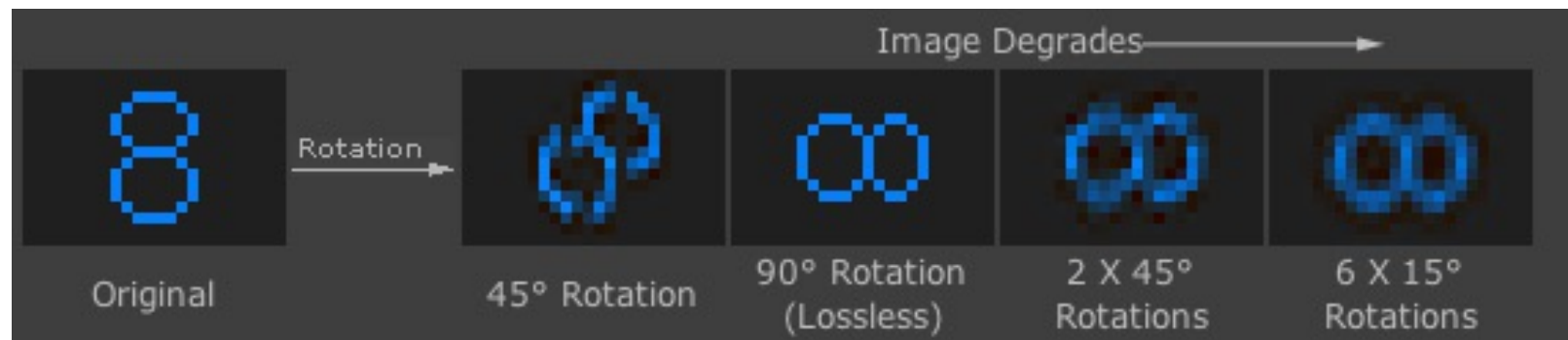
$H$  : filtre

# INTERPOLATION



[source <http://www.cambridgeincolour.com/tutorials>]

# INTERPOLATION



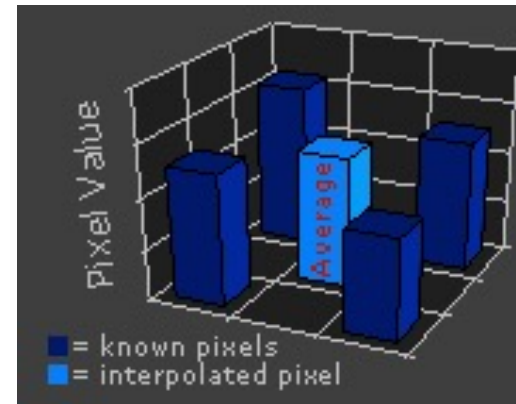
# INTERPOLATION

- Algorithmes Non adaptatifs
  - Plus proche voisin
  - Biliéaire
  - Bicubique
  - Spline
  - Sinc
- Algorithmes adaptatifs

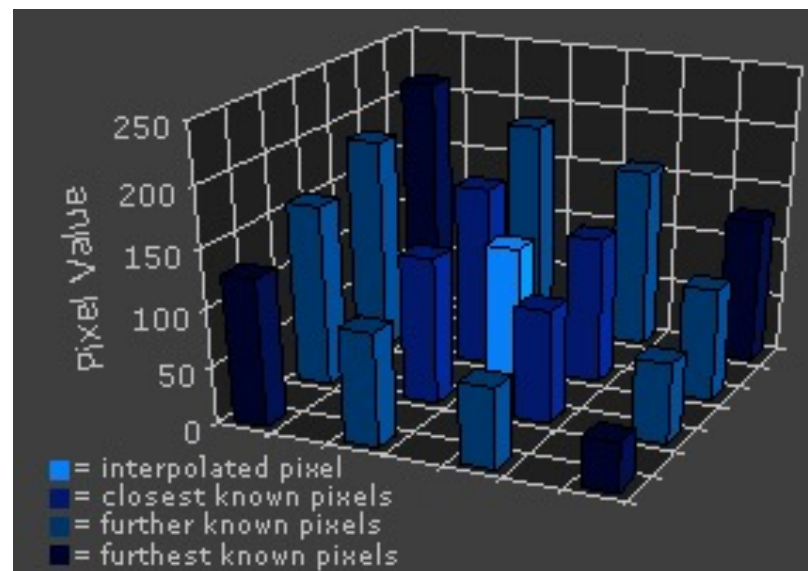
# INTERPOLATION

## ○ Algorithmes Non adaptatifs

- Plus proche voisin
- Bilineaire



- Bicubique





# DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

## ○ Modèle de pixel

- L'utilisation d'un modèle de pixel  $pm$  permet de décrire un objet  $f(x,y)$  dans différentes bases
- Avec un modèle de pixel quelconque  $\{pm(x - k, y - l), k, l \in \mathbb{Z}\}$ , l'objet  $f(x, y)$  va s'écrire :

$$f(x, y) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} f(k, l) pm(x - k, y - l)$$

# DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- Modèle de pixel Dirac

$$pm(x) = \delta(x) \text{ où } \delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

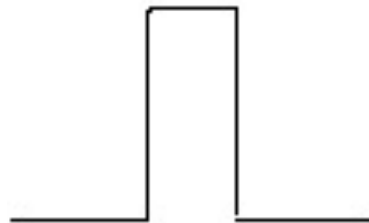
La base de Dirac est séparable  $\delta(x, y) = \delta(x)\delta(y)$

La discrétisation de l'objet s'écrit :

$$f(x, y) = \sum_{k=0}^{+\infty} \sum_{l=0}^{+\infty} f(k, l) \delta(x - k) \delta(y - l)$$

# DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- L'objet peut aussi être décrit par un modèle de pixel spline



spline 0



spline 1



spline 2



spline 3

# DISCRÉTISATION DE L'ESPACE D'ACQUISITION

- Les splines sont séparables  $\beta_n(x, y) = \beta_n(x)\beta_n(y)$
- Les ordres de splines sont reliées par une relation de récurrence

$$\beta_n(x) = \underbrace{\beta_0 * \beta_0 * \dots * \beta_0(x)}_{(n+1) \text{ fois}}$$

- $\beta_0$  est la fonction porte de longueur unitaire  $\beta_0(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < \frac{1}{2} \\ 1 & \text{si } |t| = \frac{1}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$

- La discrétisation d'une fonction continue  $f(x, y)$  va alors s'écrire

$$f_0(x, y) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} f(k, l) \beta_n(x - k) \beta_n(y - l)$$

# BIBLIOGRAPHIE

1. Digital Image Processing, *R.C. Gonzalez and P. Wintz*, Addison-Wesley Publishing Company, 1987
2. Précis d'analyse d'images, *M. Coster et J.L. Chermant*, Presses du CNRS, 1989
3. Acquisition et Visualisation des images, *André Marion*, 1997
4. Eléments de traitement numérique des images , D. Barba, cours de polytech'Nantes, 2002
5. Computer Vision -- A modern approach, *D. Forsyth and J. Ponce*, 2006
6. La compression des images numériques, *Hervé Guitter*, Hermès, 1995.
7. Cours de traitement d'images, *Pr. Meunier et Pr Bénallal*, Université de Montréal
8. Cours Computer Vision, *Marc Pollefeys*, Université de Caroline du Nord, 2006
9. Computer Vision : *Algorithms and Applications*, Richard Szeliski, 2007
10. TIM - Q3 « Comment représenter une photographie à l'aide d'une transformation de Fourier ? » Horain Patrick INT
11. TIM : <http://cours.int-evry.fr/tim/flash/index.php?code=PH10>
12. Cours de Biophysique, Fac. De Médecine de Brest, *Yves Bizais*, 2003.