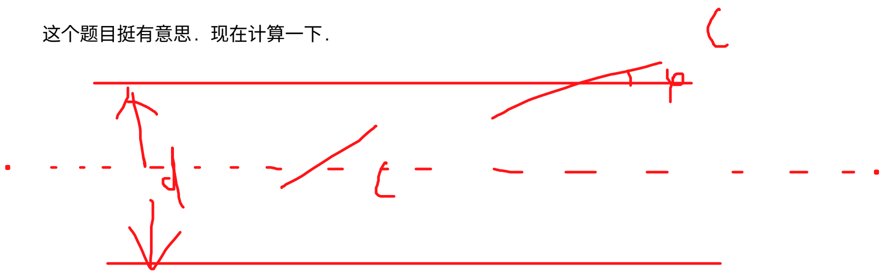
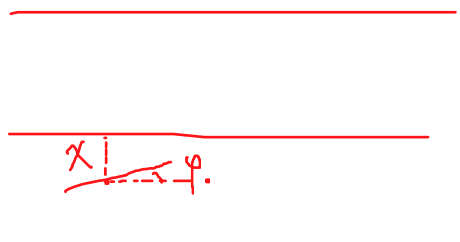
例 1.2.9（蒲丰投针问题） 平面上画有间隔为 d（$d>0$）的等距平行线，向平面任意投掷一枚长为 l（$l<d$）的针，求针与任一平行线相交的概率.

这个题目挺有意思．现在计算一下．



平面上有无数平行线，他们间距都是d．

所以我们只需要考虑针和他最近的平行线即可．不用管针的中心在平行线上还是下．都是对称的．



所以总共扔法是d/2*pi
其中相交的条件是 $x \le \frac{l}{2}\cdot\sin\varphi$

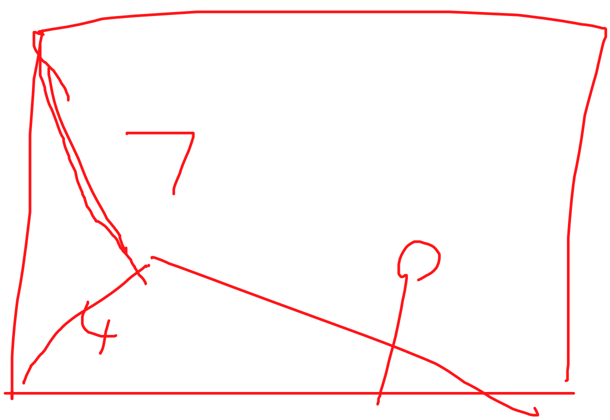
计算符合条件的(x, φ) 集合即可. $\triangleq K$

当一个固定φ：x取 $0 \sim \frac{l}{2}\sin\varphi$

$$\therefore\ K = \int_0^{\pi} \frac{l}{2}\sin\varphi \, d\varphi$$

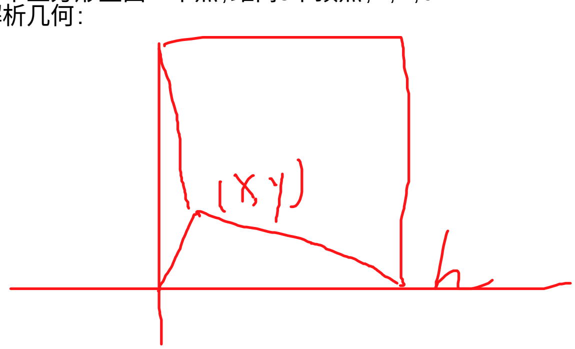
$$p = \frac{K}{\frac{d\pi}{2}} = \frac{2l}{d\pi}$$

小学奥数:



求正方形面积

一个正方形里面一个点,距离3个顶点,4,7,9
解析几何:



$$(h-x)^2+y^2=9^2$$
$$(h-y)^2+x^2=7^2$$
$$x^2+y^2=4^2$$

CTC 自己重新推导． 因为网上有2个不同的版本来推导．这里面使用一个简单的版本．也是numpy_ctc实现的版本．

l: 标签序列

$\alpha(t,u)$: 从开始序列一直到t时刻能匹配上l序列的从0到u．包含u

$\beta(t,u)$: t时刻匹配上u,并且保持匹配到l结尾．

S: sample集合.x是输入 z是groundtrue都是序列.

Loss: $L \doteq -\ln \prod_{(x,z)\in S} p(z|x)$ 极大似然

$$\alpha(t,u) = \sum_{\pi \in V(t,u)} \prod_{t=1}^{t} y_{\pi_i}^{t}$$

V: 前缀匹配

$$\beta(t,u) = \sum_{\pi \in V'(t,u)} \prod_{t=t}^{T} y_{\pi_i}^{t}$$

V': 后缀匹配

$$\alpha(t,u)\beta(t,u) = \left(\sum_{\pi \in X(t,u)} \prod_{t=1}^{T} y_{\pi_i}^{t}\right) y_u^t$$

X: 任意匹配

这个公式是因为任何任意匹配使得t步匹配u的都可以拆分成前后缀的乘机．
任意一个前后缀乘机都是一个任意匹配．

$p(z|x)$ 这个量我们定义的时候就是x的输入,z的输出的似然概率

因为ctc是多种输入可以最后输出成一种. 比如_c_d 和cd 最后都输出为cd.我们把这2种cd的表示叫做cd的编码组合.
所以我们认为

$$p(z|x) = \sum_{z'} p(z'|x)$$

其中z'是z所有的编码组合.

这种定义是符合逻辑的.因为我们识别出来就是_c_d,已经可以解析为cd了.就不需要把他学习成非要cd编码.而是我们网络可以识别_c_d这种是对的就行.所以这个地方的sum是合理的.让网络都学习.

综上:这个就是我们最核心的公式了.

$$p(z|x) = \sum_{t=1}^{T} \sum_{s=1}^{|l'|} \frac{\alpha_t(s)\beta_t(s)}{y_s^t}$$

$$\frac{\partial p(z|x)}{\partial y_s^t} = \frac{\partial \sum_t \sum_s \sum_{\pi \in X} \prod_t y_{\pi_i}^t}{\partial y_s^t}$$

所以必要条件是分母的s一定在序列z中存在.否则分子一定是0,注意分子是哑指标.这地方符号有点乱,分母是取定的t,s

不管如何求导, 都是上面存在了yst组合就会除下去.如果不出现就是0.所以导数结果就是分子除以yst.

$$= \frac{p(z|x)}{y_s^t} = \frac{\sum_t \sum_s \alpha \beta}{{y_s^t}^2}$$

下面loss整体公式也写一下.

$$Loss = -\ln \prod p(z|x) = -\sum \ln p(z|x)$$

$$\frac{\partial Loss}{\partial y_s^t} = -\sum \frac{1}{p(z|x)} \frac{\partial p(z|x)}{\partial y_s^t}$$

这样就得到了我们168行这个函数的公式!!!!!!!!!!

对于alpha和beta的动态规划,很简单, 看看下面链接就行.

讲解ctc:
https://www.jianshu.com/p/eb68acdd47fd