

作业 1, 2, 3 实验报告

Author

Chi Zhang 张弛

SJTU

517021910658

1. 作业一

1.1. 任务一：高斯滤波

从二维连续高斯函数中计算不同大小的高斯卷积模板（3*3, 5*5, 7*7, 9*9, 11*11, 17*17）；把卷积模板归一化；利用各个大小不一的高斯卷积模板对同一灰度图像进行卷积滤波，显示滤波后的图像结果，并从这些结果中总结高斯不同大小模板的图像滤波特点（观察细节、轮廓线的变化）

二维高斯滤波的计算公式为：

$$H_{i,j} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(i-k-1)^2 + (j-k-1)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

其中 (i,j) 为像素的位置，窗口模板的大小定义为 $(2k+1) * (2k+1)$ ， σ 为标准差参数，该值越小则生成的模板中心系数越大，周围系数越小，也就是平滑效果越明显。最终需要在模板的前面加一个系数，使得权值之和为 1。

由题意得，计算大小为（3*3, 5*5, 7*7, 9*9, 11*11, 17*17）的高斯模板，并将结果展示于图中 2 3 4。

由此可以算出在不同的滤波模板下，处理图像的结果。选取其中一张图片，将其在不同滤波模板下的所有输出进行对比，展示于图中 5。为了更加直观地观测高斯滤波的效果，单独选取 3*3 与 17*17 两种高斯卷积模板滤波后的图像进行对比，其对比如图 1。

总结高斯不同大小模板的图像滤波特点（观察细节、轮廓线的变化）：随着滤波模板窗口的不断加大，图像细节缺失越严重，且轮廓线也越不清晰。图像整体表现趋于模糊。



图 1. 高斯卷积多尺度滤波后的图像。卷积模板：上为 3*3，下为 17*17

3*3						5*5													
7.51E-02	1.24E-01	7.51E-02				2.97E-03	1.33E-02	2.19E-02	1.33E-02	2.97E-03									
1.24E-01	2.04E-01	1.24E-01				1.33E-02	5.96E-02	9.83E-02	5.96E-02	1.33E-02									
7.51E-02	1.24E-01	7.51E-02				2.19E-02	9.83E-02	1.62E-01	9.83E-02	2.19E-02									
						1.33E-02	5.96E-02	9.83E-02	5.96E-02	1.33E-02									
						2.97E-03	1.33E-02	2.19E-02	1.33E-02	2.97E-03									
7*7											9*9								
1.97E-05	2.39E-04	1.07E-03	1.77E-03	1.07E-03	2.39E-04	1.97E-05					1.79E-08	5.93E-07	7.23E-06	3.24E-05	5.34E-05	3.24E-05	7.23E-06	5.93E-07	1.79E-08
2.39E-04	2.92E-03	1.31E-02	2.16E-02	1.31E-02	2.92E-03	2.39E-04					5.93E-07	1.96E-05	2.39E-04	1.07E-03	1.77E-03	1.07E-03	2.39E-04	1.96E-05	5.93E-07
1.07E-03	1.31E-02	5.86E-02	9.66E-02	5.86E-02	1.31E-02	1.07E-03					7.23E-06	2.39E-04	2.92E-03	1.31E-02	2.15E-02	1.31E-02	2.92E-03	2.39E-04	7.23E-06
1.77E-03	2.16E-02	9.66E-02	1.59E-01	9.66E-02	2.16E-02	1.77E-03					3.24E-05	1.07E-03	1.31E-02	5.86E-02	9.65E-02	5.86E-02	1.31E-02	1.07E-03	3.24E-05
1.07E-03	1.31E-02	5.86E-02	9.66E-02	5.86E-02	1.31E-02	1.07E-03					5.34E-05	1.77E-03	2.15E-02	9.65E-02	1.59E-01	9.65E-02	2.15E-02	1.77E-03	5.34E-05
2.39E-04	2.92E-03	1.31E-02	2.16E-02	1.31E-02	2.92E-03	2.39E-04					3.24E-05	1.07E-03	1.31E-02	5.86E-02	9.65E-02	5.86E-02	1.31E-02	1.07E-03	3.24E-05
1.97E-05	2.39E-04	1.07E-03	1.77E-03	1.07E-03	2.39E-04	1.97E-05					7.23E-06	2.39E-04	2.92E-03	1.31E-02	2.15E-02	1.31E-02	2.92E-03	2.39E-04	7.23E-06
											5.93E-07	1.96E-05	2.39E-04	1.07E-03	1.77E-03	1.07E-03	2.39E-04	1.96E-05	5.93E-07
											1.79E-08	5.93E-07	7.23E-06	3.24E-05	5.34E-05	3.24E-05	7.23E-06	5.93E-07	1.79E-08

图 2. 高斯卷积多尺度滤波的模板元素权重，包含 3*3，5*5，7*7，9*9 的模板。

11*11											
2.21E-12	1.99E-10	6.59E-09	8.03E-08	3.60E-07	5.93E-07	3.60E-07	8.03E-08	6.59E-09	1.99E-10	2.21E-12	
1.99E-10	1.79E-08	5.93E-07	7.23E-06	3.24E-05	5.34E-05	3.24E-05	7.23E-06	5.93E-07	1.79E-08	1.99E-10	
6.59E-09	5.93E-07	1.96E-05	2.39E-04	1.07E-03	1.77E-03	1.07E-03	2.39E-04	1.96E-05	5.93E-07	6.59E-09	
8.03E-08	7.23E-06	2.39E-04	2.92E-03	1.31E-02	2.15E-02	1.31E-02	2.92E-03	2.39E-04	7.23E-06	8.03E-08	
3.60E-07	3.24E-05	1.07E-03	1.31E-02	5.85E-02	9.65E-02	5.85E-02	1.31E-02	1.07E-03	3.24E-05	3.60E-07	
5.93E-07	5.34E-05	1.77E-03	2.15E-02	9.65E-02	1.59E-01	9.65E-02	2.15E-02	1.77E-03	5.34E-05	5.93E-07	
3.60E-07	3.24E-05	1.07E-03	1.31E-02	5.85E-02	9.65E-02	5.85E-02	1.31E-02	1.07E-03	3.24E-05	3.60E-07	
8.03E-08	7.23E-06	2.39E-04	2.92E-03	1.31E-02	2.15E-02	1.31E-02	2.92E-03	2.39E-04	7.23E-06	8.03E-08	
6.59E-09	5.93E-07	1.96E-05	2.39E-04	1.07E-03	1.77E-03	1.07E-03	2.39E-04	1.96E-05	5.93E-07	6.59E-09	
1.99E-10	1.79E-08	5.93E-07	7.23E-06	3.24E-05	5.34E-05	3.24E-05	7.23E-06	5.93E-07	1.79E-08	1.99E-10	
2.21E-12	1.99E-10	6.59E-09	8.03E-08	3.60E-07	5.93E-07	3.60E-07	8.03E-08	6.59E-09	1.99E-10	2.21E-12	

图 3. 高斯卷积多尺度滤波的模板元素权重，包含 11*11 的模板。

17*17																	
2.55E-29	4.62E-26	3.07E-23	7.51E-21	6.76E-19	2.24E-17	2.73E-16	1.22E-15	2.02E-15	1.22E-15	2.73E-16	2.24E-17	6.76E-19	7.51E-21	3.07E-23	4.62E-26	2.55E-29	
4.62E-26	8.34E-23	5.55E-20	1.36E-17	1.22E-15	4.05E-14	4.93E-13	2.21E-12	3.64E-12	2.21E-12	4.93E-13	4.05E-14	1.22E-15	1.36E-17	5.55E-20	8.34E-23	4.62E-26	
3.07E-23	5.55E-20	3.69E-17	9.03E-15	8.13E-13	2.69E-11	3.28E-10	1.47E-09	2.42E-09	1.47E-09	3.28E-10	2.69E-11	8.13E-13	9.03E-15	3.69E-17	5.55E-20	3.07E-23	
7.51E-21	1.36E-17	9.03E-15	2.21E-12	1.99E-10	6.59E-09	8.03E-08	3.60E-07	5.93E-07	3.60E-07	8.03E-08	6.59E-09	1.99E-10	2.21E-12	9.03E-15	1.36E-17	7.51E-21	
6.76E-19	1.22E-15	8.13E-13	1.99E-10	1.79E-08	5.93E-07	7.23E-06	3.24E-05	5.34E-05	3.24E-05	7.23E-06	5.93E-07	1.79E-08	1.99E-10	8.13E-13	1.22E-15	6.76E-19	
2.24E-17	4.05E-14	2.69E-11	6.59E-09	5.93E-07	1.96E-05	2.39E-04	1.07E-03	1.77E-03	1.07E-03	2.39E-04	1.96E-05	5.93E-07	6.59E-09	2.69E-11	4.05E-14	2.24E-17	
2.73E-16	4.93E-13	3.28E-10	8.03E-08	7.23E-06	2.39E-04	2.92E-03	1.31E-02	2.15E-02	1.31E-02	2.92E-03	2.39E-04	7.23E-06	8.03E-08	3.28E-10	4.93E-13	2.73E-16	
1.22E-15	2.21E-12	1.47E-09	3.60E-07	3.24E-05	1.07E-03	1.31E-02	5.85E-02	9.65E-02	5.85E-02	1.31E-02	1.07E-03	3.24E-05	3.60E-07	1.47E-09	2.21E-12	1.22E-15	
2.02E-15	3.64E-12	2.42E-09	5.93E-07	5.34E-05	1.77E-03	2.15E-02	9.65E-02	1.59E-01	9.65E-02	2.15E-02	1.77E-03	5.34E-05	5.93E-07	2.42E-09	3.64E-12	2.02E-15	
1.22E-15	2.21E-12	1.47E-09	3.60E-07	3.24E-05	1.07E-03	1.31E-02	5.85E-02	9.65E-02	5.85E-02	1.31E-02	1.07E-03	3.24E-05	3.60E-07	1.47E-09	2.21E-12	1.22E-15	
2.73E-16	4.93E-13	3.28E-10	8.03E-08	7.23E-06	2.39E-04	2.92E-03	1.31E-02	2.15E-02	1.31E-02	2.92E-03	2.39E-04	7.23E-06	8.03E-08	3.28E-10	4.93E-13	2.73E-16	
2.24E-17	4.05E-14	2.69E-11	6.59E-09	5.93E-07	1.96E-05	2.39E-04	1.07E-03	1.77E-03	1.07E-03	2.39E-04	1.96E-05	5.93E-07	6.59E-09	2.69E-11	4.05E-14	2.24E-17	
6.76E-19	1.22E-15	8.13E-13	1.99E-10	1.79E-08	5.93E-07	7.23E-06	3.24E-05	5.34E-05	3.24E-05	7.23E-06	5.93E-07	1.79E-08	1.99E-10	8.13E-13	1.22E-15	6.76E-19	
7.51E-21	1.36E-17	9.03E-15	2.21E-12	1.99E-10	6.59E-09	8.03E-08	3.60E-07	5.93E-07	3.60E-07	8.03E-08	6.59E-09	1.99E-10	2.21E-12	9.03E-15	1.36E-17	7.51E-21	
3.07E-23	5.55E-20	3.69E-17	9.03E-15	8.13E-13	2.69E-11	3.28E-10	1.47E-09	2.42E-09	1.47E-09	3.28E-10	2.69E-11	8.13E-13	9.03E-15	3.69E-17	5.55E-20	3.07E-23	
4.62E-26	8.34E-23	5.55E-20	1.36E-17	1.22E-15	4.05E-14	4.93E-13	2.21E-12	3.64E-12	2.21E-12	4.93E-13	4.05E-14	1.22E-15	1.36E-17	5.55E-20	8.34E-23	4.62E-26	
2.55E-29	4.62E-26	3.07E-23	7.51E-21	6.76E-19	2.24E-17	2.73E-16	1.22E-15	2.02E-15	1.22E-15	2.73E-16	2.24E-17	6.76E-19	7.51E-21	3.07E-23	4.62E-26	2.55E-29	

图 4. 高斯卷积多尺度滤波的模板元素权重，包含 17*17 的模板。

2. 作业二

2.1. 任务一：噪声滤波

程序实现并观察均值滤波子、中值滤波子、高斯滤波子在不同模板大小的情况下(3*3, 5*5, 7*7, 11*11; 中值滤波考虑对应的不同的邻域)对噪声图像的滤波结果。总结一下模板大小变化时带来的特点

对于包含不同噪声的图像, 分别用(3*3, 5*5, 7*7, 11*11)的均值滤波子、中值滤波子、高斯滤波子进行滤波处理, 得到处理后的图像。对于高斯噪声与椒盐噪声的图像, 分别选取一张, 展示各类滤波器处理图像的结果于图中 6, 7。

滤波模板大小对比: 对于任何图像, 不论是何种滤波器, 随着滤波模板窗口的不断加大, 图像细节缺失越严重, 且轮廓线也越不清晰。图像整体表现趋于模糊。

重点观测噪声点: 可以发现当模板较小时, 各类噪声点仍然较多, 而当加大模板窗口的尺度, 图像中的噪声点逐渐减少。

滤波模板类型对比:

- 对于包含高斯噪声的图像, 使用中值滤波最能有效地去除离群噪声点, 其次是高斯滤波, 而均值滤波的效果最差。但不论是哪种滤波方式, 在模板窗口较小时, 仍有较多噪声点未被去除, 但随着窗口加大, 噪声点去除的同时图像本身的信息与细节也被模糊, 因此这些滤波方式在面对高斯噪声时效果并不显著。

重点观测噪声点: 对于高斯噪声, 当滤波器尺度较小时各类滤波器的除噪效果并不是都很明显, 只有中值滤波器能实现部分的除噪, 而高斯滤波和均值滤波保留了大部分噪声点。

- 对于包含椒盐噪声的图像, 使用中值滤波能非常有效地去除离群点, 3*3 的中值滤波模板就能有效地滤除大部分噪声点。而高斯滤波与均值滤波效果均一般, 低尺度的滤波模板几乎不能去除噪声点。

重点观测噪声点: 对于椒盐噪声, 当滤波器尺度较小时只有中值滤波器能实现较好的除噪, 而高斯滤波和均值滤波保留了大部分噪声点。

2.2. 任务二：理想滤波子

理想的噪声滤波可以描述为: 在去除噪声的同时, 不影响图像中的内容(主要指轮廓线、图像细节等)。解释一下理想滤波子为什么难以实现。

滤波器会产生振铃效应。由卷积定理可知, 频率域下的理想低通滤波器 $H(u, v)$ 必定存在一个空间域下与之对应的滤波函数 $h(x, y)$, 且可以通过对 $H(u, v)$ 作傅里叶逆变换求得。产生振铃效应的原因在于, 理想低通滤波器在频率域下的分布十分线性(在 D0 处呈现出一条垂直的线, 在其他频率处呈现出一条水平的线), 对应的 $h(x, y)$ 将会有类似于 sinc 函数那样周期震荡的空间分布特性。正是由于理想低通滤波器的空间域表示有类似于 sinc 函数的形状, 位于正中央的突起使得理想低通滤波器有模糊图像的功能, 而外层的其他突起则导致理想低通滤波器会产生振铃效应。通俗地说, 滤波去除噪声与保留图像细节信息两者是不可兼得的, 去除噪声的同时势必会影响图像中的内容, 使得轮廓线模糊, 图像细节流失, 理想滤波子难以实现。振铃效应几乎不可避免, 尤其对于有噪声存在的场合, 它会混淆图像的高频特性, 使得振铃效应带来的影响更加显著。



图 5. 高斯卷积多尺度滤波后的图像。卷积模板：上从左到右为 3×3 , 5×5 , 7×7 , 下从左到右为 9×9 , 11×11 , 17×17

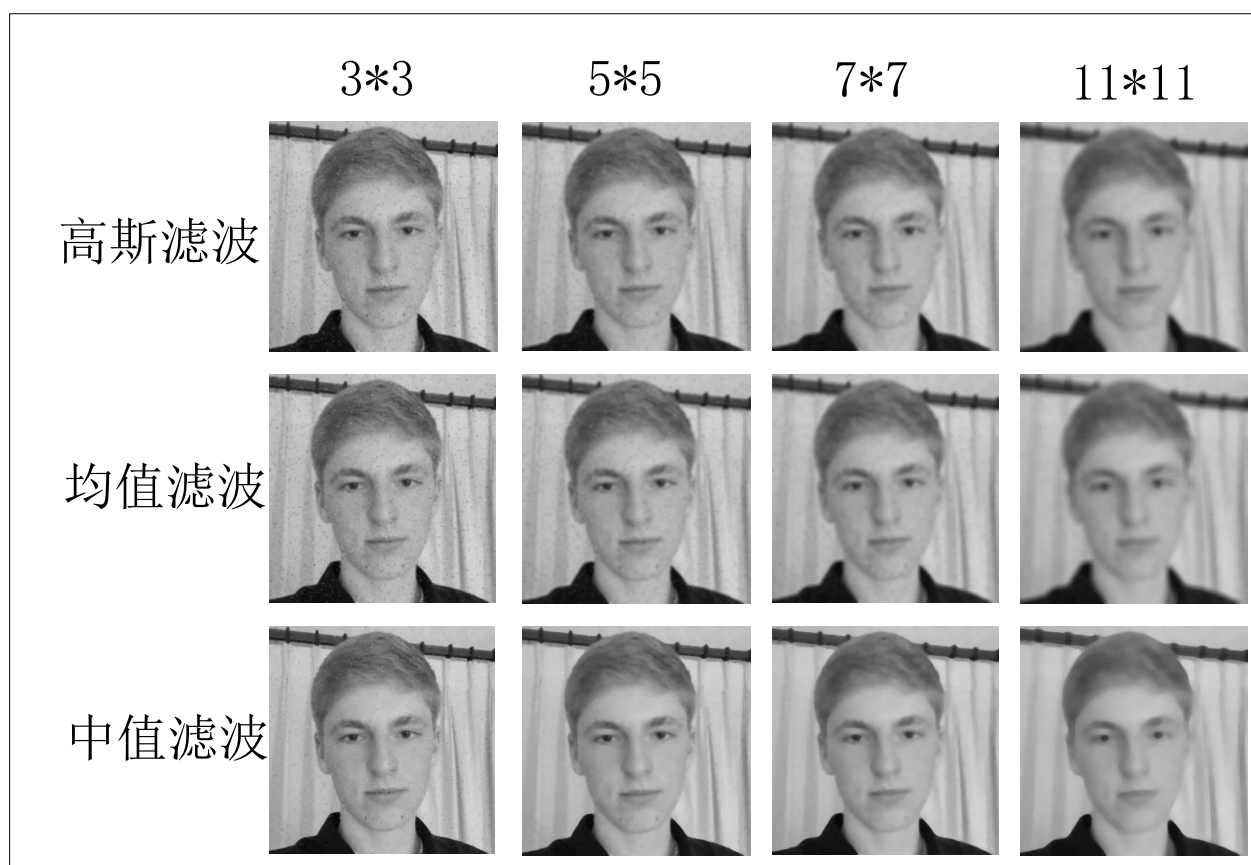


图 6. 高斯噪声图像在各类滤波器处理后的结果对比。

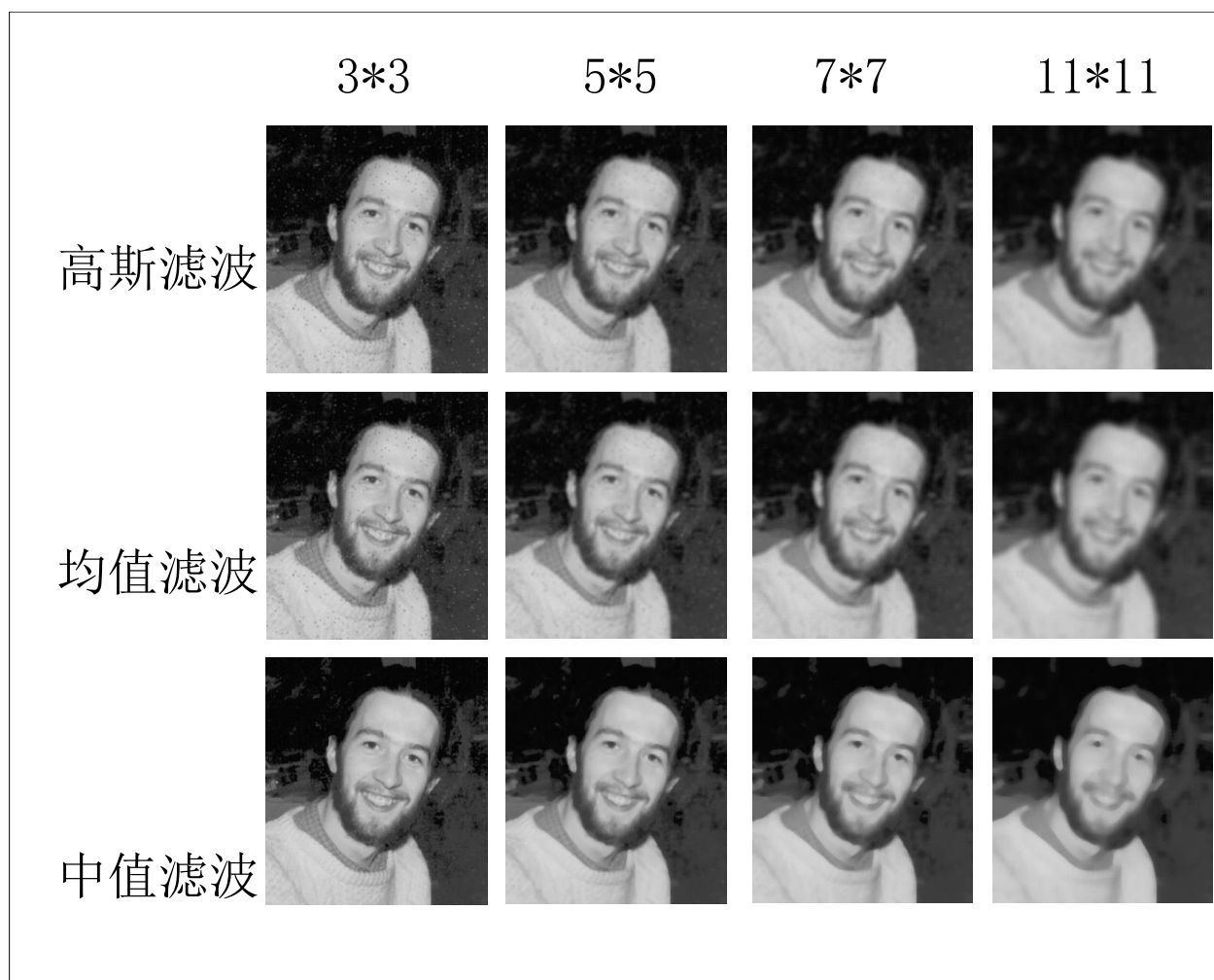


图 7. 椒盐噪声图像在各类滤波器处理后的结果对比。

3. 作业三

3.1. 任务一：图像梯度

数字图像中如何计算梯度？图像是离散函数，在某点的梯度可以用向前差商、向后差商或者中心差商获得。

图像 $f(x, y)$ 在位置 (x, y) 的梯度定义为向量

$$\nabla F = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$\nabla f = \text{mag}(\nabla F) = [G_x^2 + G_y^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$a(x, y) = \arctan_y\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

- Roberts 交叉梯度算子：

$$\nabla f \approx |G_x| + |G_y| = |z_9 - z_5| + |z_8 - z_6|$$

- Prewitt 梯度算子：

$$\begin{aligned} \nabla f \approx |G_x| + |G_y| &= |(z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)| \\ &\quad + |(z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)| \end{aligned}$$

- Sobel 梯度算子：

$$\begin{aligned} \nabla f \approx |G_x| + |G_y| &= |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| \\ &\quad + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)| \end{aligned}$$

3.2. 任务二：度量灰度变化

如何度量局部区域灰度的变化？

在图像中物体边缘处，灰度值变化幅度较大；而物体内部，灰度值变化幅度较小。计算图像的梯度可以定量地反映局部区域的灰度变化程度。在上文 3.1 中对各种梯度算子进行了介绍总结。

3.3. 任务三：噪声中的灰度变化

如何在有噪声的情况下合理估算局部区域灰度的变化？

有以下两种思路，在有噪声的情况下合理估算局部区域灰度的变化。

- 平滑去除噪声。

利用高斯滤波器、均值滤波器、中值滤波器等方法，先对图像进行平滑滤波处理，除去噪声点。这样的缺点是会使得图像轮廓线和细节模糊，使信息流失。

- 抑制噪声的梯度算子。

计算梯度时，合理选择梯度算子能有效抑制噪声的影响。例如 Sobel 算子模板对噪声有较强的鲁棒性。