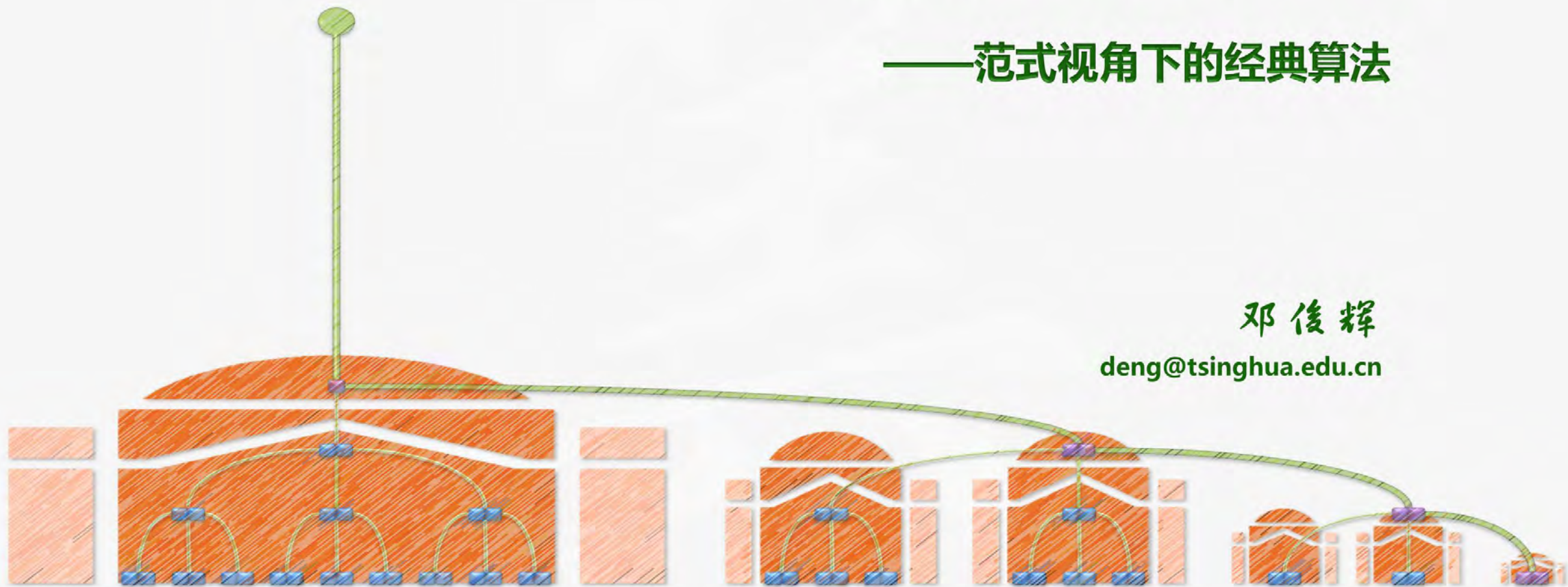


算法设计中的自然主义

——范式视角下的经典算法

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn



CS极简史：那些人那些事

❖ **CS是否被承认是Science，除了研究的对象、应用领域，还需要有自己
范式（Paradigm）与方法论（methodology）**

- [wikipedia] In science and philosophy, a paradigm is a distinct set of concepts or thought patterns.
- [wikipedia] Methodology is the systematic, theoretical analysis of the methods applied to a field of study.

❖ **传统科学多为“自然”科学，以自然为研究对象，更从自然过程及其规律中借鉴颇多；计算机科学亦不例外...**



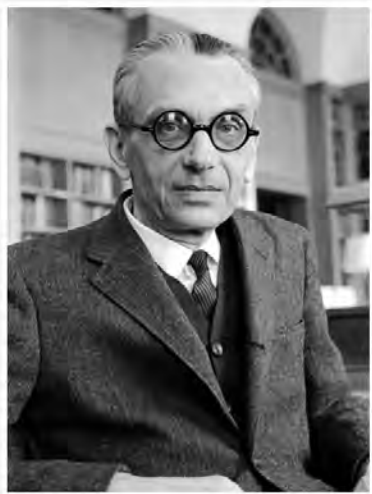
G. Leibniz (1646~1716)

- ❖ 21岁前完成了所有正规教育，博士学位论文研究了如何运用**逻辑**解决按常规方法难以决断的**法律**案例
- ❖ 可以完成四则算术运算的**计算**机器 (calculating machine)



D. Hilbert (1862~1943)

- ❖ [Hilbert's Tenth Problem, 1900]
是否存在通用**算法**，判定任一丢番都方程是否**有解**
- ❖ [Entscheidungsproblem, 1928]
是否存在**算法**，判定一阶逻辑中的任一命题是否**可证**



K. Gödel (1906~1978)

- ❖ [Incompleteness Theorems, 1931]
 - 包含自然数的一阶公理系统如果**自治**，则必**不完备**
 - 包含自然数的一阶公理系统是否自治，无法在**内部得证**



A. Turing (1912~1954)

- ❖ [On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem, 1936]
 - 没有算法可以**判定**任一图灵机是否必然**停机**
 - 没有算法可以**判定**任一公理系统是否**完备**
(Hilbert的判定问题不可解)



John von Neumann (1903~1957)

- ❖ [First Draft of a Report on the EDVAC, 1945]
提出**存储程序** (stored program) 概念及**冯·诺依曼架构**
(von Neumann architecture)



E. Dijkstra (1930~2002)

- ❖ "Computer Science should be called computing Science" : 促进**CS**真正成为一门理论与实践融合的**学科**
- ❖ "The Humble Programmer" : 使**程序员**成为一种崇高**职业**
- ❖ "Go To Statement Considered Harmful" : 提出**结构化编程** (Structured Programming) 理念, 有效化解软件危机

计算·模型

λ -calculus + (primitive) recursive function + ...

Turing machine + RAM + ...



Running



1

0

1

0

1

0

0

1

0

0

#

#

#

#

#

#

-7

-6

-5

-4

-3

-2

-1

0

1

2

3

4

5

6

7

8

<

<

<

>

>

1

0

#

0

#

0

1

1

0

#



Running



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -12 | -11 | -10 | -9 | -8 | -7 | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

<



<



>

1

9

#

2

#

9



1

9

#

1

B

R

R



2

b

计算·可计算性

computability | calculatability

incomputable ~ intractable ~ polynomial

计算·成本与复杂度

big-O notation

best case ~ worst case ~ average case ~ amortization

计算·策略与方法

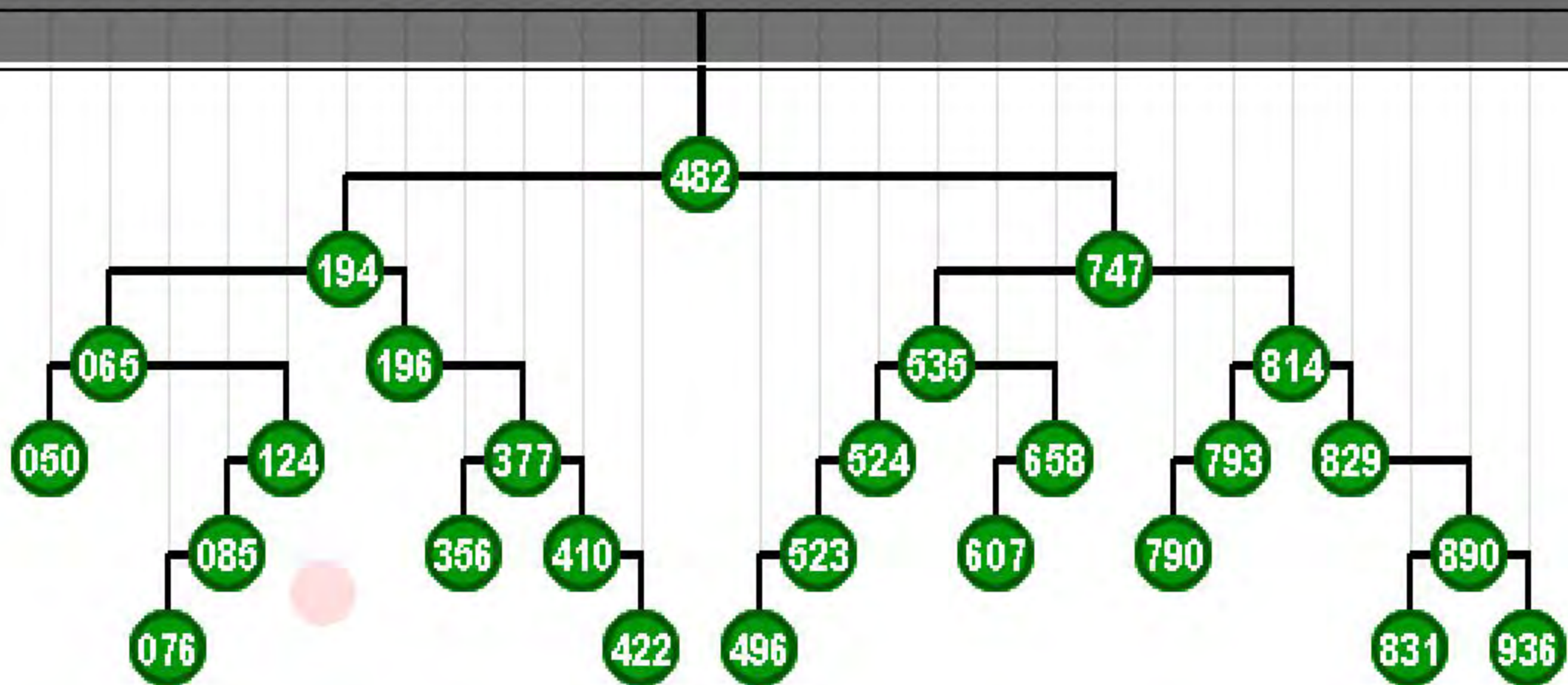
greedy

(decrease|divide)-and-conquer

memoization + dynamic programming

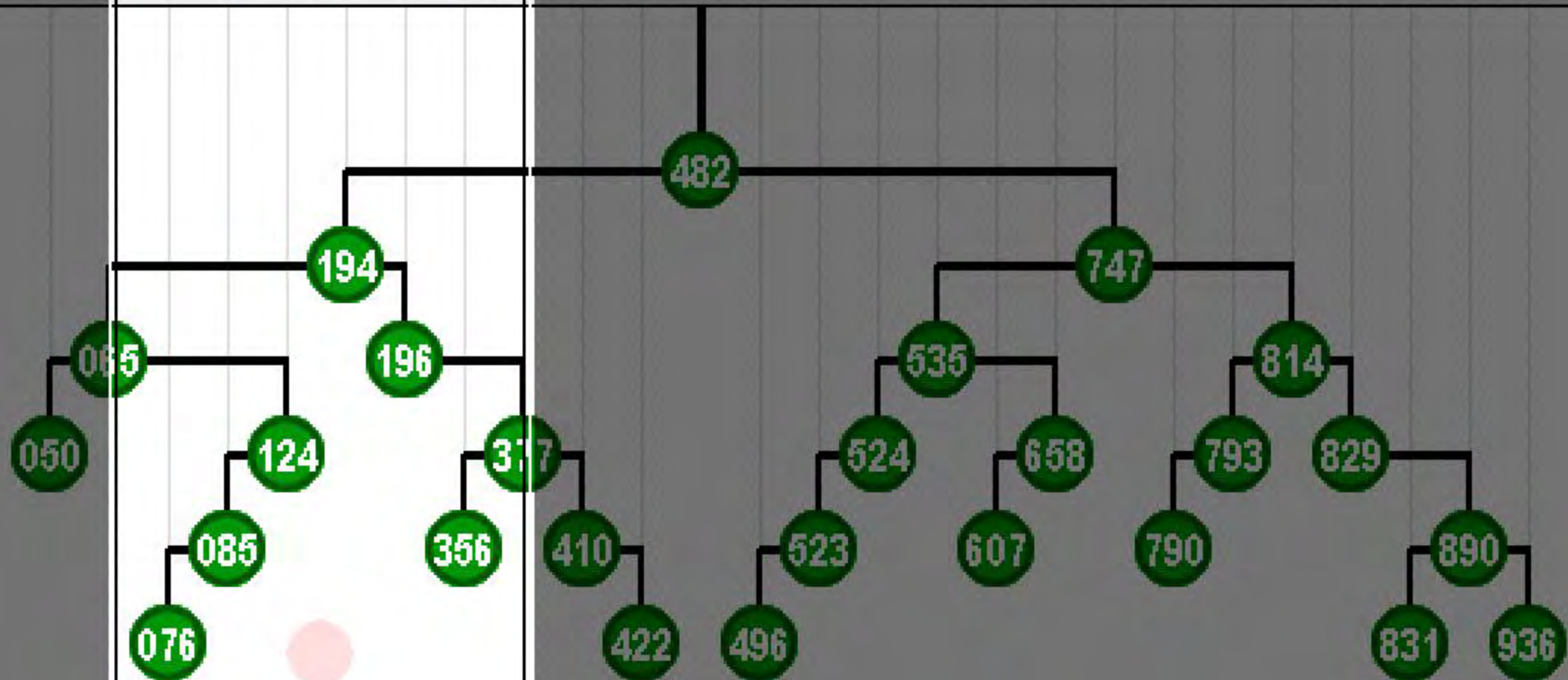
succ splay/2 tree mode: AVL R-B SPL balanceFactor zig **zag** splay to root

traverse search insert remove 124 ☐ batch clear



succ splay/2 tree mode: AVL R-B SPL balanceFactor zig zag splay to root

traverse search insert remove ☐ batch clear

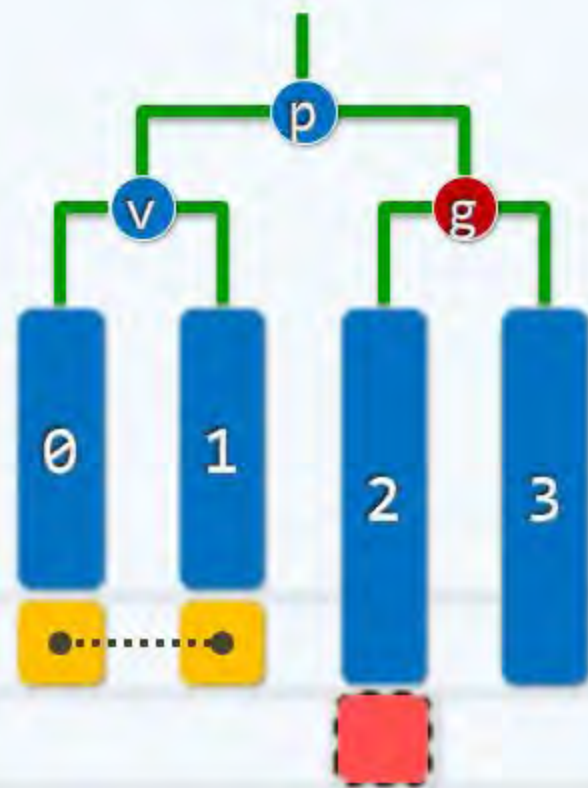
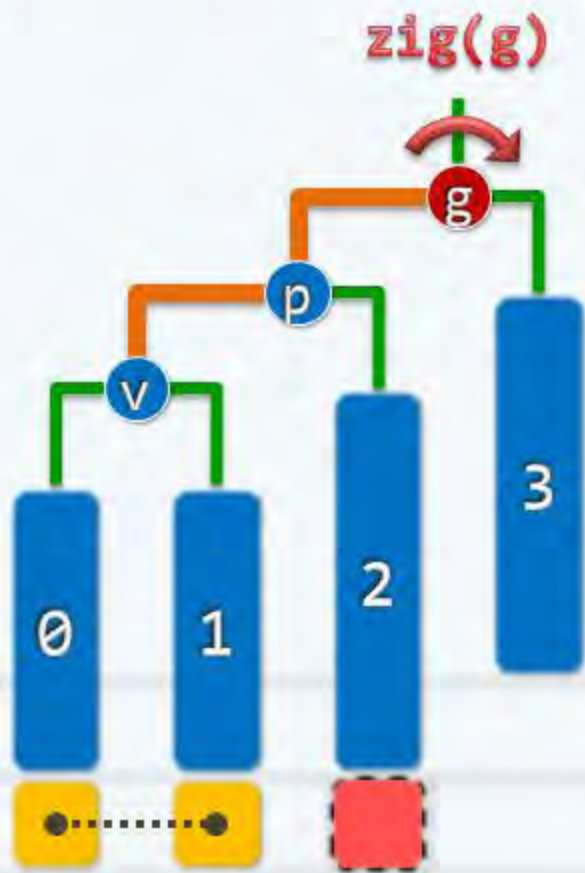


单旋

❖ 同时至多一个失衡节点 g ，
首个可能就是 x 的父亲_hot

❖ 复衡后子树高度未必复原；
更高祖先随之仍可能失衡

❖ 可能持续失衡传播，
最多需做 $O(\log n)$ 次调整

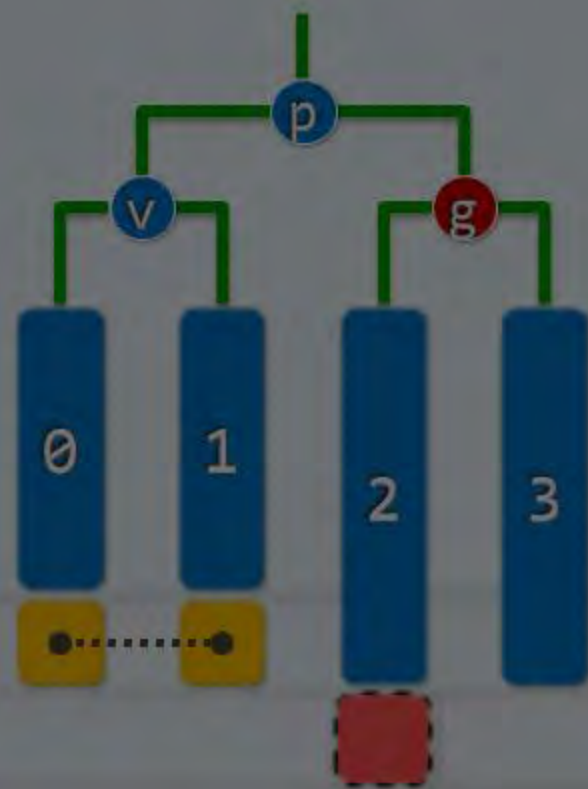
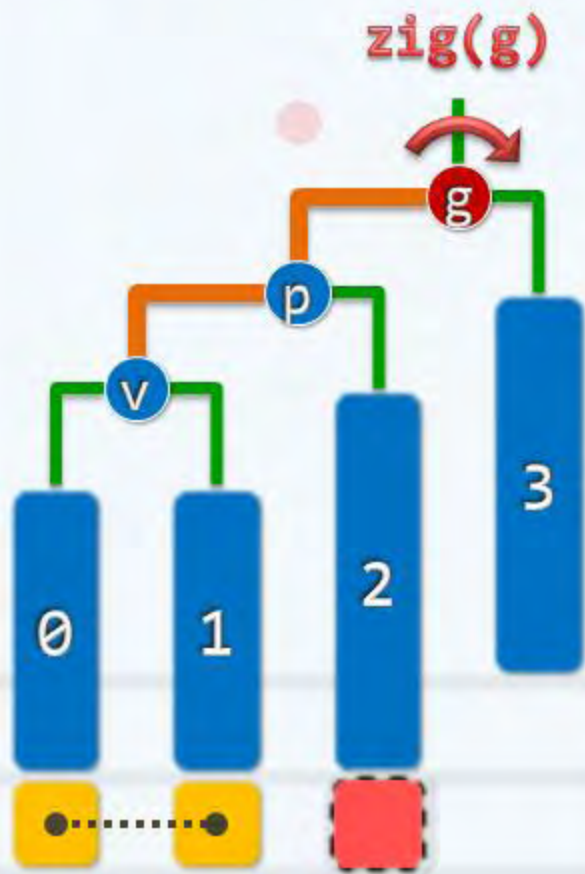


单旋

❖ 同时至多一个失衡节点 g ，
首个可能就是 x 的父亲_hot

❖ 复衡后子树高度未必复原；
更高祖先随之仍可能失衡

❖ 可能持续失衡传播，
最多需做 $O(\log n)$ 次调整

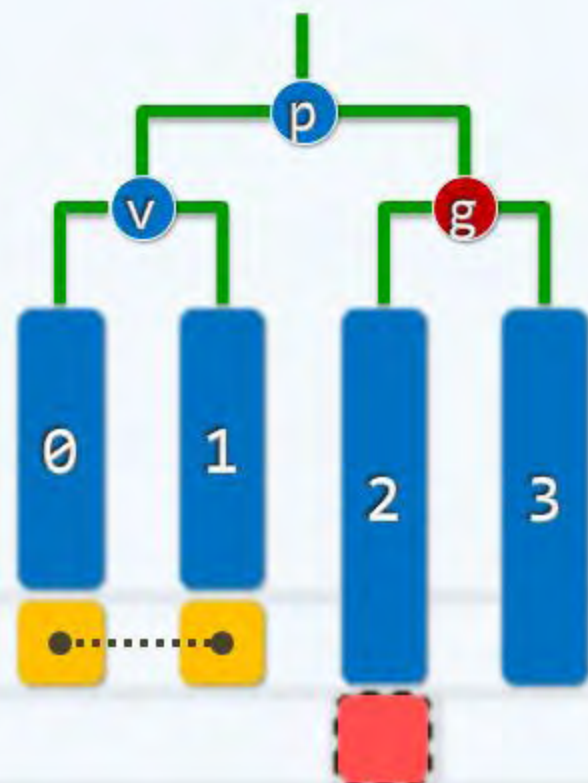
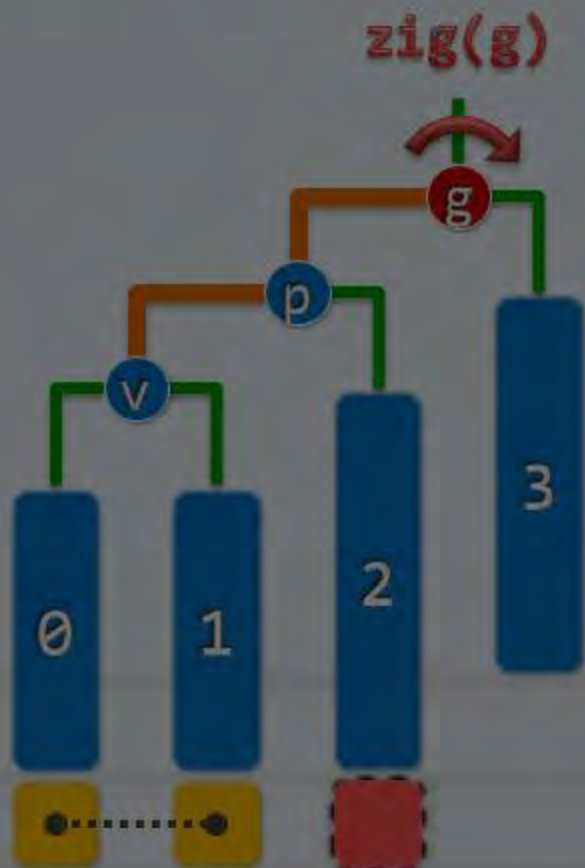


单旋

❖ 同时至多一个失衡节点 g ，
首个可能就是 x 的父亲_hot

❖ 复衡后子树高度未必复原；
更高祖先随之仍可能失衡

❖ 可能持续失衡传播，
最多需做 $O(\log n)$ 次调整



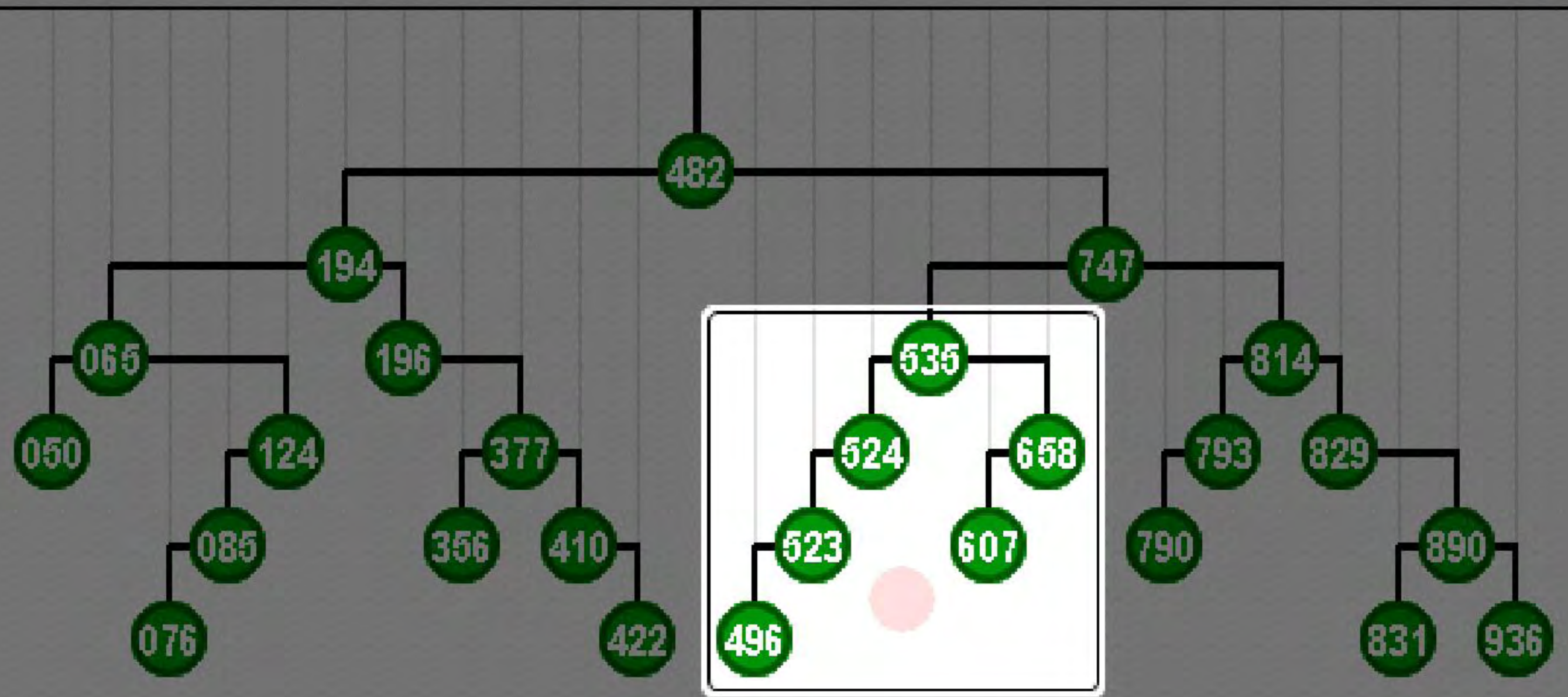
reverse

search

insert

remove

☐ batch

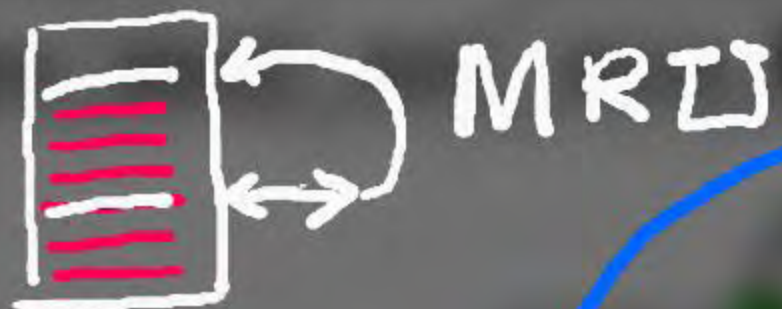


计算·数据结构

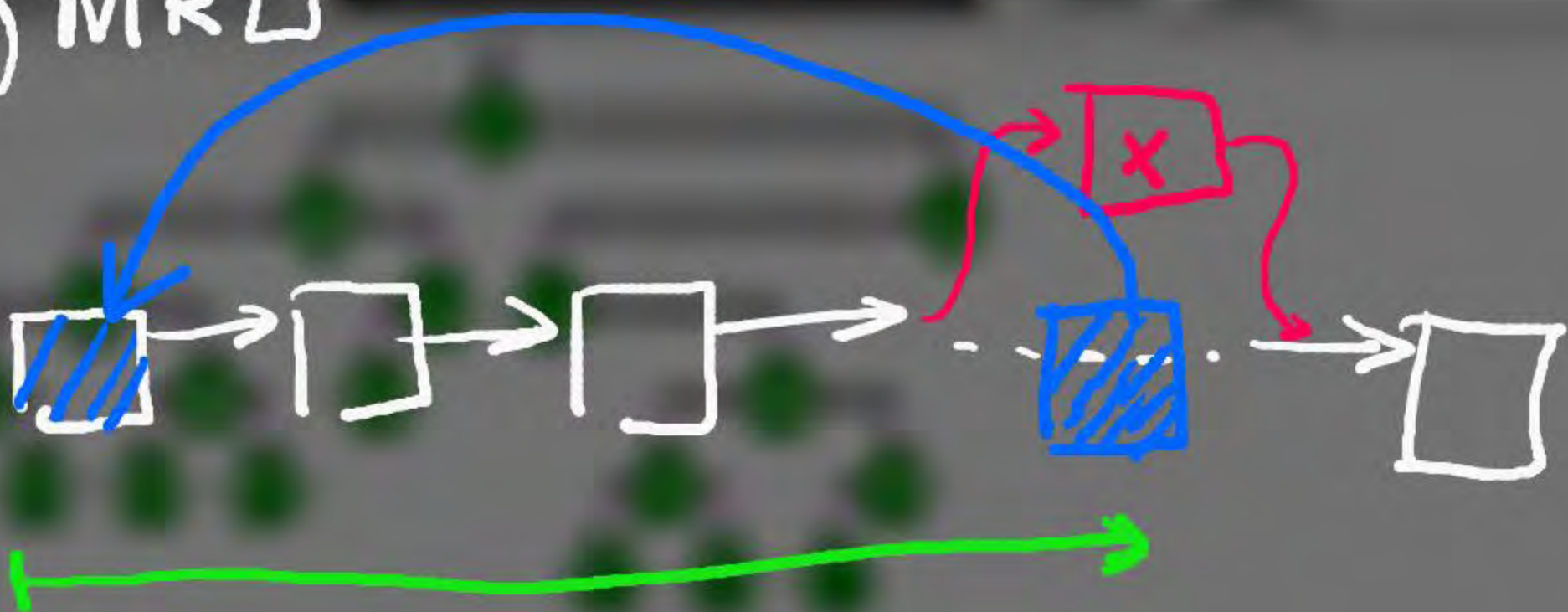
linear ~ semilinear ~ nonlinear

PQ ~ hashtable

combination of DS

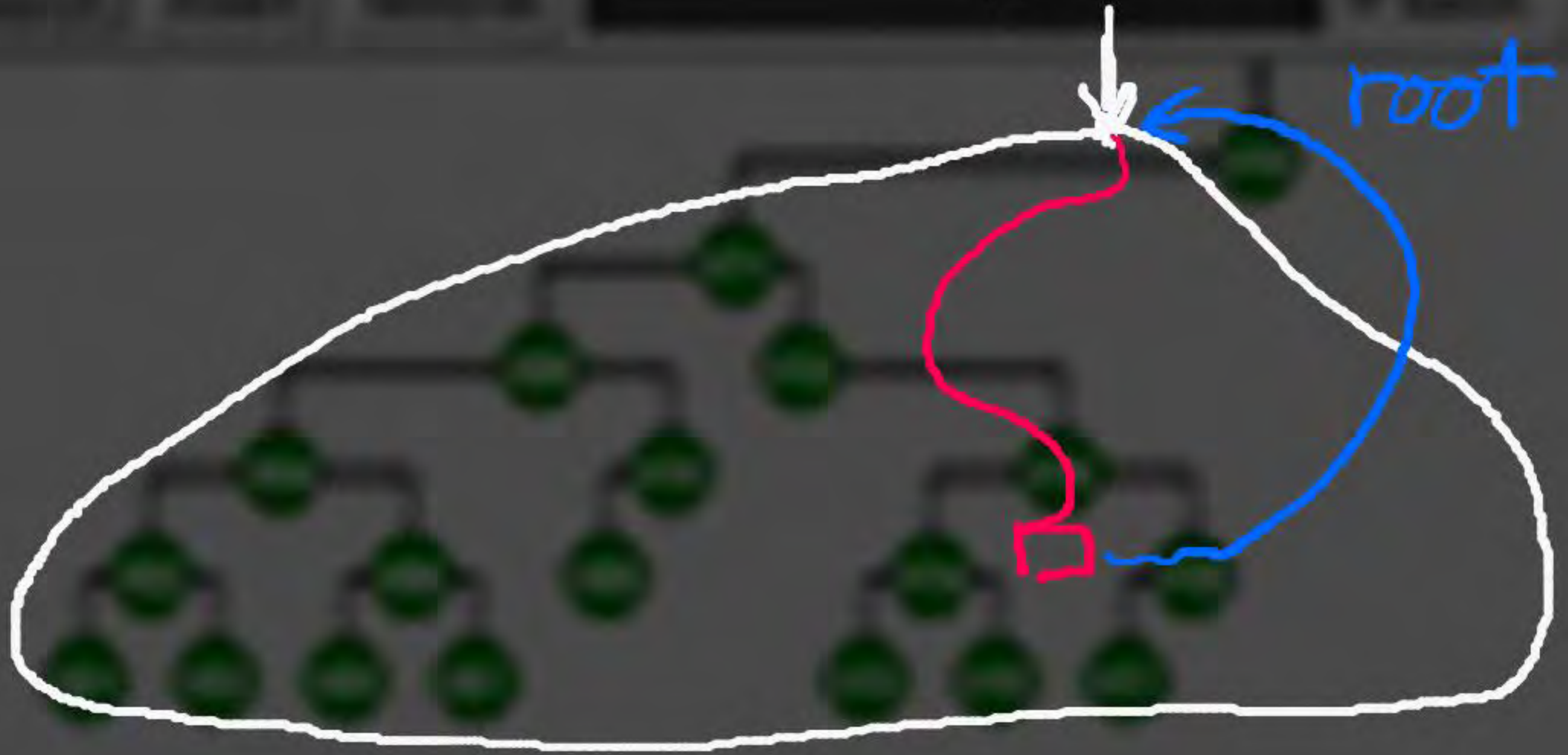


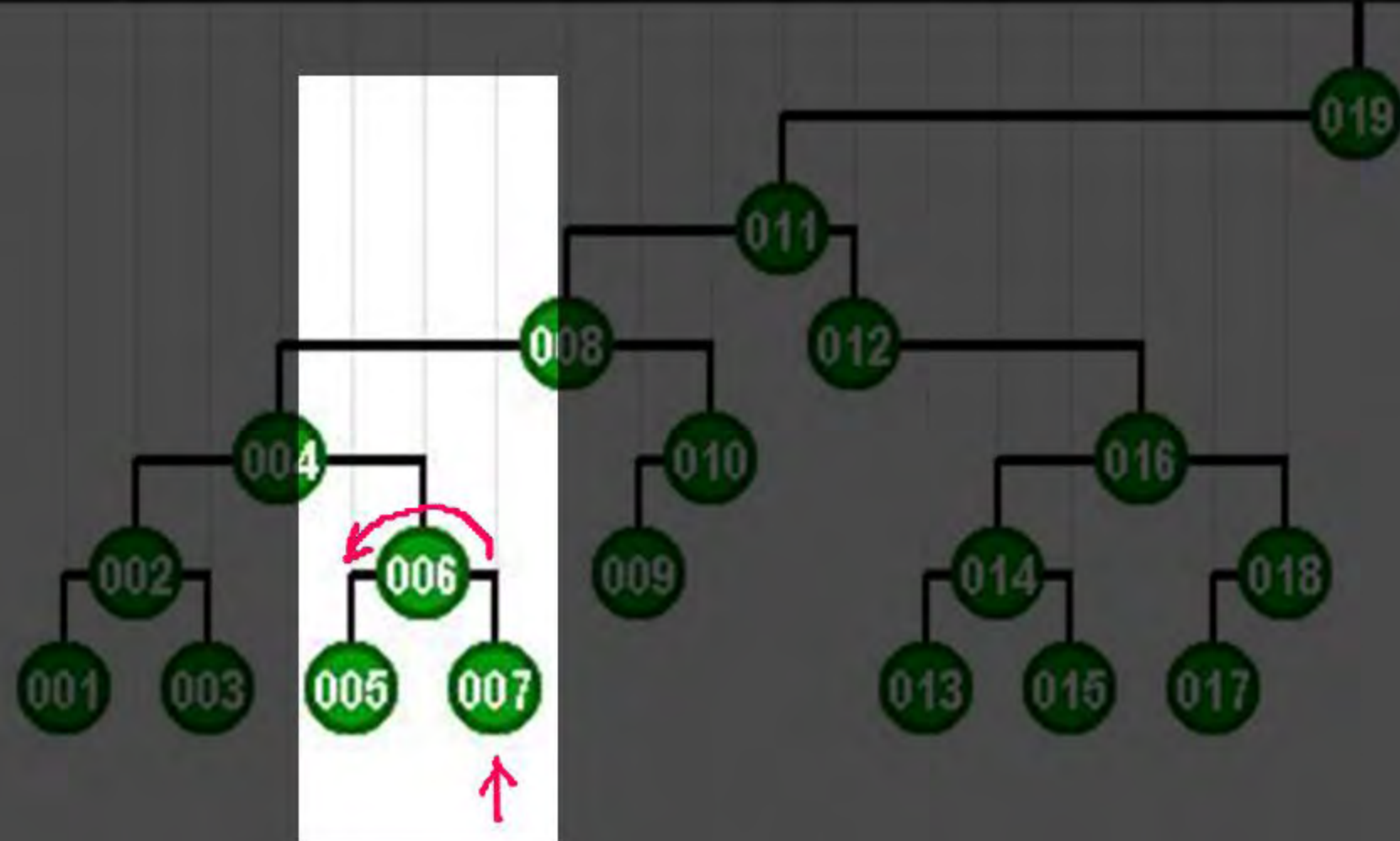
LIST



BST

root







$$\frac{h}{2}$$



1+3

$\frac{h}{4}$

4

1

3

1

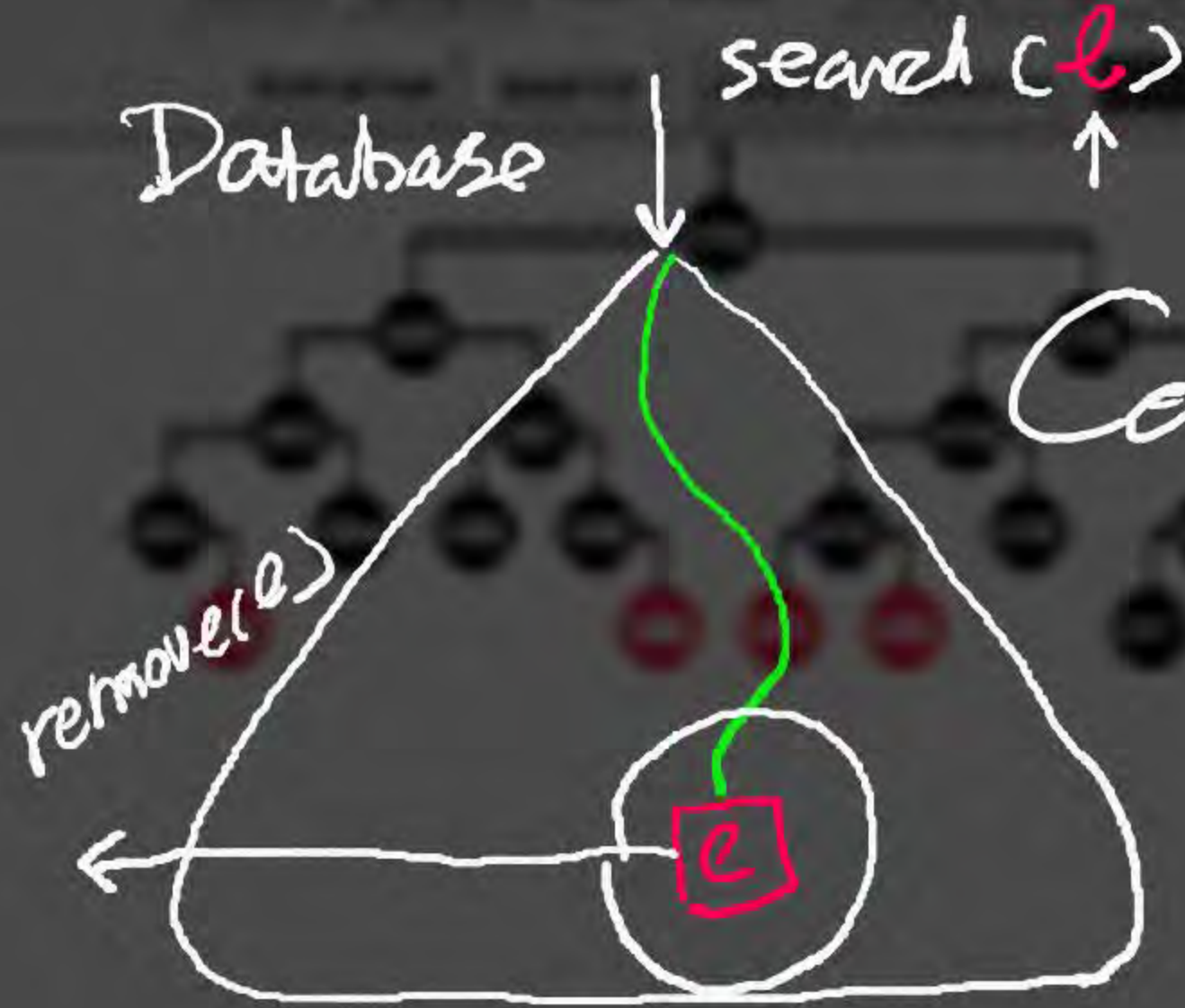
3

1

3

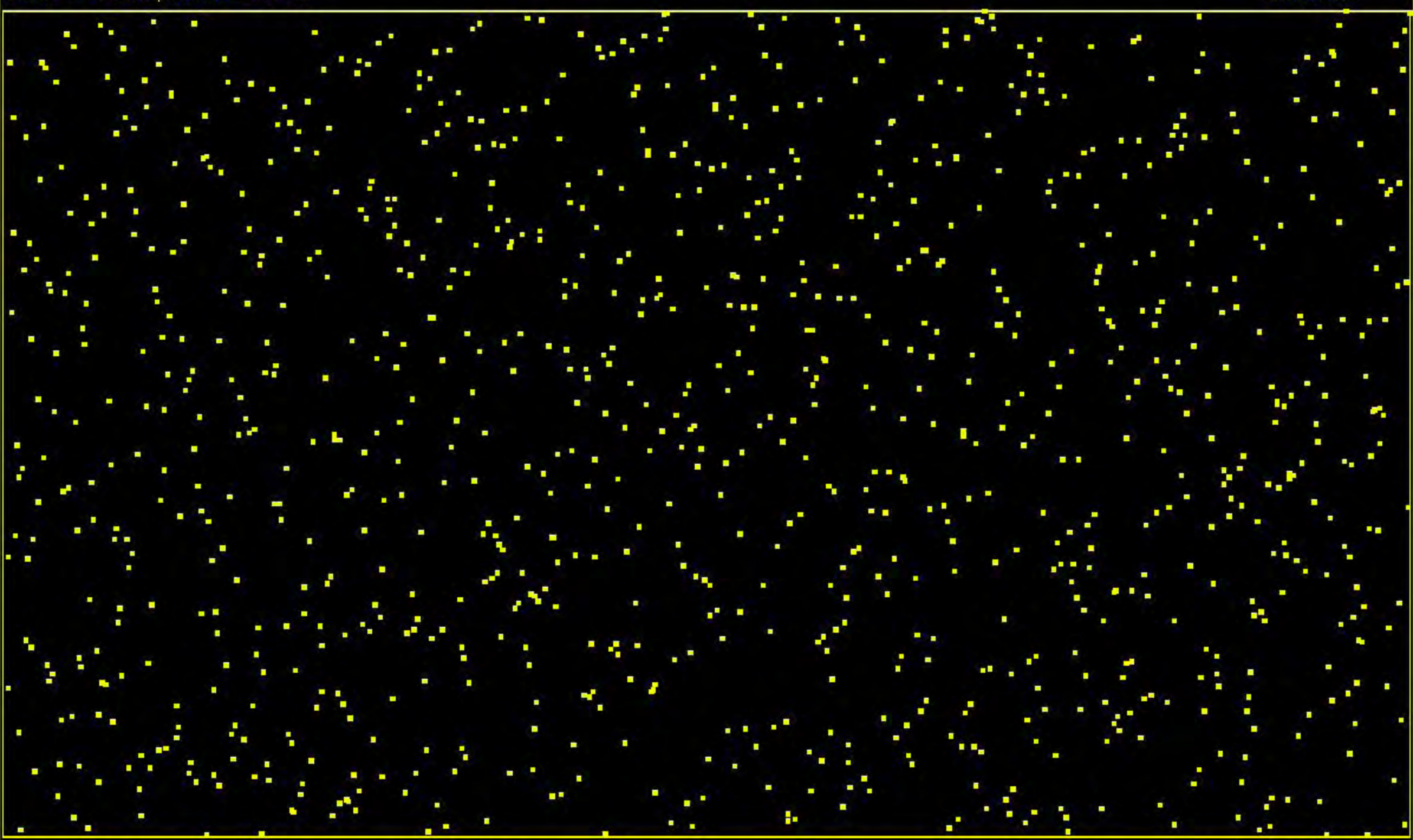
1

3



#CMP = 14952 , #MOV = 19764

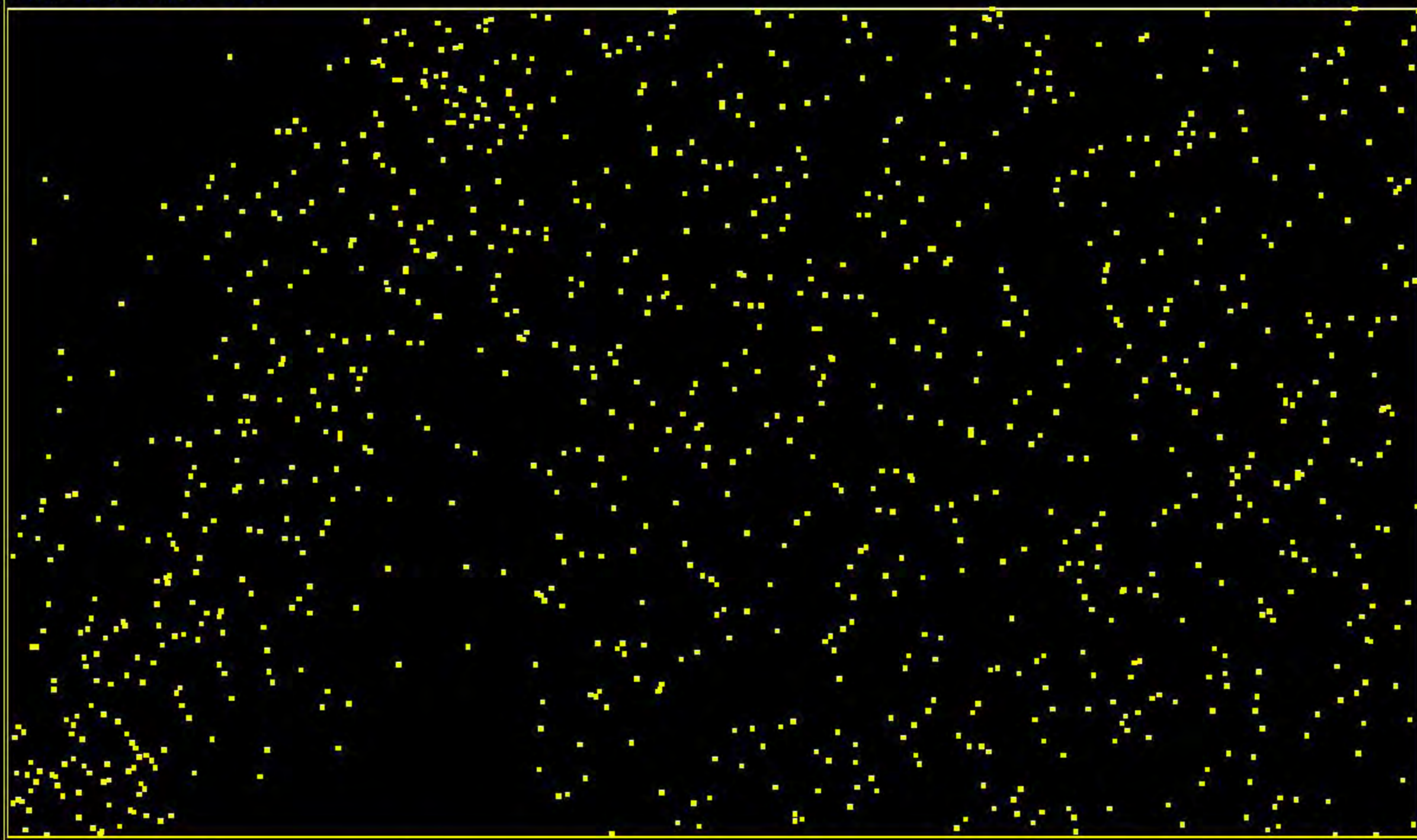
Shellsort



| | | | | | | |
|--------|-----------|-----------|-------|-------|-------|------|
| Bubble | Selection | Insertion | Shell | Quick | Merge | Heap |
|--------|-----------|-----------|-------|-------|-------|------|

#CMP = 456 , #MOV = 710

Shellsort



Bubble

Selection

Insertion

Shell

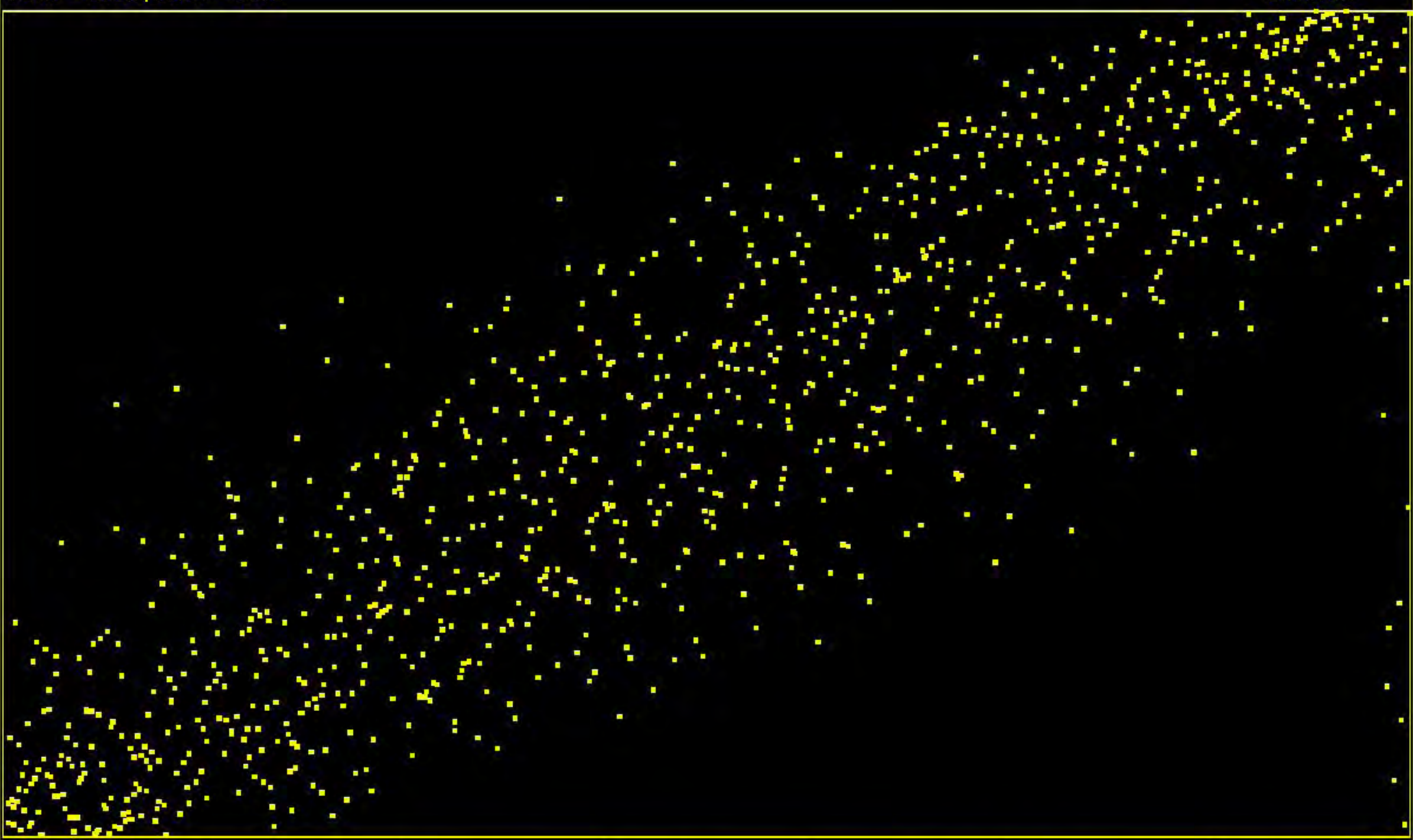
Quick

Merge

Heap

#CMP = 2752 , #MOV = 3612

Shellsort



Bubble

Selection

Insertion

Shell

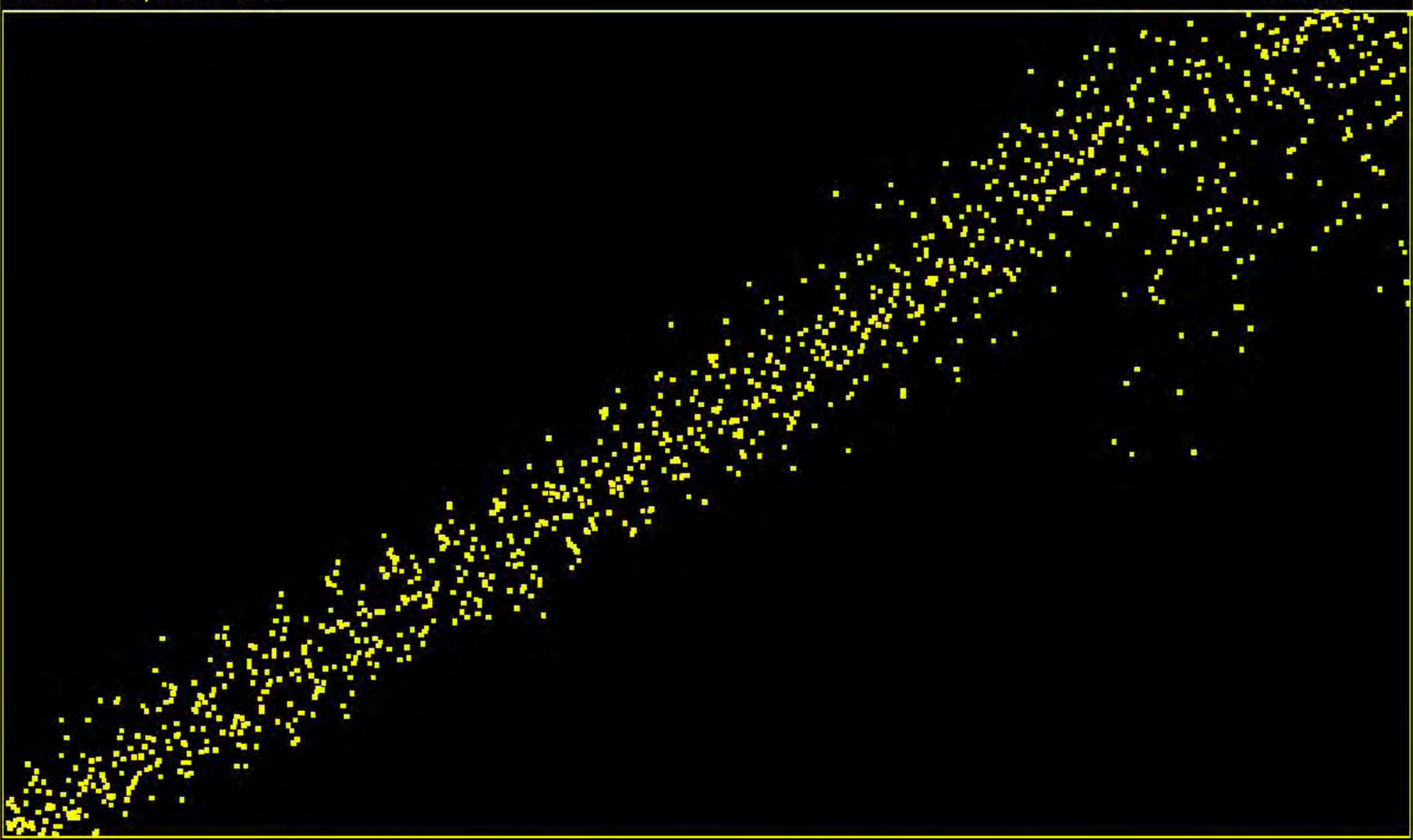
Quick

Merge

Heap

#CMP = 4866 , #MOV = 6492

Shellsort



Bubble

Selection

Insertion

Shell

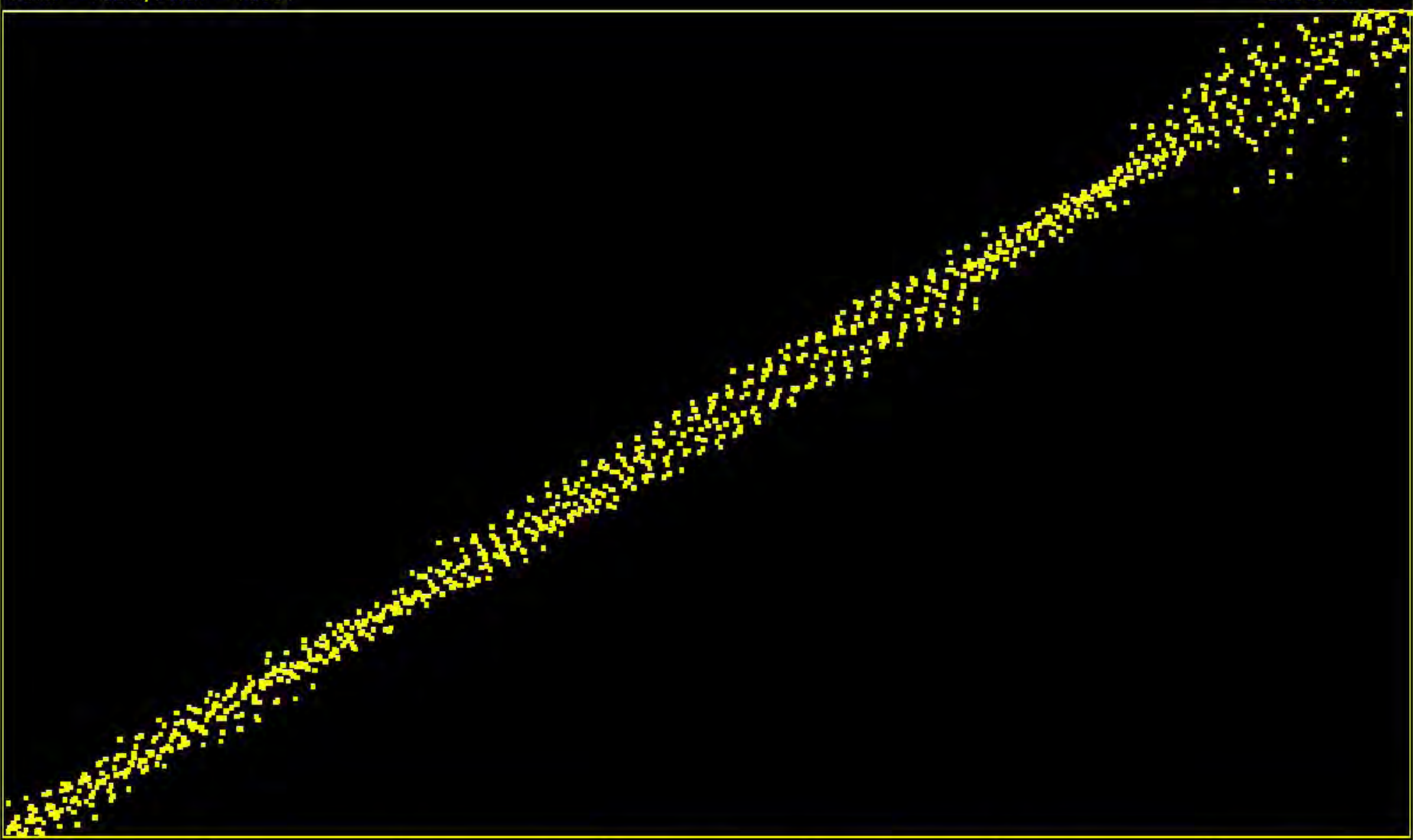
Quick

Merge

Heap

#CMP = 7989 , #MOV = 10691

Shellsort



Bubble

Selection

Insertion

Shell

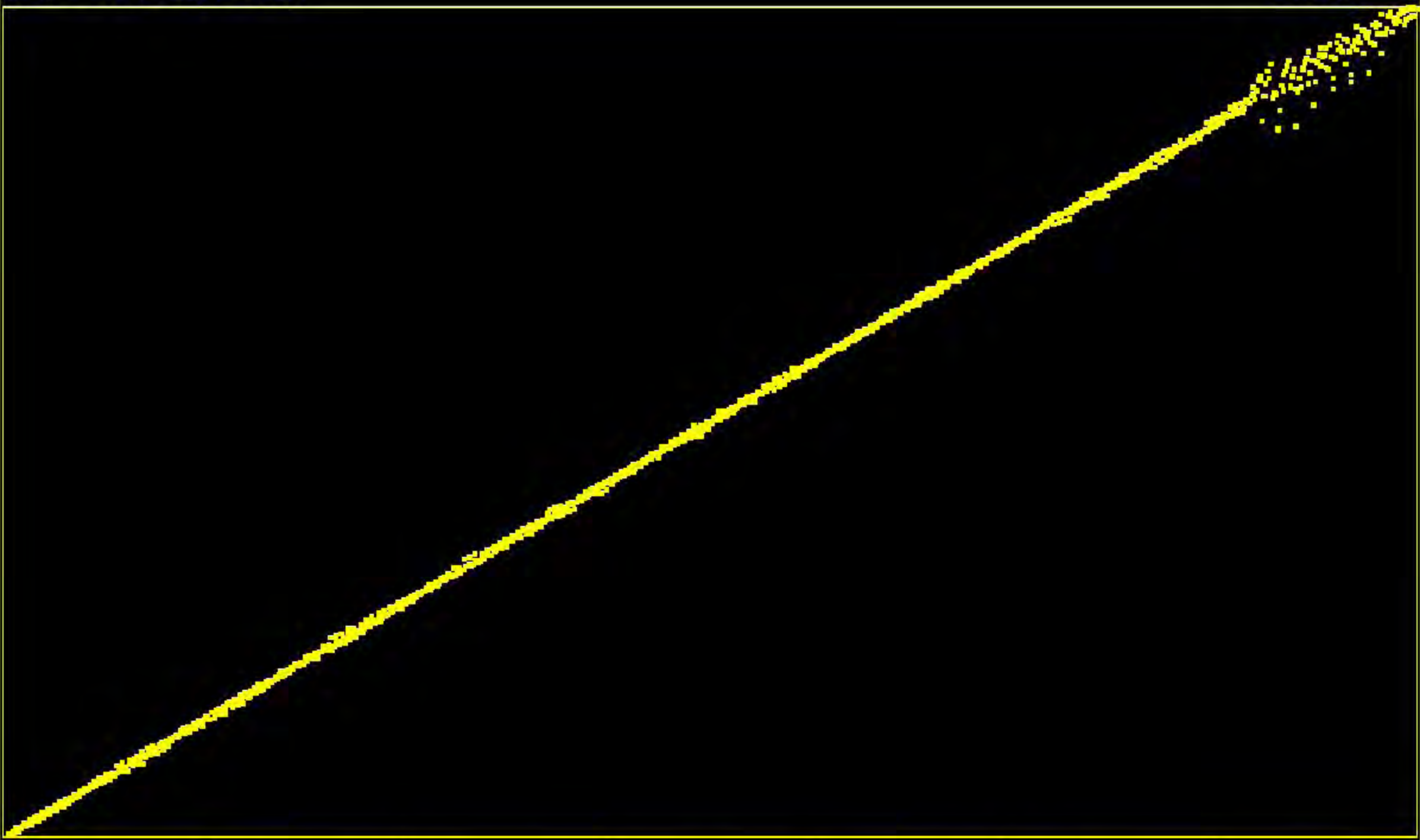
Quick

Merge

Heap

#CMP = 11555 , #MOV = 15261

Shellsort



Bubble

Selection

Insertion

Shell

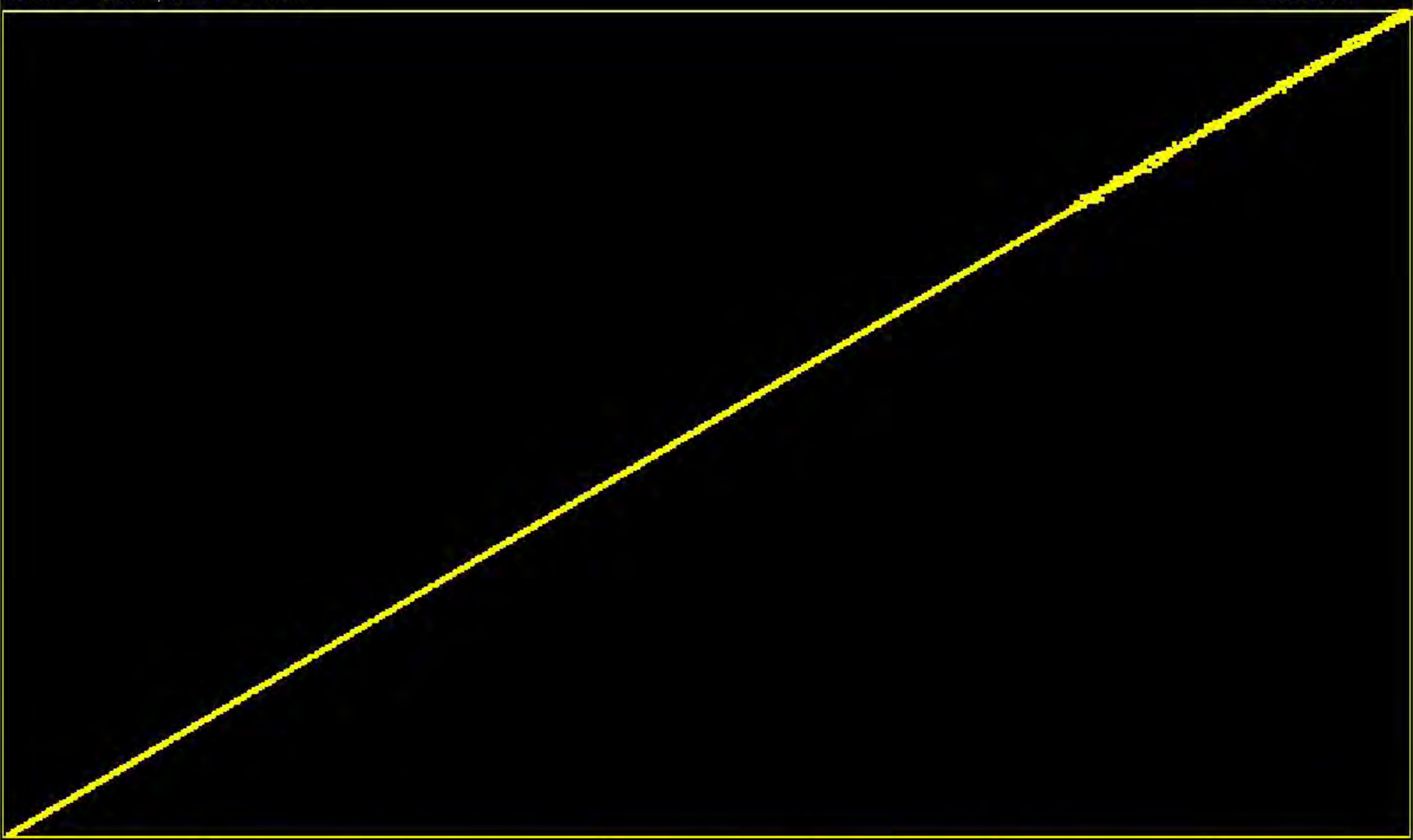
Quick

Merge

Heap

#CMP = 13938 , #MOV = 18513

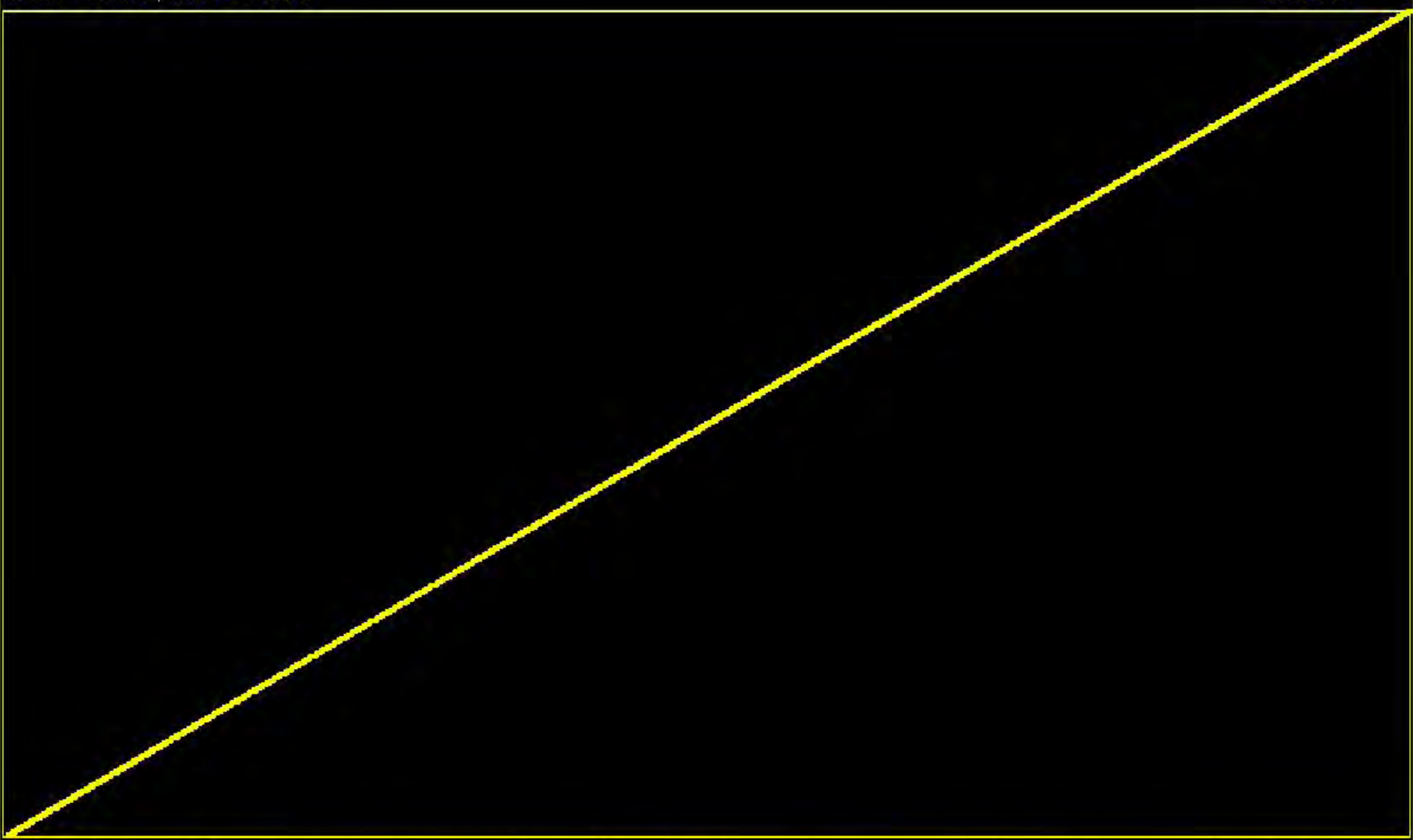
Shellsort



| | | | | | | |
|--------|-----------|-----------|-------|-------|-------|------|
| Bubble | Selection | Insertion | Shell | Quick | Merge | Heap |
|--------|-----------|-----------|-------|-------|-------|------|

#CMP = 14563 , #MOV = 19379

Shellsort



| | | | | | | |
|--------|-----------|-----------|-------|-------|-------|------|
| Bubble | Selection | Insertion | Shell | Quick | Merge | Heap |
|--------|-----------|-----------|-------|-------|-------|------|

[illegible]

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| 256 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | |
| 0 | 78 | 69 | 134 | 47 | 163 | 162 | 63 | 66 | 163 | 169 | 5 | 43 | 140 | 8 | 65 | 118 | 79 | 120 | 194 | 57 | 154 | 170 | 19 | 143 | 27 | 96 | 57 | 153 | 12 | 48 | 212 | |
| 1 | 95 | 153 | 210 | 214 | 196 | 261 | 198 | 112 | 188 | 200 | 7 | 43 | 174 | 32 | 96 | 288 | 131 | 122 | 327 | 62 | 170 | 199 | 257 | 258 | 272 | 123 | 156 | 195 | 232 | 100 | 248 | |
| 2 | 201 | 182 | 257 | 339 | 216 | 318 | 468 | 285 | 249 | 363 | 245 | 59 | 375 | 235 | 181 | 466 | 312 | 189 | 389 | 328 | 252 | 346 | 291 | 262 | 395 | 302 | 293 | 444 | 282 | 262 | 351 | |
| 3 | 270 | 222 | 406 | 350 | 368 | 532 | 567 | 550 | 434 | 378 | 383 | 376 | 404 | 379 | 518 | 566 | 488 | 404 | 413 | 338 | 357 | 357 | 352 | 446 | 523 | 449 | 518 | 554 | 389 | 477 | 418 | |
| 4 | 371 | 407 | 522 | 537 | 425 | 626 | 598 | 611 | 640 | 445 | 397 | 454 | 576 | 414 | 592 | 632 | 583 | 584 | 519 | 597 | 587 | 599 | 479 | 512 | 546 | 527 | 555 | 557 | 599 | 501 | 607 | |
| 5 | 613 | 660 | 639 | 548 | 431 | 851 | 730 | 628 | 791 | 671 | 577 | 676 | 688 | 624 | 702 | 861 | 655 | 678 | 709 | 606 | 684 | 691 | 531 | 698 | 743 | 578 | 719 | 853 | 613 | 713 | 763 | |
| 6 | 638 | 753 | 719 | 588 | 719 | 893 | 785 | 678 | 821 | 871 | 831 | 800 | 866 | 707 | 746 | 882 | 712 | 699 | 891 | 822 | 777 | 816 | 736 | 765 | 791 | 859 | 726 | 890 | 967 | 760 | 804 | |
| 7 | 749 | 782 | 827 | 822 | 867 | 909 | 908 | 798 | 925 | 889 | 917 | 884 | 939 | 937 | 780 | 931 | 938 | 759 | 953 | 902 | 965 | 931 | 905 | 812 | 850 | 980 | 999 | 984 | 995 | 971 | 868 | |
| 8 | 852 | 830 | 896 | 957 | 917 | 996 | 931 | 953 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

256 18 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17 17

134 8 7 11 10 11 10 8 7 12 13 8 6 8 7 8

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 78 | 69 | 134 | 47 | 163 | 162 | 63 | 66 | 163 | 169 | 5 | 43 | 140 | 8 | 65 |
| 1 | 118 | 79 | 194 | 57 | 154 | 170 | 23 | 143 | 27 | 96 | 57 | 153 | 12 | 13 | |
| 2 | 212 | 95 | 153 | 210 | 214 | 196 | 261 | 198 | 117 | 188 | 200 | 13 | 174 | 14 | |
| 3 | 96 | 288 | 131 | 117 | 327 | 67 | 170 | 199 | 257 | 258 | 272 | 123 | 156 | 195 | 232 |
| 4 | 100 | 248 | 201 | 182 | 257 | 339 | 216 | 318 | 468 | 285 | 249 | 363 | 245 | 59 | 375 |
| 5 | 235 | 181 | 466 | 312 | 188 | 389 | 328 | 252 | 346 | 291 | 262 | 395 | 302 | 293 | 444 |
| 6 | 282 | 262 | 351 | 270 | 222 | 406 | 350 | 368 | 532 | 567 | 550 | 434 | 378 | 383 | 376 |
| 7 | 404 | 379 | 518 | 566 | 488 | 404 | 413 | 338 | 357 | 357 | 352 | 446 | 523 | 449 | 518 |
| 8 | 554 | 389 | 477 | 418 | 371 | 407 | 522 | 537 | 425 | 626 | 598 | 611 | 640 | 445 | 397 |
| 9 | 454 | 576 | 414 | 592 | 632 | 583 | 584 | 519 | 597 | 587 | 599 | 479 | 512 | 546 | 527 |
| 10 | 555 | 557 | 599 | 501 | 607 | 613 | 660 | 639 | 548 | 431 | 851 | 730 | 628 | 791 | 671 |
| 11 | 577 | 676 | 688 | 624 | 702 | 861 | 655 | 678 | 709 | 606 | 684 | 691 | 531 | 698 | 743 |
| 12 | 578 | 719 | 853 | 613 | 713 | 763 | 638 | 753 | 719 | 588 | 719 | 893 | 785 | 678 | 821 |
| 13 | 871 | 831 | 800 | 866 | 707 | 746 | 882 | 712 | 699 | 891 | 822 | 777 | 816 | 736 | 765 |
| 14 | 791 | 859 | 726 | 890 | 967 | 760 | 804 | 749 | 782 | 827 | 822 | 867 | 909 | 908 | 798 |
| 15 | 925 | 889 | 917 | 884 | 939 | 937 | 780 | 931 | 938 | 759 | 953 | 902 | 965 | 931 | 905 |
| 16 | 812 | 850 | 980 | 999 | 984 | 995 | 971 | 868 | 852 | 830 | 896 | 957 | 917 | 996 | 931 |
| 17 | 953 | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 256 | 18 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 78 | 69 | 120 | 47 | 57 | 62 | 63 | 19 | 112 | 27 | 5 | 7 | 43 | 8 | 32 |
| 1 | 96 | 79 | 131 | 122 | 163 | 154 | 170 | 66 | 143 | 169 | 96 | 43 | 140 | 12 | 48 |
| 2 | 100 | 95 | 134 | 182 | 189 | 162 | 170 | 198 | 163 | 188 | 200 | 57 | 153 | 59 | 65 |
| 3 | 118 | 181 | 153 | 194 | 214 | 196 | 216 | 199 | 257 | 258 | 249 | 123 | 156 | 174 | 232 |
| 4 | 212 | 248 | 201 | 210 | 222 | 339 | 261 | 252 | 346 | 285 | 262 | 363 | 245 | 195 | 375 |
| 5 | 235 | 262 | 351 | 270 | 257 | 389 | 328 | 318 | 357 | 291 | 272 | 395 | 302 | 293 | 376 |
| 6 | 282 | 288 | 414 | 312 | 327 | 404 | 350 | 338 | 425 | 357 | 352 | 434 | 378 | 383 | 397 |
| 7 | 404 | 379 | 466 | 418 | 371 | 406 | 413 | 368 | 468 | 431 | 550 | 446 | 512 | 445 | 444 |
| 8 | 454 | 389 | 477 | 501 | 488 | 407 | 522 | 519 | 532 | 567 | 598 | 479 | 523 | 449 | 518 |
| 9 | 554 | 557 | 518 | 566 | 607 | 583 | 584 | 537 | 548 | 587 | 599 | 611 | 531 | 546 | 527 |
| 10 | 555 | 576 | 599 | 592 | 632 | 613 | 638 | 639 | 597 | 588 | 684 | 691 | 628 | 678 | 671 |
| 11 | 577 | 676 | 688 | 613 | 702 | 746 | 655 | 678 | 699 | 606 | 719 | 730 | 640 | 698 | 743 |
| 12 | 578 | 719 | 726 | 624 | 707 | 760 | 660 | 712 | 709 | 626 | 822 | 777 | 785 | 736 | 765 |
| 13 | 791 | 831 | 800 | 866 | 713 | 763 | 780 | 749 | 719 | 759 | 822 | 867 | 816 | 791 | 798 |
| 14 | 812 | 850 | 853 | 884 | 939 | 861 | 804 | 753 | 782 | 827 | 851 | 893 | 909 | 908 | 821 |
| 15 | 871 | 859 | 917 | 890 | 967 | 937 | 882 | 868 | 852 | 830 | 896 | 902 | 917 | 931 | 905 |
| 16 | 925 | 889 | 980 | 999 | 984 | 995 | 971 | 931 | 938 | 891 | 953 | 957 | 965 | 996 | 931 |
| 17 | 953 | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | |



文件

开始

插入

页面布局

公式

数据

审阅

视图

开发工具

☐ Run/Reset

Increment Sequence

127-sorting

Running

sequence

CRC = 87536136

#inv = 16112 16159

#cmp = 257

sum of n_k = 256

sum of i_k = 87

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

1 3 7 15 31 63 127 255 511 1023 2047 4095 8191 16383 32767 65535 131071

1) Input your increment sequence; 2) Uncheck/check

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

912 591 63 855 527 3 977 511 149 781 550 219 765 631 94 733 542

807 591 63 855 527 3 977 511 149 781 550 219 765 631 94 733 542

0 1 2 0 3 5 0 5 6 3 5 8 4 5 12 5 9

3 3 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

3 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1

0 807 591 63 855 527 3 977 511 149 781 550 219 765 631 94 733 542

1 358 245 798 438 179 925 447 40 750 436 0 693 344 232 714 544 252

文件

开始

插入

页面布局

公式

数据

审阅

视图

开发工具

☐ Run/Reset

Increment Sequence

127-sorted

Running

sequence

CRC = 87536136

#inv = 8253 16159

#cmp = 257 + 343 = 600

sum of n_k = 256

sum of i_k = 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

1 3 7 15 31 63 127 255 511 1023 2047 4095 8191 16383 32767 65535 131071

1) Input your increment sequence; 2) Uncheck/check

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

912 591 63 855 527 3 977 511 149 781 550 219 765 631 94 733 542

29 245 63 438 179 3 447 48 149 436 23 219 344 232 94 544 252

0 0 1 0 2 5 0 5 4 2 9 4 3 5 9 0 5

3 3 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 29 245 63 438 179 3 447 48 149 436 23 219 344 232 94 544 252

1 358 591 798 855 527 925 977 511 750 781 550 693 765 631 714 733 542



文件

开始

插入

页面布局

公式

数据

审阅

视图

开发工具

☐ Run/Reset

Increment Sequence

63-sorting

Running

sequence

CRC = 87536136

#inv = 8253 16159

#cmp = 600

sum of n_k = 256

sum of i_k = 59

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

1 3 7 15 31 63 127 255 511 1023 2047 4095 8191 16383 32767 65535 131071

1> Input your increment sequence; 2> Uncheck/check

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

912 591 63 855 527 3 977 511 149 781 550 219 765 631 94 733 542

29 245 63 438 179 3 447 48 149 436 23 219 344 232 94 544 252

0 0 1 0 2 5 0 5 4 2 9 4 3 5 9 0 5

5 5 5 5 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4

0 1 2 2 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 1

0 29 245 63 438 179 3 447 48 149 436 23 219 344 232 94 544 252

1 409 162 386 288 209 508 257 243 359 225 34 447 293 94 534 90



文件

开始

插入

页面布局

公式

数据

审阅

视图

开发工具

☐ Run/Reset

Increment Sequence

63-sorted

Running

sequence

CRC = 87536136

#inv = 7056 16159

#cmp = 600 + 315 = 915

sum of n_k = 256

sum of i_k = 0

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|------|------|------|-------|-------|-------|--------|
| 1 | 3 | 7 | 15 | 31 | 63 | 127 | 255 | 511 | 1023 | 2047 | 4095 | 8191 | 16383 | 32767 | 65535 | 131071 |

1> Input your increment sequence; 2> Uncheck/check

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 912 | 591 | 63 | 855 | 527 | 3 | 977 | 511 | 149 | 781 | 550 | 219 | 765 | 631 | 94 | 733 | 542 | |
| 29 | 162 | 3 | 386 | 179 | 3 | 447 | 48 | 149 | 359 | 23 | 34 | 344 | 203 | 94 | 534 | 90 | |
| 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 4 | 0 | 4 | 4 | 2 | 8 | 7 | 3 | 4 | 8 | 0 | 10 | |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 29 | 162 | 3 | 386 | 179 | 3 | 447 | 48 | 149 | 359 | 23 | 34 | 344 | 203 | 94 | 534 | 90 |
| 1 | 409 | 245 | 63 | 438 | 288 | 209 | 508 | 257 | 243 | 436 | 225 | 219 | 447 | 232 | 94 | 544 | 252 |


☐ Run/Reset

Increment Sequence

31-sorting

Running

sequence

CRC = 87536136

#inv = 7056 16159

#cmp = 915

sum of n_k = 256

sum of i_k = 180

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|------|------|------|-------|-------|-------|--------|
| 1 | 3 | 7 | 15 | 31 | 63 | 127 | 255 | 511 | 1023 | 2047 | 4095 | 8191 | 16383 | 32767 | 65535 | 131071 |
|---|---|---|----|----|----|-----|-----|-----|------|------|------|------|-------|-------|-------|--------|

^

1> Input your increment sequence; 2> Uncheck/check

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| 912 | 591 | 63 | 855 | 527 | 3 | 977 | 511 | 149 | 781 | 550 | 219 | 765 | 631 | 94 | 733 | 542 |
|-----|-----|----|-----|-----|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|---|-----|-----|---|-----|----|-----|-----|----|----|-----|-----|----|-----|----|
| 29 | 162 | 3 | 386 | 179 | 3 | 447 | 48 | 149 | 359 | 23 | 34 | 344 | 203 | 94 | 534 | 90 |
|----|-----|---|-----|-----|---|-----|----|-----|-----|----|----|-----|-----|----|-----|----|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 4 | 0 | 4 | 4 | 2 | 8 | 7 | 3 | 4 | 8 | 0 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 4 | 9 | 5 | 7 | 9 | 5 | 8 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 4 | 5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|-----|---|-----|-----|---|-----|----|-----|-----|----|----|-----|-----|----|-----|----|
| 0 | 29 | 162 | 3 | 386 | 179 | 3 | 447 | 48 | 149 | 359 | 23 | 34 | 344 | 203 | 94 | 534 | 90 |
|---|----|-----|---|-----|-----|---|-----|----|-----|-----|----|----|-----|-----|----|-----|----|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|--|--|-----|-----|----|-----|-----|--|-----|--|-----|-----|--|-----|
| 1 | 140 | 186 | 428 | | | 565 | 196 | 95 | 415 | 287 | | 404 | | 169 | 537 | | 193 |
|---|-----|-----|-----|--|--|-----|-----|----|-----|-----|--|-----|--|-----|-----|--|-----|

文件

开始

插入

页面布局

公式

数据

审阅

视图

开发工具

☐ Run/Reset

Increment Sequence

31-sorted

Running

sequence

CRC = 87536136

#inv = 2848 16159

#cmp = 915 + 436 = 1351

sum of n_k = 256

sum of i_k = 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17

1 3 7 15 31 63 127 255 511 1023 2047 4095 8191 16383 32767 65535 131071

^

1> Input your increment sequence; 2> Uncheck/check

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

912 591 63 855 527 3 977 511 149 781 550 219 765 631 94 733 542

29 156 3 5 12 3 196 48 149 207 9 34 52 139 94 40 90

0 0 2 2 2 4 0 2 2 0 7 5 4 4 5 8 6

9 9 9 9 9 9 9 9 8 8 8 8 8 8 8 8

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 29 156 3 5 12 3 196 48 149 207 9 34 52 139 94 40 90

1 140 162 245 63 179 93 209 95 194 243 23 207 219 160 232 94 193