

学霸笔记 - 不等式解法

主要的解法 (重要) $\left\{ \begin{array}{l} \text{考法一 带参数的不等式} \\ \text{考法二 解集唯一性} \\ \text{考法三 不等式(组)整数解} \\ \text{考法四 不等式有解或无解} \end{array} \right.$

跟梦亚成学霸

考法一 带参数解 \Rightarrow 例题

关于 x 的不等式, ① $x+4 < a$.

总结: ② $ax > 5 \Rightarrow$ 系数化“1” \Rightarrow 是否变号 $\left\{ \begin{array}{ll} a > 0 & \text{不变号} \\ a = 0 & \text{无解} \\ a < 0 & \text{变号} \end{array} \right\}$ 分类讨论

考法二 解集的唯一性

例: 若 $x+1 > a$ 的解集为 $x > 5$, 叫 a 取 ____.

解 $x+1 > a$
 $x > a-1 \rightarrow$ 带参数解.

又: 若解集为 $x > 5$, 则 $5 = a-1 \rightarrow$ 解集的唯一性.

$$a = 6$$

易错点总结: 若 $mx-n > 0$ 的解集是 $x < \frac{n}{m}$. 注意符号变化时根据 $m < 0$.

不等号方向发生改变
 ↓原因
 变负号要变号
 ↓
 $m < 0$

考法三四不等式(组)的整数解, 有解-无解问题

解解何为整数解? $3 < x < 5 \Rightarrow$ 整数解 $x=4$

$3 \leq x < 5 \Rightarrow$ 整数解 $x=3, 4$.

$3 \leq x \leq 5 \Rightarrow$ 整数解 $x=3, 4, 5$.

$3 < x \leq 5 \Rightarrow$ 整数解 $x=4, 5$.

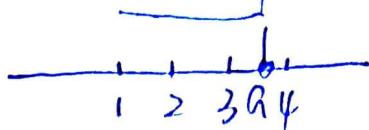
总结: 等号可取, 不带等号不可取.



由 扫描全能王 扫描创建

例题： $x < a$ 正好有三个正整数解，则 a 为 —

~~利用数轴表示范围~~



则 a 在 3 ~ 4 之间.

~~代入验证定等号~~，当 a 为 3 时， $x < a$ 即 $x < 3$ ，则不满足. \times

当 a 为 4 时， $x < a$ 即 $x < 4$ ，则 满足. \checkmark

综上所述，当 $3 \leq a \leq 4$ 时，满足正好有三个正整数解.

~~学习学霸总结~~：无敌三步法

步1：带参数解最简化	}	步2：利用数验证定范围	步3：代入验证定等号
------------	---	-------------	------------

跟梦亚成学霸



由 扫描全能王 扫描创建

考法3 不等式(组)的整数解

高途课堂

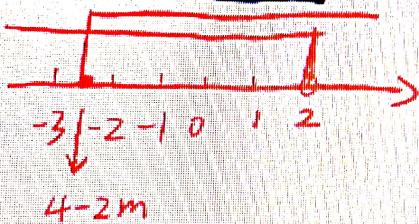
【例5】(1) 若关于x的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-2 < 0 \\ \frac{1}{2}x+m \geq 2 \end{cases}$ 有4个整数解，则m的取值范围为

()

- A. $-3 < m < -2$ B. $-3 \leq m < -2$ C. $3 \leq m < \frac{7}{2}$ D. $3 < m \leq \frac{7}{2}$

解：由①得 $x < 2$

由②得 $x \geq 4-2m \Rightarrow$ 整数



} 步1：解不等式组 (2018·江西省赣州市期末)

} 步2：巧用数轴定范围

由数轴得 $4-2m$ 在 -3 、 -2 之间

若 $4-2m = -3$ 时，则 $-3 \leq x < 2$ ，五个整数解不满足

若 $4-2m = -2$ 时，则 $-2 \leq x < 2$ ，四个整数解不满足

$$\therefore -3 < 4-2m \leq -2 \text{ 即 } 3 \leq m < \frac{7}{2}$$

} 步3：代入验证定参数

跟梦亚·成学霸



由 扫描全能王 扫描创建

考法3 不等式(组)的整数解

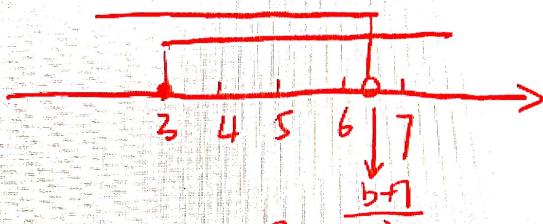
高途课堂

(2) 如果关于x为不等式 $2 \leq 3x - 7 < b$ 有四个整数解, 那么b的取值范围是()

- A. $-11 \leq b \leq -14$ B. $11 < b < 14$ C. $11 < b \leq 14$ D. $11 \leq b < 14$

解: 将原不等式转化为 $\begin{cases} 3x-7 \geq 2 \\ 3x-7 < b \end{cases}$

由①得 $x \geq 3$, 由②得 $x < \frac{b+7}{3}$



由数轴得 $\frac{b+7}{3}$ 在 6 ~ 7 之间

若 $\frac{b+7}{3} = 6$, 则 $3 \leq x < 6$, 此时 3 个整数解, 不满足

若 $\frac{b+7}{3} = 7$, 则 $3 \leq x < 7$, 此时 4 个整数解, 满足.

$$\therefore b < \frac{b+7}{3} \leq 7 \text{ 即 } 11 < b \leq 14$$

学霸总结

步1: 带参数解最简化

步2: 巧用数轴定范围

步3: 代入验证定等号

跟梦亚, 成学霸



由 扫描全能王 扫描创建