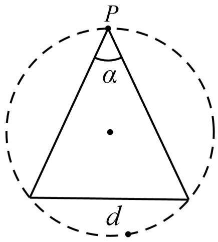
2020 中考专题 3——几何模型之定边对定角

班级______姓名__________.

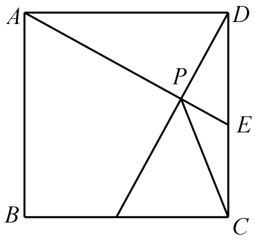
【模型讲解】



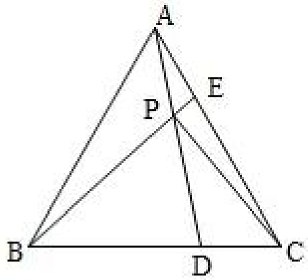
$\angle P$ 保持不变，$\angle P$ 所对的边长为 d 保持不变，则 $\angle P$ 的顶点 P 的轨迹为圆弧.（**简称：定边对定角**）

【例题分析】

例 1. 在正方形 $ABCD$ 中，$AD=2$，E，F 分别为边 DC，CB 上的点，且始终保持 $DE=CF$，连接 AE 和 DF 交于点 P，则线段 CP 的最小值为________.

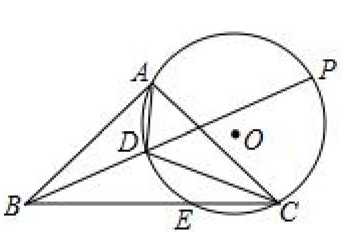


例 2. 如图，在边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边△ABC 中，点 E 为 AC 上一点，AE=CD，连接 BE、AD 相交于点 P，则 CP 的最小值为__________。



例 3. 如图，△ABC 中，$AC=3$，$BC=4\sqrt{2}$，$\angle ACB=45°$，D 为△ABC 内一动点，⊙O 为△ACD 的外接圆，直线 BD 交⊙O 于 P 点，交 BC 于 E 点，弧 $AE=CP$，则 AD 的最小值为（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．$\sqrt{2}$　　　　D．$\sqrt{41}-4\sqrt{2}$



【巩固训练】

1.如图 1，O 的半径为 2，弦 AB=2，点 P 为优弧 AB 上一动点，$AC\perp AP$ 交直线 PB 于点 C，则$\triangle ABC$ 的最大面积是___________.

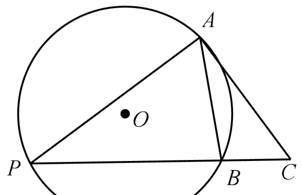


图 1

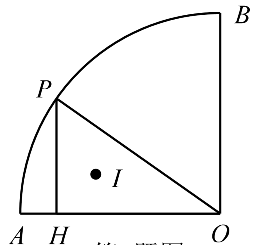


图 2

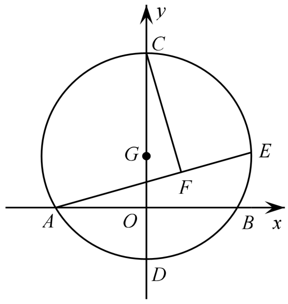


图 3

2.如图 2，半径为 2cm，圆心角为 90°的扇形 OAB 的弧 AB 上有一运动的点 P 从点 P 向半径 OA 引垂线 PH 交 OA 于点 H，设$\triangle OPH$ 的内心为 I，当点 P 在弧 AB 上从点 A 运动到点 B 时，内心 I 所经过的路径长为___________.

3.如图 3,以 $G(0,1)$为圆心,半径为 2 的圆与 x 轴交于 A、B 两点,与 y 轴交于 C、D 两点,点 E 为 OG 上一动点,$CF\perp AE$ 于 F,当点 E 从点 B 出发顺时针运动到点 D 时,点 F 所经过的路径长为___________.

4.如图 4,以正方形 $ABCD$ 的边 BC 为一边向内部做一等腰$\triangle BCE$，CE=CB，过 E 做 $EH\perp BC$，点 P 是$\triangle BEC$ 的内心，连接 AP，若 AB=2，则 AP 的最小值为___________.

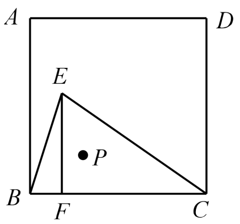


图 4

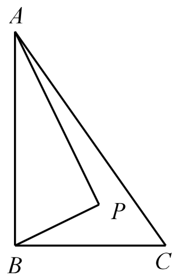


图 5

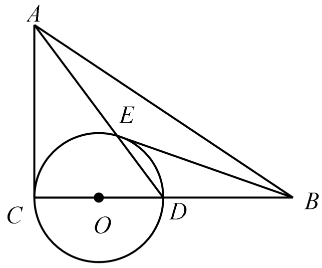


图 6

5.如图 5,Rt$\triangle ABC$ 中,$AB\perp BC$,AB=6，BC=4，P 是$\triangle ABC$ 内部的一个动点，且满足$\angle PAB$=$\angle PBC$,则线段 CP 长的最小值为___________.

6.如图 6，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C$=90°，AC=10，BC=12，点 D 为线段 BC 上一动点.以 CD 为$\odot O$ 直径，作 AD 交$\odot O$ 于点 E，连 BE，则 BE 的最小值为___________.

7.如图 7,在等腰 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC$=90°,AB=AC,BC=$4\sqrt{2}$,点 D 是 AC 边上一动点,连接 BD，以 AD 为直径的圆交 BD 于点 E,则线段 CE 长度的最小值为___________.

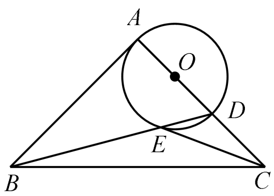


图 7

8.等腰直角△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=BC=4$，D 为线段 AC 上一动点，连接 BD，过点 C 作 $CH\perp BD$ 于 H，连接 AH，则 AH 的最小值为___________.

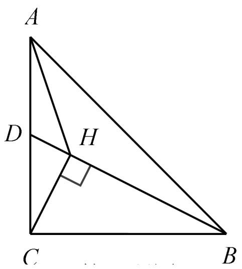


图 8

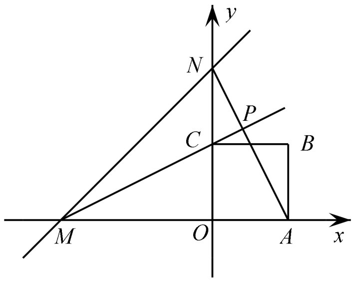


图 9

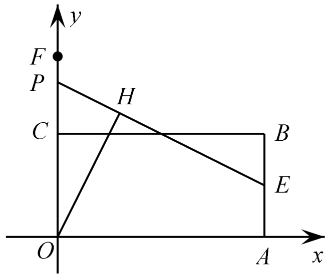


图 10

9.如图 9，直线 $y=x+4$ 分别与 x 轴、y 轴相交与点 M、N,边长为 2 的正方形 $OABC$ 一个顶点 O,在坐标系的原点,直线 AN 与 MC 相交与点 P,若正方形绕着点 O 旋转一周,则点 P 到点（0,2）长度的最小值是___________.

10.如图 10，矩形 $OABC$ 的边 OA、OC 分别在 x 轴、y 轴上，点 B 的坐标为（7,3），点 E 在边 AB 上，且 $AE=1$，已知点 P 为 y 轴上一动点，连接 EP，过点 O 作直线 EP 的垂线段，垂足为点 H，在点 P 从点 F（0, $\frac{25}{4}$）运动到原点 O 的过程中，点 H 的运动路径长为___________.

11.如图 11，AB 是⊙O 的直径，$AB=2$，$\angle ABC=60°$，P 是上一动点，D 是 AP 的中点，连接 CD，则 CD 的最小值为_________

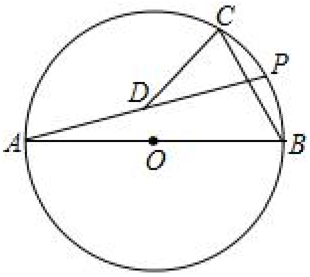


图 11

12.如图 12，已知△ABC 是边长为 4 的等边三角形，取 AC 的中点 E，△ABC 绕 E 点旋转任意角度得到△GMN，直线 BN、GC 相交于点 H．求△GMN 绕点 E 旋转时过程中，线段 AH 的最大值是_______.

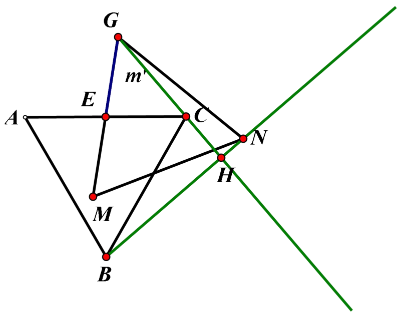
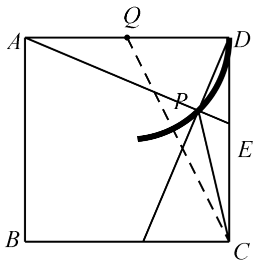


图 12

2020 中考专题 3——几何模型之定边对定角　参考答案



例 1【解析】解：如图，在△*ADE* 和△*DCF* 中，

$$\begin{cases} AD = DC \\ \angle ADE = \angle DCF \\ DE = CF \end{cases}$$

∴△*ADE*2△*DCF*（*SAS*）

∴∠*DAE*＝∠*CDF*

∵∠*DAE*＋∠*AED*＝90°

∴∠*CDF*＋∠*AED*＝90°，∴∠*DPE*＝∠*APD*＝90°

. ∠*APD*＝90° 保持不变

∴点 *P* 的轨迹为以 *AD* 为直径的一段弧上

∴取 *AD* 中点 *Q*，连接 *CQ*，与该圆弧交点即为点 *P*，此时 *CP* 值最小在 Rt△*CQD* 中，$CQ=\sqrt{5}$

∴$CP=CQ-PQ=\sqrt{5}-1$

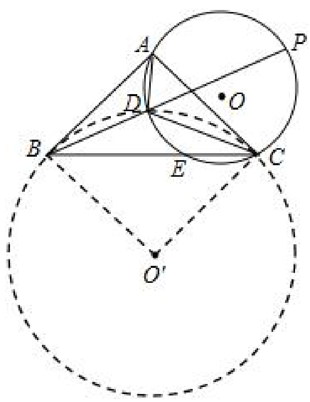
例 2. 解析：

可证△AEB≅△CDA　∴∠ABE=∠CAD　∵∠CAD+∠BAD=60°

∴∠ABE+∠BAD=60° 即∠BPB=60°

∵ AB 为定边，∠APB=120° 为定角

∴P 在以 AB 为弦且圆心角为 120° 的圆弧上运动。可得： CP 的最小值=CO-R=4-2=2



例 3. 解：∵∠*CDP*＝∠*ACB*＝45°

∴∠*BDC*＝135°（定弦定角最值）

如图，当 *AD* 过 *O*′时，*AD* 有最小值

∵∠*BDC*＝135°　∴∠*BO*′*C*＝90°

∴△*BO*′*C* 为等腰直角三角形

∴∠*ACO*′＝45°＋45°＝90°

∴*AO*′＝5　又 *O*′*B*＝*O*′*C*＝4

∴*AD*＝5－4＝1

【巩固训练】答案

1. 答案：$\sqrt{3}$

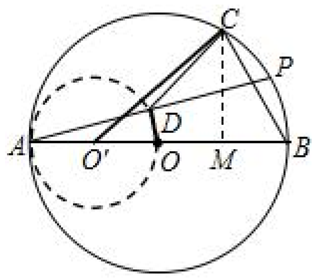
2. 答案：$\dfrac{\sqrt{2}\pi}{2}cm$

3. 答案：$\dfrac{\sqrt{3}\pi}{3}$

4. 答案：$\sqrt{10}-\sqrt{2}$

5. 答案：2
6. 答案：8
7. 答案：$2\sqrt{5}-2$
8. 答案：$2\sqrt{5}-2$
9. 答案：$2\sqrt{2}-2$
10. 答案：$\dfrac{5\sqrt{2}\pi}{4}$

11. 解：连接 OD



$\because D$ 为弦 AP 的中点，$\therefore OD\perp AP$

$\therefore$点 D 在以 AO 为直径的圆上运动

当 CD 过圆心 O'时，CD 有最小值

过点 C 作 $CM\perp AB$ 于 M

$\because OB=OC$，$\angle ABC=60°$

$\therefore\triangle OBC$ 为等边三角形

$\therefore OM=\dfrac{1}{2}$，$CM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　$\therefore O'C=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

$\therefore CD$ 的最小值为$\dfrac{\sqrt{7}}{2}-\dfrac{1}{2}$

12. $2\sqrt{3}+2$