

# 学霸笔记 - 不等式参数问题

主要思路 (重要)  $\Rightarrow$  考法一 带参求不等式  
考法二 解集唯一性  
考法三 不等式(组)整数解  
考法四 不等式有解或无解

## 跟梦亚成学霸

考法一 带参求解  $\Rightarrow$  例题1

关于x的不等式 ①  $x+4 < a$

总结: ②  $ax > 5 \Rightarrow$  系数化1  $\Rightarrow$  是否变号  $\left\{ \begin{array}{l} a > 0 \text{ 不变号} \\ a = 0 \text{ 无解} \\ a < 0 \text{ 变号} \end{array} \right\}$  分类讨论

考法二 解集的唯一性

例: 若  $x+1 > a$  的解集为  $x > 5$ , 则a取\_\_\_\_\_.

解  $x+1 > a$   
 $x > a-1 \rightarrow$  带参求解

又: 已知解集为  $x > 5$ , 则  $5 = a-1 \rightarrow$  解集的唯一性.

$$a = 6$$

易错点总结例若  $mx - n > b$  的解集是  $x < 5$ .

注意符号变号时根据  $m < 0$ .

不等号方向发生改变

$\Downarrow$  原因

遇反号要变号

$$\Downarrow$$
  
$$m < 0$$

考法三 不等式(组)的整数解, 有解-无解问题

何谓整数解?  $3 < x < 5 \Rightarrow$  整数解  $x=4$

$3 \leq x < 5 \Rightarrow$  整数解  $x=3, 4$ .

$3 \leq x \leq 5 \Rightarrow$  整数解  $x=3, 4, 5$ .

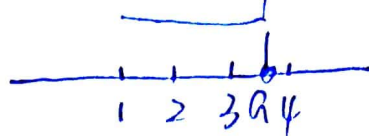
$3 < x \leq 5 \Rightarrow$  整数解  $x=4, 5$ .

总结: 等号可取, 不等号不可取.



例如:  $x < a$  正好有三个正整数解, 则  $a$  取 \_\_\_\_\_

~~学霸~~画数轴定范围



则  $a$  在  $3 \sim 4$  之间.

~~学霸~~代入验证定等号, 当  $a$  为 3 时,  $x < a$  即  $x < 3$ , 则不满足.  $\times$

当  $a$  为 4 时,  $x < a$  即  $x < 4$ , 则满足.  $\checkmark$

综上所述, 当  $3 \leq a \leq 4$  时, 满足正好有三个正整数解.

~~学霸~~学霸总结: 无敌三步法

- 步1: 带参求解最简化
- 步2: 巧用数轴定范围
- 步3: 代入验证定等号

# 跟梦亚成学霸





【例5】（1）若关于  $x$  的一元一次不等式组  $\begin{cases} x-2 < 0 \\ \frac{1}{2}x+m \geq 2 \end{cases}$  有 4 个整数解，则  $m$  的取值范围为

( )

A.  $-3 < m < -2$

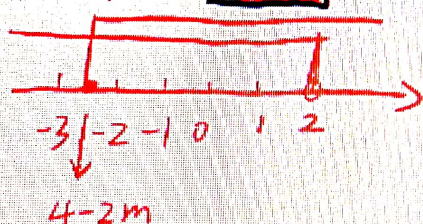
B.  $-3 \leq m < -2$

C.  $3 \leq m < \frac{7}{2}$

D.  $3 < m \leq \frac{7}{2}$

解：由①得  $x < 2$

由②得  $x \geq 4-2m \Rightarrow$  数



由数轴得  $4-2m$  在  $-3, -2$  之间

若  $4-2m = -3$  时，则  $-3 \leq x < 2$ ，五个整数解，不满足

若  $4-2m = -2$  时，则  $-2 \leq x < 2$ ，四个整数解，满足

$\therefore -3 < 4-2m \leq -2$  且  $3 \leq m < \frac{7}{2}$

步1：带参求解 (2018 江西省赣州市期末)

步2：巧用数轴定范围

步3：代入验证定等号

跟梦亚 成学霸





## 考法3 不等式(组)的整数解

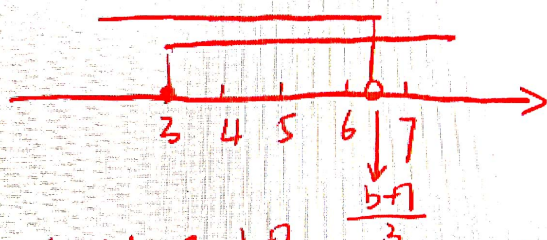
(2) 如果关于  $x$  为不等式  $2 \leq 3x - 7 < b$  有四个整数解, 那么  $b$  的取值范围是 ( )

- A.  $-11 \leq b \leq -14$  B.  $11 < b < 14$  C.  $11 < b \leq 14$  D.  $11 \leq b < 14$

(2018 湖北省武汉市期末)

解: 将原不等式转化为  $\begin{cases} 3x-7 \geq 2 \text{ ①} \\ 3x-7 < b \text{ ②} \end{cases}$

由①得  $x \geq 3$ , 由②得  $x < \frac{b+7}{3}$



由数轴得  $\frac{b+7}{3}$  在  $6 \sim 7$  之间

若  $\frac{b+7}{3} = 6$ , 则  $3 \leq x < 6$ , 此时3个整数解, 不满足

若  $\frac{b+7}{3} = 7$ , 则  $3 \leq x < 7$ , 此时4个整数解, 满足.

$\therefore 6 < \frac{b+7}{3} \leq 7$  即  $11 < b \leq 14$

## 学霸总结

步1: 带参求解最简化

步2: 巧用数轴定范围

步3: 代入验证定等号

跟梦亚, 成学霸

