

## 透镜焦距的测量 实验报告

2018011365 计 84 张鹤潇

### 一、 实验目的

1. 加深理解薄透镜的成像规律。
2. 学习简单光路的分析和调节技术（主要是共轴调节和消视差）。
3. 学习几种测量透镜焦距的方法。

### 二、 实验原理

#### 薄透镜成像规律

薄透镜指透镜中央厚度比焦距小得多的透镜。透镜分为两大类，一类是凸透镜，对光线起会聚作用，焦距越短，会聚本领越强；另一类是凹透镜，对光线起发散作用，焦距越短，发散本领越强。

在近轴光线(靠近光轴且与光轴的夹角很小的光线)下，薄透镜的成像规律如下：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{-q}{p}$$

式中 $p$ 为物距，实物为正，虚物为负； $q$ 为相距，实物为正，虚物为负； $f$ 为焦距，凸透镜为正，凹透镜为负； $y$ 和 $y'$ 分别为物和像的大小，从光轴算起，光轴之上为正，光轴之下为负； $\beta$ 为线放大率。

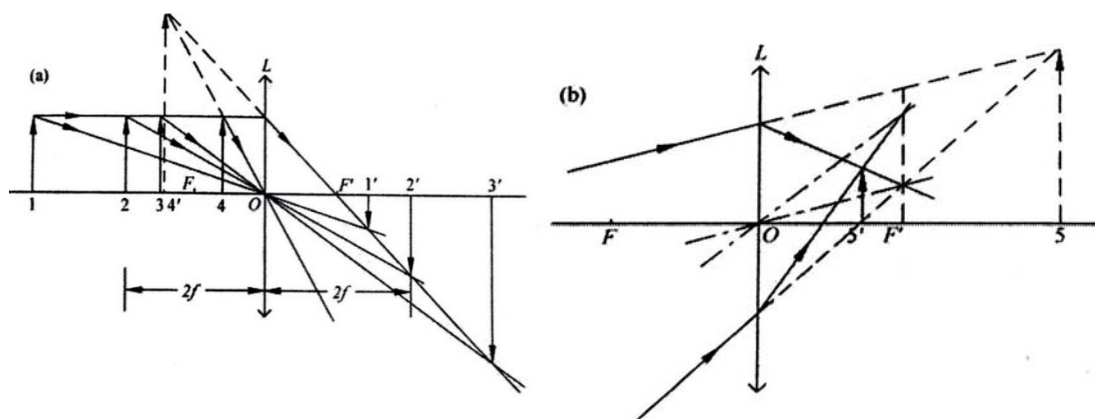


图1 凸透镜成像规律

### 三、 实验仪器

1. 导轨，滑块等。
2. 焦距仪、平行光管。

3. 测微目镜。
4. 物镜、像屏、凹透镜、凸透镜、平面镜等。

## 四、 实验任务

### 1. 共轭法测凸透镜焦距

如图 2，使物与屏之间的距离保持  $b > 4f$  不变。当凸透镜在  $O_1$  处，屏上呈放大实像；再将凸透镜移到  $O_2$  处，屏上呈缩小实像。令  $O_1, O_2$  间的距离为  $a$ ，物到像的距离为  $b$ ，根据共轭关系，

$p_1 = q_2$  且  $p_2 = q_1$ ，再根据共轭关系  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{q_2}$ ，解出：

$$f = \frac{b^2 - a^2}{4b}$$

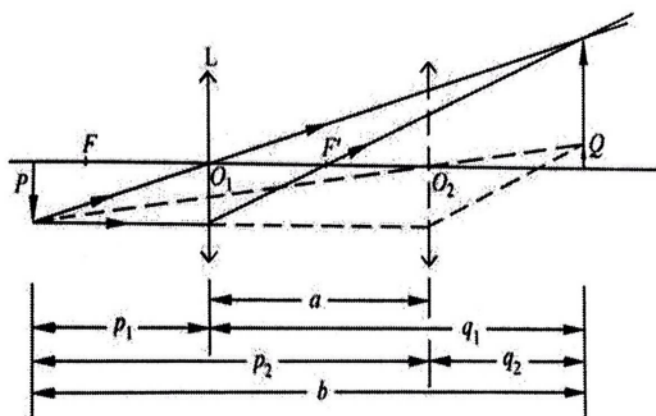


图 2 共轭法测量凸透镜焦距

#### 操作步骤：

1. 对光源、凸透镜和光屏进行共轴调节。
2. 粗测凸透镜焦距。先使光源与光屏相隔较大距离，调节光屏与透镜，使成像清晰时物距与像距大致相等，焦距  $f$  约为其一半。
3. 移动光源、光屏，使  $b$  略大于  $4f$ ，记录二者的位置。
4. 移动凸透镜，使得光屏上分别呈现清晰的放大和缩小的像，记录  $O_1$  和  $O_2$  的位置，重复实验 6 次。

### 2. 焦距仪测凸透镜焦距

如图 3 所示，由物发出的光线经平行光管物镜  $L$  后成为平行光，再经待测透镜  $L_x$  成像在其焦平面上。记  $f$  为平行光管物镜的焦距， $y'$  为测微目镜测得同一对平行线的像的距离， $f_x$  为待测凸透镜的焦距。由几何关系， $\tan \omega_0 = \frac{y}{f}$ ， $\tan \omega = \frac{y'}{f_x}$ ， $\tan \omega = \tan \omega_0$ ，解出：

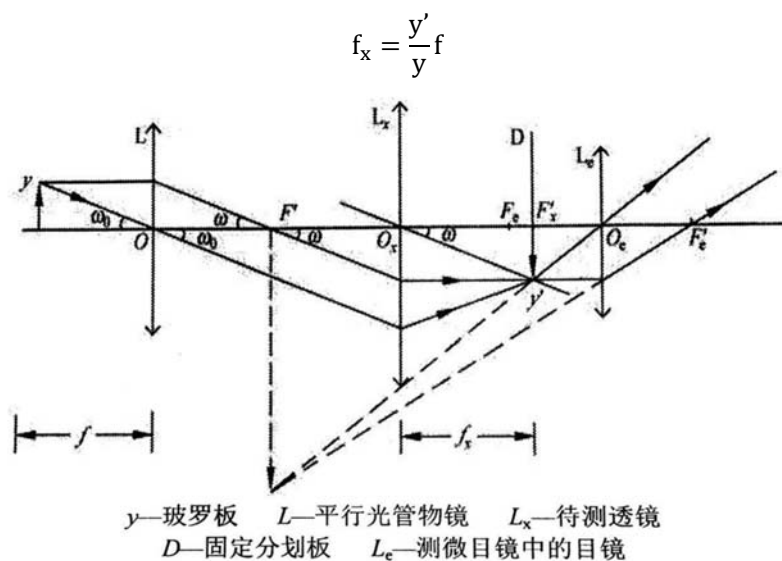


图3 焦距仪光路图

**操作步骤:**

1. 对平行光管、凸透镜、测微目镜进行共轴调节。
2. 将凸透镜和测微目镜移至距平行光管较远处，调节两者相对位置，直到清晰看到玻璃板上的平行线。
3. 保持测微目镜不动，微调凸透镜，消除叉丝与像间的视差。
4. 选取一组间隔合适的平行线，读出二者刻度并记录，重复实验6次。

**3. 自准法测凹透镜焦距**

如图4所示，物屏上的AB经凸透镜成像后成实像A'B'，将凹透镜L<sub>2</sub>置于L<sub>1</sub>与A'B'之间，此时A'B'成为L<sub>2</sub>的虚物。若虚物在A'B'正好在L<sub>2</sub>的焦平面上，则从L<sub>2</sub>出射的必为平行光，在L<sub>2</sub>后的平面反射镜的反射光线必在物屏上成实像A''B''，由此，

$$f = -|OF_2|$$

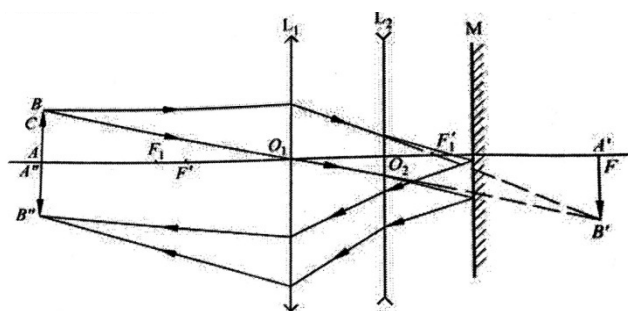


图4 自准法测量凹透镜焦距光路图

**操作步骤:**

1. 对光源、凸透镜和光屏进行共轴调节。
2. 移动凸透镜、光屏，使光屏上呈稍稍放大的实像，记录光源、凸透镜和光屏的位置。
3. 保持光源和凸透镜不变，放上凹透镜与平面镜，调节共轴。
4. 移动凹透镜，使光源屏上呈清晰实像，记录凹透镜位置。
5. 将凹透镜旋转 180 度后再次测量。重复实验 6 次。

#### 4. 薄凹透镜的成像规律研究

记物距为 $p$ 、像距为 $q$ 。以凹透镜中心为参考点，向左 $p > 0$ ，向右 $q > 0$ ，研究 $0 > p > f$ 时的成像规律。

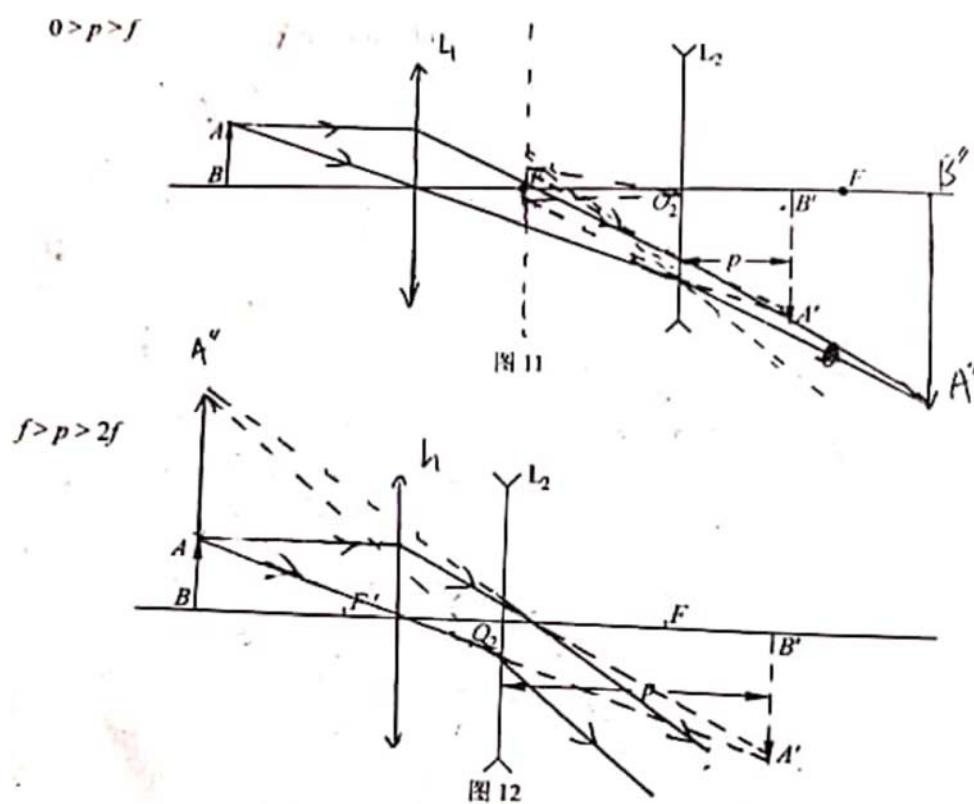


图 5 薄凹透镜成像规律光路图

#### 操作步骤:

1. 对光源、凸透镜和光屏进行共轴调节。
2. 调节凸透镜位置，在屏上形成清晰实像。
3. 放上凹透镜，调节共轴。
4. 调节凹透镜位置，用眼睛观察虚像。

#### 五、 数据处理

原始数据见报告后附表。

### 1. 共轭法测凸透镜焦距

$$b = |P - Q| = 137.66 \text{ cm} - 67.16 \text{ cm} = 70.50 \text{ cm}$$

$$\bar{a} = \frac{25.8 + 25.7 + 26.37 + 25.78 + 26.01 + 26.01}{6} \text{ cm} = 25.95 \text{ cm}$$

$$f = \frac{b^2 - a^2}{4b} = 15.24 \text{ cm}$$

由已知  $\Delta_a = 0.25 \text{ cm}$ ,  $\Delta_b = 0.20 \text{ cm}$ .

$$\frac{\partial f}{\partial a} = -\frac{a}{2b}$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = \frac{1}{4} + \frac{a^2}{4b^2}$$

$$\Delta_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a}\right)^2 \Delta_a^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b}\right)^2 \Delta_b^2} = 0.073 \text{ cm}$$

故  $f \pm \Delta_f = 15.24 \pm 0.07 \text{ cm}$ .

### 2. 焦距仪测凸透镜焦距

$$f = 550.25 \text{ mm}, y = 9.9989 \text{ mm}, \bar{y}' = 2.790 \text{ mm}$$

$$f_x = \frac{\bar{y}'}{y} f = \frac{2.790}{9.9989} \times 550.25 \text{ mm} = 153.54 \text{ mm}$$

$$S_{y'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (y_i' - \bar{y}')^2}{6 - 1}} = 0.049 \text{ mm}$$

由已知  $\Delta_B = 0.004\sqrt{2} \text{ mm} = 0.0057 \text{ mm}$ , 故  $\Delta_{y'} = \sqrt{(1.05 \times S_{y'})^2 + \Delta_B^2} = 0.052 \text{ mm}$ .

$$\ln f_x = \ln y' + \ln f - \ln y$$

$$\frac{\Delta_{f_x}}{f_x} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{y'}}{y'}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_f}{f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_y}{y}\right)^2} = 0.019$$

$$\Delta_{f_x} = \frac{\Delta_{f_x}}{f_x} \times f_x = 2.90 \text{ mm}$$

故  $f_x \pm \Delta_{f_x} = 153.54 \pm 2.90 \text{ mm}$ .

### 3. 自准法测凹透镜焦距

$$\overline{O_2} = 103.77 \text{ cm}, \bar{F} = 125.95 \text{ cm}$$

$$f = -|\bar{F} - \overline{O_2}| = -22.18 \text{ cm}$$

$$S_{O_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (O_{2i} - \bar{O}_2)^2}{6-1}} = 0.046 \text{ cm}, \Delta_B = 0.05 \text{ cm}$$

$$\Delta_{O_2} = \sqrt{(1.05 \times S_{O_2})^2 + 2 \times \Delta_B^2} = 0.086 \text{ cm}$$

$$S_F = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (F_i - \bar{F})^2}{6-1}} = 0.15 \text{ cm}$$

$$\Delta_F = \sqrt{(1.05 \times S_F)^2 + \Delta_B^2} = 0.16 \text{ cm}$$

$$\Delta_f = \sqrt{\Delta_{O_2}^2 + \Delta_F^2} = 0.21 \text{ cm}$$

故  $f + \Delta_f = -22.18 \pm 0.21 \text{ cm}$ .

#### 4. 薄凹透镜的成像规律研究

由实验结果可知，当  $0 > p > f$  时，凹透镜成正立放大的实像。

### 六、 思考题

- 为什么要调节共轴？调节共轴的主要步骤如何？怎么判断物上的某一点已经调至透镜的光轴上了？依据的原理是什么？

答：调节共轴是为了让各个仪器的主光轴重合，提高像的质量，减小测量误差。

主要步骤如下：

粗调：凭经验目测等高共轴。

细调：对单个凸透镜，使物体 AB 与光屏的距离  $b > 4f$  并保持不变。移动透镜得到清晰的大像，调节透镜的高低左右位置使得像在正中央。再移动透镜得到清晰的小像，调节光屏的高低左右使得像在光屏中央。多次重复移动透镜调节凸透镜和光屏的操作，直到最终在大像和小像时呈现的像都在光屏中央。

当在两次成的像中，物上的某一点始终在光屏十字中心时，说明这一点已经调至透镜的光轴上了。依据是凸透镜成像原理。

- 共轭法测量凸透镜焦距时，为什么  $b$  应略大于  $4f$ ？

答：首先证明  $b > 4f$ 。

根据  $b = p + q$ ,  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ , 可得  $q^2 - bq + bf = 0$ 。

由实验需求，该方程需要有两个不同实根，即  $\Delta > 0$ ，可得  $b > 4f$ 。

若  $b$  比  $4f$  大太多，则可能导致放大的实像位置超出导轨，无法测量，或者缩小的像太小，无

法精确定位，所以b应略大于4f.

3. 能否用自准法测量凸透镜焦距？若可用，请画出原理光路图。

可以，光路图如下：

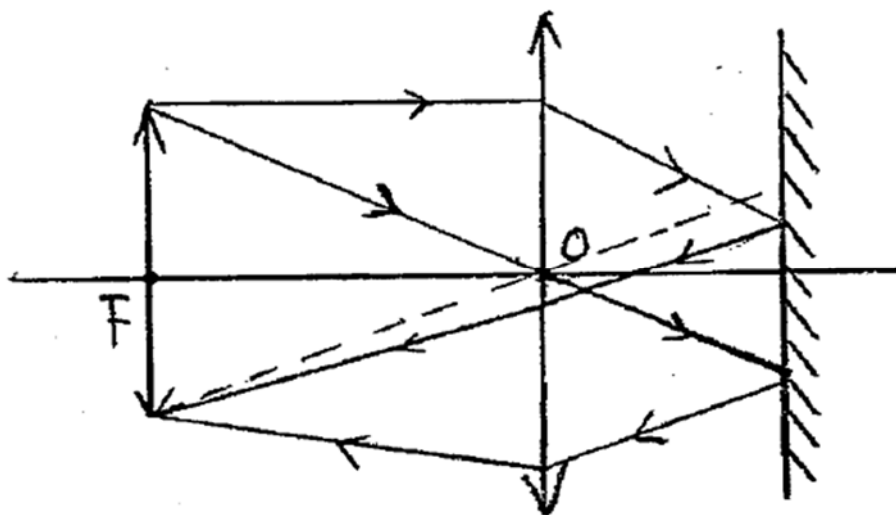


图 6 自准法测凸透镜焦距光路图

如图 6 所示，当物位于凸透镜的焦平面上时，光线经凸透镜折射和平面镜反射后，再经凸透镜折射会成像与焦平面上，物屏上呈一个倒立实像，此时  $f = |F - O|$ .

4. 试证明，自准法测凹透镜焦距时，凹透镜转  $180^\circ$  后重复测量，取正反两次的平均值能够消除透镜光心装配不准而造成的系统误差。

答：记两次测量凹透镜的位置分别为  $O_1, O_2$ ，偏心误差为  $\Delta_x$ ，由

$$O_{\text{真}} = O_1 + \Delta_x = O_2 - \Delta_x$$

得  $\frac{O_1 + O_2}{2} = O_{\text{真}}$ ，可见这种方法消除了偏心误差。

5. 试分析焦距仪测焦距时可能存在的误差来源。

- 平行光管与滑轨不平行；
- 共轴调节不到位；
- 测量时，没有消除测微目镜的空程；
- 叉丝与活动分划板间存在视差；
- 玻罗版与焦平面有微小位移引起误差；
- 测微目镜和玻罗板精度造成的系统误差；
- 读数时的偶然误差。

## 透镜焦距的测量 数据记录表

13号

2018011365 计 84 张鹤潇

## 1. 共轭法测凸透镜焦距

物屏位置  $P = 67.16$  cm 像屏位置  $Q = 137.66$  cm

测量序号	1	2	3	4	5	6
凸透镜位置 $O_1$ (cm)	89.14	89.00	89.38	89.29	88.81	89.47
凸透镜位置 $O_2$ (cm)	114.94	114.70	115.39	115.30	115.24	115.25
$a =  O_2 - O_1 $ (cm)	25.80	25.70	26.01	26.01	26.37	25.78

计算得:  $b = 70.50$  cm,  $f = \frac{b^2 - a^2}{4b} = 15.24$  cm

## 2. 焦距仪法测凸透镜焦距

平行管物镜焦距  $f = 150.25$  mm玻罗板上所选的某一对平行线的线距  $y = 17.772$  mm.

测量序号	1	2	3	4	5	6
$y_1'$ (mm)	3.187	3.065	3.174	3.107	3.122	3.138
$y_2'$ (mm)	5.928	5.947	5.953	5.872	5.925	5.907
$y' =  y_1' - y_2' $ (mm)	2.741	2.882	2.779	2.765	2.803	2.769

计算得:  $\overline{y'} = 0.2790$  cm,  $f_x = \frac{\overline{y'}}{y} f = 15.354$  cm

## 3. 自准法测凹透镜焦距

物屏位置 (即箭头AB位置)  $P = 66.00$  cm; 凸透镜位置  $O_1 = 92.00$  cm;

测量序号	1	2	3	4	5	6
凹透镜位置 $O_2'$ (cm)	104.10	104.01	103.88	104.02	104.05	103.90
凹透镜位置 $O_2''$ (cm)	103.52	103.50	103.60	103.45	103.65	103.62
$O_2 = \frac{O_2' + O_2''}{2}$ (cm)	103.81	103.76	103.74	103.74	103.85	103.76
虚物位置 $F$ (cm)	126.00	125.73	126.04	125.78	126.02	126.12

计算得:  $f = -|\overline{F} - \overline{O_2}| = -22.18$  cm

## 4. 薄凹透镜成像规律研究

箭头AB屏的位置  $66.00$  cm; $L_1$  的位置  $O_1 = 93.20$  cm, 焦距为  $f_1 = 15.24$  cm; $L_2$  的位置  $O_2 = 115.45$  cm, 焦距为  $f_2 = -22.17$  cm; $A'B'$  的位置  $P = 129.91$  cm,  $A''B''$  的位置  $Q =$  cm;物距  $p = -14.46$  cm; 像距  $q =$  cm。由观察得出结论: 当  $0 > p > f$  时凹透镜成 正立放大 的 虚 像。

李政林 314  
2019.10.21 A13



## 透镜焦距的测量 预习报告

2018011365 计 84 张鹤潇

### 任务1. 共轭法测凸透镜的焦距

如图 1, 使得物与屏距离  $b > 4f$  并保持不变, 移动凸透镜, 使得光屏上成清晰的放大或缩小的实像, 分别记录凸透镜的位置为  $O_1$ 、 $O_2$ . 令  $O_1, O_2$  间的距离为  $a$ , 物到像的距离为  $b$ , 则根据共轭关系, 有  $p_1 = q_2$  和  $p_2 = q_1$ . 进而推得:

$$f = \frac{b^2 - a^2}{4b}$$

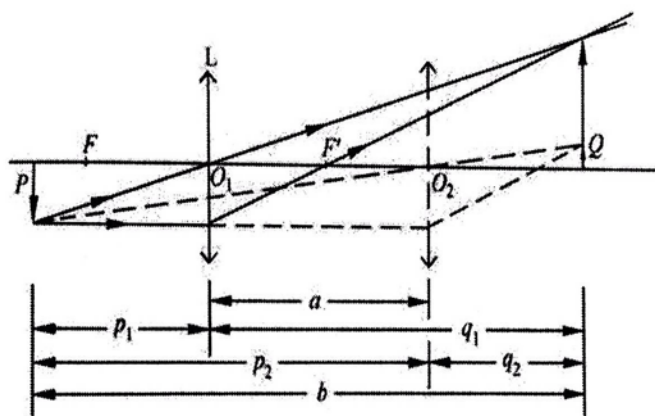


图 1 共轭法测量凸透镜焦距

### 任务2. 焦距仪测凸透镜焦距

如图 2, 由几何关系,  $\tan \omega_0 = \frac{y}{f}$ ,  $\tan \omega = \frac{y'}{f_x}$  且  $\tan \omega = \tan \omega_0$ , 所以,

$$f_x = \frac{y'}{y} f$$

式中  $f$  为平行光管物镜的焦距, 为给定值。  $y'$  为用测微目镜测得的同一对平行线的像的距离,  $f_x$  为待测凸透镜的焦距。

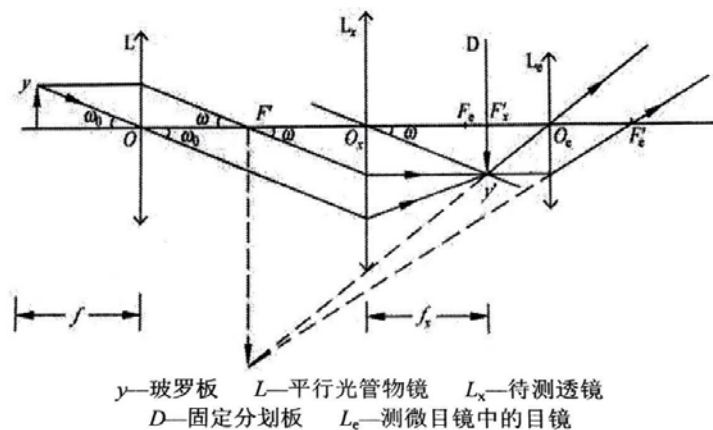


图 2 焦距仪光路图

### 任务3. 自准法测凹透镜焦距

如图 3，物屏上的箭矢 $AB$ 经过凸透镜 $L_1$ 后成实像 $A'B'$ ，图中 $O_1F_1 = f_1$ 为 $L_1$ 的焦距。现将待测凹透镜 $L_2$ 置于 $L_1$ 与 $A'B'$ 之间，此时 $A'B'$ 成为 $L_2$ 的虚物。若虚物 $A'B'$ 正好在 $L_2$ 的焦平面上，则从 $L_2$ 出射的光将是平行光。在 $L_2$ 后面垂直于光轴放置一个平面镜，则该平行光经反射并依次通过 $L_2$ 和 $L_1$ ，最后必然在物屏上成实像 $AB$ 。这时，分别测出 $L_2$ 的位置 $O_2$ 及虚物 $A'B'$ 的位置 $F$ ，则

$$f = -|O_2F|$$

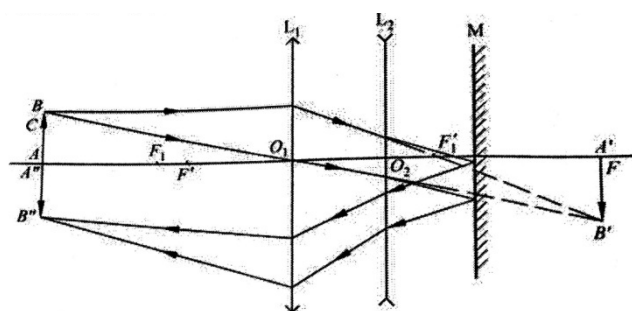


图 3 自准法测量凹透镜焦距光路图

### 任务4. 薄凹透镜成像规律的研究

如图 4，先用凸透镜成实像，再在实像和凸透镜之间插入凹透镜，左右移动光屏，找到清晰的实像。

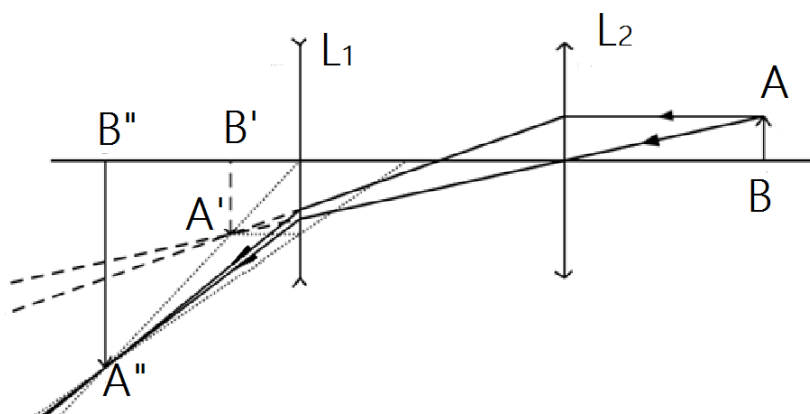


图 4 薄凹透镜成像规律 ( $0 > p > f$ ) 光路图