

代码见附件.

Problem 8.1

Σ 的特征值为 $\lambda_1 = 6, \lambda_2 = 1$, 对应的总体主成分:

$$Y_1 = e_1^T x = 0.89x_1 + 0.45x_2, Y_2 = e_2^T x = 0.45x_1 - 0.89x_2$$

第一主成分比例 $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = 0.86$.

Problem 8.2

(a). $\rho = \begin{bmatrix} 1 & 0.63 \\ 0.63 & 1 \end{bmatrix}$, 特征值 $\lambda_1 = 1.63, \lambda_2 = 0.37$.

$$Y_1 = 0.71z_1 + 0.71z_2, Y_2 = -0.71z_1 + 0.71z_2$$

第一主成分比例 $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = 0.82$.

(b). 结果与 8.1 不相同, 标准化对 PCA 的结果有影响, 各个变量的贡献发生了变化。

(c). 根据 $\rho_{Y_i, z_j} = \frac{Cov(Y_i, z_j)}{\sqrt{\lambda_i}} = \sqrt{\lambda_i} e_{ij}$,

$$\rho_{Y_1, z_1} = 0.90, \rho_{Y_1, z_2} = 0.90, \rho_{Y_2, z_1} = -0.43$$

Problem 8.14

协方差矩阵的特征值 $\lambda_1 = 200.46, \lambda_2 = 4.53, \lambda_3 = 1.3$.

第一主成分占比 $\frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} = 0.97$, 认为重要主成分只有第一个, 只保留第一主成分.

$$Y_1 = 0.05x_1 + 1.00x_2 - 0.03x_3$$

从 Q-Q 图中看不出明显的离群值, 第一主成分的正态性较好。

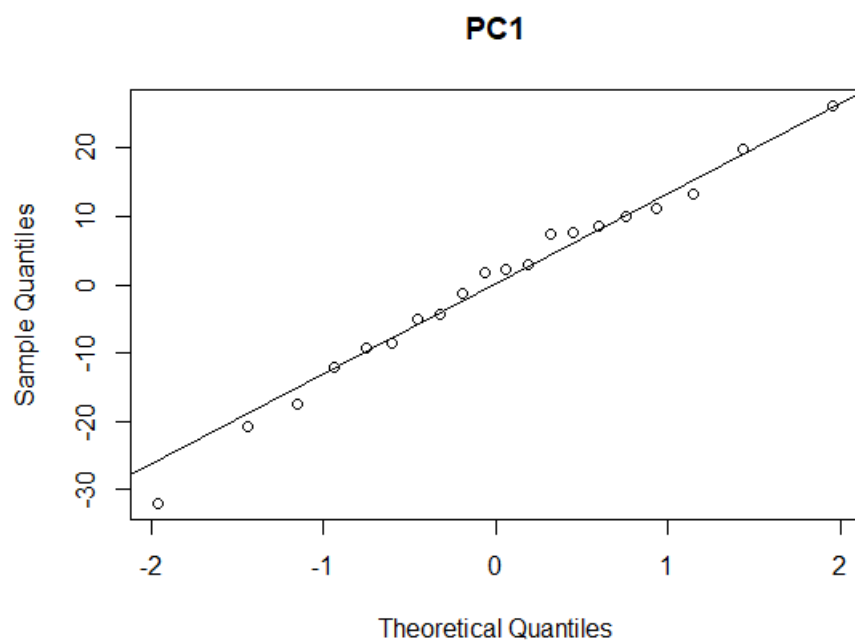


Figure 1: Q-Q plot