布朗运动法确定阿伏伽德罗常数

张鹤潇 2018011365 计84

1. 实验目的

通过对布朗运动的观察和数据分析，得出扩散系数，确定阿伏伽德罗常数。

1. 实验原理

布朗运动指悬浮在液体或气体中的微粒所做的不停息的无规则运动。它是一种在X-Y平面上的2维运动，且2个维度的运动互不关联。描述布朗运动的郎之万方程:

其中­­是微粒质量，是微粒速度，是噪声项。

假设微粒为球形，其直径为，可得：

­其中是流体粘度。

求解郎之万方程，得微粒X方向位移的平均平方偏差：

其中扩散系数

微粒每隔时间的位移平方平均值:

上式只在足够大时适用。实验中通过观测数据估计值根据气体常数,计算阿伏伽德罗常数

1. 实验结果及数据处理

采用计算机数值的方法求解朗之万方程，代替真实实验观测。基于老师给定的C++程序进行模拟实验，设置模拟时间，时间间隔.

1. 布朗运动轨迹

运行程序2次，输出的坐标分别作为微粒的X和Y方向位置随时间的变化,得到微粒的轨迹图。

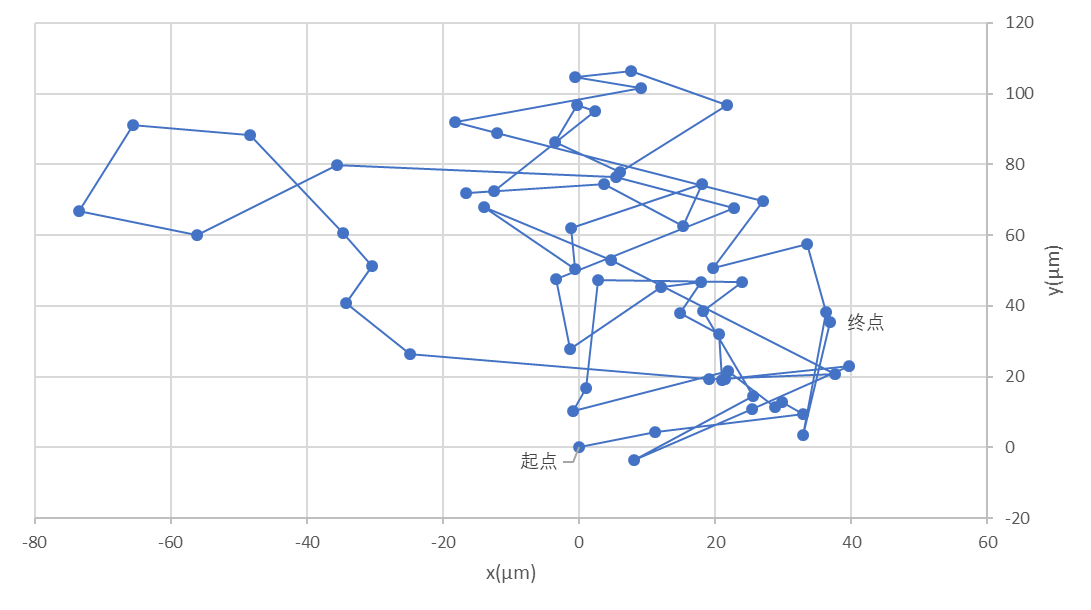


图1 模拟布朗运动微粒轨迹图

1. 统计微粒位移平均平方偏差，计算

设置模拟次数，绘制图像。

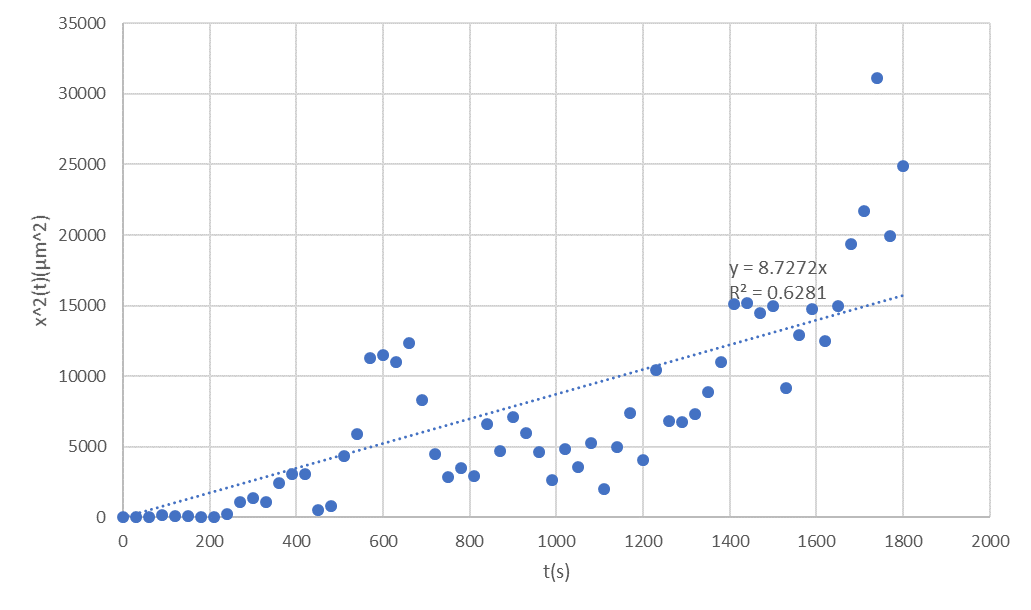


图2 , 图

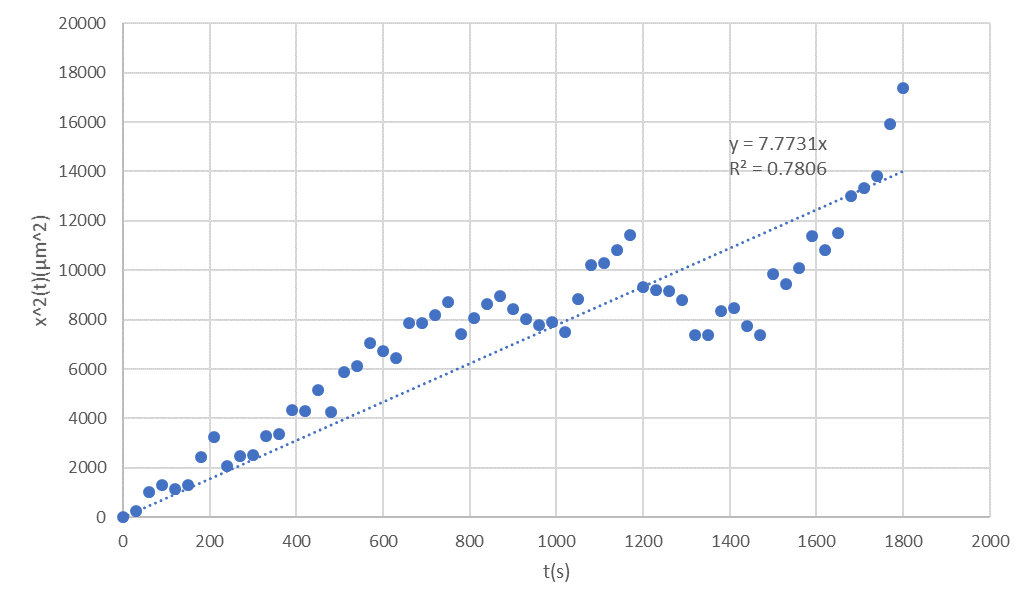


图3 , 图

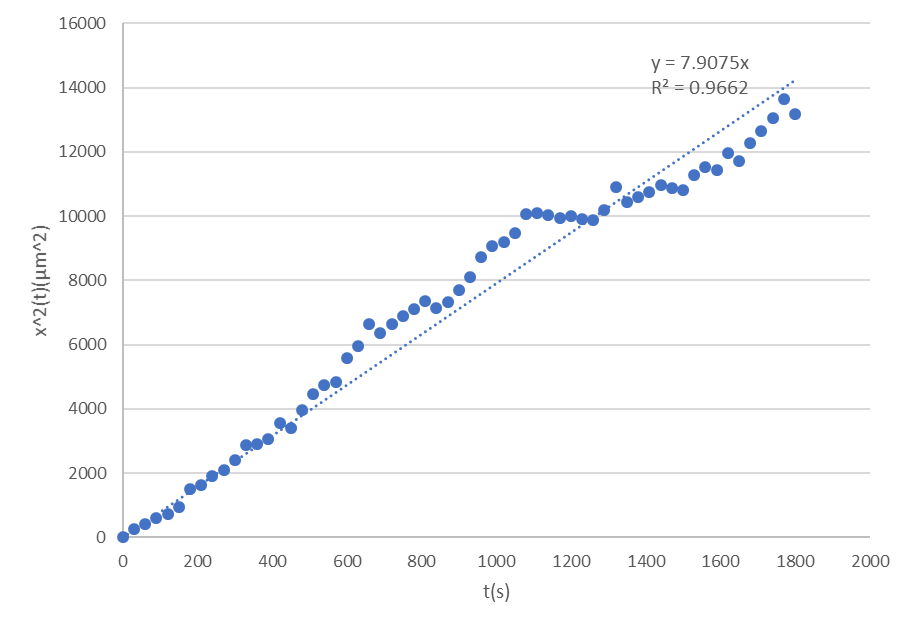


图4 0, 图

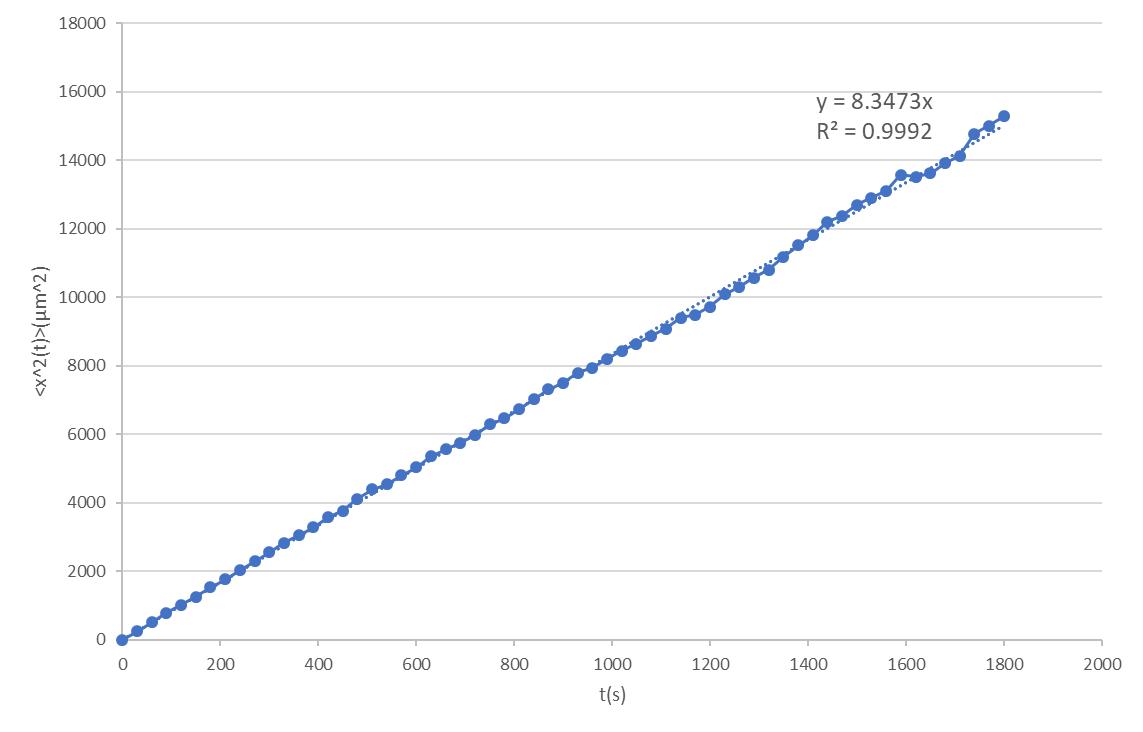


图5 00, 图

通过拟合时的观测数据，计算阿伏伽德罗常数。

根据标准值，相对误差

1. 统计观察间隔内微粒位移平方平均值，计算

设置模拟次数，统计得

相对误差

1. 统计的分布

查阅资料[[1]](#footnote-1)，知总体分布，设定模拟次数0，根据模拟生成的个样本统计的分布。

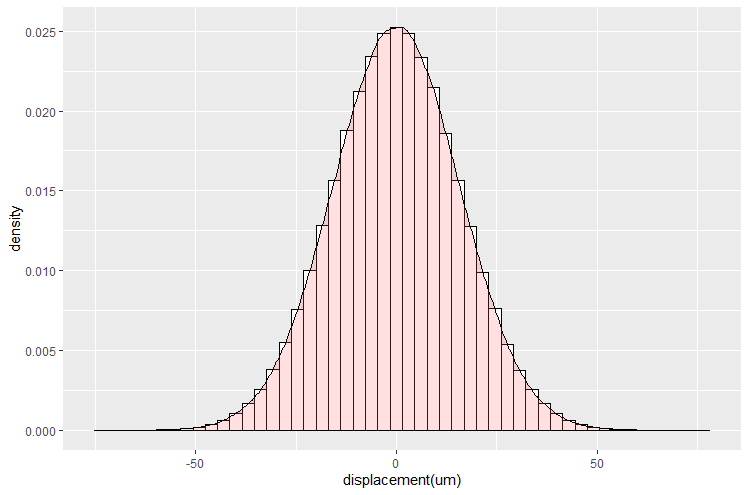


图6 分布图

概率密度曲线具有正态分布的特征。计算样本均值和方差，

故样本分布.

可见. 而根据

的数值应与上一节得出的接近，确实是这样，由此可以验证结果的正确性。

1. 思考题
2. 什么是流体中原子或分子的平均自由程？确定阿伏伽德罗常数后如何估计原子或分子大小？

流体中原子或分子的平均自由程，指原子或分子两次碰撞间的经过路程的统计平均值。

一种可能的估计方法如下。假设原子或分子的摩尔质量为，由其构成物体的质量为，密度为则原子或分子的个数：

又物体体积,可得单个原子或分子的体积：

由此估计出原子或分子大小。若以此种方法计算气体粒子，那么求得的体积包括粒子间距。

1. 数值计算所使用的参数（微粒的质量、直径；流体的温度、粘度）是否合理？如果不合理，对计算结果有何影响？

假设该流体为液态，估算其相对分子量，

可见设定的微粒质量过大。

做布朗运动的花粉直径在之间，将微粒直径设定为是合理的。

时，常见液体中粘度最低的乙醚，设定在该温度下也是合理的。

为了探究微粒质量偏大对模拟结果的影响，我修改代码，调整微粒的质量，使得流体密度的数量级，模拟10000次，按照3.2节中的方法计算.

在原条件下，

在修改后的条件下，

将质量改小没有带来模拟精度的提高，由此可见质量偏大不是导致实验系统误差的因素。而理论上，根据

扩散系数只与微粒直径、流体温度、粘度有关，与微粒质量无关，因此微粒质量偏大不会影响实验结果。

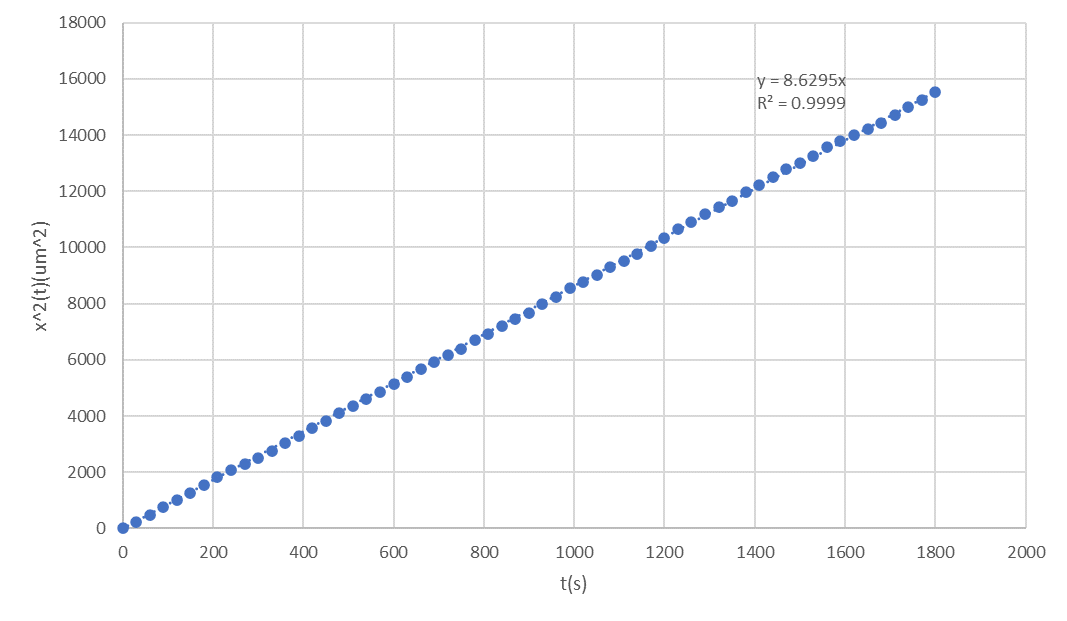
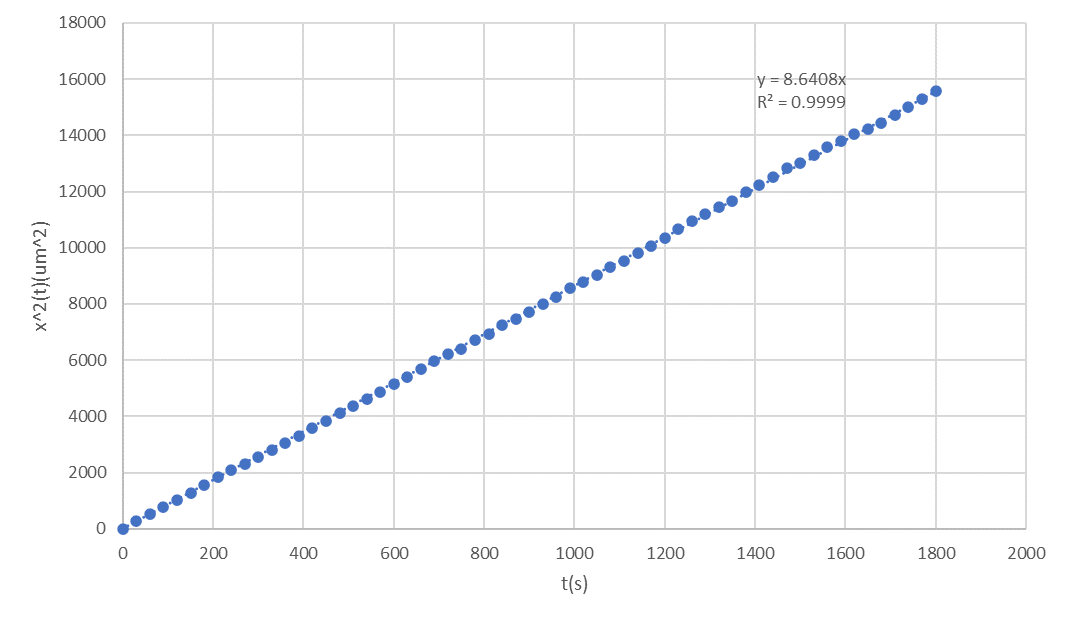


图7 , 图

  
图8 图

1. 总结反思

随机模拟，或称蒙特卡罗模拟，是一种重要的估值方法。我之前已经在概率统计，机器学习等多门课程中接触过这种方法，这次实验更让我体会到它在物理中的威力。

蒙特卡罗模拟的一个缺点是精度有限。在本次实验中，即使设置模拟次数为10000，的相对误差也在以上。为了提高模拟结果的精度，可以提高模拟次数，或使用更先进的随机数生成算法。但考虑到随着模拟次数的增多，消耗的计算资源也线性增加，在对数值精度要求很高的场合下，蒙特卡洛模拟并不十分实用。

布朗运动的理想数学模型是“随机游走”，它是一种重要的随机过程，在计算机科学的许多领域，如互联网、图深度学习中都有广泛的应用。我过去只是从数学的角度理解这种模型，经过本次实验，我对其背后的物理现象也有了一些直观的理解。

感谢老师和助教的努力，这次实验让我受益匪浅。

1. <https://en.wikipedia.org/wiki/Brownian_motion> [↑](#footnote-ref-1)