

A Containment Control Strategy for Multi-USVs Based on RBF Neural Networks (CCSICC)

Ji Zhang¹, Rui Song^{2,*}, Dong Qu³, Dongke Liu⁴

¹School of Future Technology, Shanghai University, China, Shanghai 200444, China (2944405449@shu.edu.cn)

²School of Future Technology, Shanghai University, China, Shanghai 200444, China (song_rui@shu.edu.cn)

³School of Future Technology, Shanghai University, China, Shanghai 200444, China (dongqu@shu.edu.cn)

⁴School of mechatronic engineering and automation, Shanghai University, China, Shanghai 200444, China (liudongke@shu.edu.cn)

Abstract—This paper proposes a robust adaptive control strategy to address the finite-time containment control problem for underactuated multi-unmanned surface vehicles (USVs) subject to lumped uncertainties and actuator saturation. The strategy employs sliding mode control (SMC) as its core framework, establishing sliding mode surfaces and reaching laws that can achieve finite-time convergence of containment errors. To address the lumped uncertainties, Radial Basis Function (RBF) neural networks are designed for online adaptive compensation. The simulation results demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed strategy. This research provides an effective solution for USV formations to perform collaborative encirclement tasks under complex constrained environments, such as in scenarios of dynamic confrontation or area denial.

Keywords—Multi-USV; Containment control; Sliding mode control; RBF neural networks; Lumped uncertainty.

一种基于 RBF 神经网络的多无人艇包含控制策略

张吉¹ 宋锐^{1,*} 瞿栋¹ 刘东柯²

¹上海大学未来技术学院, 上海 200444, 中国

²上海大学机电工程与自动化学院, 上海 200444, 中国

摘要 针对多无人艇 (USV) 在面临集总不确定性与执行器输入饱和时的包含控制问题, 提出了一种鲁棒自适应控制策略。该策略以滑模控制 (SMC) 为核心框架, 设计了能够确保包含误差在有限时间收敛的滑模面与趋近律。此外, 为有效提高收敛速度并抑制滑模控制的固有抖振, 提出了一种基于径向基函数 (RBF) 神经网络的在线自适应补偿方法。仿真结果验证了所提策略的有效性与鲁棒性。这项研究为无人艇集群在动态对抗或区域封锁等复杂约束环境下执行协同对抗任务提供了有效的解决方案。

关键词 多无人艇, 包含控制, 滑模控制, RBF 神经网络, 集总不确定性

1 引言

随着海洋资源开发与智能航运的兴起, 对海洋任务执行能力的要求日益提高。尤其是在协同对抗、区域封锁或非合作目标拦截等动态博弈场景中, 对任务执行的实时性、鲁棒性和协同性提出了更高要求。在此类协同对抗背景下,

单个无人艇因其感知范围和作业能力的固有限制, 难以有效完成动态包围或执行区域拒止任务。相较之下, 多无人艇集群凭借其分布式架构带来的信息共享、功能互补等优

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目 (编号: 62403302)

*通讯作者, E-mail: song_rui@shu.edu.cn

势，能够构建移动的、自适应的协同屏障，为完成对抗环境下的目标合围、动态拦截与监视等任务提供了更有效的解决方案，因而成为当前智能协同控制领域的研究热点。

早期的多艇协同策略包括经典的编队控制与包围控制等。经典的编队控制（Formation Control），如领航跟随法，其核心在于使集群保持预设的刚性几何构型，在精确测绘或仪仗巡航等任务中效果显著，但队形灵活性不足^[1]。另一类包围控制（Encirclement Control）则侧重于驱动多艇对特定目标形成动态环绕，在目标监视与区域封锁等场景中尤为关键^[2]。然而，在许多协同对抗任务中，并不要求无人艇维持固定队形或环绕单一目标，而是要求它们在一个由“领导者”划定的安全封锁区域内自主作业。针对这类场景，包含控制（Containment Control）提供了一种更为灵活且鲁棒的解决方案。

包含控制旨在驱动“跟随者”无人艇进入并保持在由“领导者”无人艇动态形成的凸包之内。在多智能体系统、协同控制，滑模控制等理论的牵引下，包含控制在近几年发展较快，取得较为丰富的研究成果^[3]。Hou 等人将滑模控制（SMC）与信号量化相结合，提出了一种分布式有限时间滑模包含控制方法^[4]。Zhang 等人为多无人艇设计了分布式编队控制律，用来提高跟随艇的指令遵循效果^[5]。Sun 等人融合自适应径向基函数（RBF）神经网络与滑模控制，解决了高超声速飞行器的容错控制问题^[6]。Wang 等人构建了一个双层控制框架，利用基于鲁棒精确微分器（RED）的扰动观测器来估计集总扰动，并结合快速积分终端滑模控制（FITSMC），提出了一种自适应有限时间包含控制策略^[7]。Gao 等人设计了基于扰动观测器的有限时间控制器，用来解决输入饱和和困难等问题^[8]。除扰动抑制外，处理物理约束同样至关重要。Jiang 等人引入输出变换技术，提出了一种能处理输出约束的自适应有限时间编队控制方法^[9]。Rodriguez 等人设计了自适应滑模策略，确保无人艇在预设时间内完成控制目标^[10]。Gu 等人提出了基于引导向量场和数据驱动神经预测器的无模型包含控制方案，减小了对于模型精度的依赖性^[11]。Hu 等人将扰动观测器与自适应模糊控制相结合，解决了高阶多智能体系统的有限时间协同控制问题^[12]。在相似的多智能体协同背景下，Sun 等人为无人艇集群设计了一种有限时间预设性能容错协同控制方法^[13]。Wang 等人设计了固定时间扰动观测器（Fixed-Time DO）以估计总扰动，并结合积分滑模控制，实现了精确轨迹跟踪和抖振抑制^[14]。然而以上方法只侧重于解决单一约束下的控制问题，实际环境下，无人艇往往面临多重不确定性以及执行器输入饱和和限制等问题，导致包含控制的收敛速度较低。

将先进感知与控制理论相结合是提升控制性能的有效

途径。Mou 等人结合自适应滑模控制与时域波浪反演技术，实现了对实际海浪扰动的实时补偿^[15]。在智能控制领域，神经网络的非线性逼近能力得到广泛应用。Qin 等人利用 RBF 神经网络逼近未知函数，同时引入切线型障碍李亚普诺夫函数，有效解决了存在状态约束和执行器输入饱和的无人艇轨迹跟踪问题^[16]。然而，上述工作并未将神经网络在线自适应补偿技术有效地融入多艇协同包含控制框架，以主动抑制复杂的集总不确定性。

因此，本文研究了无人艇集群在集总不确定性及输入饱和约束下的分布式包含控制问题，主要创新点如下：1）设计了一种新型有限时间滑模面。通过构造特定的滑模动态与趋近律，实现了包含误差的有限时间收敛；2）提出了一种基于 RBF 神经网络的自适应估计器。该估计器能在线辨识并补偿由模型内部不确定性和外部环境扰动组成的集总不确定性，有效增强了控制系统在未知海洋环境下的鲁棒性和适应能力。

2. 问题描述

本文的控制目标是为存在集总不确定性和执行器饱和和约束的无人艇集群设计一种分布式鲁棒自适应有限时间包含控制器。该控制器基于每艘跟随无人艇设计一种分布式控制律，控制律可被抽象地概括为一个映射关系 $\tau_i = \mathcal{C}(\eta_{\text{ref}}, \eta_i, \xi_i)$ 。在此映射中，控制器 \mathcal{C} 利用由领导者无人艇提供的参考信息 η_{ref} 和无人艇自身的运动状态 η_i ，并结合其内部的自适应与鲁棒性状态 ξ_i ，最终生成能够应对各类不确定性与物理约束的控制输入 τ_i 。被控对象的具体数学模型如下：

2.1 无人艇模型建立

考虑一个由 n 艘欠驱动无人艇组成的多艇系统。为准确描述无人艇的运动特性，本文主要研究其在水平面内的三自由度运动：纵荡、横荡和艏摇。建立大地坐标系 $O-XY$ 用于表示无人艇的绝对位置和航向，附体坐标系 $O_B-X_B Y_B$ 固定于艇体并随其运动。

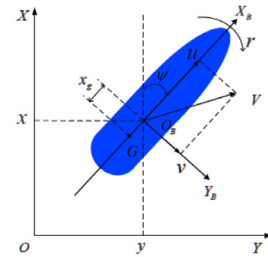


图1 无人艇在大地坐标系和附体坐标系示意图

根据无人艇的运动学与动力学特性，可将无人艇的数学模型写为：

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{R}(\psi)\mathbf{v} \quad (1)$$

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{d} \quad (2)$$

其中， $\boldsymbol{\eta} = [x, y, \psi]^T$ 代表无人艇在大地坐标系里的位置 (x, y) 和航向角 ψ ，单位是 $[\text{m}, \text{m}, \text{rad}]^T$ 。 $\mathbf{v} = [u, v, r]^T$ 是无人艇在附体坐标系下的线速度和角速度向量，单位为 $[\text{m/s}, \text{m/s}, \text{rad/s}]^T$ 。 u 表示无人艇前后方向的纵荡速度， v 表示左右方向的横荡速度， r 代表围绕船舶艏连线转动的艏摇角速度。在全驱动模型中，纵荡、横荡和艏摇这三个自由度的运动均由各自独立的驱动器控制。控制输入用 $\boldsymbol{\tau} = [\tau_u, \tau_v, \tau_r]^T$ 来表示， τ_u 、 τ_v 和 τ_r 的单位分别是 N、N 和 $\text{N} \cdot \text{m}$ 。 $\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3]^T$ 为外界干扰，单位为 $[\text{N}, \text{N}, \text{N} \cdot \text{m}]^T$ ； \mathbf{M} 为惯性质量矩阵； $\mathbf{C}(\mathbf{v})$ 为向心力和科里奥利系数矩阵， $\mathbf{C}^T(\mathbf{v}) = -\mathbf{C}(\mathbf{v})$ ； $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ 表示阻尼矩阵； $\mathbf{M}, \mathbf{C}(\mathbf{v}), \mathbf{D}(\mathbf{v})$ 以及 $\mathbf{R}(\psi)$ 的具体参数形式如下：

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13} \\ 0 & 0 & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & d_{23} \\ 0 & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其中， m 表示无人艇的质量

$$\begin{aligned} d_{11} &= -X_u - X_{|u|u} |u|, \\ d_{22} &= -Y_v - Y_{|v|v} |v| - Y_{|r|v} |r|, \\ d_{23} &= -Y_r - Y_{|v|r} |v| - Y_{|r|r} |r|, \\ d_{32} &= -N_v - N_{|v|v} |v| - Y_{|r|v} |r|, \\ d_{33} &= -N_r - N_{|v|r} |v| - N_{|r|r} |r| \end{aligned}$$

其中， u, v, r 为速度信息， $X_{(\cdot)}, Y_{(\cdot)}, N_{(\cdot)}$ 为水动力参数， $\text{sat}(\tau_{ki})$ 表示无人艇输入受到输入饱和的影响，其表达式为：

$$\text{sat}(\tau_{ki}) = \begin{cases} \text{sign}(\tau_{ki}) \tau_{i\max} & |\tau_{ki}| \geq \tau_{i\max} \\ \tau_{ki} & |\tau_{ki}| < \tau_{i\max} \end{cases} \quad (4)$$

其中， $k = u, v, r$ ， $\tau_{i\max}$ 表示控制输入的最大幅度。

定义控制输入的饱和误差 $\Delta\tau_i$ 为期望控制输入 τ_i 与实际执行器饱和函数 $\text{sat}(\tau_i)$ 之差，即 $\Delta\tau_i = \text{sat}(\tau_{ki}) - \tau_i$ 。

为便于后续控制器设计，做出如下假设：

假设 1：至少存在一个虚拟领导者，具有指向跟随无人艇的有向通路。

假设 2：领导无人艇的输出信号 $\boldsymbol{\eta}_l, \dot{\boldsymbol{\eta}}_l, \ddot{\boldsymbol{\eta}}_l$ 为有界且可获取的正常数。

假设 3：外界干扰 \mathbf{d}_i 具有连续导数 $\dot{\mathbf{d}}_i, \ddot{\mathbf{d}}_i$ ， \mathbf{d}_i 存在未

知上界，满足 $\|\mathbf{d}_i\| \leq \bar{d}$ ， \bar{d} 为正常数。

2.2 单艇控制目标

为保证所有跟随无人艇的状态（位置与姿态）能在有限时间内收敛并保持在由多个领导无人艇所形成的移动凸包内。对于任意跟随无人艇 i ，其轨迹 $\boldsymbol{\eta}_{li}$ 应满足：

$$\lim_{t \rightarrow T_0} |\boldsymbol{\eta}_{li} - \sum_{l=M+1}^{M+N} b_l \boldsymbol{\eta}_{li}| \leq \delta_a \quad (5)$$

其中， T_0 为有限收敛时间， $\boldsymbol{\eta}_{li}$ 是第 l 个领导者的轨迹， $b_l > 0$ 且 $\sum_{l=M+1}^{M+N} b_l = 1$ ， δ_a 是一个预先设定的小正常数，表示最终的包含精度。

3. 鲁棒自适应有限时间包含控制律设计

3.1 有限时间滑模控制面设计

为便于后续的控制律设计，首先将第 i 艘跟随 USV 的运动学与动力学模型（式(1)-式(2)）转换为更利于分析的二阶状态空间形式。为此，定义广义位置状态向量 $\boldsymbol{\eta}_{li} \in \mathbb{R}^n$ ， $\boldsymbol{\eta}_{2i} = \dot{\boldsymbol{\eta}}_{li} \in \mathbb{R}^n$ 为广义速度状态向量。基于此，系统的动态可表述为：

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\eta}}_{li} = \boldsymbol{\eta}_{2i} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_{2i} = \bar{\mathbf{G}}_i + \mathbf{G}_i \boldsymbol{\tau}_i + \tilde{\mathbf{d}}_i \end{cases} \quad (6)$$

其中， $\boldsymbol{\tau}_i \in \mathbb{R}^m$ 为施加于第 i 艘跟随艇的控制输入向量。 $\bar{\mathbf{G}}_i = \mathbf{R}\mathbf{Q}(r)\mathbf{v} - \mathbf{R}\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{C}(\mathbf{v}) + \mathbf{D}(\mathbf{v}))$ 为集总非线性项，包含系统的复杂动态， $\mathbf{G}_i = \mathbf{R}\mathbf{M}^{-1}$ 为控制输入矩阵，负责将艇体坐标系下的控制输入映射为大地坐标系下的加速度。 $\tilde{\mathbf{d}}_i = \mathbf{R}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{d}_i$ 为单艇 i 自身所受的集总未知扰动及未建模动态。

由假设 1 和 2 可知，领导无人艇的位置信号 $\boldsymbol{\eta}_l$ 对于跟随者是可获取的，第 i 艘跟随无人艇的包含位置误差与速度控制误差为：

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_i &= \sum_{j=1}^{M+N} a_{ij} (\boldsymbol{\eta}_{li} - \boldsymbol{\eta}_{lj}) \\ \dot{\mathbf{z}}_i &= \sum_{j=1}^{M+N} a_{ij} (\boldsymbol{\eta}_{2i} - \boldsymbol{\eta}_{2j}) \end{aligned} \quad (7)$$

其中 M, N 分别为跟随者和领导者数量，权重系数 $a_{ij} \geq 0$ 反映了通信拓扑及期望的相对状态。 $\dot{\mathbf{z}}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ， $\mathbf{z}_i = [z_{i1}, z_{i2}, z_{i3}]^T$ 为位置误差， $\dot{\mathbf{z}}_i = [\dot{z}_{i1}, \dot{z}_{i2}, \dot{z}_{i3}]^T$ 为速度误差。

为实现误差的有限时间收敛与鲁棒性，设计如下线性滑模变量 $\mathbf{s}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ：

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{c}_i \mathbf{z}_i + \dot{\mathbf{z}}_i \quad (8)$$

其中 $\mathbf{c}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为正定的设计参数矩阵。当系统状态轨迹到达并维持在滑模面 $\mathbf{s}_i = 0$ 时，误差动态遵循 $\dot{\mathbf{z}}_i = -\mathbf{c}_i \mathbf{z}_i$ ，

确保 z_i 数收敛。结合后续控制律可实现 s_i 及误差的有限时间收敛。

分析 s_i 的动态特性，其时间导数为 $\dot{s}_i = c_i \dot{z}_i + \ddot{z}_i$ 。代入系统动态及误差定义，可得：

$$\dot{s}_i = c_i \dot{z}_i + \mathcal{D}_i \mathbf{G}_i \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\Phi}_i + \mathbf{f}_i \quad (9)$$

式中各项定义为：

$$\mathcal{D}_i = \sum_{j=1}^{M+N} a_{ij}$$

代表跟随艇与邻居以及领导艇之间聚合的拓扑信息；

$$\boldsymbol{\Phi}_i = \mathcal{D}_i \bar{\mathbf{G}}_i - \sum_{j=1}^M a_{ij} (\bar{\mathbf{G}}_j + \mathbf{G}_j \boldsymbol{\tau}_j + \mathbf{G}_j \Delta \boldsymbol{\tau}_j) - \sum_{l=M+1}^{M+N} a_{il} \ddot{\eta}_{2l}$$

为已知或可测量的非线性耦合项，包含了跟随无人艇自身的非线性动力学以及邻居无人艇的动态信息， $\ddot{\eta}_{2l}$ 代表领导者的广义加速度；

$$\mathbf{f}_i = \mathcal{D}_i \ddot{\mathbf{d}}_i - \sum_{j=1}^M a_{ij} \ddot{\mathbf{d}}_j$$

为多艇协同任务下的集总不确定性；滑模动态方程(式(9))是后续设计鲁棒自适应控制律 $\boldsymbol{\tau}_i$ 的基础，目标是使 s_i 在有限时间收敛至零。

3.2 基于 RBF 神经网络的自适应集总不确定性估计

在上一节推导的滑模动态方程(式(9))中，协同任务下的集总不确定项 $\mathbf{f}_i \in \mathbb{R}^n$ 对系统性能具有显著影响，假设 3 确保了该项是有界的连续函数，其包含了系统未建模动态及外部环境扰动。为有效补偿此不确定性，采用径向基函数(RBF)神经网络对其进行在线自适应估计。

假定未知函数 \mathbf{f}_i 可由一个理想的 RBF 神经网络精确表示为：

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{W}_i^{*T} \boldsymbol{\omega}_i(\boldsymbol{\zeta}_i) + \boldsymbol{\mu}_i \quad (10)$$

其中， $\mathbf{W}_i^* \in \mathbb{R}^{p \times 3}$ 为理想的神经网络权重矩阵， p 为网络隐含神经元的个数。 $\boldsymbol{\omega}_i(\boldsymbol{\zeta}_i) = [\omega_{i1}(\boldsymbol{\zeta}_i), \dots, \omega_{ip}(\boldsymbol{\zeta}_i)]^T \in \mathbb{R}^p$ 是高斯基函数向量，其输入向量 $\boldsymbol{\zeta}_i \in \mathbb{R}^{2n}$ 通常选取为与误差相关的状态量，例如 $\boldsymbol{\zeta}_i = [z_i^T, \dot{z}_i^T]^T$ 。 $\boldsymbol{\mu}_i \in \mathbb{R}^n$ 代表了网络的逼近误差，并假设其有界，即满足 $|\boldsymbol{\mu}_i| \leq \boldsymbol{\mu}_i^*$ ，其中 $\boldsymbol{\mu}_i^* > 0$ 为一未知的正常数。

在实际应用中，通过构建如下 RBF 神经网络对 \mathbf{f}_i 进行在线估计：

$$\hat{\mathbf{f}}_i = \hat{\mathbf{W}}_i^T \boldsymbol{\omega}_i(\boldsymbol{\zeta}_i) \quad (11)$$

式中， $\hat{\mathbf{W}}_i \in \mathbb{R}^{p \times 2}$ 为理想权重矩阵 \mathbf{W}_i^* 的估计值。权重估计误差 $\tilde{\mathbf{W}}_i = \mathbf{W}_i^* - \hat{\mathbf{W}}_i$ ，为了使估计权重 $\hat{\mathbf{W}}_i$ 能够有效地跟踪理想权重 \mathbf{W}_i^* ，从而使 $\hat{\mathbf{f}}_i$ 逼近 \mathbf{f}_i ，设计如下的神经网络权重自适应更新律：

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_i = \gamma_i \boldsymbol{\omega}_i(\boldsymbol{\zeta}_i) s_i^T - \sigma_i \hat{\mathbf{W}}_i \quad (12)$$

其中， $\gamma_i > 0$ 为自适应学习率参数，决定了权重调整的速度。 $s_i \in \mathbb{R}^n$ 是在上一节定义的滑模变量(式(8))，引入

$\sigma_i \hat{\mathbf{W}}_i$ 项旨在增强自适应律的鲁棒性，确保权重估计值 $\hat{\mathbf{W}}_i$ 的有界性，防止参数漂移。通过此自适应估计机制，所获得的扰动估计 $\hat{\mathbf{f}}_i$ 将在后续的控制律综合中用于主动补偿未知的扰动项 \mathbf{f}_i ，以提高控制系统的性能和鲁棒性。

3.3 考虑输入饱和的鲁棒自适应有限时间控制律综合

基于前述滑模动态方程及对集总不确定性 \mathbf{f}_i 的 RBF 神经网络在线估计 $\hat{\mathbf{f}}_i$ ，本节旨在设计最终的鲁棒自适应有限时间包含控制律 $\boldsymbol{\tau}_i$ 。该控制律的目标是驱动滑模变量 s_i 在有限时间内收敛至零，从而保证包含误差的收敛，同时有效抑制神经网络逼近误差等不确定性的影响。所设计的控制律 $\boldsymbol{\tau}_i$ 由等效控制部分 $\boldsymbol{\tau}_{ieq}$ 和鲁棒补偿部分 $\boldsymbol{\tau}_{is}$ 构成。首先，等效控制律 $\boldsymbol{\tau}_{ieq}$ 用于抵消滑模动态中的已知非线性项 $\boldsymbol{\Phi}_i$ 、交叉项 $c_i \dot{z}_i$ 以及 RBF 神经网络对未知扰动的估计部分 $\hat{\mathbf{f}}_i$ 。假设矩阵 $(\mathcal{D}_i \mathbf{G}_i)$ 可逆，则 $\boldsymbol{\tau}_{ieq}$ 设计为：

$$\boldsymbol{\tau}_{ieq} = (\mathcal{D}_i \mathbf{G}_i)^{-1} (-\boldsymbol{\Phi}_i - c_i \dot{z}_i - \hat{\mathbf{f}}_i) \quad (13)$$

其次，为确保系统在 RBF 网络逼近误差、残余扰动及输入饱和影响下的有限时间收敛性和鲁棒性，设计鲁棒控制律 $\boldsymbol{\tau}_{is}$ 如下：

$$\boldsymbol{\tau}_{is} = (\mathcal{D}_i \mathbf{G}_i)^{-1} (-k_{i1} s_i - k_{i2} \text{sign}(s_i)) \quad (14)$$

其中， k_{i1}, k_{i2} 均为正定的设计参数矩阵或正常数。 $-k_{i1} s_i$ 项为线性趋近律，旨在使系统状态快速趋近滑模面。 $-k_{i2} \text{sign}(s_i)$ 项（其中 $\text{sign}(\cdot)$ 为符号函数）是保证系统状态再有限时间到达滑模面并有效抑制有界扰动的关键。最终，整体的鲁棒自适应有限时间包含控制律 $\boldsymbol{\tau}_i$ 由上述两部分叠加而成：

$$\boldsymbol{\tau}_i = \boldsymbol{\tau}_{ieq} + \boldsymbol{\tau}_{is} \quad (15)$$

通过对上述设计参数的恰当选取，该控制律能够确保闭环包含误差系统在有限时间内收敛。

4. 仿真结果与分析

为对本文所提出的基于 RBF 神经网络的包含控制策略在多无人艇 (USV) 系统协同运动中的性能进行考察，设计了相应的数值仿真实验。仿真研究所采用的 USV 承载平台为三自由度模型，其运动学与动力学特性已在前文详述。

领导者无人艇设为三艘，其运动轨迹被预先设计以共同构成一个时变的移动凸包，作为跟随艇的目标区域。

参与包含任务的共有三艘跟随 USV，其初始位姿 (x_0, y_0, ψ_0) 分别设定为：

USV1 (1m, -0.8m, $\pi / 2.8\text{rad}$) ;

USV2 (2.2m, -0.5m, $\pi / 3.1\text{rad}$) ;

USV3 (0.5m, 0m, $\pi / 3.1\text{rad}$) ;

各 USV 的初始线速度与角速度均假定为零。多 USV

系统内部的通信被假定为理想状态，即各跟随 USV 能够实时获取计算其包含误差所必需的领导者及其他相关 USV 的状态信息。

为模拟海洋环境中的未知扰动，仿真时对每艘 USV 施加了时变的外部干扰力与力矩。例如，作用于第 j 艘 USV 的纵向干扰 d_{j1} 被定义为 $1+1.5\sin(0.04t)+1.5\sin(0.2t)$ N。为测试控制策略的鲁棒性，横向干扰 d_{j2} 与艏摇干扰 d_{j3} 也采用结构相似、参数相异的正弦波叠加形式进行构建。仿真总时长设定为 $T=200$ s，数值积分采用固定步长 $dt=0.001$ s 执行。

4.1 包含控制整体效果与误差收敛性

为评估所提策略的实际性能，首先对多 USV 系统的包含控制整体效果进行考量。图 2 直观地呈现了三艘领导 USV 引领三艘跟随 USV 进行协同运动的轨迹。

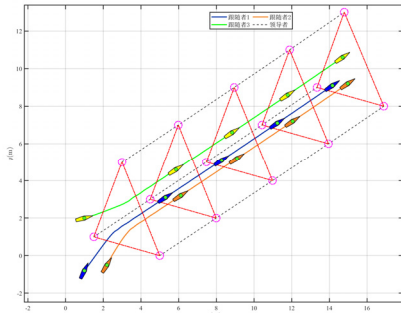


图 2 无人艇包含控制轨迹

轨迹图清晰显示，尽管跟随 USV 的初始位姿各异，且与领导者构成的初始凸包存在显著偏差，但在所提控制律驱动下，所有跟随 USV 均能快速、平稳地向目标区域收敛。具体而言，仿真开始约 20 秒内，各跟随 USV 已有效进入由领导者实时定义的动态凸包。此后，它们在整个运动过程中始终保持在凸包内部，未发生逃逸或过度偏离。

为进一步对控制系统的动态性能与稳态精度进行量化分析，误差收敛图 3 和图 4 集中展示了各跟随 USV 包含误差项的时间历程。

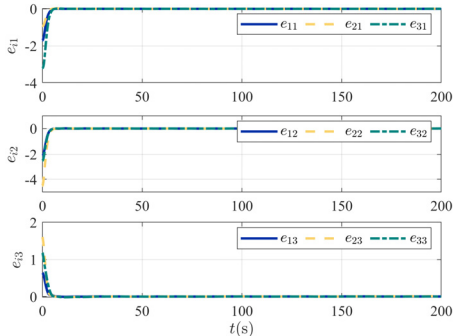


图 3 三个跟随无人艇的包含位置误差 e_{ji} 收敛曲线

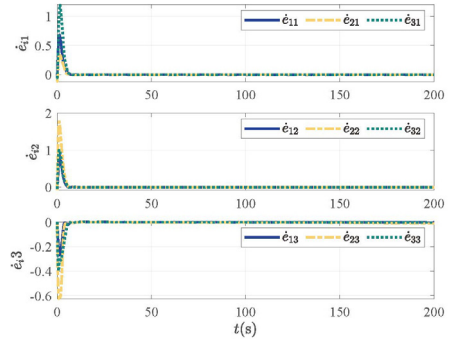


图 4 三个跟随无人艇的包含速度误差 \dot{e}_{ji} 收敛曲线

图 3 显示，所有位置误差分量在经历初始暂态响应后，均快速收敛，并在约 25 秒后稳定在零值附近一个极小邻域内。这表明 USV 实现了对期望包含区域的精确位置跟踪。相较而言，图 4 的速度误差收敛更为迅速，约 15 秒时已基本达到稳态，这有助于保证系统运动的平顺性并快速响应外部变化。尽管仿真引入了持续外部干扰，且各 USV 初始误差状态存在差异，但最终误差收敛性未受显著影响，体现出良好的一致性和鲁棒性。

4.2 滑模控制性能分析

为清晰展示滑模控制的实际贡献，图 5 展示了三艘跟随艇的滑模变量 s_{ji} (j 为 USV 编号， i 对应各自由度) 随时间的变化趋势。

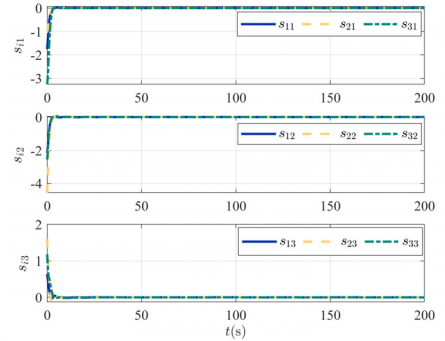


图 5 三个跟随无人艇的滑模变量 s_{ji} 收敛曲线

图 5 显示，尽管初始误差导致各滑模变量具有非零初始值，但在控制器的精确作用下，所有滑模变量均展现出快速收敛特性。这些滑模变量在短短 5 到 10 秒内，便从初始状态迅速趋近并穿越滑模面（即 $s_{ji}=0$ ）。当系统状态到达滑模面，滑模变量便能够有效约束于零值附近，从而有效避免了传统滑模控制中由于不连续切换导致的显著抖振。

4.3 RBF 干扰抑制特性

为应对系统中存在的模型不确定性与外部环境扰动，本文所提出的控制策略引入了 RBF 神经网络进行在线逼近与补偿。图 6 展示了应用于 1 号艇的 RBF 神经网络对其集总不确定性 f_{1i} (i 对应各自由度，其定义为前述 f_i 项的构成) 的逼近效果。

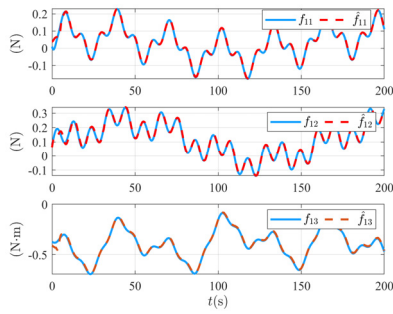


图 6 RBF 网络对集总不确定性 f_{li} 的逼近效果

图 6 表明, RBF 神经网络的估计值 \hat{f}_{li} (图中红色虚线所示) 能够精确地跟踪实际的复合干扰项 f_{li} (图中蓝色实线所示) 的动态变化, 体现了网络良好的跟踪性能。

5. 结论

本文针对多无人艇在面临集总不确定性与执行器输入饱和时的包含控制问题, 提出了一种鲁棒自适应控制策略。该策略以滑模控制 (SMC) 为核心框架, 设计了能够确保包含误差在有限时间收敛的滑模面与趋近律。此外, 为提高收敛速度并抑制滑模控制的固有抖振, 提出一种基于径向基函数 (RBF) 神经网络自适应补偿方法。仿真结果显示, 所设计的控制器能快速实现领导者-跟随者队形的建立, 并且通过神经网络在线补偿不确定性, 抑制了传统滑模存在的抖振现象。然而, 当前方法仍建立在理想通信之上, 因此未来研究将聚焦于通信约束下的鲁棒协同控制问题。

参考文献

- [1] Wu G, Xu T, Sun Y, Zhang J. Review of multiple unmanned surface vessels collaborative search and hunting based on swarm intelligence[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2022, 19(2): 17298806221091885.
- [2] Liu G, Wen N, Long F, Zhang R. A Formation Control and Obstacle Avoidance Method for Multiple Unmanned Surface Vehicles[J]. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2023, 11(12): Art. 12.
- [3] Jiang Y, Wang F, Yu H, Guo C, Liu Z. Adaptive prescribed-time containment control for multiple unmanned surface vehicles with uncertain dynamics and actuator dead-zones[J]. *Ocean Engineering*, 2023, 289: 116269.
- [4] Hou Y, Yan Y, Jiang T, Yu S, Liu Y. Distributed finite-time sliding mode containment control for multi-unmanned surface vehicles with input and output quantization[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2024 : 01423312241273768.
- [5] Huang B, Song S, Zhu C, Li J, Zhou B. Finite-time distributed formation control for multiple unmanned surface vehicles with input saturation[J]. *Ocean Engineering*, 2021, 233 : 109158.
- [6] Sun F, Liu S, Wang L, Zhou B. Adaptive RBF Network-Based Sliding-Mode Fault-Tolerant Control for Hypersonic Vehicles With Model Uncertainties[C]. *2024 36th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, 2024: 2026–2033.
- [7] Meng X, Zhang G, Han B. Robust adaptive finite-time course tracking control of vessel under actuator attacks[C]. *comengsys*, 2023, 3(3): N/A-N/A.
- [8] Gao L, Qin H, Li P. Disturbance observer based finite-time exact bottom-following control for a BUUV with input saturation[J]. *Ocean Engineering*, 2022, 266: 112650.
- [9] Jiang Y, Liu Z, Chen F. Adaptive output-constrained finite-time formation control for multiple unmanned surface vessels with directed communication topology[J]. *Ocean Engineering*, 2024, 292: 116552.
- [10] Rodriguez J, Castañeda H, Gonzalez-Garcia A, Gordillo J L. Finite-time control for an Unmanned Surface Vehicle based on adaptive sliding mode strategy[J]. *Ocean Engineering*, 2022, 254: 111255.
- [11] Gu N, Wang D, Peng Z, Li T, Tong S. Model-Free Containment Control of Underactuated Surface Vessels Under Switching Topologies Based on Guiding Vector Fields and Data-Driven Neural Predictors[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(10): 10843–10854.
- [12] Hu F, Ma T. Disturbance observer-based adaptive fuzzy finite-time cooperative control for high-order multi-agent systems with input saturation[J]. *Expert Systems with Applications*, 2025, 276: 127179.
- [13] Sun P, Yu Z, Yang H, Zhang Y. Finite-time Prescribed Performance Cooperative Control of Multiple Unmanned Aerial Vehicles under Actuator Faults[C]. *2024 China Automation Congress (CAC)*, 2024: 2813–2818.
- [14] Wang T, Wang C, Yan S, Liu Y. Disturbance observer-based fixed-time sliding mode trajectory tracking control for marine surface vehicles with uncertain dynamics[J]. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2024, 46(8): 1452–1466.
- [15] Mou T, Shen Z, Zheng Z. Adaptive Sliding Mode Trajectory Tracking Control of Unmanned Surface Vessels Based on Time-Domain Wave Inversion[J]. *JMSE*, 2024, 12(8): 1278.
- [16] Qin H, Chen X, Sun Y. Adaptive state-constrained trajectory tracking control of unmanned surface vessel with actuator saturation based on RBFNN and tan-type barrier Lyapunov function[J]. *Ocean Engineering*, 2022, 253: 110966.