

1. 实验项目名称

生产计划问题（线性规划模型）

2. 实验目的

通过对线性规划问题和单纯形法的学习，掌握在经营管理中如何有效地利用现有人力、物力完成更多的任务，或在预定的任务目标下，如何耗用最少的人力、物力去实现目标。并通过实验加深对线性规划问题的理解与应用。

3. 实验内容与实验步骤

3.1 实验内容

某厂按合同规定须于当年每个季度末分别提供 10，15，25，20 台同一规格的柴油机。已知该厂各季度的生产能力及生产每台柴油机的成本如下表所示，又如果生产出来的柴油机当季不交货的，每台每积压一个季度需储存、维护等费用 0.15 万元。要求在完成合同的情况下，作出使该厂全年生产（包括储存、维护）费用最小的决策？

季度	生产能力/台	单位成本/万元
I	25	10.8
II	35	11.1
III	30	11.0
IV	10	11.3

3.2 实验步骤

3.2.1 模型的假设

假设该厂每年只按照合同完成相应的生产，不造成库存积压。

3.2.2 模型的建立

在对模型假设的基础上，设变量 x_j 为第 j 季度的柴油机产量， $j = 1, 2, 3, 4$ 而且 x_j 为非负整数。按合同规定的任务，有

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 + 12 + 25 + 20 = 70 \quad (1)$$

根据题意，我们知道，柴油机的产量要受该厂在各季度的生产能力的制约。

对于第一季度，最多可以生产 25 台，而且，由于上年无积压库存，该季度必须完成合同规定的计划，至少生产 10 台。我们可以得到不等式

$$10 \leq x_1 \leq 25 \quad (2)$$

对于第二季度，最多可以生产 35 台，我们可以得到不等式

$$x_2 \leq 35 \quad (3)$$

对于第三季度，最多可以生产 30 台，我们可以得到不等式

$$x_3 \leq 30 \quad (4)$$

对于第四季度，最多可以生产 10 台，我们可以得到不等式

$$x_4 \leq 10 \quad (5)$$

在满足上述制约条件且完成的生产任务一定的情况下，我们希望该厂全年生产（包括存储、维护）费用最小。

由题意，我们知道一年单纯的成本费用为

$$10.8x_1 + 11.1x_2 + 11.0x_3 + 11.3x_4$$

由于第一季度的库存积压为 $x_1 - 10$ 台，第二季度可能产生的存储、维护费用为

$$0.15(x_1 - 10)$$

由于第二季度的库存积压为 $x_1 - 10 + x_2 - 15$ 台，第三度可能产生的存储、维护费用为

$$0.15(x_1 - 10 + x_2 - 15) = 0.15(x_1 + x_2 - 25)$$

由于第三季度的库存积压为 $x_1 - 10 + x_2 - 15 + x_3 - 25$ 台，第四季度可能产生的存储、维护费用为

$$0.15(x_1 - 10 + x_2 - 15 + x_3 - 25) = 0.15(x_1 + x_2 + x_3 - 50)$$

综上所述，有

$$\min f = (10.8x_1 + 11.1x_2 + 11.0x_3 + 11.3x_4) + 0.15(x_1 - 10) + 0.15(x_1 + x_2 - 25) + 0.15(x_1 + x_2 - 25)$$

化简得

$$\min f = 11.25x_1 + 11.4x_2 + 11.15x_3 + 11.3x_4 - 12.75 \quad ⑥$$

我们将上述结果写成规范形式，就建立了一个运筹学模型，如下

$$\min f = 11.25x_1 + 11.4x_2 + 11.15x_3 + 11.3x_4 - 12.75$$

$$st. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 70 \\ 10 \leq x_1 \leq 25 \\ x_2 \leq 35 \\ x_3 \leq 30 \\ x_4 \leq 10 \end{cases}$$

3.2.3 模型的求解

本问题是线性规划问题模型，而我们求解线性规划问题一般采用单纯形方法。运用 Lingo 进行求解。

4. 实验环境

Windows 10 操作系统、Lingo 软件、MathType

5. 实验过程与分析

5.1 实验过程

5.1.1 输入模型

在 Lingo 编辑界面输入带求解模型对应的代码，如图 5.1.1 所示。

```
min=11.25*x1+11.4*x2+11.15*x3+11.3*x4-12.75;
x1>=10;
x1<=25;
x2<=35;
x3<=30;
x4<=10;
```

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 70;$
 $@gin(x_1); @gin(x_2); @gin(x_3); @gin(x_4);$

5.1.2 运行求解

点击求解按钮进行求解如图 5.1.2 所示。

5.1.3 运行结果

运行结果如图 5.1.3 所示。

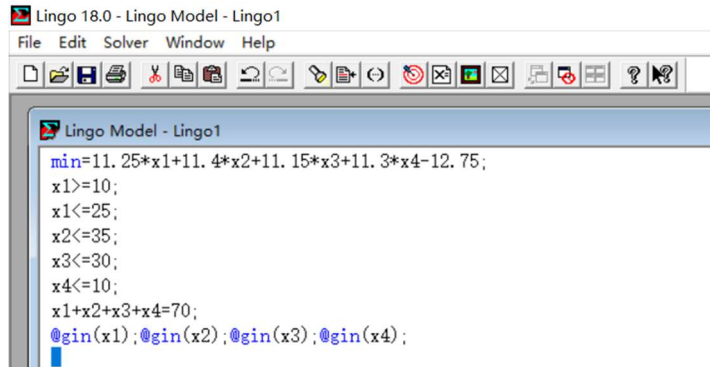


图 5.1.1 输入模型代码



图 5.1.2 运行

Solution Report - Lingo1

Global optimal solution found.

Objective value:	773.0000
Objective bound:	773.0000
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	0
Total solver iterations:	0
Elapsed runtime seconds:	0.05

Model Class: PILP

Total variables:	4
Nonlinear variables:	0
Integer variables:	4
Total constraints:	7
Nonlinear constraints:	0
Total nonzeros:	13
Nonlinear nonzeros:	0

Variable	Value	Reduced Cost
X1	25.00000	11.25000
X2	5.000000	11.40000
X3	30.00000	11.15000
X4	10.00000	11.30000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	773.0000	-1.000000
2	15.00000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	30.00000	0.000000
5	0.000000	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000

Lingo 18.0 Solver Status [Lingo1]

Solver Status	
Model Class:	PILP
State:	Global Opt
Objective:	773
Infeasibility:	0
Iterations:	0

Extended Solver Status	
Solver Type:	B-and-B
Best Obj:	773
Obj Bound:	773
Steps:	0
Active:	0

Variables	
Total:	4
Nonlinear:	0
Integers:	4

Constraints	
Total:	7
Nonlinear:	0

Nonzeros	
Total:	13
Nonlinear:	0

Generator Memory Used (K)	
23	

Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
00:00:00	

Update Interval: 2 Interrupt Solver Close

图 5.1.3 运行结果

5.2 实验结果分析

如图 5.1.3，观察运行状态窗口可知问题的类型为线性规划问题模型，求解得到的为全局最优解，最优结果为 773。如图 5.1.3，观察求解报告窗口可知求解结果如下

Global optimal solution found.		
Objective value:	773.0000	
Objective bound:	773.0000	
Infeasibilities:	0.000000	
Extended solver steps:	0	
Total solver iterations:	0	
Elapsed runtime seconds:	0.05	
Model Class:	PILP	
Total variables:	4	
Nonlinear variables:	0	
Integer variables:	4	
Total constraints:	7	
Nonlinear constraints:	0	
Total nonzeros:	13	
Nonlinear nonzeros:	0	
Variable	Value	Reduced Cost
X1	25.00000	11.25000
X2	5.000000	11.40000
X3	30.00000	11.15000
X4	10.00000	11.30000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	773.0000	-1.000000
2	15.00000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	30.00000	0.000000
5	0.000000	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000

由以上运行结果可知使该厂全年生产（包括存储、维护）费用最小的决策是：第一季度生产 25 台柴油机，第二季度生产 5 台柴油机，第三季度生产 30 台柴油机，第四季度生产 10 台柴油机，最小费用为 773 万元。

6. 实验结果总结

本次实验结果与预期一致。通过这次实验，我熟悉了 Lingo 的操作，同时进一步加强了对线性规划问题的理解，也体会到了运用软件进行模型求解的便利性。