



INTERNET CREDIT

循环信用和内部收益率



循环信用

信用卡的"循环信用"，其实是一种自行安排的还款选择。收到信用卡账单后，若**偿还的金额大于等于账单中的最低还款额（但小于应还金额即欠款总额）**时，就在使用循环信用，剩余的未还金额就是**循环信用余额**。使用循环信用，需**按日计息**，且**当期不能享受免息还款期的待遇**。

业务特点

无需抵押：作为一种无担保的便捷小额信用贷款，循环信用无需抵押

简单快捷：循环信用无需申请，偿还最低还款额后即可享受，不影响持卡人的信用记录

自由灵活：自由选择还款金额和时间，让持卡人灵活掌控财务状况

对于消费刷卡而言：

- 如果你到期前**全额还款**，那么是**没有利息**的。
- 如果到期**不是全额还款（即使差一点）**，那么将会从消费日起，**分笔计算利息**；已还部分利息记到还款日的前一天，未还的部分将记到帐单日那一天。如果有预借现金，那么将从预支当天开始计，一直记到还款的前一天为止。

循环信用



1 10日是Megan的账单日，她4月10日的账单显示，上个账单周期只在3月30日消费了人民币1,000元，所以本期应还款为人民币1,000元，最低还款额为100元。



2 不巧的是，这时的Megan已经花完了当月大部分的钱，没办法全额还款，无奈的她只能在5月1日先偿还了100元。

还款日为每月1日



3 那么问题来了，Megan会在她5月10日的对账单中，看到多少利息呢？



4 让我们一起来计算下吧：
$$¥1000 \times 0.05\% \times 32 + (¥1000 - ¥100) \times 0.05 \times 10$$

循环利息 **¥20.5**
1,000元 \times 0.05% \times 32天（3月30日-4月30日）+（1,000元-100元） \times 0.05% \times 10天（5月1日-5月10日）=一共20.5元哦！

循环信用

张先生的账单日为每月10日，到期还款日为每月28日。

6月10日银行为张先生打印的本期账单包括了他从5月11日至6月10日之间的所有交易账务；

本月账单周期张先生仅有一笔消费——5月30日，消费金额为人民币1000元；

张先生的本期账单列印“本期应还金额”为人民币1000元，“最低还款额”为100元；

不同的还款情况下，张先生的循环利息分别为：

(1) 若张先生于6月28日前，全额还款1000元，则在7月10日的对账单中循环利息= 0元

(2) 若张先生于6月28日前，只偿还最低还款额100元，该100元是在6月25日偿还的，则7月10日的对账单的循环利息=20.20元

具体计算如下：

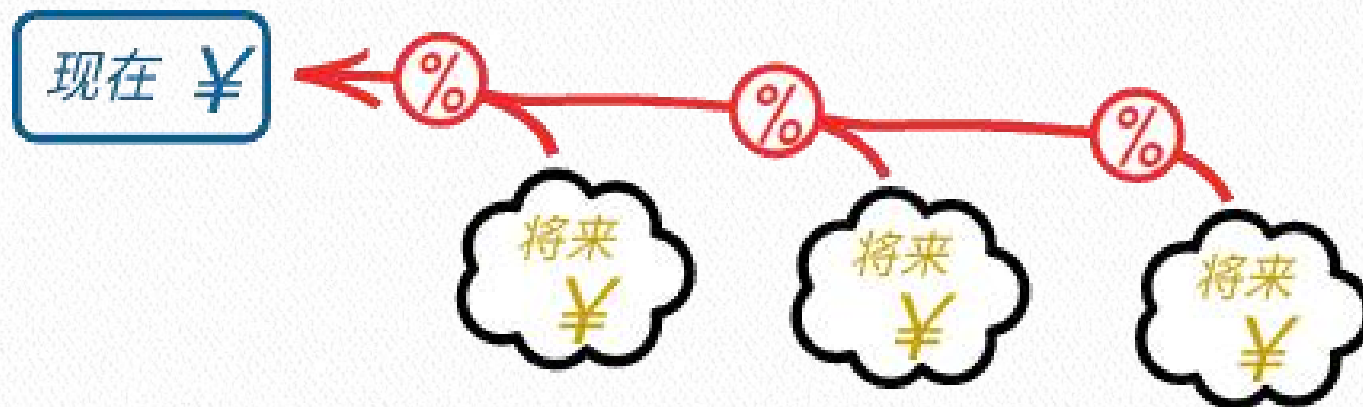
$1000\text{元} \times 0.05\% \times 26\text{天} (5\text{月}30\text{日}--6\text{月}24\text{日}) + (1000\text{元}-100\text{元}) \times 0.05\% \times 16\text{天} (6\text{月}25\text{日}--7\text{月}10\text{日}) = 13 + 7.2 = 20.2\text{元}$

货币时间价值

一个投资有现金流出（投资或开支）和流入（利润和红利等）。你希望流入大于流出，你便会得到利润！但在求总值前你需要计算**货币时间价值**。现在的钱财比未来的钱财更有价值。



现在的 ¥1,000 和 明年的 ¥1,100 是一样的（如果利率等于 10%），明年 ¥1,100 的现值是 ¥1,000



现值和终值

现值 (present value, PV) 和终值 (final value, FV) 的换算公式如下：

$$PV = \frac{FV}{(1 + r)^n}$$

- PV 是现值
- FV 是终值
- r 是利率 (以小数表示)
- n 是期数

现值和终值

例子：小李说他 3 年后会给你 ¥900，如果利率是 10%，这笔钱的现值是多少？

- 终值 (FV) 是 ¥900，
- 利率 (r) 是 10%，以小数表示是 0.10，
- 年数 (n) 是 3。

3 年后的 ¥900 的现值是：

➡ $PV = FV / (1+r)^n$

➡ $PV = ¥900 / (1 + 0.10)^3$

➡ $PV = ¥900 / 1.10^3$

➡ $PV = ¥676.18$ (精确到最近一分)

注意 ¥676.18 比 ¥900 少很多。

就是说，现在的 ¥676.18 的价值和 3 年后的 ¥900 是一样的（如果利率是 10%）。

现值和终值

例子：用 6% 利率再做一遍

利率 (r) 是 6%，以小数表示就是 0.06：

➡ $PV = FV / (1+r)^n$

➡ $PV = ¥900 / (1 + 0.06)^3$

➡ $PV = ¥900 / 1.06^3$

➡ $PV = ¥755.66$ (精确到最近一分)

当利率是 6% 时，**现在的 ¥755.66** 的价值和 **3年后的 ¥900** 是一样的。

净现值

我们现在可以计算净现值了。为所有（流出和流入）的金额求现值，然后：加上流入金额的现值减去流出金额的现值，净现值为正才值得投资。

例子：你现在投资 ¥500，明年拿回 ¥570。用 10% 的利率来求净现值。

现金流出：现在 ¥500

➡ 现在投资 ¥500，所以 $PV = -¥500.00$

现金流入：明年 ¥570

➡ $PV = ¥570 / (1+0.10)^1 = ¥570 / 1.10$

➡ $PV = ¥518.18$ （精确到最近一分）

求净值：

➡ 净现值 = $¥518.18 - ¥500.00 = ¥18.18$

所以，当利率是 10% 时，投资的净现值 = ¥18.18

净现值

你用的利率对结果有影响！

例子：相同投资，但利率是 15%

现金流出：现在 ¥500

➡ 现在投资 ¥500，所以 $PV = -¥500.00$

现金流入：明年 ¥570：

➡ $PV = ¥570 / (1+0.15)^1 = ¥570 / 1.15$

➡ $PV = ¥495.65$ （精确到最近一分）

求净值：

➡ $\text{净现值} = ¥495.65 - ¥500.00 = -¥4.35$

所以，当利率是 15% 时，投资的**净现值** = -¥4.35

净现值是负数！

净现值

关键时刻.....哪个利率可以使得净现值刚好等于零？试试 14%：

例子：再做一遍，利率是 14%

现金流出：现在 ¥500

➡ 你现在投资 ¥500，所以 $PV = -¥500.00$

现金流入：明年 ¥570：

➡ $PV = ¥570 / (1+0.14)^1 = ¥570 / 1.14$

➡ $PV = ¥500$ （精确）

净值是：

➡ $净现值 = ¥500 - ¥500.00 = ¥0$

刚好等于零！

当利率是 14% 时，**净现值 = ¥0**

我们找到**投资的内部收益率**了.....它是 14%。 因为14%的利率使净现值等于零。

内部收益率

它是个利率。要计算内部收益率，你先猜一个值（例如 10%），然后计算净现值。接下来继续猜测（8%？9%？），求净现值，直至净现值等于零。

例子：珊珊开饼店！

珊珊估计两年内所有的支出和收入，然后计算净现值：

➡ 当利率是 6% 时，珊珊得到的净现值是 ¥2000

但净现值应该是零，所以珊珊试试 8% 利率：

➡ 利率等于 8%，净现值是 -¥1600

不行！试个小一点的，7%：

➡ 7% 的利率，净现值是 ¥15

差不多等于零，珊珊不想再算下去了。

内部收益率（IRR）大约是 7%



内部收益率

内部收益率是使净现值等于零的利率。"猜测和检查"是最常见的求净现值的方法。（对于前面的简单例子也可以直接计算出来）。更复杂的例子：

例子：今天投资 ¥2,000，以后3年每年收到 ¥100，第三年另外再得到 ¥2,500。

试试用 10% 利率：

- 现在： $PV = -¥2,000$
- 1年： $PV = ¥100 / 1.10 = ¥90.91$
- 2年： $PV = ¥100 / 1.10^2 = ¥82.64$
- 3年： $PV = ¥100 / 1.10^3 = ¥75.13$
- 3年（终极收付）： $PV = ¥2,500 / 1.10^3 = ¥1,878.29$

加起来就是： $NPV = -¥2,000 + ¥90.91 + ¥82.64 + ¥75.13 + ¥1,878.29 = ¥126.97$

内部收益率

试试用 12% 利率：

例子：（续） 12% 利率

- 现在： $PV = -¥2,000$
- 1年： $PV = ¥100 / 1.12 = ¥89.29$
- 2年： $PV = ¥100 / 1.12^2 = ¥79.72$
- 3年： $PV = ¥100 / 1.12^3 = ¥71.18$
- 3年（终极收付）： $PV = ¥2,500 / 1.12^3 = ¥1,779.45$

加起来： **净现值** $= -¥2,000 + ¥89.29 + ¥79.72 + ¥71.18 + ¥1,779.45 = ¥19.64$

内部收益率

差不多了，再试试 12.4%？

例子：（续） 12.4% 利率

- 现在： $PV = -¥2,000$
- 1年： $PV = ¥100 / 1.124 = ¥88.97$
- 2年： $PV = ¥100 / 1.124^2 = ¥79.15$
- 3年： $PV = ¥100 / 1.124^3 = ¥70.42$
- 3年（终极收付）： $PV = ¥2,500 / 1.124^3 = ¥1,760.52$

加起来： **净现值** $= -¥2,000 + ¥88.97 + ¥79.15 + ¥70.42 + ¥1,760.52 = -¥0.94$

够精确了！我们就说内部收益率是 12.4%。

使用内部收益率

IRR 是评估投资的好方法。首先，IRR 应该高于资金的成本。如果你要付 8% 的利息去借贷，6% 的 IRR 就不够了！用来比较很不同的投资也很合适。

- 可能投资需要很不一样的资金。
- 可能一个投资开始时要很多资金，另一个则有很多小的支出。
- 等等.....

使用内部收益率

例子：除了上面的 ¥2,000 投资之外，你也可以在未来 3 年里每年投资 ¥1,000，然后在第 4 年收回 ¥4,000.....你会选择哪个？

我用电子表格计算，内部收益率大约是 10% 时：

		10 %	
Amount	Year	1.1000	PV
-\$1,000.00	0	1.0000	-\$1,000.00
-\$1,000.00	1	1.1000	-\$909.09
-\$1,000.00	2	1.2100	-\$826.45
\$4,000.00	4	1.4641	\$2,732.05
		NPV =	-\$3.48

当利率等于 10% 时，NPV = -¥3.48

所以内部收益率大约是 10%

因此，另一个投资（IRR 为 12.4%）比较好。

复利

复利的计算是先计算第一期的利息，把利息加到本金上，然后用新的本金计算下一期的利息，就这样重复下去：



$$¥1,000 \times 1.10 \rightarrow ¥1,100 \times 1.10 \rightarrow ¥1,210 \times 1.10 \rightarrow ¥1,331$$

$$¥1,000 \times 1.10^5 = ¥1,610.51$$

$$\underbrace{PV}_{\text{现值}} \times (1 + \underbrace{r}_{\text{利率(小数)}})^{\underbrace{n}_{\text{期数}}} = \underbrace{FV}_{\text{终值}}$$

复利

例子：投资 ¥1,000，5年，年利率6%：

现值 $PV = ¥1,000$

利率是 6%，小数是 $r = 0.06$

期数 $n = 5$

$$\rightarrow PV \times (1 + r)^n = FV$$

$$\rightarrow ¥1,000 \times (1 + 0.06)^5 = FV$$

$$\rightarrow ¥1,000 \times 1.06^5 = ¥1,338.23$$

复利

有时候利率是年利率，但一年里计算多次利息，每次的利息都加到本金上，所以一年内也有复利计算：

例子："10%，半年复利"

半年复利就是一年算两次复利。所以 10% 要分开两半：

- 上半年 5%，
- 下半年 5%，

但每次都是**复利**（利息加到本金上）：



复利

两个年利率？

对了，有两个年利率：

例子

10%

名义利率（声明的利率）

10.25%

有效年利率（计算复利后的利率）

有效年利率是实际的利率！

当复利在一年**内**计算时，有效年利率便**高于**名义利率。

高多少跟利率的大小和一年内计算复利的次数有关。

算法

我们现在来导出一个**有效年利率**的公式，如果我们知道：

- 声明的利率（**名义利率** "r"）
- 计算复利的次数（"**n**"）。

我们把利率（例如 10%）分开为 "n" 期来计算复利。

用上面的复利公式我们可以计算 "n" 期的复利：

$$FV = PV (1+r)^n$$

但是，利率不是 "r"，因为要把年利率分开成 "n" 期，像这样：

$$r / n$$

复利

复利公式变成：

这是定期复利的公式：

$$FV = PV (1+(r/n))^n$$

其中 **FV** = 终值

PV = 现值

r = 年利率

n = 期数

复利

用上面 "10%，半年复利" 的例子来试试：

$$FV = ¥ 1,000 (1+(0.10/2))^2 = ¥ 1,000(1.05)^2 = ¥ 1,000 \times 1.1025 = ¥ 1,102.50$$

这个管用！但我们也需要知道新的**利率**。我们不想用货币来表达，所以拿走货币符号：

$$(1+(r/n))^n = (1.05)^2 = 1.1025$$

减掉 1 就是利率 ($0.1025 = 10.25\%$)：

$$(1+(r/n))^n - 1 = 0.1025 = \mathbf{10.25\%}$$

因此，公式是：

$$\text{有效年利率} = (1+(r/n))^n - 1$$

复利

例子：广告上写的是："月复利 6%"，实际有效年利率是多少？

$r = 0.06$ (6% 的小数)

$n = 12$

$$\text{有效年利率} = (1 + (r/n))^n - 1$$

$$= (1 + (0.06/12))^{12} - 1$$

$$= (1.005)^{12} - 1 = 0.06168 = \mathbf{6.168\%}$$

实际利率是 6.168%

复利

你需要记住：

把年利率分开为 "n" 期	r / n
计算 "n" 次复利：	$(1+(r/n))^n$
不要忘了减掉 "1"	$(1+(r/n))^n - 1$

计算各类贷款的年化利率

采用内部收益率法计算贷款年化利率

计算贷款年化利率较为公允的方法是，根据借款人的借款本金、每期还款金额、贷款期数等要素，考虑复利后计算得出的年化内部收益率（IRR）。计算公式为：

$$\text{本金} = \sum_{i=0}^{nT} \frac{\text{第}i\text{期支付金额}}{(1+\text{IRR})^{i/n}}$$

其中， n 为一年内还款频率（例如，每月还款一次为 12，每 3 个月还款一次为 4，每年还款一次为 1）， T 为还款年数，由此计算得出的 IRR 即为年化利率。

计算各类贷款的年化利率

1. 到期一次性还本付息类产品

借款人在贷款到期日一次性归还贷款本金并支付利息。

例如，某贷款产品，期限为 2 年，本金为 10 万元，2 年后借款人一次性还本付息11万元。上述贷款的年化利率约为 4.88%，计算过程为：

$$100000 = \frac{110000}{(1+IRR)^2}$$

计算各类贷款的年化利率

2. 分期偿还类产品

借款人在还款期内，每期需偿还一定数额的本金，并支付实际占用的本金在该期所产生的利息。如使用等额本息或等额本金方式分期偿还的商业性个人住房贷款等。

例如，某个人住房贷款，期限为 20 年，按月还款，共 240 期，本金为 100 万元，采用等额本息方式还款。按照还款计划，从借款后第一个月末起，借款人每月等额偿还本息 6599.6 元。以 IRR 方法计算的年化利率约为 5.12%，计算过程为：

$$1000000 = \frac{6599.6}{(1+IRR)^{1/12}} + \frac{6599.6}{(1+IRR)^{2/12}} + \dots + \frac{6599.6}{(1+IRR)^{240/12}}$$

计算各类贷款的年化利率

3. 收取费用的产品

借款人需在借款当期**一次性支付手续费**等与贷款直接相关的费用，并在还款期内，分期偿还一定数额的本金和费用。

例如，某消费金融公司贷款，期限为 1 年，按月还款，共 12 期，本金为 10 万元。按照还款计划，借款人在借款当期一次性支付 1000 元服务费，并从借款后第一个月末起，每月等额偿还 8833.3 元，其中本金 $100000/12=8333.3$ 元，分期费（按初始贷款本金的 0.5% 计算） $100000*0.5\%=500$ 元。上述贷款以单利计算的综合年化利率约为 12.80%。以 IRR 方法计算的综合年化利率约为 13.58%，计算过程为：

$$100000 = \frac{1000}{(1+IRR)^0} + \frac{8833.3}{(1+IRR)^{1/12}} + \frac{8833.3}{(1+IRR)^{2/12}} + \dots + \frac{8833.3}{(1+IRR)^{12/12}}$$

等额本金和等额本息

等额本金：每月偿还相同金额的本金，由于剩余本金减少，每月的利息也逐月减少，因此每月的还款金额也相应递减。

$$\text{月还款额} = \frac{\text{贷款本金}}{\text{还款月数}} + (\text{本金} - \text{已归还本金累计额}) \times \text{月利率}$$

等额本息：每月以相同的金额偿还贷款本息（即每月的总还款额一致，其中利息逐月递减，本金逐月增加）。

$$\text{月还款额} = \text{贷款本金} \times \frac{\text{月利率} \times (1 + \text{月利率})^{\text{还款月数}}}{(1 + \text{月利率})^{\text{还款月数}} - 1}$$

等额本息每月还款额计算方法

总贷款额为M，贷款期数为n，每期利率为r，每期还款额为A， a_i 表示第i期的欠款。

$$a_0 = M$$

$$a_1 = a_0 (1 + r) - A$$

$$a_2 = a_1 (1 + r) - A = a_0 (1 + r)^2 - (1 + r)A - A$$

$$a_3 = a_2 (1 + r) - A = a_0 (1 + r)^3 - (1 + r)^2 A - (1 + r)A - A$$

$$a_n = a_2 (1 + r) - A = a_0 (1 + r)^n - (1 + r)^{n-1}A - (1 + r)^{n-2}A \cdots - (1 + r)A - A$$

$$\text{令 } a_n = a_0 (1 + r)^n + A \frac{1 - (1 + r)^n}{1 - (1 + r)} = a_0 (1 + r)^n + A \frac{1 - (1 + r)^n}{r} = 0, \text{ 得:}$$

$$a_0 (1 + r)^n = A \frac{(1 + r)^n - 1}{r}$$

$$A = \frac{a_0 \cdot r \cdot (1 + r)^n}{(1 + r)^n - 1}$$

总结

$$PV = \frac{FV}{(1 + r)^n}$$

- PV 是现值
- FV 是终值
- r 是利率
- n 是期数
- r和n的单位要一致（年利率，年；月利率，月；日利率，日）
- 月利率 = 年利率 / 12；日利率 = 年利率 / 360
- **0年**是从借贷“成立”那一天开始以后的第一年，1年从借贷的“第一个生日”开始。5年的开始是刚好在借贷成立之后5年



INTERNET CREDIT

谢谢

