

一、填空题

1. 函数 $z = \sqrt{\ln(x+y)}$ 的定义域为 _____。
2. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow \pi}} \frac{\sin(xy)}{x} =$ _____。
3. 设 $z = \sin(3x-y) + y$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{\substack{x=2 \\ y=1}} =$ _____。
4. 设 $u = x \ln xy$, 则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} =$ _____。

二、选择题

1. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} =$ ()
A、等于 0; B、不存在; C、等于 $\frac{1}{2}$; D、存在且不等于 0 或 $\frac{1}{2}$
2. 设函数 $f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x} & xy \neq 0 \\ 0 & xy = 0 \end{cases}$, 则极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y) =$ ()
A、不存在; B、等于 1; C、等于 0; D、等于 2
3. 设函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^4 + y^4}} & x^4 + y^4 \neq 0 \\ 0 & x^4 + y^4 = 0 \end{cases}$, 则 $f(x, y)$ ()
A、处处连续; B、处处有极限, 但不连续;
C、仅在 (0,0) 点连续; D、除 (0,0) 点外处处连续
4. 函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处具有偏导数是它在该点存在全微分的 ()
A、必要而非充分条件; B、充分而非必要条件;
C、充分必要条件; D、既非充分又非必要条件

三、计算题

1. 求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xye^x}{4 - \sqrt{16 + xy}}$
2. 设 $z = y^x \ln(xy)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.
3. 设 $z = e^{x-2y}$, 而 $x = \sin t, y = t^3$, 求 $\frac{dz}{dt}$
4. 设 $\sin y + e^x - xy^2 = 0$, 求 $\frac{dy}{dx}$
5. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $xy^2 z = x + y + z$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$
6. 求 $z = xyf\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{x}\right)$ 的偏导数
7. 求曲面 $2x^2 + y^2 + 2z^2 = 1$ 平行于平面 $5 = x + y - 2z$ 的切平面方程。

四、证明题:

设 $z = e^{-\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)}$, 求证 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 2z$ 。