行列式的概念

- 连续量：微积分
- 随机量：概率论与数理统计
- 离散量：线性代数
- 行列式是一个工具。行列式分为二阶、三阶等。
  - 二阶

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

  - 三阶

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \\ 5 & -7 & 0 \end{vmatrix}$$

  - 四阶
- 行列式表示的是其元素之间一种特定的运算。
- 余子式（M）：元素所在行列去掉以后的行列式。
  - 三阶行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \\ 5 & -7 & 0 \end{vmatrix} \quad M_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -7 & 0 \end{vmatrix} \quad M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

- 代数余子式

$$A = (-1)^{m+n} M_{m \times n}$$

  * $A_{11} = (-1)^{1+1} M_{11}$
  * $A_{32} = (-1)^{3+2} M_{32}$

行列式的计算

- 按任何一行（列）展开

$$\Sigma(a_{ij} \times A_{ij})$$

- 例

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

- 例, 按第一行展开

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \\ 5 & -7 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -7 & 0 \end{vmatrix} + (-)(-1) \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -7 \end{vmatrix} = 8$$

- 行列式按照任意行列展开结果相同。

行列式性质

- 行列交换，其值不变。
- 两行交换，其值变号。
- 若某行有公因子，可以提出。
- 对行的倍加运算，其值不变。