

线性方程组的表达

- 线性方程组的一般形式

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$

- 增广阵

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & -1 & -1 \end{array} \right]$$

- 系数矩阵，未知矩阵，右端矩阵

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- 一般的 $AX = B$ $A - m \times n, B - m \times 1, A$ - 系数阵, $[AB]$ 增广阵。
- 另一种表达方式

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} x_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- 能不能线性表出

线性方程组的解法

- 利用初等行变换将增广阵变更为阶梯阵。
- 解法

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & -1 & -1 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & -3 & -9 \end{array} \right]$$
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ 4x_2 - 3x_3 = -9 \end{cases}$$

- 线性方程组的一般解

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{8} \\ 9 \\ -\frac{4}{4} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} \\ 1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} x_3$$

线性方程组的理论

- $AX = B \quad A - m \times n$
 - 是否有解?
 - $AX = B$ 有解 $\Rightarrow \quad r(A) = r([AB])$
 - 若有解, 是否唯一?
 - 若不唯一, 如何掌握解得全体?