

初等行变换

- 两行交换
- 某行乘上非零常数
- 某行乘一常数加到另一行

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- 利用初等行变换求逆

$$[A : I] \rightarrow [I : A]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & \vdots & 1 & 0 \\ 3 & 4 & \vdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \vdots & -2 & 1 \\ 0 & 1 & \vdots & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

矩阵的秩

- 矩阵 A 中非零子式的最高阶数称为 A 的秩，记为 $r(A)$
- n 阶方阵 A 可逆， $\Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow r(A) = n$
- 阶梯阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- 阶梯阵的秩等于非零行数
- 初等行变换是不改变之的变换，我们把 $A \rightarrow$ 阶梯阵， $r(A) =$ 阶梯阵中非零行的行数。