逆矩阵的概念

- 对于 n 阶方阵 A，若存在 n 阶方阵 B 使得 $AB = BA = I$，则称 A 是可逆的，称 B 为 A 的逆阵，$A^{-1} = B$
- 对角阵：除对角外，其余为0

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$

- n 阶方阵 A 满足 $A^2 = 0$，则 $I + A$ 可逆，且 $(I + A)^{-1} = I - A$
- 若 {n} 阶方阵 A, B 均可逆，则 AB 可逆，且 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- n 阶方阵 A 若可逆，则 A^{-1} 是唯一的

矩阵行列式

- $[A + B] \neq |A| + |B|$
- $[\lambda A] \neq \lambda|A|$
  $[\lambda A] = \lambda^n|A|$

可逆矩阵的判定

- 若 A 可逆，即存在 A^{-1} 使得 $AA^{-1} = I$，于是
  $|A||A^{-1}| = |AA^{-1}| = |I| = 1$，$|A| \neq 0$, 且 $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$
- 定理：A 可逆的充要条件为 $|A| \neq 0$