

# 图论题目选讲

jiangly

# HDOJ 7302 Leshphon

- $n$  个点  $m$  条边的强连通有向图，求删掉 3 条边使得图不再强连通的方案数。
- $3 \leq n \leq 50, 3 \leq m \leq n(n-1)$ 。

# HDOJ 7298 Coin

- $N$  个人，每个人初始有 1 个金币，最多可以拿  $a_i$  个金币。
- $M$  个事件依次发生，第  $i$  个事件由  $A_i$  和  $B_i$  参加，事件有三种可能：
  - $A$  给  $B$  一个金币。
  - $B$  给  $A$  一个金币。
  - 什么都不发生。
- 其中  $K$  个人是你的朋友，求结束后你的朋友最多总共可以拥有多少金币。
- $1 \leq N, M, a_i \leq 3000$ 。

# 牛客多校 Graph

- $n$  个点  $m$  条边的无向图。
- 把点集分成两部分，删除两部分之间的边，要求每个连通块存在欧拉路径。
- $1 \leq n \leq 100$ ,  $0 \leq m \leq 10000$ 。

# CF1835D Doctor's Brown Hypothesis

- $n$  个点  $m$  条边的有向图，求有多少对点  $(u, v) (u \leq v)$  满足  $u$  到  $v$  和  $v$  到  $u$  的长度  $k$  的路径都存在。
- $1 \leq n \leq 10^5$ ,  $0 \leq m \leq 2 \cdot 10^5$ ,  $n^3 \leq k \leq 10^{18}$ 。

# CF1815F OH NO1 (-2-3-4)

- $n$  个点的无向图，每个点有点权  $a_i$ 。
- 图的边集由  $m$  个三角形组成，可能有重边。
- 对于每条边  $(u, v)$ ，选择一个 1 到 4 中的整数  $x$ ，并将  $a_u$  和  $a_v$  都加上  $x$ 。
- 构造一个方案使得相邻的点的点权不同。
- $3 \leq n \leq 10^6$ ,  $1 \leq m \leq 4 \cdot 10^5$ 。

# CF1804F Approximate Diameter

- $n$  个点  $m$  条边的无向连通图。
- 图的直径定义为两两最短路的最大值。
- $q$  次加边操作，在所有操作前和每次操作后输出直径的 2-近似，即若直径是  $d$ ，你输出的答案  $a$  应当满足  $\left\lceil \frac{d}{2} \right\rceil \leq a \leq 2d$ 。
- $2 \leq n \leq 10^6$ ,  $n - 1 \leq m \leq 10^5$ ,  $0 \leq q \leq 10^5$ 。

# CF1648E Air Reform

- $n$  个点  $m$  条边的无向连通图  $G$ ，边有边权。
- 路径的权值定义为路径上边权最大值。
- $G$  的补图  $G'$ ，其中  $(u, v)$  的边权是  $G$  中  $u$  到  $v$  的路径的最小权值。保证补图连通。
- 对  $G$  的每条边  $(u, v)$ ，求  $G'$  中  $u$  到  $v$  的路径的最小权值。
- $4 \leq n \leq 200000$ ,  $n - 1 \leq m \leq \min\left(200000, \frac{(n-1)(n-2)}{2}\right)$ 。



# CF1630F Making It Bipartite

- $n$  个点, 数  $a_1, \dots, a_n$  互不相同。
- $(u, v)$  有边当且仅当  $a_u | a_v$  或  $a_v | a_u$ 。
- 求最少删几个点使得图变为二分图。
- $1 \leq n, a_i \leq 50000$ 。

# CF1616F Tricolor Triangles

- $n$  个点  $m$  条边的无向图，每条边要么无色，要么是三种颜色之一。
- 将每条无色边染成三种颜色之一，使得每个三元环要么颜色都相同，要么互不相同。
- 求一组染色方案，或输出无解。
- $3 \leq n \leq 64, 0 \leq m \leq \min\left(256, \frac{n(n-1)}{2}\right)$ 。

# CF1610F Mashtali: a Space Odyssey

- $n$  个点  $m$  条边的无向图，每条边的边权是 1 或 2。可能有重边。
- 现在为每条边确定方向，使得尽可能多的点满足入边和出边边权和的差的绝对值为 1。
- $1 \leq n, m \leq 10^5$ 。

# CF1567F One-Four Overload

- $n \times m$  的网格，一些格子被标记，标记格不在边界上。
- 把每个格子填一个数，满足：
  - 非标记格填 1 或 4。
  - 标记格填的数是相邻非标记格填的数的和。
  - 标记格填的数是 5 的倍数。
- 求一个合法方案，或输出无解。
- $1 \leq n, m \leq 500$ 。

# CF1566G. Four Vertices

- $n$  个点  $m$  条边的无向图，每条边有边权。
- $q$  次操作，每次加入或删除一条边。
- 所有操作前和每次操作后，输出选择四个不同的点  $a, b, c, d$ ， $a$  到  $b$  的最短路和  $c$  到  $d$  的最短路长度的和的最小值。
- $4 \leq n, m \leq 10^5$ ， $0 \leq q \leq 10^5$ 。