

# 数据结构题目选讲

jiangly

# HDOJ 7300 Magma Cave

- 一个  $n$  个点的无向图。初始时没有边。
- 以下操作共  $q$  次：
  - 加入连接  $u$  和  $v$ ，权值为  $w$  的边。保证  $1 \leq w \leq q$  且  $w$  互不相同。
  - 求是否有一棵生成树满足第  $k$  小边权是  $w$ 。
- $2 \leq n \leq 50000$ ,  $1 \leq q \leq 200000$ 。

# HDOJ 7300 Magma Cave

- 充要条件是最小生成树的第  $k$  小边  $\leq w$ ，最大生成树的第  $k$  小边  $\geq w$ 。
- 用 LCT 维护生成树，树状数组维护边权。
- 时间复杂度  $O(n + q(\log n + \log q))$ 。

# HDOJ 7301 King's Ruins

- $n$  个人，每个人有  $w, g, i, f, l$  五个参数和价值  $v$ 。
- 你会按照 1 到  $n$  的顺序决定每个人选不选，每个人的  $w, g, i, f, l$  都不能小于前一个人。
- 最大化所选的人的  $v$  的和。
- $1 \leq n \leq 50000$ 。

# HDOJ 7301 King's Ruins

- 可以用 bitset 预处理出每个人可以选的前一个人。
- 解法一：分治，处理完左边后，将左边的  $dp$  从大到小排序，就可以在  $O\left(\frac{n}{w}\right)$  的时间找到最大值。
$$T(n) = O\left(\frac{n^2}{w}\right) + 2T\left(\frac{n}{2}\right) = O\left(\frac{n^2}{w}\right)。$$
- 解法二：四毛子。每  $c = O(\log n)$  个数一块，用  $2^c$  的时间求出每个子集的最大值。时间复杂度  $O\left(\frac{n^2}{c}\right) = O\left(\frac{n^2}{\log n}\right)。$

# 牛客多校 Carrot Trees

- 数组  $a_1, \dots, a_n$  初始全 0。常数  $k$ 。
- 以下操作共  $m$  次：
  - 将  $a_l, \dots, a_r$  加上  $x$ 。
  - 将  $a_l, \dots, a_r$  中大于等于  $k$  的减去  $k$ 。
- 在所有操作结束后，求操作二中减去的次数。
- $1 \leq n \leq 10^6$ ,  $1 \leq m \leq 2 \cdot 10^5$ 。

# 牛客多校 Carrot Trees

- 只需求最后所有数的和。
- 对每个数,  $\text{mod } k$  的值是已知的。
- 可以看成每次  $-1$  变成负数之后加上  $k$ 。
- 于是  $+1$  和  $-1$  可以抵消。
- 只需知道每个数加的总和和前缀  $\text{min}$ 。
- 时间复杂度  $O(n + m \log n)$ 。

# 牛客多校 To the Colors of the Dreams of Electric Sheep

- 一棵  $n$  个点的树，每个点有 60 种颜色中的若干种，用二进制数  $c_i$  表示。
- 如果你在点  $u$ ，当前颜色是  $c$ ，可以执行下列操作：
  - 走到  $u$  相邻的点  $v$ ，要求  $v$  有颜色  $c$ 。
  - 把  $c$  改变成另一个  $u$  有的颜色。
- $q$  次询问，每次求从点  $u_i$  和任意颜色开始通过上述操作能不能走到  $v_i$ ，如果能则求最少操作次数。
- $2 \leq n \leq 5 \cdot 10^5$ ， $1 \leq q \leq 5 \cdot 10^5$ 。



# 牛客多校 To the Colors of the Dreams of Electric Sheep

- 只会走  $u$  到  $v$  的简单路径。
- 答案等于  $u$  到  $v$  的距离加上切换颜色的次数。
- 切换颜色的次数可以贪心计算，每次删除一个 And 非零的前缀。
- 预处理每个点往上最长的 And 非零的位置。
- 从  $u$  和  $v$  开始分别倍增到最高处，并判断 LCA 处是否需要切换。
- 时间复杂度  $O((n + q)\log n)$ 。

# GYM104337D Darkness II

- 二维平面上有  $n$  个黑点，其余都是白点。
- 每秒钟，和至少两个黑点相邻的白点会变黑。
- 求最后有多少个黑点。
- $1 \leq n \leq 10^5$ 。

# GYM104337D Darkness II

- 最后每个连通块都是矩形。
- 扫描线+线段树维护矩形的合并。
- 时间复杂度  $O(n \log n)$ 。

# GYM104172I Range Closest Pair of Points Query

- 二维平面上  $n$  个点  $(x_i, y_i)$ 。
- $q$  次询问区间  $[l, r]$  中最近点对的距离平方。
- $2 \leq n \leq 250000$ ,  $1 \leq q \leq 250000$ 。
- $1 \leq x_i, y_i \leq 10^8$ 。

# GYM104172I Range Closest Pair of Points Query

- 二维平面上  $n$  个点  $(x_i, y_i)$ 。
- $q$  次询问区间  $[l, r]$  中最近点对的距离平方。
- $2 \leq n \leq 250000$ ,  $1 \leq q \leq 250000$ 。
- $1 \leq x_i, y_i \leq 10^8$ 。

# GYM104172I Range Closest Pair of Points Query

- 对每个  $k = 0, 1, \dots, \log X$ , 把平面划分成  $2^k$  大小的格子,  $(x, y)$  所在的格子为  $\left(\left\lfloor \frac{x}{2^k} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{y}{2^k} \right\rfloor\right)$ 。
- 扫描线, 从左往右枚举  $i$ , 考虑  $p_i$  和之前点的贡献。
- 我们希望在第  $k$  个网格里求出距离不超过  $2^k$  的点。对此, 只需要枚举相邻的  $3 \times 3$  的网格里面的点。
- 注意到, 如果在第  $k + 1$  个网格里找到一个和  $p_i$  的距离不超过  $2^k$  的点  $p_j$ , 那么可以直接删除  $p_j$ , 因为答案可以用第  $k$  个网格求出来。从而每个格子内的点数是  $O(1)$ 。
- 找到所有有用的点对后, 用数据结构维护即可。
- $O(n \log n \log X + q \log n)$  或者  $O(n \log X + q \sqrt{n})$ 。

# GYM104172I Range Closest Pair of Points Query

- 对每个  $k = 0, 1, \dots, \log X$ , 把平面划分成  $2^k$  大小的格子,  $(x, y)$  所在的格子为  $\left(\left\lfloor \frac{x}{2^k} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{y}{2^k} \right\rfloor\right)$ 。
- 扫描线, 从左往右枚举  $i$ , 考虑  $p_i$  和之前点的贡献。
- 我们希望在第  $k$  个网格里求出距离不超过  $2^k$  的点。对此, 只需要枚举相邻的  $3 \times 3$  的网格里面的点。
- 注意到, 如果在第  $k + 1$  个网格里找到一个和  $p_i$  的距离不超过  $2^k$  的点  $p_j$ , 那么可以直接删除  $p_j$ , 因为答案可以用第  $k$  个网格求出来。从而每个格子内的点数是  $O(1)$ 。
- 找到所有有用的点对后, 用数据结构维护即可。
- $O(n \log n \log X + q \log n)$  或者  $O(n \log X + q \sqrt{n})$ 。

# GYM104128L Proposition Composition

- 一张  $n$  个点的无向图，初始只有  $i$  和  $i + 1$  有边。
- $m$  次操作，每次加一条边，然后输出：
  - 删除两条边使得图不连通的方案数。
- $1 \leq n, m \leq 2.5 \cdot 10^5$ 。



# GYM104065B Call Me Call Me

- $n$  个人，第  $i$  个人要求区间  $[l_i, r_i]$  里面至少选了  $k_i$  个人才能选。
- 求最多能选多少人。
- $1 \leq n \leq 4 \cdot 10^5$ 。

# CF1801E Gasoline prices

- 一棵  $n$  个点的树，每个点有未知的点权，但是范围是  $[l_i, r_i]$ 。
- $m$  次操作，每次操作给出两条路径  $a - b, c - d$ ，表示两条路径的点权序列相同。
- 每次操作后输出当前条件下的点权的方案数。
- $1 \leq n, m \leq 200000$ 。

# GYM103687K Dynamic Reachability

- 一张  $n$  个点  $m$  条边的无向图，初始时每条边都是黑色。
- $q$  次操作：
  - 修改一条边的颜色（黑/白）。
  - 询问能否从  $u$  不经过白色边走到  $v$ 。
- $2 \leq n \leq 50000$ ,  $1 \leq m, q \leq 100000$ 。

# GYM103687D The Profiteer

- $n$  个物品，每个物品有价格  $a_i$  和价值  $v_i$ 。
- 你可以选择一个区间  $[l, r]$ ，把物品的价格提高到  $b_i$ ，但要满足：
  - 设  $f(x)$  表示不超过  $x$  元能买到的最大价值， $\frac{f(1)+\dots+f(k)}{k} \leq E$ 。
- 求满足条件的区间个数。
- $1 \leq n, k \leq 200000$ ,  $nk \leq 10^7$ ,  $1 \leq a_i < b_i \leq k$ 。

# CF1767F Two Subtrees

- 一棵  $n$  个点的树，每个点有点权。
- $q$  次询问，每次给定两棵子树，求它们的所有点权的众数。
- $1 \leq n, q \leq 2 \cdot 10^5$ 。