

NOIP2023 模拟赛

2023 年 7 月 11 日

题目名称	计数练习	黑白树	子图	上升
目录	perm	tree	subgraph	lis
可执行文件名	perm	tree	subgraph	lis
输入文件名	perm.in	tree.in	subgraph.in	lis.out
输出文件名	perm.out	tree.out	subgraph.out	lis.out
每个测试点时限	1 秒	1 秒	2 秒	2 秒
内存限制	1024 MB	256 MB	512 MB	1024 MB
测试点/子任务数	20	10	4	4
测试点是否等分	是	是	否	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	perm.cpp	tree.cpp	subgraph.cpp	lis.cpp
-----------	----------	----------	--------------	---------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14
-----------	----------------

注意事项（请仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）使用英文小写。
2. 对于 C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时返回值必须是 `0`。
3. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
4. 选手提交的程序源文件必须不大于 **100KB**。
5. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
6. 只提供 **Linux** 格式附加样例文件。
7. 评测在当前最新公布的 **NOI Linux** 下进行，各语言的编译器版本以此为准。

计数练习 (perm)

【题目描述】

作为一名普及组选手，小 A 喜欢数数。

一天，小 A 学习了排列相关的知识。定义一个长度为 n 的序列 $p_{1\dots n}$ 是一个 n 阶排列，当且仅当 $p_{1\dots n}$ 都是 $[1, n]$ 中的正整数且它们两两不同。

小 A 想数排列。为了让数排列更有趣，小 A 决定加入一个限制：

对于一个 n 阶排列 p ，小 A 会构造一个长度为 n 的序列 $Q(p)$ ，其中 $Q(p)_{p_i} = i$ 。小 A 称排列 p 是优秀的，当且仅当 p 的字典序严格小于 $Q(p)$ 。即存在一个 i 使得 $\forall 1 \leq j < i, p_j = Q(p)_j$ 且 $p_i < Q(p)_i$ 。

现在，小 A 想了一个数 n ，他对于每个 $[1, n]$ 间的 m ，计算好的 m 阶排列数量，在开始数这样的排列数量前，小 A 给了你一个质数 mod ，希望你先求出好的 m 阶排列数量对 mod 取模的结果。

为了避免极其大的输出，设 v_n 表示好的 n 阶排列数量对 mod 取模的结果，你只需要输出 $\oplus_{i=1}^n v_i$ ，即所有 v_1, \dots, v_n 的异或和。这样小 A 在自己数错的时候就有大约 $1 - \frac{1}{mod}$ 的概率发现自己数错了，并重新数一遍。

【输入格式】

从文件 `perm.in` 中读入数据。

输入文件包含一行两个正整数 n, mod ，含义见题面。

【输出格式】

输出到文件 `perm.out` 中。

输出一个整数，表示 $\oplus_{i=1}^n v_i$

【样例 1 输入】

1 4 998244353

【样例 1 输出】

1 6

【样例 1 解释】

$n = 1, 2$ 时, 不存在好的排列。
 $n = 3$ 时, 好的排列只有一个, 为: $p = (2, 3, 1), Q(p) = (3, 1, 2)$
 $n = 4$ 时, 一共有 7 个好的排列, 为 $(1, 3, 4, 2), (2, 3, 1, 4), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$
 $(2, 4, 3, 1), (3, 2, 4, 1), (3, 4, 2, 1)$
因此答案为 $0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 7 = 6$ 。

【样例 2 输入】

1

7 998244353

【样例 2 输出】

1

2063

【样例 2 解释】

v 依次等于 0, 0, 1, 7, 47, 322, 2404

【样例 3 输入】

1

100 1000000007

【样例 3 输出】

1

273351777

【数据范围】

对于所有测试点, 保证 $n \leq 10^7, 10^8 \leq mod \leq 1.05 * 10^9$ 。

测试点编号	特殊限制
1, 2	$n \leq 5$
3, 4	$n \leq 10$
5, 6, 7, 2	$n \leq 16$
8, 9	$n \leq 30$
10, 11	$n \leq 100$
12, 13, 14	$n \leq 2000$
15, 16	$n \leq 2 * 10^5$
17, 18	$n \leq 2 * 10^5$
19, 20	无特殊限制

对于编号为奇数的测试点，额外保证 $mod = 998244353$ 。

黑白树 (tree)

【题目描述】

给定一个 n 个点的树，每一个结点都可以是黑色或白色，每一条边的长度都为 1。

定义两个点的距离为两个点最短路径上边的条数，定义一棵树的价值，为同色点距离的最大值。

请求出在所有情况下，树的价值之和，对 $10^9 + 7$ 取模。

【输入格式】

从文件 *tree.in* 中读入数据。

第一行一个正整数 n 。

接下来 $n-1$ 行，每行两个数 x, y ，表示树中的一条边。

【输出格式】

输出到文件 *tree.out* 中。

输出一行一个数，表示你的答案，对 $10^9 + 7$ 取模。

【样例 1 输入】

```
1 2
2 1 2
```

【样例 1 输出】

```
1 2
```

【样例 1 解释】

若两个点颜色相同，同色点距离最大值为 1。

若两个点颜色不同，同色点距离最大值为 0。

【样例 1 输入】

```
1 6
2 1 2
3 2 3
4 3 4
5 4 5
6 3 6
```

【样例 1 输出】

```
1 224
```

【样例 3】

见选手目录下的 *tree/tree3.in* 与 *tree/tree3.out*。
该样例满足测试点 2 的限制。

【样例 4】

见选手目录下的 *tree/tree4.in* 与 *tree/tree4.out*。
该样例满足测试点 7~8 的限制。

【数据范围】

对于所有测试点： $2 \leq n \leq 10^6$ 。
每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	n	特殊性质
1	≤ 10	无
2	$\leq 10^3$	A
3~4	$\leq 2 * 10^5$	A
5	$\leq 2 * 10^5$	B
6	$\leq 2 * 10^5$	C
7~8	$\leq 10^3$	无
9~10	$\leq 10^6$	无

特殊性质 A : 第 i 条边连接 i 和 $i+1$ 。

特殊性质 B : 1 号点的度数为 $n-1$ 。

特殊性质 C : 1 号点度数 > 2 , 其它点度数不超过 2, 所有度数为 1 的结点到 1 号点的距离相同。

子图 (subgraph)

【题目描述】

给定一个 n 个点 m 条边的简单无向图。对于一个导出子图 G 和一个正整数 k ，称 G 是一个 k 度子图，当且仅当：

1. G 中的每个点在 G 中度数都 $\geq k$ 。
2. G 是连通图。
3. G 是极大的，即不存在一个 G 的超集也满足以上两个条件。

然后定义 $n(G)$ 为 G 的点数， $m(G)$ 为 G 的边数， $b(G)$ 为割的大小，即一个端点在 G 中而另一个端点不在的边的个数。

定义图 G 的权值为 $score(G) = M \cdot m(G) - N \cdot n(G) + B \cdot b(G)$ ，其中 M, N, B 为给定常数。

你要求出最大的 k 度子图的权值，如有多个选取 k 最大的那个。

(请注意 k 是你自己任选的。)

【输入格式】

从文件 `subgraph.in` 中读入数据。

第一行两个正整数 n, m 。

第二行三个整数 M, N, B 。

接下来 m 行，每行两个正整数 u, v ，表示一条边。

【输出格式】

输出到文件 `subgraph.out` 中。

一行两个整数，第一个整数表示取到最高分数时的最大 k ，第二个整数表示最高分数。

注意一个合法的 G 要求 $k > 0$ 。

【样例 1 输入】

```
1 3 3
2 1 1 2
3 1 2
4 2 3
5 3 1
```


【样例 1 输出】

1

2 0

【数据范围】

本题采取子任务捆绑测试。

subtask 编号	特殊性质	分值
1	保证 $n \leq 15$	15
2	保证 $n, m \leq 5000$	15
3	保证 $n, m \leq 10^5$	30
4	保证 $n, m \leq 10^6, M , N , B \leq 10^9$	40

上升 (lis)

【题目描述】

给定一个 n 个点的无根树，每个点有一个标号 w_i 。

定义一条链 (u, v) 的权值为按照从 u 到 v 的顺序把这条链的标号写下来之后，得到的序列的最长上升子序列长度。

你需要删掉一个点，使得剩下的链的权值的最大值最小。

【输入格式】

从文件 *lis.in* 中读入数据。

第一行一个正整数 n 。

接下来 $n-1$ 行，每行两个正整数 u, v ，表示一条边。

最后一行 n 个正整数 w_i 。

【输出格式】

输出到文件 *lis.out* 中。

输出一行一个整数，表示答案。

【样例 1 输入】

```
1 5
2 1 2
3 2 3
4 3 4
5 4 5
6 1 2 3 4 5
```

【样例 1 输出】

```
1 2
```

【数据范围】

本题采取子任务捆绑测试。

subtask 编号	特殊性质	分值
1	$n \leq 400$	30
2	$n \leq 4000$	20
3	$n \leq 10^5$	30
4	$n \leq 5 \times 10^5$	20