

信息学 其他类型DP题解

西南大学附属中学校
信息奥赛教练组

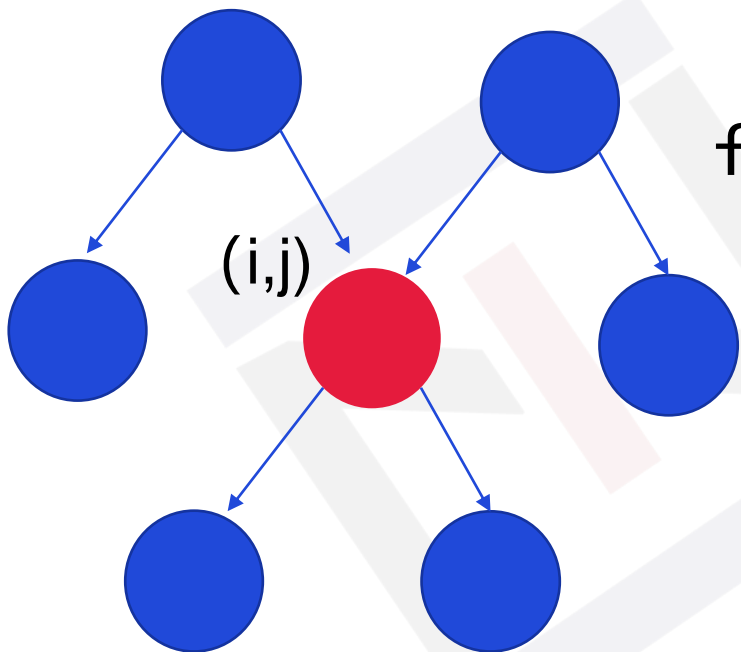


可回退的数字三角形



西南大学附属中学
High School Affiliated to Southwest University

状态定义 $f[i][j][k]$: 到 (i, j) 还剩 k 次回退的最优值



$f[i][j][k] =$

$$\text{MAX} \left\{ \begin{array}{ll} f[i-1][j][k] & f[i+1][j][k-1] \\ f[i-1][j-1][k] & f[i+1][j+1][k-1] \end{array} \right\} + a[i][j]$$

边界: 注意初始化 $k=0$ 的情况



//注意初始化k=0的情况

```
for(int k=1;k<=m;k++)// k>0
    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=1;j<=i;j++){
            int t1,t2;
            t1=max(f[i-1][j][k],f[i-1][j-1][k]);
            t2=max(f[i+1][j][k-1],f[i+1][j+1][k-1]);
            f[i][j][k]=max(t1,t2)+a[i][j];
        }
```



划分数问题



西南大学附属中学
High School Affiliated to Southwest University

类型：

1. 将 n 划分为若干正整数之和的划分数
2. 将 n 划分成 k 个正整数之和的划分数
3. 将 n 划分成最大数不超过 k 的划分数
4. 将 n 划分成若干奇正整数之和的划分数

状态： $dp[n][m]$

具体定义依据具体的题目

信 | 息 | 学 | 竞 | 赛 |
High School Affiliated to Southwest University



1.1.将n划分为若干可相同正整数之和的划分数

$dp[n][m]$: 划分n, 每个数都不大于m的划分数

讨论两种情况:

- 每个数都小于m
- 至少有一个数等于m

$$dp[n][m] = dp[n][m-1]$$

$$dp[n][m] = dp[n-m][m]$$

$$dp[n][m] = dp[n][m-1] + dp[n-m][m]$$

答案在 $dp[n][n]$



1.2.将n划分为若干不相同正整数之和的划分数

$dp[n][m]$: 划分n, 每个数都不大于m的划分数

讨论两种情况:

- 每个数都小于m
- 至少有一个数等于m

$$dp[n][m] = dp[n][m-1]$$

$$dp[n][m] = dp[n-m][m-1]$$

$$dp[n][m] = dp[n][m-1] + dp[n-m][m-1]$$

答案在 $dp[n][n]$



3.将n划分成最大数不超过k的划分数

$dp[n][m]$: 划分n, 每个数都不大于m的划分数

与1.1相同

只不过**答案在 $dp[n][k]$**



4.将n划分成若干奇（偶）正整数之和的划分数

解法有单数组和双数组版本，本质是一样的，便于理解提供双数组的

$dp[n][m]$: 划分n成m个正奇数整数的划分数

$g[n][m]$: 划分n成m个正偶数整数的划分数

分情况讨论:

含1: 则拿出m个1, 问题就转换为 “n-m划分m个偶数”

$$dp[n][m] = g[n-m][m]$$

不含1: n-1种再划分m-1份

$$dp[n][m] = dp[n-1][m-1]$$

$g[n][m]$ 如何求?

相当于, 给每个m先划分一个1, 再划分奇数

$$g[n][m] = dp[n-m][m]$$

$$g[n][m] = dp[n-m][m]$$

$$dp[n][m] = g[n-m][m] + dp[n-1][m-1]$$

Thanks

For Your Watching

