信息学

基础数论题解

西南大学附属中学校

信息奥赛教练组

Hankson 的趣味题

题目给出了两个等式:
gcd(a0,x)=a1,lcm[b0,x]=b1

且题目说保证a0能被a1整除，b1能被b0整除

接下来对上述式子进行转换:

gcd(a0,x)=a1 ➡ gcd(a0/a1,x/a1)=1

lcm[b0,x]=b1 ➡ x*b0/(gcd(x,b0))=b1 ➡ x*b0/(b1*(gcd(x,b0))) =1 ➡ gcd(b1/x,b1/b0)=1

式子1.gcd(a0/a1,x/a1)=1 **式子2.gcd(b1/x,b1/b0))=1**

令A=a0/a1,B=b1/b0;
且肯定A、B均为整数

那么就有A与x/a1互质，B与b1/x互质

接下来就要找到符合条件的x：**x能保证x/a1和b1/x均为整数**

显然，x就是a1的倍数，b1的因数，x介于[a1,b1] 题目所求转换为：其实就是找1~b1里符合条件的因数

题目的b1最大值为2e9，根号n的枚举是可行的

参考代码

```
void solve() {
        ans = top = 0;
        scanf("%lld%lld%lld%lld",&a0,&a1,&b0,&b1);
        int A = (a0 / a1),B = (b1 / b0);
        for(int i = 1;(long long)(i * i) <= b1;i ++) {  //根号枚举
                if(b1 % i == 0) {  //是b1的因数
                  if(i % a1 == 0)  //是a1的倍数
                    sta[++ top] = i;  //先压入栈
                  int t = b1 / i;  //细节，特殊情况
                  if(t != i && t % a1 == 0) sta[++ top] = t;
                }
        }
        for(int i = 1;i <= top;i ++) {
                int t1 = sta[i] / a1;
                int t2 = b1 / sta[i];
                if(GCD(t1,A) == 1 && GCD(t2,B) == 1)  //是否题目满足条件
                        ans ++;
        }
        printf("%d\n",ans);
}
```

gcd

gcd(x,y)=p
转换式子：gcd(x/p,y/p)=1
说明x/p与y/p互质

原问题就转化为：n / p中有多少互质数对

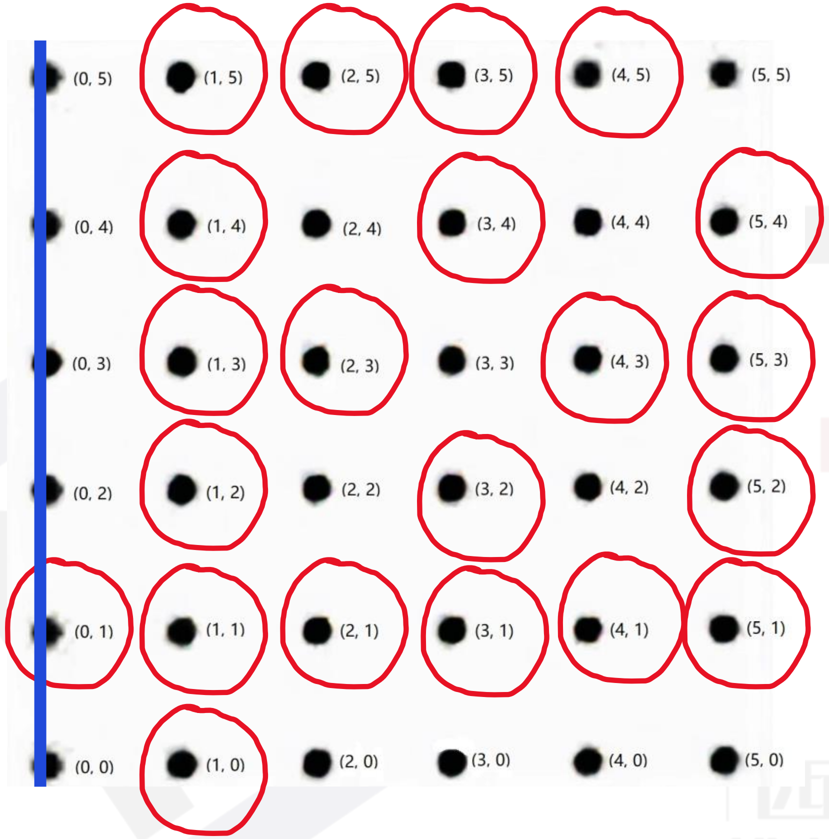
i以内互质数对的个数如何求解？ **phi[i]的前缀和 记作sum[i]**

所以小于n的gcd为p的无序数对，就是phi(1~n/p)的和
转化成有序数对就可以把无序数对的个数*2-1（减去x==y的情况）

核心代码

```
for(int i=1;i<=n;++i)    sum[i]=sum[i-1]+phi[i];
for(int i=1;i<=n以内质数个数;++i)  ans+=2*sum[n/prime[i]]-1;
```

仪仗队



这样画一下会发现：
除了 1 以外，只要横纵坐标x，y互质，那么这个点就可以被看见。

问题转化：求2~n-1中互质的对数

只需要求出 [2, n-1] 区间所有的欧拉值乘2，在最后进行一个对于 1 的特判即可了
当n等于1时，没有任何人会被看见，答案是0；
n大于1时，答案应该是欧拉值之和加上3. ((1, 1), (1, 0), (0, 1) 这三个点)

法里序列

题意：找出1到n里面有多少对互质的数
自行尝试一下

Thanks

For Your Watching

FZOI

西大附中信息学竞赛

High School Affiliated to Southwest University