

中国科学技术大学数学科学学院

培养方案整理与课程简介

整理人：章俊彦 2013 级数学科学学院-基础数学方向 PB13001112

目录

必修课程.....1

- 全校通修课程、学科群基础课（数院必修）、专业核心课（方向必修）

专业方向课程.....2

- 各方向计划选修课程，需从提供课程中选修至少 8 学分

自由选修课程.....3

- 不同方向的同学根据培养方案，还需自由选修一些课程以达到毕业要求

华罗庚英才班.....4

- H 课（华班必修课）与计划选修课有所不同

部分次要课程.....5

- 英语课、物理课、体育课、政治课等

必修的数学、物理、计算机课程简介.....7

- 大一上学期：数学分析 A1、解析几何、代数学基础、C 语言；
- 大一下学期：数学分析 A2、线性代数 A1、力学与热学、数据结构与数据库；
- 大二上学期：数学分析 A3、线性代数 A2、微分方程 1、电磁学 B；
- 大二下学期：实分析、复分析、概率论、近世代数、光学与原子物理；
- 大三上学期：微分几何；
- 保本院研究生必修：泛函分析、微分方程 2

部分选修课、专业方向课、研究生课简介.....14

- 基础数学：
 - 分析与微分方程
 - 几何与拓扑
 - 代数与数论
 - 概率论与随机分析
 - 组合与图论
- 计算与应用数学
- 统计学

一、必修课程

通修课程(全校通修, 80.5 credits)

大一上学期(13): 数学分析(A1)(6 学分)、计算机程序设计(A)/(B)(4 学分)、思想道德修养与法律基础(3 学分);

大一下学期(23): 数学分析(A2)(6 学分)、线性代数(A1)(5 学分)、力学与热学(4 学分)、马克思主义基本原理(3 学分)、大物实验-一级(1.5 学分)、数据结构与数据库(3.5 学分);

大二上学期(15.5): 数学分析(A3)(4 学分)、线性代数(A2)(4 学分)、电磁学 B(4 学分)、中国近现代史纲要(2 学分)、大物实验-二级(1.5 学分);

大二下学期(10): 光学与原子物理(4 学分)、重要思想概论(3 学分)、重要思想概论实践(3 学分);

大四上学期(1): 形势与政策讲座(1 学分);

英语类课程(8/12): 需修满 8 学分、基础班的同学需要修满 12 学分、不允许分到高级别英语课选修低级别英语课;

其它(10): 公选课需选修至少 4 学分; 体育课需修满 4 学分, 大一上学期必修基础体育, 大一下学期必修一门体育课, 大四上学期结束前必须修完; 新生研讨课 1 学分, 大一下学期结束; 军训(军事理论): 1 学分。

学科群基础课程(数院必修, 31 credits)

大一上学期(7): 代数学基础(3 credits)、解析几何

大二上学期(4): 微分方程 I

大二下学期(16): 实分析、复分析、近世代数、概率论

大三上学期(4): 微分几何

专业核心课程(数院各方向的必修课程)

若需要获得数学学院的保研资格, 则必修泛函分析、微分方程 II

基础数学方向(12 credits)

大三上学期: 泛函分析

大三下学期: 微分方程 II、拓扑学

应用数学方向(15 credits)

大三上学期: 组合学、运筹学、数理统计

大三下学期: 数学建模(3 credits)

计算数学方向(16 credits)

大三上学期: 数值代数(3 credits)、数理统计

大三下学期: 数学建模(3 credits)、数值分析(3 credits)

大四上学期: 偏微分方程数值解(3 credits)

概率统计方向(12 credits)

大三上学期: 数理统计

大三下学期: 回归分析、应用随机过程

二、专业方向课程(数院各方向的选修课程, 8 credits)

修读任一方向的学生, 需要从对应计划选修课程中修读至少 8 学分

基础数学(8/25 credits)

夏季学期: 纯粹数学前沿(1 学分)

秋季学期: 组合学、高等实分析*、微分流形*、代数拓扑*、代数学*

春季学期: 应用随机过程

应用数学(8/18 credits)

秋季学期: 数学实验(2 credits)、符号计算软件(2 credits)、图论*

春季学期: 小波分析(3 credits)、算法基础(3 credits)、应用随机过程

计算数学(8/19 credits)

秋季学期: 数学实验(2 credits)、符号计算软件(2 credits)、有限元方法*

春季学期: 小波分析(3 credits)、算法基础(3 credits)、计算机图形学(3 credits)

夏季学期: 计算机图形学前沿(2 credits)

概率统计(8/27 credits)

秋季学期: 泛函分析、组合学、时间序列分析(A) (3.5 credits)、高等概率论*

春季学期: 微分方程 II、多元统计分析(A) (3.5 credits)、随机过程*

三、自由选修(16.5-20.5 credits)

1. 基础数学、概率统计方向需要自由选修 ≥ 20.5 学分,
2. 计算数学需要自由选修 ≥ 16.5 学分, 应用数学需要自由选修 ≥ 17.5 学分
3. 尽量自由选修数学类课程, 不允许自由选修其它专业(统计系部分课程除外)的数学课!

数学科学学院常年开设(部分研究生课无法每年都开)的课程如下(不作说明的都是 4 学分的课程,带*的是研究生课):

秋季学期:

计算与应用数学类课程: 数学实验(2 credits)、数值代数(3 credits)、运筹学、组合学、符号计算软件、有限元方法*、图论*、样条函数与逼近论*、最优化算法*、计算机辅助几何设计*、数字图像处理*、代数图论*、偏微分方程数值解。

概率统计类课程(含部分统计系课程): 数理统计、高等概率论*、鞅论与随机积分*、应用概率*、非参数统计*、统计建模*。

基础数学类课程:

·分析与方程类: 泛函分析、偏微分方程(17 系)、高等实分析*、非线性抛物方程*、二阶椭圆方程*、现代偏微分方程选讲*、动力系统引论*、多复变函数论*等。

·代数与数论类*(均为研究生课): 代数学、交换代数、同调代数、代数几何引论、

·几何与拓扑*: 代数几何引论、微分流形、代数拓扑、弦理论、现代数学物理方法、微分几何选讲

·讨论班: 华罗庚讨论班(H)

春季学期:

计算与应用数学类课程: 数学建模(3 学分)、数值分析(3 学分)、算法基础(3 学分)、计算机图形学(3 学分)、小波分析(3 学分)、极值图论与概率图论*

概率统计类课程(含部分统计系课程): 应用随机过程、随机过程*、回归分析、多元统计软件(A)(3.5 学分)、时间序列分析(A)(3.5 学分)、随机分析*、极限理论*、高等数理统计*、贝叶斯分析*

基础数学类课程:

·分析与方程类: 微分方程 II、调和分析、高等泛函分析*、遍历理论*、非线性偏微分方程*

·代数与数论类*: 李代数及其表示、代数数论、代数几何、群与代数表示论

·几何与拓扑: 拓扑学、*复几何、*场论与弦论选讲、*代数几何、*黎曼曲面、*黎曼几何、*几何分析

·讨论班: 华罗庚讨论班(H)

夏季学期:

计算与应用类课程: 间断有限元简介*(1 credits)、计算机图形学前沿(2 credits)

基础数学类课程: 纯粹数学前沿(1 credit)

四、华罗庚数学科技英才班培养计划

通修课程(80.5 credits)

同数学科学学院培养计划

学科群基础课(11 credits)

大一上学期: 代数学基础(3 学分)、解析几何

大二上学期: 微分方程 I

专业核心课程(39 credits)

大二下学期: 实分析(H), 复分析(H), 近世代数(H)

大三上学期: 概率论(H), 微分几何(H), 泛函分析(H), 代数学(可以大四上学期修读)

大三下学期: 拓扑学(H), 微分方程 II(H), 华罗庚讨论班(H)(3 学分, 大三一学年)

专业方向课程(8 credits)

修读任一方向的学生, 需要从对应计划选修课程中修读 8 学分

基础数学(8/20 credits)

秋季学期: 高等实分析*、微分流形*、代数拓扑*、代数几何引论*、交换代数*

春季学期: 李代数及其表示*、应用随机过程、黎曼几何*

计算数学(8/26 credits)

秋季学期: 数值代数、符号计算软件、数学实验、有限元方法*、偏微分方程数值解

春季学期: 数值分析、计算机图形学、算法基础、小波分析

应用数学(8/18 credits)

秋季学期: 运筹学、符号计算软件、数学实验、图论*

春季学期: 算法基础、小波分析

概率统计(8/19 credits)

秋季学期: 组合学、时间序列分析(A) (3.5 学分)、高等概率论*

春季学期: 多元统计分析(A) (3.5 学分)、随机过程*

华罗庚班自由选修(≥ 14.5 credits)

除以上课程之外, 学生还需自由选修至少 14.5 学分

数学科学学院开设的全部自由选修课程已在前面列出

此外还有部分华罗庚班赴京方向(华班保研)的自由选修课程, 即课表上 MA03 系列的课程,

这些课程在中科院大学就读, 大四需要至少选修 15.5 学分。

五、部分次要课程说明

○、军事理论(1 credits)

每位学生入学时必须参加为期三周的军训。

一、体育选项(4 credits):

- 1、大一上学期必修基础体育；
- 2、大一下学期必选一门体育课(基础体育选项)；
- 3、大四上学期结束之前需修满 4 学分的体育课。

二、英语课程(8/12 credits)

英语课程的修读与入学考试的英语成绩有关：

0、不允许分到高级英语课的同学选修低级英语课！

1、基础班：

- (1) 大一上学期必修基础英语 I(6 credits)；
- (2) 大一下学期必修基础英语 II(4 credits)；
- (3) 此外还需选修 2 学分英语拓展课程。

2、读写初级班/中级班：

- (0) 学生入学考试非听力部分的成绩决定学生修读的英语读写课程；
 - (1) 入选初级班的同学，大一上、下学期分别修读“大学英语读写初级”(2 credits)、“大学英语读写中级”(2 credits)；
 - (2) 入选中级班的同学，大一上、下学期分别修读“大学英语读写中级”(2 credits)、“大学英语读写高级”(2 credits)。

3、听说 I/II 级：

- (0) 学生入学考试听力部分的成绩决定学生修读的英语听说课程；
 - (1) 入选听说 I 级的同学，大一上、下学期，大二上、下学期分别修读“大学英语听说 I”、“大学英语听说 II”、“大学英语听说 III”、“大学英语听说 IV”(1 credit*4)；
 - (2) 入选听说 II 级的同学，大一上、下学期，大二上、下学期分别修读“大学英语听说 II”、“大学英语听说 III”、“大学英语听说 IV”、“大学英语听说 V”(1 credit*4)。

4、高级班：

- (0) 入学考试英语成绩在全校位列前 5%~10%的学生进入高级班，自动获得 4 学分；
- (1) 还需选修 4 学分英语拓展课程。

三、政治类课程(16 credits)

- 1、思想道德修养与法律基础(3 credits)，修读时间是大一上学期，学时:60，时间:Week 1~20；
- 2、马克思主义基本原理(3 credits)，修读时间是大一下学期，学时:60，时间:Week 1~20；
- 3、中国近现代史纲要(2 credits)，修读时间是大二上学期，学时:40，时间:Week 1~20；
- 4、重要思想概论(3 credits)，修读时间是大二下学期，学时:60，时间:Week 1~20；
- 5、重要思想概论-课堂实践(1 credit)，修读时间是大二下学期，学时:60，时间:Week 1~20；
- 6、重要思想概论-社会实践(2 credits)，修读时间是大四上学期之前，要求学生从以下几项社会活动选择一项进行社会实践：假期回访母校进行招生宣传、暑期“三下乡”、暑期挂职、做社会调研并撰写调研报告；
- 7、形势与政策(1 credit)，在大四上学期修读，要求学生听完讲座后撰写报告。

四、大学物理实验(3 credits):

学生在大一下学期、大二上学期分别必修“大学物理-基础实验”、“大学物理-综合实验”。

五、其它课程(≥ 5 credits):

1、新生研讨课(1 credit):

修读时间是大一一学年。学生随机被分配到所在院系的一位导师，导师带领学生了解所在院系的情况，拓展视野，讨论一些“科学与社会”的问题，在大一下学期结题。

2、公共选修课(≥ 4 credits):

需要在“公选课”中选修不少于 4 学分的课程，其中人文类课程、科技类课程各至少需要 2 学分。

六、自由选修(≥ 16.5 credits):

除去以上课程之外，各方向需要自由选修的学分应为：基础数学 20.5 学分、应用数学 17.5 学分、计算数学 16.5 学分、概率统计 20.5 学分。以上情况均为考虑英语课程修读学分为 8 分的情况。

毕业论文(8 credits)

学生毕业需要选定导师在大四做毕业设计，并在大四下学期 5 月底~6 月初进行毕业论文答辩。若培养计划要求的学分均已获得、毕业论文答辩通过，方可毕业！

六、必修数学课程简介(64 学分)

大一上学期(13 credits)

数学分析(A1) 学分:6.0 课时:120

- **教材:**《数学分析教程》第三版 常庚哲、史济怀 中国科学技术大学出版社
- **授课内容:** 课本前 7 章, 即单变量微积分内容。包括数列极限、实数集完备性定理、函数的连续性与一致连续性、函数的导数、微分中值定理、不定积分与原函数、Lebesgue 定理与可积性理论、定积分与数值积分、定积分的应用、Wallis 公式与 Stirling 公式。
- **参考书:**《数学分析习题课讲义(上册)》谢惠民、易法槐、钱定边、恽自求;
《数学分析习题演练》周民强, 高等教育出版社;
《数学分析中的典型问题与方法》裴礼文

解析几何 学分:4.0 课时:80

- **教材:**《解析几何》丘维声 北京大学出版社
- **授课内容:** (三维)向量的基本运算, 直线、平面、旋转面、二次曲面的分类, 行列式与矩阵的基本知识, 二次曲线的不变量与化简、二次曲面的不变量与化简, 坐标变换、仿射变换, 射影几何初步。

代数学基础 学分:3.0 课时:60

- **教材:**《代数学基础讲义》欧阳毅、申伊璜,
《初等数论与多项式》冯克勤、余红兵(陈小伍班)
- **授课内容:** 集合的基本知识、复数的基本运算, 群论初步、环和域初步, 数的整除与同余、多项式环、中国剩余定理、有关素数的一些定理, 循环群、置换与置换群, 二次剩余, 多项式与方程的根、对称多项式。

大一下学期(11 credits)

数学分析(A2) 学分:6.0 课时:120

- **教材:**《数学分析教程》第三版 常庚哲、史济怀 中国科学技术大学出版社
- **授课内容:** 课本第 8~13 章, 即多变量微积分内容。包括 \mathbb{R}^n 上的点集拓扑, 多变量函数的连续性、可微性、导数与方向导数的计算, 隐函数定理与隐映射定理、逆映射定理、中值公式与 Taylor 公式、极值与条件极值, 重积分的 Lebesgue 定理与计算、曲线积分、曲面积分、场论初步, 尤其对 Green 公式、Gauss 公式与 Stokes 公式进行较详细的阐述, 并引入了外微分记号对几个公式进行统一。
- **参考书:**《数学分析新讲》张筑生, 北京大学出版社
《数学分析习题课讲义(下册)》谢惠民、易法槐、钱定边、恽自求, 高等教育出版社
* 《数学分析(第二册)》B. A. Zorich 高等教育出版社
* 《流形上的微积分》Spivak(著), 齐民友、路见可(译), 人民邮电出版社

线性代数(A1) 学分:5.0 课时:100

- **教材:**《线性代数(数学专业用)》李尚志 高等教育出版社
- **授课内容:** 课本前 4 章以及第 6 章。内容包括线性方程组求解, 向量组的线性无关与秩、线性空间的基本知识, 行列式的定义、计算、Laplace 展开, 矩阵的运算、Binet-Cauchy 公式、矩阵的秩与相抵标准型, 线性映射与线性变换、像核维数公式、矩阵相似与特征值问题。
- **参考书:**《线性代数(第二版)》李炯生、查建国、王新茂, 中国科学技术大学出版社
《高等代数学(第二版)》张贤科, 清华大学出版社

大二上学期(12 credits)

数学分析(A3) 学分:4.0 课时:80

- **教材:**《数学分析教程》第三版 常庚哲、史济怀 中国科学技术大学出版社
- **授课内容:** 课本第 14~18 章, 即级数理论与反常积分、含参积分的收敛性问题。内容包括数项级数的收敛判别法、函数项级数的收敛与一致收敛判别、反常积分的敛散性与一致收敛判别法、反常重积分的收敛、Riemann-Lebesgue 引理, Fourier 级数收敛性、Fourier 变换、含参积分的一致收敛、特殊函数与积分。
- **参考书:**《数学分析习题课讲义》谢惠民、易法槐、钱定边、恽自求, 高等教育出版社
《Fourier Analysis》Elias M. Stein, Rami Shakarchi, Chapter 2, 3, 5, 6.

线性代数(A2) 学分:4.0 课时:80

- **教材:**《线性代数(数学专业用)》李尚志 高等教育出版社
- **授课内容:** 课本第 7-9 章。特征值与特征向量、复方阵可对角化的条件、特征多项式与最小多项式, 根子空间分解与循环子空间分解, 空间方法证明 Jordan 标准型定理、 λ -矩阵的相抵、复方阵的实相似, 双线性函数、Euclid 空间基本知识、Gram-Schmidt 正交化、规范方阵与伴随方阵、正交方阵、复方阵的正交相抵、实对称阵的正交相似, 二次型的化简与方阵的相合, 酉空间、方阵的酉相似、Hermite 型、酉变换、酉相抵标准型与特征值的界估计。
- **参考书:**《线性代数(第二版)》李炯生、查建国、王新茂, 中国科学技术大学出版社
《高等代数学(第二版)》张贤科, 清华大学出版社

注: 少年班学院数学、统计平台, 其它院系转入数院且未修读数学分析 A1, A2 的同学需要修读数学分析(B3)与线性代数(B2).在此略去。

微分方程 I 学分:4.0 课时:80

- **教材:** 1.《常微分方程教程》丁同仁、李承治 (宣本金、梁兴、赵立丰、麻希南)
2.《Partial Differential Equations》Lawrence C. Evans, American Mathematical Society Providence, Rhode Island. Chapter 2~4.(宣本金、梁兴、赵立丰)
3.《常微分方程》金福临(宁吴庆、麻希南)
4.《Partial Differential Equations》W. Strauss(麻希南)
- **授课内容:** 1.常微分方程部分: 初等积分法解常微分方程、Picard 存在唯一性定理、Peano 存在定理与 Ascoli 引理、解的延伸与比较定理、奇解与包络、高阶微分方程、解对初值和参数的连续/可微依赖性、线性微分方程组的求解、平面动力系统简介、级数解法。
2.偏微分方程部分: 首次积分、一阶线性偏微分方程、传输方程与特征线法, Laplace 方程的基本解、调和函数均值性质、极大值原理原理、梯度估计、格林函数, Fourier 变换解热传导方程、极大值原理、解对初值的连续依赖性, 波动方程的求解、有限传播速度。分离变量法解 PDE、S-L 边值问题、Hopf 引理。
- **参考书:**《常微分方程题典》朱思铭, 高等教育出版社
*《微分方程、动力系统与混沌导论》Hirsh, Smale, Devaney,
《偏微分方程》陈祖墀, 中国科学技术大学出版社

大二下学期(16 credits)

实分析 学分:4.0 课时:80

实分析(H) 学分:4.0 课时:80

• **教材:** 实分析.《Real Analysis》Elias M. Stein, Chapter 1~3, 6.

实分析(H)(任广斌).《实变函数论》周民强 北京大学出版社

实分析(H)(殷浩).《Real Analysis》Elias M. Stein, Chapter 1~3, “Analysis” Elliot Lieb & Michael Loss, Chapter 1~2.

• **授课内容:** 主要分为 Lebesgue 测度、Lebesgue 积分、函数的微分、抽象测度初步四部分。第一部分主要介绍 Lebesgue 测度的基本性质、可测函数及其收敛性。积分理论部分主要涉及 Lebesgue 积分的构造、积分收敛定理、积分换序的 Fubini 定理和 Tonelli 引理、可积函数的 Fourier 变换。第三部分主要是回答了 Newton-Leibniz 公式何时成立。分别介绍了单调函数的微分、有界变差函数的微分、不定积分的微分,并用极大函数证明了 Lebesgue 微分定理,最后再引入绝对连续函数回答本章的问题。抽象测度部分涉及测度的定义、测度的构造与延拓定理、乘积测度、实直线上的 Borel 测度等内容。

• **参考书:**《实变函数解题指南》周民强 北京大学出版社

*《Real Analysis: Modern Techniques and Its Applications》Gerald B. Folland.

复分析/复分析(H) 学分:4.0 课时:80

• **教材:** 1.《复变函数》史济怀、刘太顺 中国科学技术大学出版社(罗罗、李思敏、李皓昭)

2.《简明复分析(第二版)》龚昇 中国科学技术大学出版社(胡森、殷浩)

3.《Complex Analysis》Elias M. Stein. Chapter 4~5 (李思敏、李皓昭)

4.《Complex Analysis》Serge Lang. (殷浩, 复分析 H)

5.《复分析》L. V. Ahlfors. (胡森)

• **授课内容:** 复分析课程内容大约分成三大部分:复积分理论、Weierstrass 级数理论、Riemann 映射定理。第一部分首先介绍了全纯函数的定义、柯西-黎曼方程和柯西积分公式,随后讨论全纯函数的零点问题,并介绍极大模原理和全纯函数的 Schwartz 引理。第二部分则介绍了级数理论、亚纯函数、Laurent 展开、留数定理等内容。更多地,课程会介绍 Mittag-Leffler 定理、无穷乘积问题等更深入的内容。第三部分则是介绍了复变函数的全纯开拓与黎曼映射定理。此外,本课程还有不少拓展内容,例如复插值定理、调和函数、素数定理、同伦提升定理、椭圆函数与 Picard 定理。

• **参考书:**《Function Theory of One Complex Variable》R. E. Greene, S. G. Krantz.

《复变函数教程》方企勤;

*《实分析与复分析》Walter Rudin

近世代数/近世代数(H) 学分:4.0 课时:80

• **教材:**《近世代数讲义》欧阳毅、叶郁(欧阳毅、叶郁、陈洪佳)

《近世代数引论》冯克勤、李尚志、章璞,中国科学技术大学出版社(盛茂)

《Algebra》Serge Lang, GTM211, Springer. (盛茂, 近世代数 H)

《代数》M. Artin+《Advanced Modern Algebra: Part I》, Joseph Rotman (陈小伍)

• **授课内容:** 本课程内容大约分为三大块:群论、环(主要是含么交换环)、域的 Galois 理论。群论包括子群、正规子群、商群,并介绍同态基本定理、群作用、自由群与群的表示、Sylow 定理,较详细讨论了置换群、自由群、有限生成的 Abel 群的结构,最后以可解群的内容收尾。环论部分介绍了环的基本知识,包括理想、环同态基本定理,极大理想与素理想、PID、UFD、ED、因子分解、多项式环。域的 Galois 理论从域扩张讲起,先介绍了域扩张的

基本知识，再介绍了分裂域，证明了 Galois 扩张和基本定理，最后讲述了方程的 Galois 群，讨论了一般的高于 5 次的代数方程的根式不可解性。Galois 理论也是这门课的精华与优美之处所在。同时我们还解决等分角、尺规作图等问题。

- **参考书：**《高等近世代数》Joseph Rotman
Field and Galois Theory, Patrick Morandi, GTM 167, Springer.

概率论/概率论(H) 学分:4.0 课时:80

• **教材：**(刘党政)《Probability and Random Processes》Geoffrey R. Grimmett & David R. Stirzaker, Oxford University Press. Chapter 1~5, 7.1~7.6+《概率论题解 1000 例》

(张娜、17 系)《概率论》苏淳，科学出版社

• **授课内容：**第一部分：概率空间的基本概念：概率测度、古典概型、随机变量的定义。第二部分：离散型随机变量部分：独立性、数学期望、示性函数法、相依性、条件分布与条件期望、重期望公式、方差和矩、并以一维随机游动作为结尾。第三部分：连续型随机变：以正态分布为主的几种常见分布、母函数方法、矩母函数、特征函数方法来研究各类随机变量。第四部分：极限定理：Levy 逆转定理、连续性定理、中心极限定理以及 Lindeberg 条件。随机变量的收敛性、Borel-Cantelli 引理、大数定律、重对数定律。详情请见刘党政老师的个人主页。

- **参考书：**《概率论基础》李贤平，复旦大学出版社
*《Probability: Theory and Examples》Durrett, 世界图书出版公司

大三上学期(8 credits)

微分几何/微分几何(H) 学分:4.0 课时:80

• **教材：**《微分几何》彭家贵、陈卿 高等教育出版社

《Differential geometry of curves and surfaces》do Carmo (刘世平)

补充内容：《整体微分几何》沈一兵 (张希，微分几何 H)

• **预修：**数学分析、线性代数

• **授课内容：**课程主要讲授的是古典微分几何(局部微分几何)，即曲线、曲面的微分几何，内容大题包括曲面的第一、第二基本形式，Gauss 曲率和平均曲率、平行移动、测地线、Gauss-Bonnet 定理等，整体微分几何部分涉及曲线与曲面的整体微分几何。**微分几何(H)**除了讲授以上内容以外，还讲述一些常 Gauss 曲率曲面、常平均曲率曲面、极小曲面等知识。

- **参考书：**《微分几何》陈维桓、《整体微分几何》沈一兵

泛函分析/泛函分析(H) 学分:4.0 课时: 80

• **教材：**《泛函分析讲义(上册)》张恭庆、林源渠 北京大学出版社，第 1、2、4 章

《泛函分析》Walter Rudin, 机械工业出版社(王作勤，泛函分析(H))

现代数学物理方法·第一卷: Functional Analysis, Barry Simon (赵立丰)

• **预修：**数学分析、线性代数、(实分析)

• **授课内容：**本课程是关于 Hilbert 空间、Banach 空间、线性泛函和算子的理论及其应用的课程。主要内容包括线性赋范空间、内积空间、Baire 纲定理、Riesz 表示定理、Hahn-Banach 定理、开映射与闭图像定理、一致有界 (Banach-Steinhaus) 定理、共轭空间和伴随算子、弱拓扑与弱收敛、线性算子的谱、紧算子、Riesz-Fredholm 理论、对称紧算子的谱等。

- **参考书：**现代数学物理方法·第一卷: Functional Analysis, Barry Simon,
《Functional Analysis, Sobolev Spaces and PDE》[法]Haim Brezis.

大三下学期(4 credits)

微分方程 II/微分方程 II(H) 学分:4.0 课时:80

• **教材:** Lawrence C. Evans : Partial Differential Equations, 2nd edition, AMS. Ch 5, 6, 7.1-7.2.

补充内容: Ch 7.3, 8.1, 8.6, 9.4, Strichartz 估计、半线性 NLS 适定性. (赵立丰)

《偏微分方程习题集》[俄]沙马耶夫, 高等教育出版社 (麻希南)

• **预修:** 实分析 (积分收敛定理、 L_p 空间)、泛函分析 (弱收敛、紧算子及其谱理论)

• **授课内容:** 本课程讲授的内容是 Evans 课本的第二部分, 即“二阶线性偏微分方程的弱解理论”。课程内容主要包括 1. 详细介绍 Sobolev 空间, 研究相应的嵌入定理和紧性定理, Fourier 变换; 2. 二阶椭圆偏微分方程的弱解的存在性、正则性、极大值原理、特征值理论; 3. 发展方程的基本理论, 抛物方程的弱解的存在性和正则性、抛物方程极大值原理。双曲方程的弱解的存在性和正则性, 波动方程的有限传播速度。

• **参考书:**

[1] 《Measure Theory and Fine Properties of Function》L. Evans and R. Gariepy, Chapter 4.

[2] Sobolev Spaces, Adams (工具书)

以上各门数学课 (除泛函分析、微分方程 II) 是所有方向的必修课, 若需要获得保研资格, 则必修泛函分析、微分方程 II.

七、部分选修课与研究生课简介（部分介绍摘自教务系统）

分析与微分方程

***高等实分析 学分：4.0 课时：80**

建议选修年级：大三上学期、大四上学期

预修：实分析

教材：《分析学》Lieb, Loss（殷浩 2014）

《Measure Theory and Fine Properties of Functions》Evans（殷浩 2016）

《Real Analysis》Ch. 6, 《Functional Analysis》Ch. 1, 2, 3, 8(by Elias M. Stein)（赵立丰）

参考书：《实分析》Royden, 《实分析》Folland,

授课内容：殷浩 2014：抽象测度与积分、 L^p 空间的结构研究、重排不等式、各类积分不等式、Fourier 变换、分布理论（广义函数）与索伯列夫空间的 Fourier 刻画。

殷浩 2016：Radon 测度、Hausdorff 测度、Isodiametric 不等式、Area/Coarea 公式、索伯列夫空间、索伯列夫函数的逐点精细性质与容度、有界变差函数的精细性质。

赵立丰：抽象测度与积分、 L^p 空间、插值定理、极大函数、Hilbert 变换与奇异积分的 Calderon-Zygmund 定理、广义函数、振荡积分简介。

调和分析 学分：4.0 课时：80

建议选修年级：大三下学期、大四下学期

预修：实分析、复分析、泛函分析（建议：高等实分析）

教材：（赵立丰，2014 春）Camil Muscalu, Wilhelm Schlag: Classical and Multilinear Harmonic Analysis, Vol. 1. Chapter 4, 7~9, 11, 12.

（刘聪文，2017 春）林钦诚：调和分析。

以前用过的教材：

[1] Loukas Grafakos: Classic Fourier Analysis, GTM 249, Springer.

[2] Loukas Grafakos: Modern Fourier Analysis, GTM 250, Springer.

[3] Javier Duoandikoetxea: Fourier Analysis, AMS.

授课内容：必讲内容：经典傅立叶分析部：傅立叶变换与缓增分布、Hardy-Littlewood 极大函数、Hilbert 变换与 Riesz 变换、Calderon-Zygmund 奇异积分、 H^1 与 BMO 空间、

Littlewood-Paley 理论。**选讲内容：**1. 现代傅立叶分析（赵立丰）：几乎正交理论与 $T(1)$ 定理、Fourier 限制性估计、振荡积分及其 Strichartz 估计、仿积（Paraproduct）、Weyl Calculus.

2. 抽象调和分析（任广斌）：紧群表示论：Haar 测度、LCH 群的表示论，尤其包括著名的 Peter-Weyl 定理、傅立叶级数与表示论的关系；小波变换（平方可积表示、采样定理）；

Weyl-Heisenberg 群、Weyl 变换。3. Hardy 空间 H^p （刘聪文）：原子分解、极大函数刻画、 A_p 权不等式。

高等泛函分析 学分：4.0 课时：80

建议选修年级：大三下学期、大四下学期

预修：实分析、泛函分析

教材：《泛函分析讲义·下册》张恭庆

授课内容：1. Banach 代数（Gelfand 表示、 C^* 代数、Hilbert 空间上的正规算子、奇异积分算子应用）2. 无界算子（闭算子与自伴算子的谱分解、无界正规算子的谱分解、自伴扩张、自伴算子的扰动、无界算子序列收敛性）3. 算子半群（无穷小生成元、单参数酉群、Markov 过程、散射理论）。

多复变函数论 学分：4.0 课时：80

建议选修年级：大三上学期、大四上学期

预修：实分析、复分析

教材：《多复变函数论基础》史济怀、《多复变函数论》萧荫堂、Function Theory of Several Complex Variables(Steven G. Krantz)、Raghavan Narasimhan: Several Complex Variables

授课内容：本课程是一门多复变函数论的入门课程，讲授多复变函数论基础知识。内容包括六章：第一章介绍多复变数全纯函数的知识，包括多圆柱上的 Cauchy 积分公式，Hartogs 现象和 Hartogs 定理。第二章介绍全纯映射和星形映射。第三章介绍正交系和 Bergman 核函数，并给出典型域的 Bergman 核函数。第四章介绍 Cauchy 积分公式，主要内容是典型域的 Cauchy 积分公式和一般域上的 Bochner-Martinelli 积分公式。第五章介绍全纯凸域和拟凸域，Cartan-Thullen 定理。第六章专门介绍 ∂ -问题，证明 ∂ -问题在拟凸域上有解，并用它证明 Levi 猜想，最后给出该问题解的一致估计。

二阶椭圆方程 学分：4.0 课时：80

建议选修年级：大三上学期、大四上学期

预修：实分析、泛函分析

教材：[1] Gilbarg, Trudinger: Elliptic PDE of the Second Order, Ch 1~9.

[2] 韩青、林芳华: Lecture Notes on Elliptic PDEs.

[3] 陈亚浙、吴兰成：二阶椭圆方程与方程组.

授课内容：主要讲授二阶线性椭圆方程的内容。1、调和函数（Laplace 方程的基本解、牛顿位势、格林函数、泊松方程的解、极大值原理）。2、Schauder 估计（内估计、边界估计与整体估计）。3、索伯列夫空间与弱解理论（索伯列夫空间、Poincare 不等式、弱解存在性定理、Lax-Milgram 定理与 Fredholm 二择一、正则性与特征值问题）。4、强解的极大值原理（Di Giorgi-Moser 迭代方法）。5、解的 L^p 估计。

非线性偏微分方程/非线性抛物方程/非线性椭圆方程 学分：4.0 课时：80

预修：实分析、泛函分析、微分方程 II、可能需要调和分析、二阶线性椭圆方程

授课内容：该课程由主讲教师讲授其研究方向的专题内容，视主讲教师研究方向而定。近年开设的有：

1. 麻希南：拟线性椭圆方程、平均曲率方程的梯度估计；非线性椭圆方程与 Monge-Ampere 方程、Caffarelli 理论。

参考书：[1] Gilbarg and Trudinger: Elliptic Partial Differential Equation of the Second Order, Springer 1983.

[2] Cabre and Caffarelli: Fully Nonlinear Elliptic Equations. AMS, 1997.

2. 赵立丰：色散方程的基本理论与渐近稳定性：1. 色散方程的导出与基本解。2. 波动方程：衰减估计、Strichartz 估计、Klainerman-Sobolev 不等式；3. Schrodinger 方程：抽象 Strichartz 估计、半线性 Schrodinger 方程的适定性问题、守恒律与单调量、Morawetz 估计、散射理论。4. Airy 方程的多线性估计与 mKdV 方程的渐进稳定性。5. 孤立子解及其渐近稳定性。6. 不变流形与稳定流形。

参考书：[1] Terence Tao: Nonlinear Dispersive PDE.

[2] Christopher D. Sogge: Lectures on Nonlinear Wave Equation, 2nd edition.

[3] Kenji Nakanishi, Wilhelm Schlag: 不变流形与色散型哈密顿发展方程。

[4] Pierre Germain, Fabio Pusateri, Frederic Rousset: Asymptotic stability of solitons

for mKdV, *Advances in Mathematics*, 2016.

3. 赵立丰：流体方程及其渐近稳定性：1. 流体方程的表示方法；2. 欧拉方程局部适定性理论、BKM 爆破准则；3. Navier-Stokes 方程的适定性理论、Fujita-Kato 方法、温和解与 Leray-Hopf 弱解、弱强唯一性定理；4. Besov 空间与仿积理论；5. 流体方程线性渐近稳定性简介；6. 欧拉方程的非线性无粘阻尼与渐近稳定性问题。

参考书：[1] Bahouri: *Fourier Analysis and Nonlinear Partial Differential Equations*;

[2] Majda, Bertozzi: *Vorticity and Incompressible Flows*;

[3] James Robinson: *3D Navier-Stokes Equation: Classical Theory*;

[4] Jacob Bedrossian, Nader Masmoudi: *Inviscid damping and the asymptotic stability of planar shear flows in the 2D Euler equations*, IHES, 2015.

4. 俞建青：Atiyah-Singer 指标定理与几何分析。

5. 梁兴：抛物方程与动力系统。

现代分析选讲/现代偏微分方程选讲 学分：4.0 课时：80

授课内容：该课程由主讲教师讲授其研究方向的专题内容，视主讲教师研究方向而定。

近年开设的有：

刘聪文：多复变函数论与调和分析；

王毅/赵立丰：色散方程的长时间稳定性与色散型哈密顿系统；

麻希南/陈传强：完全非线性椭圆方程及其几何分析；

王作勤：半经典分析。

几何与拓扑

拓扑学 学分：4.0 课时：80

建议修读年级：大二下学期、大三下学期

预修：数学分析、近世代数的群论部分

教材：《基础拓扑学讲义》尤承业、《Algebraic Topology》Allen Hatcher.

参考书：《拓扑学》Amstrong, 《基础拓扑学》Munkres

授课内容：1. 点集拓扑部分：拓扑学的基本定义，拓扑空间的 T1-T4 与 C1-C2 公理，拓扑空间的紧致性、连通性等拓扑性质，拓扑空间的同胚，闭曲面分类定理。2. 代数拓扑部分：同伦与道路同伦、基本群的计算与 Van Kampen 定理，复叠空间、复叠映射、万有复叠空间、群在拓扑空间上的作用，单纯同调群的计算。3. 补充内容（宋百林）：奇异同调及其同伦不变性、剪切引理、图表追踪、映射度与不动点定理、胞腔同调、MV 序列。

微分流形 学分：4.0 课时：80

预修课程：拓扑学

建议选修年级：大三上学期、大四上学期

教材：《微分几何讲义》陈省身（左达峰、俞建青）

《光滑流形导论》John Lee.（王作勤）

授课内容：微分流形课程是我校数学专业的本硕贯通课程，主要介绍的是流形上的微积分理论、联络理论和李群的初步知识。通过对本课程的学习，使学生掌握必要的现代数学基础知识，为学生进一步学习现代数学和近代理论物理，进行科学研究打下必要的基础。主要授课内容：流形的基本定义与单位分解、切空间与子流形；微分拓扑简介（横截、Morse 函数、

Sard 定理、Whitney 嵌入)；向量丛与向量场、Frobenius 定理；李群及其作用；微分形式及其积分、de Rham 上同调 (MV 序列、庞加莱对偶、映射度)；王作勤的补充内容：辛流形、Moser 技巧、Darboux 定理；纤维丛与主丛上的联络、曲率、Chern-Weil 理论。

代数拓扑 学分：4.0 课时：80

建议选修年级：大四上学期、大三上学期

预修：近世代数、拓扑学

参考教材：Hatcher 代数拓扑

授课内容：1. 基本群与复叠空间：道路同伦与基本群、Van Kampen 定理、复叠空间、万有复叠空间、复叠变换与群在拓扑空间上的作用；2. 同调理论：单纯同调、奇异同调及其同伦不变性、约化同调、剪切引理、映射度与胞腔同调、MV 序列；3. 上同调：万有系数定理、上同调环与 Kunneth 公式、多项式上同调空间、Cup Product 与庞加莱对偶；4. 同伦理论 (选讲)：同伦群 (Whitehead 定理、胞腔逼近)、同伦群的计算与上同调的关系。

黎曼几何 学分：4.0 课时：80

建议选修年级：大三下学期、大四下学期

预修：微分流形、微分几何

教材与参考书：

[1] do Carmo: Riemann Geometry

[2] 伍鸿熙、沈纯理：黎曼几何初步

[3] Jurgen Jost: 黎曼几何与几何分析

[4] Gallot: 黎曼几何

授课内容：1. 黎曼度量与测地方程；2. 测地线、法坐标与指数映射、测地完备性；3. 联络：仿射联络、平行移动与 Levi-Civita 联络、共变导数、共变微分；4. 曲率：黎曼曲率张量、第一与第二变分公式、Ricci 曲率张量、截面曲率；5. 空间形式、变分、Jacobi 场、指标形式；6. 常曲率空间、负曲率空间及其拓扑性质；7. 比较定理、Cartan-Hadamard 定理、Bonnet-Meyer 定理、距离函数、共轭点、Laplace 算子与 Hodge 理论、Bochner 技巧、离散几何简介。

复几何 学分：4.0 课时：80

建议选修年级：大三下学期、大四下学期

预修：微分流形、复分析 (建议：多复变函数论)

教材：自编讲义

参考书：[1]多复变函数论, 萧荫堂等;

[2] Lars Hormander : An introduction to complex analysis in several variables,

[3] J.P.Demailly : Complex analytic and differential geometry.

[4] O. Wells: Differential analysis on complex manifolds.

[5] Griffiths and Harris: 代数几何原理.

[6] 田刚: Canonical metrics in Kahler geometry

[7] S.Kobayashi and K.Nomizu: Foundations of Differential Geometry.

[8] S.Kobayashi: Differential geometry of complex vector bundles.

[9] J.Morrow and K.Kodaira: Complex manifolds

授课内容：本课程的目的就是介绍近几十年来复几何方面的重要研究结果，限于时间我们不可能涉及所有方面，本课程的重点在于介绍复几何中的经典 Kahler 度量理论，我们将尽力

是本课程做到自封闭,使学生既可以掌握复几何的基本知识,也可初步了解复几何研究的最新研究方向。本课程共分五部分。第一部分多复变基础,介绍全纯域、拟凸域、多重次调和函数、以及 L^2 估计。第二部分复几何基础,介绍复几何的基础知识,如:殆复结构、复流形、层理论、全纯向量丛、陈类、Hodge 理论、消失定理、Hermite 和 Kahler 结构等。第三部分 Kahler 几何基础,介绍: Kahler 度量的曲率、Frankel 猜想、刚性定理、Kahler-Einstein 流形等。第四部分全纯丛上的几何,介绍典则度量与代数几何不变量理论的稳定性。第五部分 Calabi-Yau 定理,讨论 Kahler 流形上预定 Ricci 张量问题,复 Monge-Ampere 方程、非正陈类条件下 Kaehler-Einstein 度量存在性问题等。

几何分析 学分: 4.0 课时: 80

预修: 微分流形、黎曼几何、微分方程 II

教材: Peter Li: Lectures on geometric analysis, RIMGARC Lecture Notes Series 6, Seoul National University, 1993.

授课内容: 本课程主要介绍现代微分几何中的一些基本的分析方法和经典的几何分析定理,内容包括: 黎曼流形,面积的第一第二变分,体积比较定理, Bochner-Weitzenbock 公式, Laplacian 比较定理, Poincare 不等式,黎曼流形上的第一特征值,梯度估计与 Harnack 不等式,平均值不等式, Reilly 积分公式及其应用,等周不等式和 Sobolev 不等式,等周不等式的下界估计, Moser 迭代, De Giorgi-Nash-Moser 定理的正则性; 极小曲面方程,流形上的调和函数,完备超曲面的全曲率。通过本课程学习,学生应该掌握现代微分几何中必要的一些分析方法,了解一些经典的几何分析结果和现代微分几何的发展概况,通过对一些具体问题的分析和讨论,掌握几何分析的主要研究手段。

微分几何选讲 学分: 4.0 课时: 80

授课内容: 该课程由主讲教师讲授其研究方向的专题内容,视主讲教师研究方向而定。

近年开设的有: 王作勤: 李群引论、辛几何引论。

代数与数论

交换代数 学分: 4.0 课时: 80

预修课程: 近世代数

建议选修年级: 大二上学期(预修近世代数)、大三上学期、大四上学期

教材: 《Commutative Algebra》Atiyah

授课内容: 交换代数是研究交换环的一门代数学科,是代数数论和代数几何的公共基础和基本工具。该课程是数学系本科生的选修课程,也是数学系研究生的公共基础课程。主要内容有: 交换环的理想与根,模论与范畴初步,分式环和分式模,局部化方法, Noether 环和 Artin 环,理想的准素分解理论, Hilbert 基定理和零点定理,代数集与代数几何初步, Dedekind 环和代数整数环。

同调代数 学分: 4.0 课时: 80

建议选修年级: 大三上学期、大四上学期

预修: 近世代数,可与代数拓扑同时学习

教材与参考书: 《An introduction to Homological Algebra》Joseph Rotman、《同调代数引论》周伯垚

授课内容：同调代数是研究群，环和模的重要工具，在代数几何，代数拓扑，微分几何以及代数数论中有广泛的应用。本课程主要介绍同调代数的基本理论和方法，是学过近世代数的数学系本科生和研究生的基础课程。主要内容：模与范畴，复形与同调，同调维数，群的同调与上同调，谱序列。

群与代数表示论 学分：4.0 课时：80

预修课程：线性代数、近世代数

建议选修年级：大三下学期、大四下学期

教材：《群与代数表示论》冯克勤

授课内容：本课程主要以线性代数为基础，介绍有限群和紧群的表示理论，包括基本概念和构造方法，特征标理论及其应用，半单代数的经典理论，诱导表示与诱导特征标，以及紧群上的表示理论。本课程是作为数学系研究生公共必修课程，在方法上我们主要以线性代数为主，在强调基本理论的同时注意相关应用和计算，也适合于物理学等相应学科的学生。

李代数及其表示论 学分：4.0 课时：80

预修课程：线性代数

建议选修年级：大二下学期、大三下学期、大四下学期

教材：J. E. Humphreys, Introduction to Lie algebras and representation theory, Springer, GTM 9.

授课内容：本课程是现代数学一门很重要的分支，亦可分为李群简介和半单李代数两门课程，主要介绍复半单代数和李群的基本理论，包括结构理论，分类定理，Serre 生成关系，Weyl 群，包络代数，表示理论，及几种重要的 Lie 群与 Lie 代数的例子等。

代数几何引论（秋季） 学分：4.0 课时：80

预修：近世代数、交换代数

教材：Hartshorne 代数几何, GTM 52.

授课内容：本课程讲述现代代数几何的基础。包括代数簇，Hilbert 零点定理，坐标环，代数簇的局部环，Bezout 定理，Noether 定理，有理映射，奇点消解，Riemann-Roch 定理等

代数几何（春季） 学分：4.0 课时：80

预修：代数几何引论

教材：Hartshorne 代数几何, GTM 52.

授课内容：本课程讲述现代代数几何的基础。包括代数簇，Hilbert 零点定理，坐标环，代数簇的局部环，Bezout 定理，Noether 定理，有理映射，奇点消解，Riemann-Roch 定理等

代数数论 学分：4.0 课时：80

预修：近世代数、数学分析、复分析

教材：冯克勤《代数数论入门》，Jurgen Neukirch: Algebraic Number Theory.

授课内容：代数数论主要研究代数数域和代数整数的一门学问。共分两部分。第一部分是代数理论，介绍代数数论中的代数结果和方法，包括代数数域和整数环，单位群，理想的素因子分解和分歧，理想类群和类数。且给出了 Kronecker-Weber 定理的一个证明。第二部分是解析理论，主要介绍解析数论的思想和方法，且给出了素数空间的一个极简单的证明。并叙述了代数数论中的解析理论：密度定理，Hasse 的类数解析分式和 Kummer 善于分圆域类数的一系列结果。

群类理论 学分：4.0 课时：80

预修：近世代数

教材： [1] Guo Wenbin, The theory of classes of groups, Science Press/Kluwer Academic Publishers, 2000 (前3章的主要内容);

[2]. Wenbin Guo, Structure Theory for Canonical classes of Finite Groups, Springer, 2015 (用于介绍近年来群论研究的一些热点问题及相关理论)

授课内容：1) 群论基础知识 (包括：基本概念、同态定理，准素群，Sylow 定理、半直积，Jordan-Holder 定理，可解群、幂零群、超可解群等) 2) 典型的 F-子群 (包括：群类上的运算， χ -覆盖子群、投射子、内射子等); 3) 有限群的群系构造 (包括：局部群系的构造方法，群系的稳定性，极小非 F-群的结构等); 4) 近年来群论研究的一些热点问题介绍 (包括：F-超中心理论、广义可补充子群的理论等)

代数学选讲 学分：4.0 课时：80

预修：近世代数、代数学

授课内容：本课程是代数专业研究生高级课程，面向以从事代数学研究为目的的高年级硕士生和博士生。主要内容根据上课老师的不同，会有所变化，主要介绍在群论、李理论以及代数表示论等专业方向的基本理论。同时，学生还将阅读并讲解本学科方向最新专业文献。

概率论与随机分析课程

***高等概率论 学分：4.0 课时：80**

建议选修年级：大三上学期、大四上学期

预修：实分析、概率论

教材：《概率论教程》Kai Lai Chung、《Probability: Theory and Examples》Rick Durrett.

参考书：《概率论教程》缪柏其、胡太忠，中国科学技术大学出版社

《概率与鞅(Probability with Martingale)》D. Williams

主要内容：涉及上述两教材的一部分内容。主要介绍了集合与类、代数与 σ -代数、 π - λ 定理、概率测度、概率空间及其完备化、乘积空间; 概率测度的收敛、随机变量的基本概念、四种收敛性 (几乎处处、依概率、 L_p 收敛、弱收敛)、条件期望与离散鞅论初步。此外还会涉及少许布朗运动与离散鞅论的知识。

应用随机过程 学分：4.0 课时：80

建议修读年级：大三下学期

预修：概率论、实分析，建议预修高等概率论

教材：《Probability and Random Processes》Ch. 6、8、9、12、13

《随机过程导论》陈木法

授课内容：内容大致分为三部分：马氏链、鞅论、布朗运动与随机积分。马氏链部分主要涉及马氏过程的定义、平稳分布与极限定理、分支过程与生灭过程、连续时间马氏过程、转移半群的计算。第二部分则详细介绍了离散鞅论与连续鞅论，尤其是收敛定理与停时定理。第三部分则介绍了布朗运动，其首中时的计算、数字特征、布朗运动的构造、布朗桥和伊藤公式等随机积分的内容。

极限理论(17系) 学分：5.0 课时：100

建议选修年级：大三下学期、大四下学期

预修：高等概率论

教材：Probability: Theory and Examples, Rick Durrett, Ch 2, 3, 5, 6.

参考书：[1]林正炎（等）：概率极限理论基础；

[2]林正炎、白志东：概率不等式；

[3] Olav Kallenberg: Foundations of Modern Probability, 2nd edition, 2001.

授课内容：1. 大数定律：弱大数定律、强大数定律及证明、三级数定理、重对数定律、概率不等式（对称化不等式、Hoeffding 不等式）。2. 中心极限定理：独立同分布的 CLT、Lindeberg-Feller 中心极限定理、Levy 中心极限定理、缓变函数与 Karamata 定理、稳定分布族、无穷可分分布、泊松度量收敛、Stein 方法与正态逼近。3. 离散鞅论：鞅收敛定理、停时定理、可交换序列、de Finetti 定理与 Hewitt-Savage 0-1 律、鞅的不等式。4.（选讲）遍历理论初步。5.（选讲）Polish 空间的概率论与极限定理（抽象空间的随机元）。

随机过程：学分：4.0 课时：80

建议选修年级：大三下学期、大四下学期

预修：高等概率论

参考：<http://staff.ustc.edu.cn/~lijunbo>

教材：I. Karatzas, Shreve: Brownian Motion and Stochastic Calculus, GTM113, Springer.

授课内容：随机过程基本理论、离散鞅论、连续鞅论（Doob 不等式、鞅收敛定理、倒向鞅、停时定理）、布朗运动（布朗运动的构造、反射原理、布朗运动的鞅、停时的计算）

鞅论与随机积分：学分：4.0 课时：80

建议选修年级：大四上学期

预修：高等概率论、随机过程

教材：鞅论与随机积分讲义，徐佩

内容：一、条件期望与鞅论（离散鞅、Doob 停时定理、鞅收敛定理、倒向鞅收敛定理、一致可积鞅、连续鞅与 Doob-Meyer 分解）二、布朗运动（布朗运动的数字特征、鞅性、指数鞅、构造、Wiener 测度、布朗运动的连续修正、强 Markov 性与反射原理、二次变差）。三、随机积分（关于布朗运动的随机积分、关于连续时间局部鞅的随机积分、平方可积半鞅的伊藤公式、Stratonovich 随机积分）。四、伊藤公式的运用（布朗运动的 Levy 刻画定理、指数鞅与一致可积指数鞅、测度变换，Girsanov 定理及其推论、B-D-G 不等式、鞅表示定理、反射布朗运动、布朗桥）。五、随机微分方程简介：一维扩散型随机微分方程解的整体存在性、唯一性、局部 Lipschitz 条件与解的爆破。

参考：<http://staff.ustc.edu.cn/~wangran/Teaching.htm>

References:

1. 陈木法, 毛永华. 随机过程导论, 高等教育出版社, 2007
2. I. Karatzas, S. Shreve. Brownian Motion and Stochastic Calculus
3. B. Oksendal. Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications
4. D. Revuz, M. Yor. Continuous Martingales and Brownian Motion, 3rd edition, Springer, 2004

随机分析：学分：4.0 课时：80

预修：高等概率论

此为 2016 春季开设的随机分析选讲，可以参考王冉老师的主页。

随机分析选讲：学分：4.0 课时：80

预修：高等概率论、随机过程、鞅论与随机积分

这是薄立军老师和他的学生组织的讨论班.

组合图论课程

组合学 学分：4.0 课时：80

建议修读年级：大二上学期、大三上学期

预修：代数学基础、数学分析、线性代数

教材：不同老师授课内容不同

潘永亮的参考书：《组合数学》邵嘉裕，《组合数学》李乔，《组合数学》潘永亮、徐俊明

马杰老师的组合学参考：staff.ustc.edu.cn/~jiema/Comb2015

极值图论与概率图论 学分：4.0 课时：80

预修：马杰的组合学

教材：无

内容：1. The Classics Combinatorics Method. 2. Extremal Set Theory. 3. Turan type problems. 4. Ramsey Theory. 5. Regularity Lemma. 6. Algebra Methods. 7. Basic Probabilistic Methods. 8. The Deletion and Moments Method. 9. Lovasz Local Lemma. 10. Randomized Algorithms and De-randomization .

图论 学分：4.0 课时：80

建议修读年级：大三上学期、大四上学期

预修：组合学

教材：《图论及其应用》徐俊明

内容：以有向图作为着眼点，系统地介绍图论的基本概念、理论和方法以及基本应用。并将一些经典材料作现代处理，揭示各概念和理论之间的联系。内容包括 Euler 回、Hamilton 圈、树、图空间、平面图、网络与连通度、匹配与独立集、染色理论、图与群以及图在矩阵论、组合数学、运筹学、线性规划、科学管理、电子学以及通讯和计算机科学等多方面的基本应用。

代数图论 学分：4.0 课时：80

预修：近世代数、组合学、图论

教材：GTM 207

计算与应用数学课程 (课程介绍均摘自教务系统)

符号计算软件 学分：2.0 课时：40

修读年级：大二及以后的秋季学期

预修：无

教材：Mathematica 7.0 教程，王新茂、张韵华

数学实验 学分：2.0 课时：40

修读年级：大二上学期、大三上学期

预修：数学分析、线性代数、符号计算软件

数学建模 学分：3.0 课时：60

修读年级：大二下学期、大三下学期

预修：符号计算软件

运筹学 学分：4.0 课时：80

修读年级：大三上学期

预修：数学分析、线性代数

教材：杨周旺，《运筹学讲义》，中国科学技术大学数学科学学院，2013.

<http://staff.ustc.edu.cn/~yangzw>

内容：在很多实际应用问题中，从数学上看都是非适定的(ill-posed)，即解不唯一。对于这样的实际问题，人们往往通过制定相应的目标准则，然后从众多的解中选出在一定条件下最好的解。这种最优化建模思想在任何场合都是极其重要的，也是运筹学这门课的核心价值所在。教学内容包括：各种模型（线性规划模型，网络最优化模型，动态规划，非线性最优化，决策分析等）介绍，以及针对这些模型的数学上严密的求解算法构造分析等。

数值代数 学分：3.0 课时：60

修读年级：大三上学期

预修：线性代数

内容：数值代数是一门计算数学方向的专业基础课程，是数值分析的基础。内容包括非线性方程的数值方法（比如区间分半法，牛顿法，割线法，迭代法等）、线性代数方程组的数值方法（包括一些常用的矩阵迭代法以及矩阵迭代求精，最速下降法，共轭梯度法等等）、矩阵特征值问题、最小二乘（平方）问题、矩阵奇异值分解等等。

数值分析 学分：3.0 课时：60

修读年级：大三下学期

预修：泛函分析

内容：数值分析是数学的一个分支，它提出、发展、分析并应用科学计算中的方法于若干领域，如分析学、线性代数、几何学、逼近论、函数方程、优化问题和微分方程等。可以简单地认为数值分析就是讨论如何求解微积分中的计算问题，主要研究对所设计的数值方法进行算法稳定性、精度和计算复杂性的分析。课程内容包括函数插值与逼近、数值微分与积分、常微分方程数值解。

偏微分方程数值解 学分：3.0 课时：60

修读年级：大三上学期、大四上学期

预修：数值代数、数值分析、（建议：微分方程 II）

内容：科学与工程计算的主要任务之一是求解形形色色的偏微分方程的定解问题。本课程是计算数学领域的入门课程。它主要介绍偏微分方程数值解的有限差分方法，包括偏微分方程初值问题和初边值问题的数值方法的构造、执行和分析。

计算机图形学 学分：3.0 课时：60

修读年级：大二下学期、大三下学期

预修：数学分析、线性代数、C 语言、数据结构与数据库

教材：E. Angel, Interactive Computer Graphics — A top-down approach using OpenGL™, 6th ed., 2011.

内容: 计算机图形学为研究交互式光栅图形的硬件及软件的学科, 包括二维及三维的几何建模, 几何变换, 视点变换, 投影变换, 渲染, 图像软件及图形系统。通过该课程的学习, 使学生全面、系统地掌握计算机图形系统的构成, 理解图形绘制的基本算法、学会各种图形的程序设计, 为图形算法的设计、图形软件的开发打下基础。

参见: <http://staff.ustc.edu.cn/~lgliu/#Teaching>

小波分析 学分: 3.0 课时: 60

修读年级: 大三下学期

预修: 数学分析、线性代数、实分析、泛函分析

内容: 小波变换是 80 年代后期发展起来的新的数学分支, 在函数论、微分方程、信号分析与传输、图像处理方面有着重要的应用。本课程作为小波分析理论的入门课程, 主要介绍了傅里叶分析和变换、包括离散傅里叶变换和连续傅里叶变换理论, 同时介绍了 Gabor 变换、小波变换。本课程还介绍了 Mallat 多分辨率分析和 Daubechies 的紧支集正交小波构造理论及小波包理论。最后介绍了小波用于图像和几何处理中的应用。

算法基础 学分: 3.0 课时: 60

修读年级: 大二下学期、大三下学期

预修: C 语言、数据结构与数据库

内容: 算法基础课程从归纳设计的角度启发学生的解决问题的技巧和算法设计的思路。除了讲述基本数据结构与算法的设计思路和使用技巧, 还着重描述了包括着色, 格雷码、哈夫曼数平衡树、序列属性、多重图分析、拓扑排序与基础计算几何算法等一系列经典问题的归纳式问题分析与实现的新视角。

***计算机辅助几何设计 学分: 4.0 课时: 80**

修读年级: 大三上学期、大四上学期

预修: 数学分析、微分几何、C 语言

内容: 计算机辅助几何设计是指在计算机环境中, 几何模型的表示、生成与运算等, 是计算机辅助设计与制造、计算机辅助工程、计算图形学、计算机视觉等学科的基础学科。该课程是计算几何与计算机图形学方向研究生必修课程, 也可作为高年级本科生选修课程。 本课程内容包括 Bezier 曲线与曲面、样条曲线与曲面、Coons 曲面、细分曲线与曲面、隐式曲线与曲面、曲线与曲面的几何连续性与光滑拼接、曲线/曲面插值与拟合、曲线/曲面求交、过渡曲面、等距面等等。

***数字几何处理 学分: 4.0 课时: 80**

修读年级: 大三、大四

预修: 微分几何

内容: 本课程的主要讲授内容为曲面的多边形网格表示、网格参数化、网格简化、网格变形等, 并在学习的过程中通过编程大作业的方式学习多边形网格在计算机中表示方法、数据结构、建模方法、形状编辑和分析方法等。在课程第二部分主要以阅读并报告最新的研究文章的方式进行, 以此了解数字几何处理领域最新的研究进展。

统计类课程

(课程介绍均摘自教务系统)

数理统计 学分: 4.0 课时: 80

修读年级：大三上学期

教材：《数理统计》韦来生

参考书：《统计推断》卡塞拉、贝耶，《Mathematical Statistics》Jun Shao

预修：微积分/数学分析、线性代数、概率论

内容：数理统计数学的一个重要的分支，研究如何有效的收集、整理和分析受随机因素影响的数据，并对所考虑的问题作出推断或预测，为采取某种决策和行动提供依据或建议。本课程的目标主要是让学生具备一定的统计思想，掌握基本的统计学概念及统计推断的基本方法。课程内容包括统计学基本概念、统计模型中的参数估计、区间估计、假设检验以及一些重要的非参数检验方法。

***高等数理统计（17 系） 学分：4.0 课时：80**

选修年级：大三下学期、大四下学期

预修：高等概率论、数理统计

教材：《高等数理统计》陈希孺、渐近统计 Van der vaart.

回归分析 学分：4.0 课时：80

修读年级：大三下学期

预修：概率论、数理统计

教材： 1. 王松桂，陈敏，陈立革编 (1999). 线性统计模型-线性回归与方差分析. 高等教育出版社 2. Sanford Weisberg: Applied Linear Regression (3rd ed.). Wiley, 2005.

内容：回归分析是研究具有相关关系的变量之间的统计规律并用于预测的一门课程，包括简单线性回归模型、最小二乘法估计、回归诊断、预测以及利用统计软件 R 进行回归分析建模。

多元统计分析 A 学分 3.5 课时：80

修读年级：大三下学期

预修：数理统计

参见：<http://staff.ustc.edu.cn/~zwp/teach/MVA/mva.htm>

实用统计软件 学分：4.0 课时：100

建议修读年级：大三下学期

预修：数理统计

内容：实用统计软件课程讲授 R 和 SAS 两个统计软件。其中 R 的课时占 70%，SAS 的课时占 30%。本课程介绍两个主要的统计软件 R 和 SAS。R 以其易学，灵活和内容丰富的特点使其适用于在个人计算机上进行统计分析和计算，因而在大学和科研机构得到了广泛的应用。SAS 主要用于工业界。目前在美国 SAS 被普遍应用于制药公司，银行和保险业。本课程将以介绍 R 语言为主。我们详细介绍了 R 的编程，数据的整理和分析，各种统计模拟方法，及其它有趣的应用。整个课程强调以例子和作图展示统计理论的内涵。对于 SAS，我们介绍了 SAS 语言的主要部分。学过本课程以后可以进行简单的 SAS 编程。

***非参数统计 学分：4.0 课时：80**

修读年级：大四上学期

预修：数理统计、回归分析、R 语言

内容：非参数统计方法的介绍。内容包括 U 统计量,秩方法,置换检验, 非参数分布估计, 非参数回归, 光滑方法等。

时间序列分析 A 学分：3.5 课时：60

修读年级：大四上学期

预修：数理统计、应用随机过程

内容：本课程主要介绍时间序列的一般理论方法以及应用。内容包括宽平稳和严平稳随机过程，自协方差函数，偏相关函数，最佳线性预报，时间序列的趋势项和季节项诊断，残差的诊断和检验，ARMA 过程和 ARIMA 过程及参数估计、预报，谱密度和周期图。通过本课程的学习，使学生掌握时间序列的基本概念，特别是 ARMA 模型，熟悉时间序列数据的分析步骤和建模预测方法，并能够运用统计软件 ITSM（Pest）对实际数据进行 ARMA 模型建模和预报。