

一、(15')

计算 $I = \int_{|z|=3} \frac{e^z}{z(z^2-1)} dz$

二、(15')

给出从区域 $D = \{-\frac{\pi}{2} < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{2}, \operatorname{Im} z > 0\}$ 到上半平面的共形变换 f ，且使得 $f(0) = 0, f'(0) = 1$

三、(15')

设 $f \in H(B(0, 1)) \cap C(\overline{B(0, 1)})$

(1)若 f 无零点且在 $\partial B(0, 1)$ 上 $f \equiv 1$ ，则 f 为常数

(2)若 f 有零点且在 $\partial B(0, 1)$ 上有 $|f| \equiv 1$ ，求 f

四、(10')

f 为整函数，且把任意无界集映为无界集，则 f 是多项式

五、(10')

若整函数 $f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$ 在实轴上取值恒为实数，则 a_n 均为实数

六、(15')

(1)叙述Riemann映照定理

(2) $D \neq \mathbb{C}$ 为单连通区域，且全纯映射 $f: D \rightarrow D$ 满足 $f(z_1) = z_1, f(z_2) = z_2, z_1 \neq z_2$ ，则有 $f(z) = z$

七、(10')

连续

若实轴上的函数 f 及其Fourier变换 \hat{f} 均为紧支的，则 $f \equiv 0$

八、(10')

利用整函数的Hadamard定理证明 $e^z = z$ 有无穷多个解