人工智能导论（考试样题）

一、 选择题（每题 4 分，均为单选，请直接在试卷上作答）

1. 关于搜索的表述中，下面说法中**不正确**的是 （ C ）
   A. 宽度优先搜索 (BFS) 是一致代价搜索 (UCS) 的一种特殊情况
   B. 宽度优先搜索 (BFS) 是完备的
   C. 树搜索的深度优先搜索 (DFS) 是完备的 可能出现循环情况
   D. 一致代价搜索 (UCS) 是A^*搜索的一种特殊情况

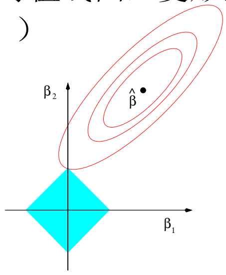
2. 对于 3 维迷宫搜索问题，目标为（x, y, z）只能沿着坐标轴方向搜索，每步代价均为 1，对于状态（u, v, w），下面哪个启发式函数**不是**可采纳的 （ D ）
   A. $h(u,v,w)=\sqrt{|x-u|}+\sqrt{|y-v|}+\sqrt{|z-w|}$
   B. $h(u,v,w)=\sqrt{(x-u)^2+(y-v)^2+(z-w)^2}$
   C. $h(u,v,w)=|x-u|+|y-v|+|z-w|$
   D. $h(u,v,w)=(x-u)^2+(y-v)^2+(z-w)^2$ 启发式函数大于真实值

3. 对于有向无环图上的搜索，若定义点i和点j之间的代价为c_{ij}时，UCS 算法与 BFS 算法搜索路径完全一致。若重新定义代价c'_{ij}，可以使 UCS 算法与 DFS 算法搜索路径完全一致，则 （ B ）
   可以参考 lec2 P26 理解
   A. $c'_{ij}=1$　　B. $c'_{ij}=-c_{ij}$
   C. $c'_{ij}=c_{ij}+\alpha$　　D. 无法实现

4. 以下关于模型选择（Model Selection）的表述中，正确的是 （ C ）
   A. 应当在测试数据（Test Data）上进行模型选择
   B. 由没有免费的午餐（No Free Lunch）定理可知，采用模型选择并不能获得对具体的机器学习问题效果更好的模型
   C. 模型选择既包括对学习算法的选择，也包括对超参数的调优
   D. 处理大数据时，通常使用 Leave-One-Out Cross Validation (LOOCV)

5. 以下对于 K-近邻方法的描述中，正确的是 （ B ）
   A. 当 K 增大时，维度灾难问题更严重
   B. 既可以用于分类任务，也可以用于回归任务 取聚类的均值作为回归值
   C. K-近邻分类器的错误率是贝叶斯错误率
   D. 当 K 减小时，模型的分类面一般会更加光滑，不易发生过拟合

6. 下图中β为学习器参数，椭圆为无正则项的损失函数的等值线图，菱形区域为正则项的约束区域，该图中使用了哪种正则项？（ C ）



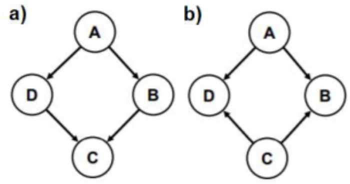
A. L2　　　　B. L∞

C. L1　　　　D. L1 + L2

7. 下图所示的网络中，以下陈述不成立的是（ C ）

(1)$A \perp C | B, D$　　(2)$B \perp D | A, C$

BCD 出现 head-to-head 情况



A. 图 a)中（1）成立　　B. 图 b)中（1）不成立

C. 图 a)中（2）成立　　D. 图 b)中（2）成立

8. 下列描述中不正确的一项是（ D ）

A. 马尔可夫随机场（Markov Random Field）中节点的马尔可夫边界(Markov boundary)为该节点的邻居。

B. EM 算法中 M step 可选用梯度下降算法。

C. K-Means 算法可以理解为退化的高斯混合模型。σ、权重固定，仅估计均值

D. 对于任意的起始分布马尔可夫链具有极限分布。可能出现两状态交替出现情况。

9. 在隐变量模型中，$q(z)$ 是隐藏变量z的概率质量函数，请问对数似然函数$\log p(x|\theta)$的 ELBO 下界可表示为（ A ）

A. $\sum_z q(z)\log\left(\frac{p(x,z|\theta)}{q(z)}\right)$

B. $\sum_z p(x,z|\theta)\log\left(\frac{p(x,z|\theta)}{q(z)}\right)$

C. $\sum_z q(z)\log\left(\frac{q(z)}{p(x,z|\theta)}\right)$

D. $\sum_z p(x,z|\theta)\log\left(\frac{q(z)}{p(x,z|\theta)}\right)$

10. 在 Gibbs 采样算法过程中，下列表述有误的一项是（ B ）

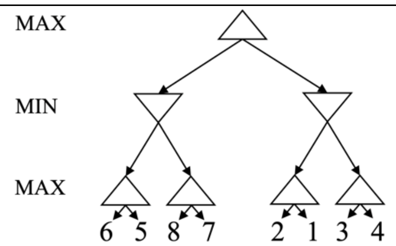
A. 初始状态$(x_1^0 \dots x_n^0)$可采样均匀分布随机初始化

B. x_1 的更新方式为 $x_1^{t+1} = \mathrm{argmax}_{x_1} P(x_1 \mid x_2^t \dots x_n^t)$ 应该是采样 $x_1^{t+1} \sim P(x_1 \mid x_2^t \dots x_n^t)$

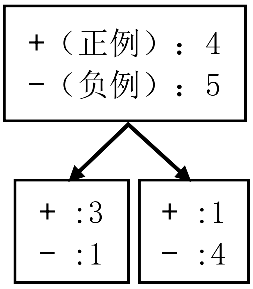
C. 对于马尔可夫随机场模型，更新变量仅需考虑变量的邻居节点

D. 算法的最初几轮迭代的结果不能作为有效采样数据

二、填空题（每题 5 分，请直接在试卷上作答）



1. 在上图所示的极小极大树中，底层节点从左向右扩展，若使用 Alpha-Beta 剪枝时，则哪些节点将不会被访问到7,3,4（5 分）。
2. 某二分类数据集及其上的一种分割（Split）如图所示，请写出该分割的信息增益

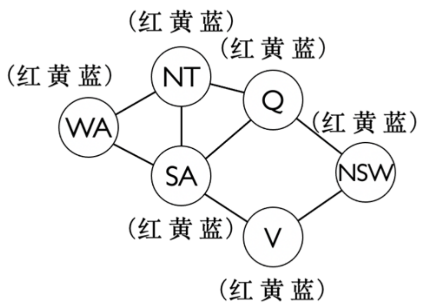


（Information Gain）的计算式$-\frac{4}{9}\log\frac{4}{9}-\frac{5}{9}\log\frac{5}{9}+\frac{4}{9}\left(\frac{1}{4}\log\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\log\frac{3}{4}\right)+\frac{5}{9}\left(\frac{1}{5}\log\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\log\frac{4}{5}\right)$（3 分）；决策树是（是/否）（2 分）可以用于线性不可分数据的分类。

3. 在使用 Metropolis-Hastings 算法采样时，为满足转移收敛条件$\pi_i q_{ij}=\pi_j q_{ji}$，需要引入$\alpha_{ij}$使得$\pi_i q_{ij}\alpha_{ij}=\pi_j q_{ji}\alpha_{ji}$（1 分）；但在实际算法中，我们将$\alpha_{ij}$设置为$\min\left\{1,\frac{\pi_{ji}q_{ji}}{\pi_{ij}q_{ij}}\right\}$（2 分），如此设计的优势/原因为提高 rejection sampling 的接受率，加快算法收敛（2 分）。

三、解答题（每题 15 分，请选择 3 题作答，若 4 题均答，则仅取得分最高的 3 题计入考试成绩，请在答题纸上作答）

1. 考虑染色问题，要求相邻点不可以染同样颜色，初始状态如下：



(a) 写出依次对 WA、NT 执行 AC-3 算法的过程及所得结果。（5 分）考察 AC3

(b) AC-3 在X_i的值域中删除任何值时，都把每条边弧(X_k,X_i)放回到队列里，即使X_k中的每个值都和X_i的一些剩余值相容。假设对每条弧(X_k,X_i)，记录X_i中与X_k的每个值都相容的剩余值的个数。如何有效的更新这些数字使得弧相容算法的复杂度为$O(n^2d^2)$。（10 分）参考第一次作业推导题 3

2. 对于训练数据集$(\boldsymbol{x}_1, y_1), (\boldsymbol{x}_2, y_2), \cdots, (\boldsymbol{x}_n, y_n)$。考虑二分类问题，即$y \in \{0,1\}$，常使用伯努利分布（Bernoulli distribution）来表示样例$\boldsymbol{x}$的正负类别的概率：

$$P(y = 1 \mid \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}) = \frac{1}{1 + e^{-\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}}}.$$

其中，$\boldsymbol{w}$是线性模型的参数向量。请解答以下问题。

(a) 证明：$\boldsymbol{w}$的极大似然估计方法等价于最小化以下的交叉熵损失函数：

$$-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{y_i \log \sigma(\boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{w}) + (1 - y_i) \log[1 - \sigma(\boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{w})]\}.$$

其中，$\sigma(t) = \frac{1}{1+e^{-t}}$。该方法称为逻辑斯特回归（Logistic Regression）。（5 分）

将分类问题写为 cross entropy 形式即可。

(b) 在超大规模应用中，通常在上述损失函数上增加 L1 正则项，如下形式：

$$-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{y_i \log \sigma(\boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{w}) + (1 - y_i) \log[1 - \sigma(\boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{w})]\} + \lambda \|\boldsymbol{w}\|_1$$

请使用次梯度下降法（Subgradient descent）求解上述最小化问题，并给出完整计算公式和伪代码。（10 分）对 w 求次梯度，参考第二次作业推导题 2。

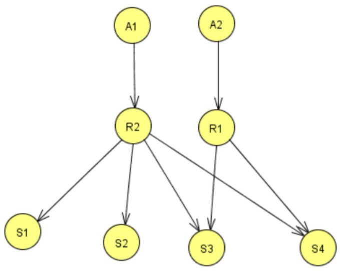
3. 贝叶斯网络被广泛应用于医学诊断中，医生会通常根据患者的历史行为与症状判断病因。在新冠疫情流行期间，准确有效的医学检测是疫情防控的重中之重。对于新的病人，医生需要判断该病人患有普通肺炎(R_1)或新冠肺炎(R_2)。医生可以了解到该病人是否为密切接触者(A_1)，以及是否吸烟(A_2)，同时，可以获取肺部影像结果(S_1)，核酸检测结果(S_2)，是否干咳(S_3)以及是否呼吸困难(S_4)。已知密切接触者患有新冠肺炎的概率会更高，吸烟会提升患有普通肺炎的概率。新冠肺炎患者的四种症状均可能为阳性，而普通肺炎只可能导致干咳或者呼吸困难。

(a) 请画出最符合上述描述的贝叶斯网络图，并写出对应的条件概率乘积的分解形式。（3 分）

(b) 请写出呼吸困难(S_4)的马尔可夫边界（Markov Boundary）。（3 分）

(c) 请计算描述（1）中的贝叶斯网络，需要多少个独立参数？如果取消所有独立性假设，又需要多少个独立参数？（注：所有变量均为二值变量）（2 分）

(d) 在实际情况中，医生要根据所有的行为历史(A_1,A_2)与症状(S_1, S_2, S_3, S_4)判断病人是否患有新冠肺炎(R_2)。请写出对应该场景的条件概率，并利用贝叶斯公式与消元法写出计算过程。（7 分）

（a）

，分解式略。

（b）$\{R_1, R_2\}$。

（c）18, 255。

（d）

需要计算

$$P(R_2|A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4) = \frac{P(R_2,A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4)}{P(A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4)}$$

首先计算$P(R_2,A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4)$:

$$P(R_2,A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4)$$

$$= \sum_{R_1} P(S_1,S_2,S_3,S_4,R_1,R_2,A_1,A_2)$$

$$= \sum_{R_1} p(S_1|R_2)p(S_2|R_2)p(S_3|R_1,R_2)p(S_4|R_1,R_2)p(R_1|A_2)p(R_2|A_1)p(A_1)p(A_2)$$

将所有和 R_1 有关的因子提出，记做 $\tau(R_2,S_3,S_4,A_2)$:

$$\tau(R_2,S_1,S_2,A_2) = \sum_{R_1} p(S_3|R_1,R_2)p(S_4|R_1,R_2)p(R_1|A_2)$$

故分子的消去结果为:

$$P(R_2,A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4) = p(R_2|A_1)p(A_1)p(A_2)p(S_1|R_2)p(S_2|R_2)\tau(R_2,S_3,S_4,A_2)$$

进一步计算分母:

$$p(A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4)$$

$$= \sum_{R_2} p(R_2,A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4)$$

$$= \sum_{R_2} p(R_2|A_1)p(A_1)p(A_2)p(S_1|R_2)p(S_2|R_2)\tau(R_2,S_3,S_4,A_2)$$

将与 R_2 有关的因子提出，记为 $\tau(A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4)$:

$$\tau(A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4) = \sum_{R_2} p(R_2|A_1)p(S_1|R_2)p(S_2|R_2)\tau(R_2,S_3,S_4,A_2)$$

故分母消去的结果为: $p(A_1)p(A_2)\tau(A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4)$

因此最终该条件概率的消去结果为:

$$p(R_2|A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4) = \frac{p(R_2|A_1)p(S_1|R_2)p(S_2|R_2)\tau(R_2,S_3,S_4,A_2)}{\tau(A_1,A_2,S_1,S_2,S_3,S_4)}$$

4. Baum-Welch 算法是 EM 算法的一种，其解决了隐马尔科夫模型（HMM）三大主要问题中的学习问题。HMM 的学习问题可以按如下方式定义：给定观测序列$X = \{x_1, \ldots, x_T\}$，在隐藏序列$Z = \{z_1, \ldots, z_T\}$未知的情况下，如何估计模型的最佳参数θ，使得$P(X|\theta)$最大？

参数$\theta=\{\pi,A,B\}$，包括初始概率分布$\pi=[\pi_i]_N$，转移（Transition）矩阵$A=[a_{ij}]_{N\times N}$，观测/发射（Emission）矩阵$B=[b_j(k)]_{N\times M}$，其中N表示隐状态总数，M表示可观测状态总数。

(a) 首先进行 E 步的计算，请根据 ELBO 写出$J(\theta)$，并证明：

$$\underset{\theta}{\operatorname{argmax}} J(\theta)=\underset{\theta}{\operatorname{argmax}}\sum_{Z} P\left(X,Z \mid \theta^{(i)}\right)\log\, P(X,Z \mid \theta)$$

其中$\theta^{(i)}$表示第i个优化轮得到的参数。（3 分）

(b) 令 $Q\left(\theta,\theta^{(i)}\right)=\sum_Z P\left(X,Z \mid \theta^{(i)}\right)\log P(X,Z \mid \theta)$， 请用 $\pi_{z_1}, b_j(k), a_{ij}$ 表示 $P(X,Z \mid \theta)$，并将$Q\left(\theta,\theta^{(i)}\right)$展开为三项之和，每项只与一个参数有关（3 分）。

(c) 上一小题实现了参数之间的解耦，可以进入 M 步的计算。请利用拉格朗日乘子法计算$Q(\theta,\theta^{(i)})$取极大值时，$\pi_i, a_{ij}, b_j(k)$ 的值（提示：先证$\sum_Z \log\, \pi_{z_1} P\left(X,Z \mid \theta^{(i)}\right)=\sum_{i=1}^{N}\log\pi_i\, P(X,z_i=i|\theta^{(i)})$，拉格朗日乘子法的等式是概率之和为 1）。（4 分）

(d) 定义：

$$\gamma_t(i)=P(z_t=q_i \mid X,\theta)$$
$$\xi_t(i,j)=P\left(z_t=q_i, z_{t+1}=q_j \mid X,\theta\right)$$

其中q表示隐状态，请使用前向概率$\alpha_t(i)$和后向概率$\beta_t(i)$表示$\gamma_t(i)$和$\xi_t(i,j)$ (提示：这个表示中可以使用$a_{ij}, b_j(k)$)。（5 分）第四次作业题，暂不提供参考解答。