



# 计算机图形学基础

胡事民

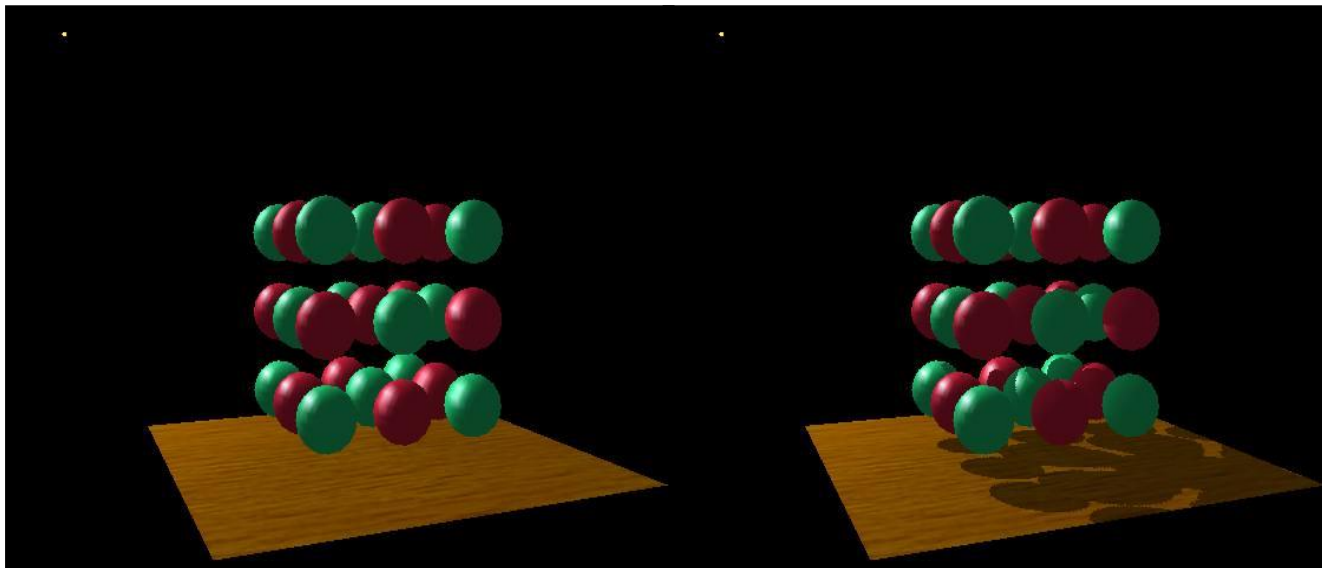
清华大学计算机科学与技术系



# 阴影 (Shadow)

- 阴影

- 阴影是在构建真实感图像时一个十分重要的元素，它可以为物体的位置和摆放 (placement) 提供视觉上的提示 (cues)





# 阴影 (Shadow)

- 阴影

- 阴影是在构建真实感图像时一个十分重要的元素，它可以为物体的位置和摆放 (placement) 提供视觉上的提示 (cues)
- 阴影的生成是计算机图形学中一个非常基本的问题
- 今天，我们介绍最为重要的实时阴影绘制算法 (real-time shadow algorithms)



# 阴影 (Shadow)

---

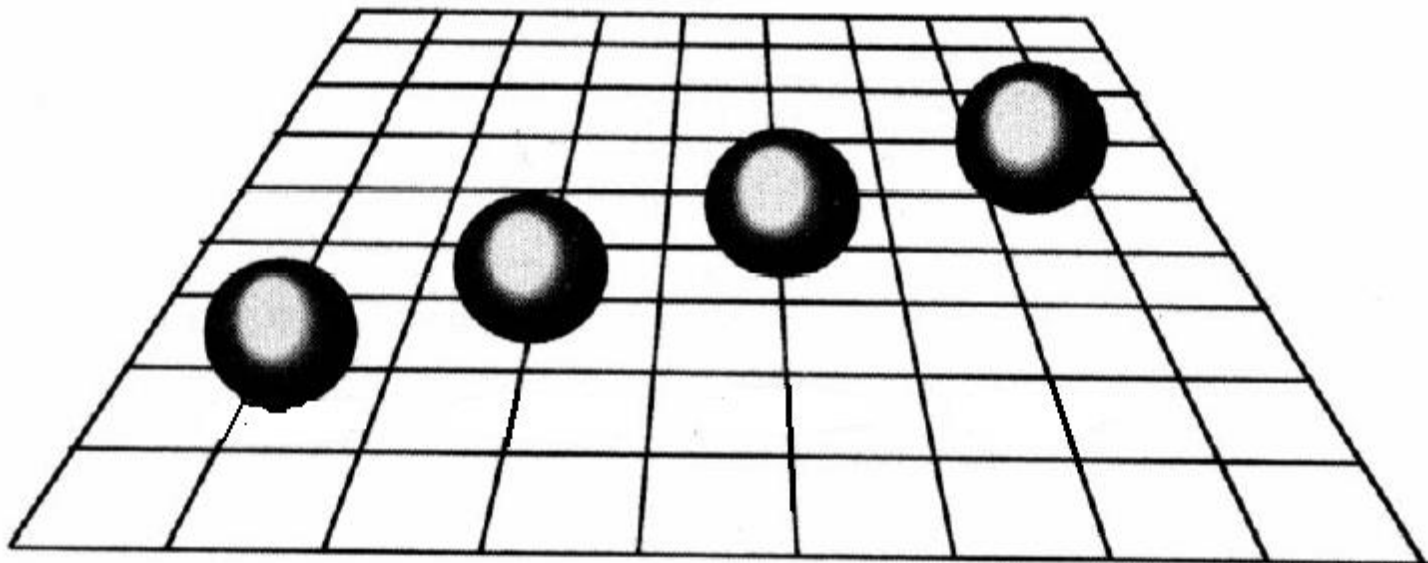
- 为什么阴影如此重要?
  - 让我们来看一个例子



# 阴影 (Shadow)

- 为什么阴影如此重要？

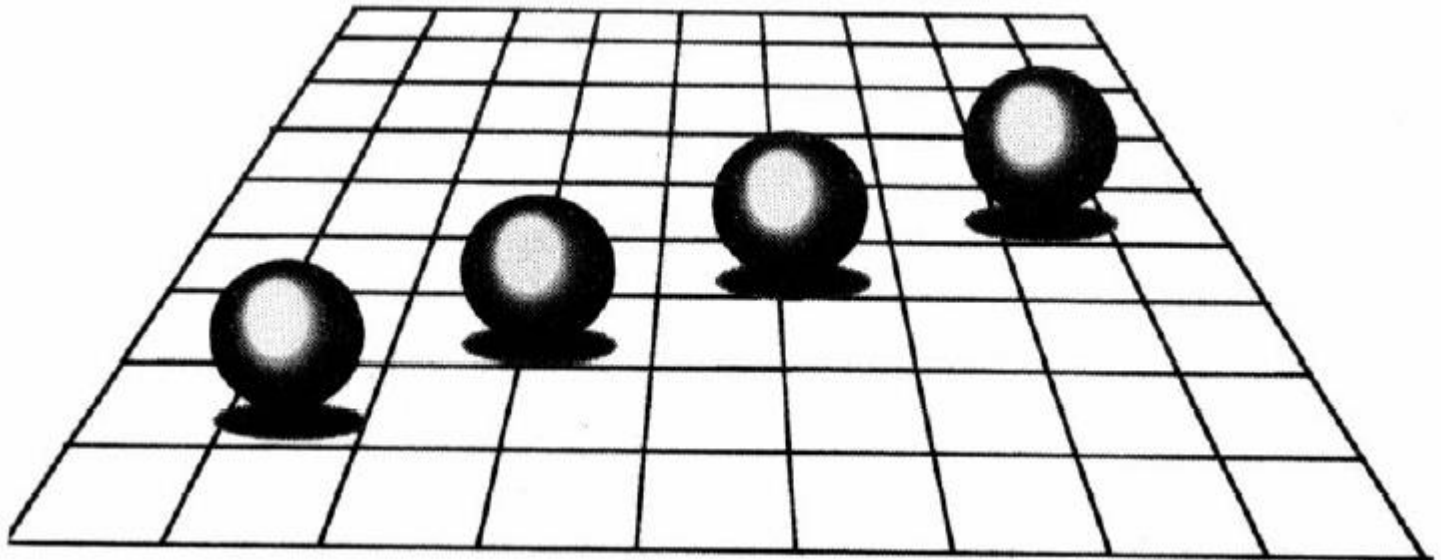
- 在没有阴影的提示下，你能知道下图中的小球的空间位置吗？
- 很难确定小球的实际位置





# 阴影 (Shadow)

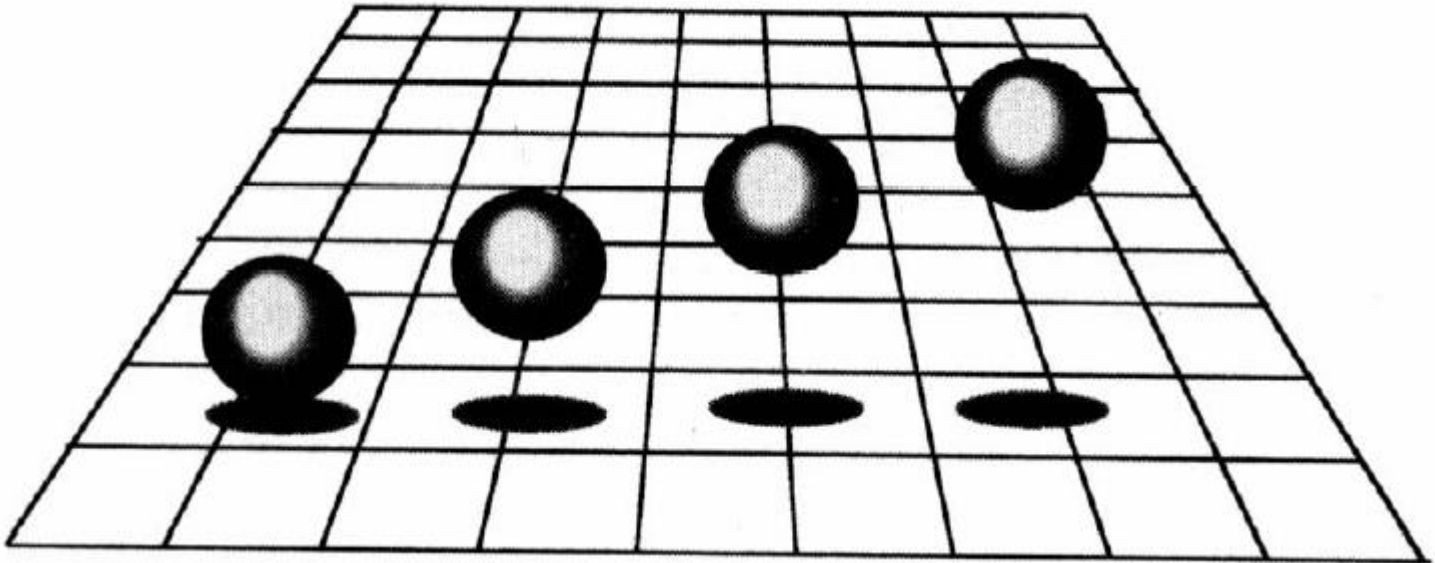
- 为什么阴影如此重要?
  - 有了阴影的提示，我们可以清楚地知道小球的位置





# 阴影 (Shadow)

- 为什么阴影如此重要？
  - 不同的阴影能够对应不同的小球位置





# 阴影 (Shadow)

- 为什么阴影如此重要？
  - 通过这个例子，我们得出结论：
    - 阴影给物体的位置提供了非常重要的视觉提示 (visual cues)
    - 同样的图片，被赋予不同的阴影，可以代表不同的物体位置
  - 所以，阴影是非常重要的





# 阴影 (Shadow)

- 阴影是什么？

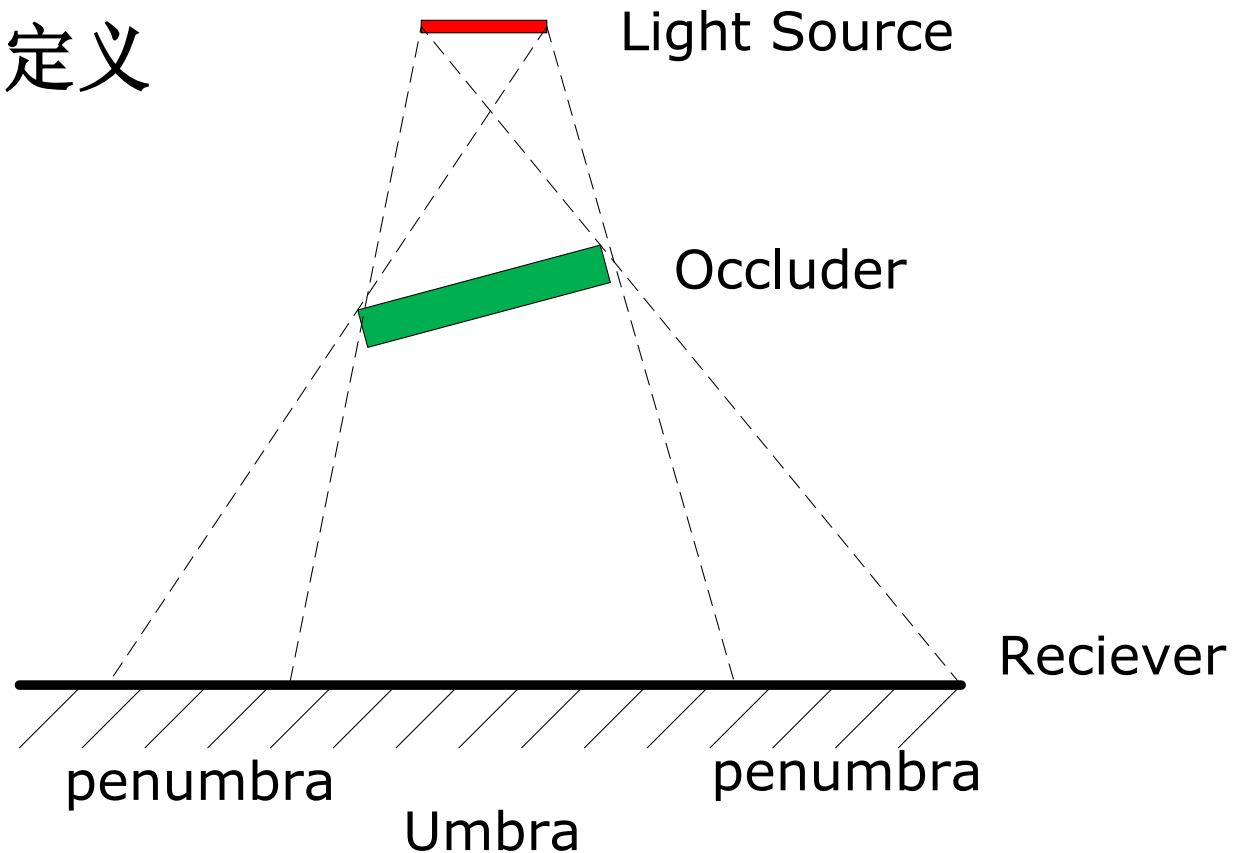
- 阴影的定义

- 考虑一个由光源 (light source)  $L$  照明的场景：
    - 场景中的每个物体作为接收者 (receivers)，都有可能被光源  $L$  照明到
    - 如果从场景中的一点  $P$  不能看到光源  $L$  的任何一部分，则  $P$  被称为本影 (umbra)
    - 如果从点  $P$  可以看到光源  $L$  的某一部分，却不能看到全部，则  $P$  被称为半影 (penumbra)

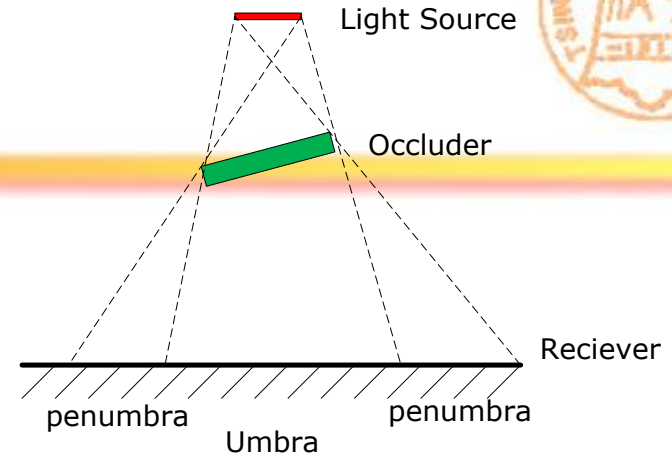


# 阴影 (Shadow)

- 阴影是什么?
  - 阴影的定义



# 阴影 (Shadow)



- 阴影是什么?

- 阴影的定义

- 本影 (umbra) 和半影 (penumbra) 统称为阴影 (Shadow); 对阴影中的任一点, 光源中至少有一点会被遮挡
    - 由光源到阴影区域的中间物体被称为遮挡物 (occluders)



# 阴影 (Shadow)

- 阴影的类型 (Types of Shadows):
  - 附着阴影 (attached shadows): 发生于接收者 (receiver) 的法向背离光源方向时
  - 投射阴影 (cast shadows): 发生于接收者 (receiver) 的法向朝着光源方向，但光源被遮挡物 (occluder) 遮挡时
  - 自阴影 (self shadows): 一类特殊的投射阴影；对于自阴影，接收者 (receiver) 和遮挡物 (occluder) 来自于同一物体



# 阴影 (Shadow)

- 阴影的重要性：
  - 阴影能够帮助我们理解场景中物体的相对位置及大小关系
  - 阴影能够帮助我们理解复杂接收者 (receiver) 和遮挡物 (occluder) 的几何形状



# 阴影 (Shadow)

- 阴影的重要性



阴影能够帮助我们认识接收者 (receiver) 的几何形状



# 阴影 (Shadow)

- 阴影的重要性



阴影能够帮助我们认识遮挡物 (occluder) 的几何形状



# 硬阴影和软阴影

- 硬阴影 (Hard Shadow) 和 软阴影 (Soft Shadow)
  - 通常会将“阴影”理解为一个二值的状态：每个点要么在阴影中，要么不在；这样的理解对应的其实是硬阴影 (Hard shadows)，硬阴影由点光源产生
  - 然而，点光源在现实世界中并不存在，并且硬阴影会给图像带来一种相当不真实的感觉
  - 即使是我们日常生活中最常见的光源：太阳，产生的也并不是硬阴影



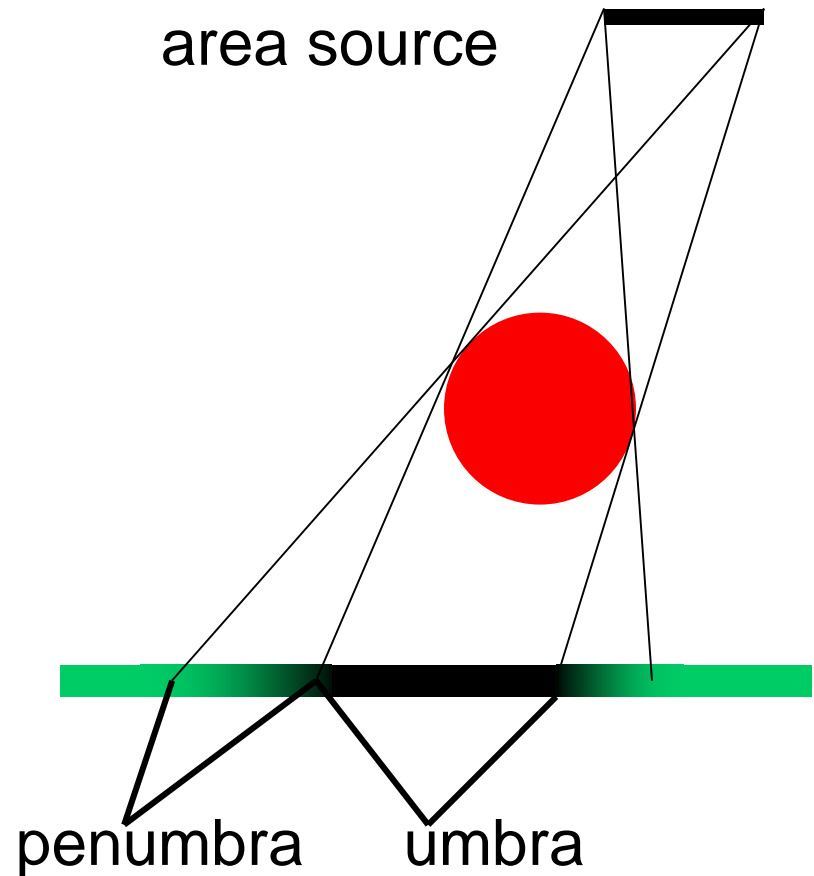
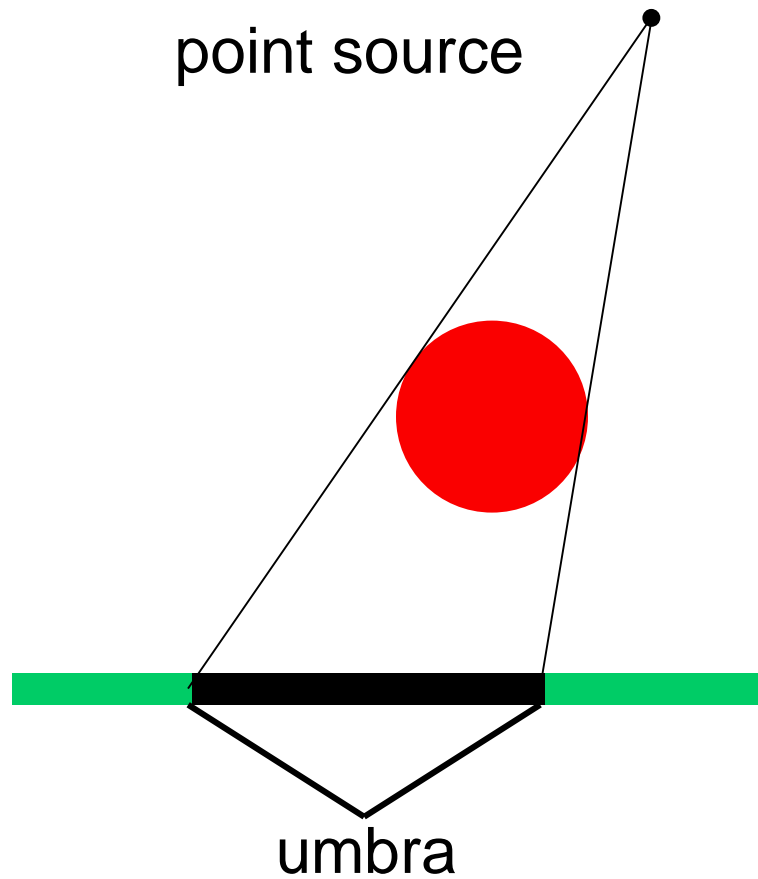


# 硬阴影和软阴影

- **硬阴影 (Hard Shadow) 和 软阴影 (Soft Shadow)**
  - 尽管如此，由于点光源在图形学中容易被模拟；我们将会看到，对硬阴影的计算存在不少实时算法 (**real-time algorithms**)
  - 然而，在有限展度 (**finite extent**) 的光源 (通常是面光源) 下，确定本影 (**umbra**) 和半影 (**penumbra**) 区域通常比较困难，因为这意味着需要求解 3D 空间中的可见关系 (**visibility relationships**)，这是个非常困难的问题

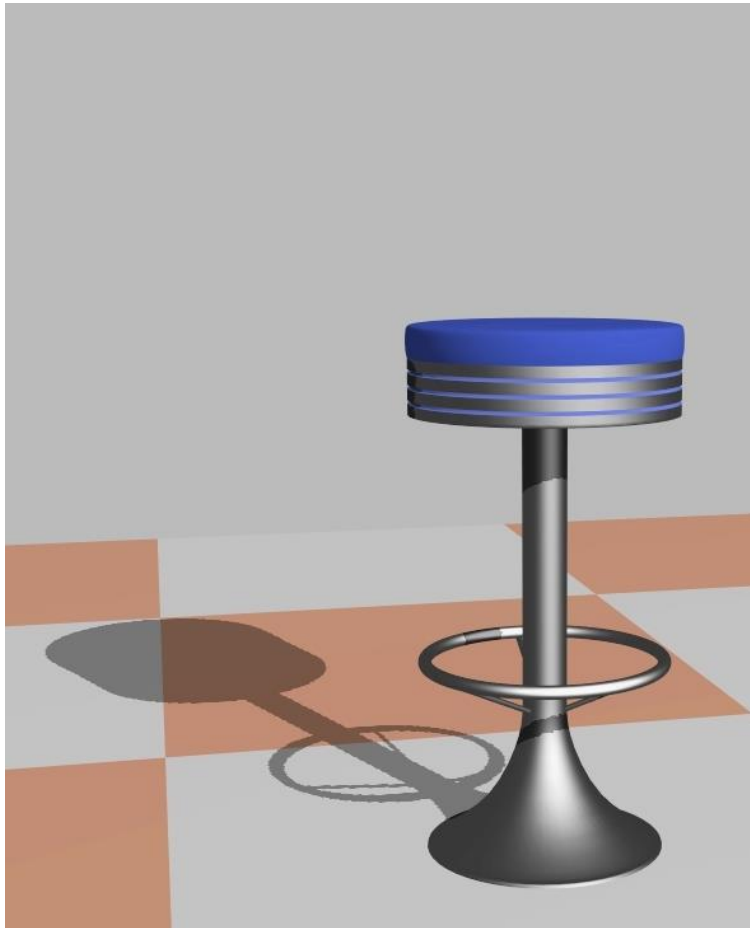


# 硬阴影和软阴影





# 硬阴影和软阴影





# 平面 (Planar) 阴影

- 什么是平面阴影？
  - 当物体的阴影被投射到平的表面时，会产生平面阴影，平面阴影是一种最简单的阴影
  - 下面我们将介绍计算平面阴影的算法



# 平面 (Planar) 阴影

- 阴影投影 (Projection Shadows)
  - 在阴影投影方法中，三维空间中的物体需要被绘制两次以实现阴影效果
  - 具体来说，是使用一个矩阵将遮挡物表面的点投影到需要计算阴影的平面上



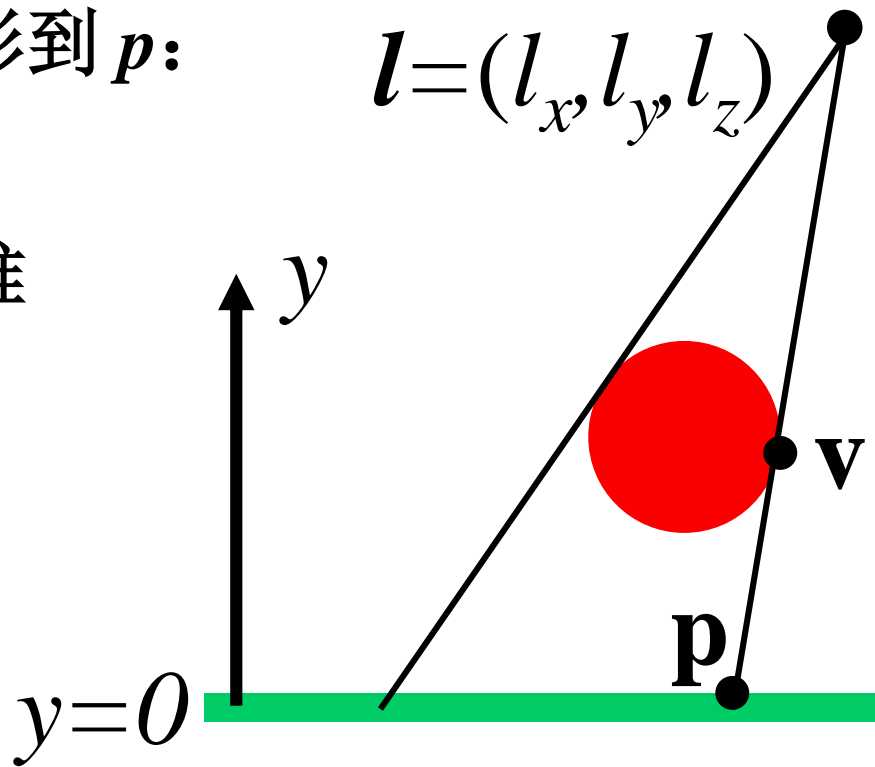
# 平面 (Planar) 阴影

- 阴影投影 (Projection Shadows)

- 考虑下图的例子，光源位于  $l$ ，需要计算阴影的点位于  $v$ ， $v$  被投影到  $p$ :

$$l = (l_x, l_y, l_z)$$

- 进一步假设需要计算阴影的平面是  $y=0$  (推广到任意其他平面也并不困难)

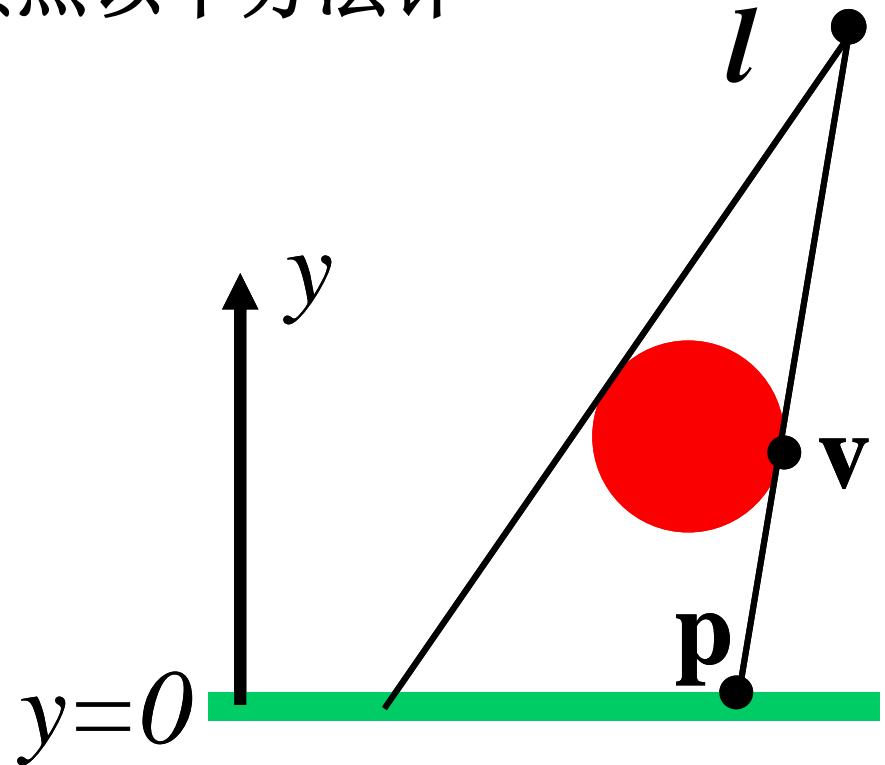




# 平面 (Planar) 阴影

- 阴影投影 (Projection Shadows)
  - 由相似关系，可以按照以下方法计算  $p$  点的  $x$  坐标：

$$\frac{p_x - l_x}{v_x - l_x} = \frac{l_y}{l_y - v_y}$$
$$\Rightarrow p_x = \frac{l_y v_x - l_x v_y}{l_y - v_y}$$





# 平面 (Planar) 阴影

- 阴影投影 (Projection Shadows)

- z 坐标可以类似计算得到:

$$p_z = \frac{l_y v_z - l_z v_y}{l_y - v_y}$$

- 这两个方程可以统一地使用一个投影矩阵 **M** 来表示





# 平面 (Planar) 阴影

- 阴影投影 (Projection Shadows)

- 投影矩阵:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} l_y & -l_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -l_z & l_y & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l_y \end{pmatrix}$$

- 容易验证:  $\mathbf{M} \mathbf{v} = \mathbf{p}$



# 平面 (Planar) 阴影

- 阴影投影 (Projection Shadows)

- 通常情况下需要计算阴影的平面并不会是  $y=0$ , 而是一般的平面:  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} + d = 0$
- 类似于  $y=0$  的情况, 可以算出  $p$  需要满足:

$$p = l - \frac{d + \mathbf{n} \cdot \mathbf{l}}{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{l})} (\mathbf{v} - \mathbf{l})$$



# 平面 (Planar) 阴影

- 阴影投影 (Projection Shadows)

- 这个方程同样可以表示成为投影矩阵的形式，使得：  $\mathbf{M}\mathbf{v} = \mathbf{p}$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} + d - l_x n_x & -l_x n_y & -l_x n_z & -l_x d \\ -l_y n_x & \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} + d - l_y n_y & -l_y n_z & -l_y d \\ -l_z n_x & -l_z n_y & \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} + d - l_z n_z & -l_z d \\ -n_x & -n_y & -n_z & \mathbf{n} \cdot \mathbf{l} \end{pmatrix}$$

- 当平面恰好为  $y=0$  (即  $\mathbf{n}=(0,1,0)$ ,  $d=0$ ) 时，矩阵  $\mathbf{M}$  与之前的推导相吻合



# 平面 (Planar) 阴影

- 阴影投影 (Projection Shadows)

- 为了绘制阴影，可以简单地利用以上矩阵将三维场景中的物体投影到目标平面上，然后对投影物体使用暗色 (dark color) 并去除光照 (without illumination) 进行绘制
- 阴影投影 (projection shadow) 算法的局限性：
  - 接收者 (receiver) 必须是平面
  - 每一帧的阴影需要重新绘制，即使这些阴影没有变化



# 平面 (Planar) 阴影

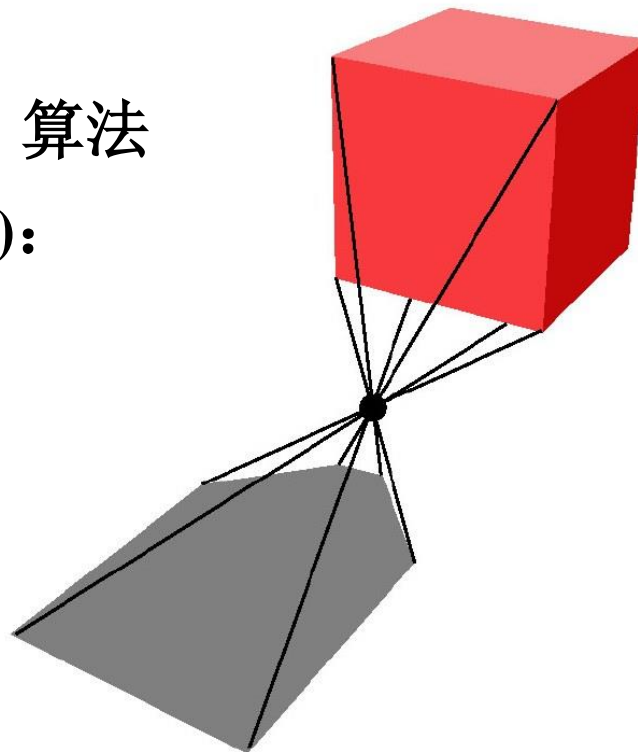
- 两种会产生错误阴影的情况 (Failure cases):

- *antishadow*

当光源位于最上方物体之下时，算法会生成错误的阴影 (如右图所示):

- *false shadow*

当物体位于接收平面背对光源的一方 (即下方) 时，也会导致产生错误的阴影





# 曲面上的阴影

- 要将前面平面阴影的计算方法扩展到曲面 (**curved surfaces**) 上，一个自然的想法是：使用阴影图像 (**shadow image**) 作为投影的纹理 (**projective texture**)
- 试想，将光源作为视点：从光源看得到的区域，就被绘制；从光源看不到的区域，就是阴影



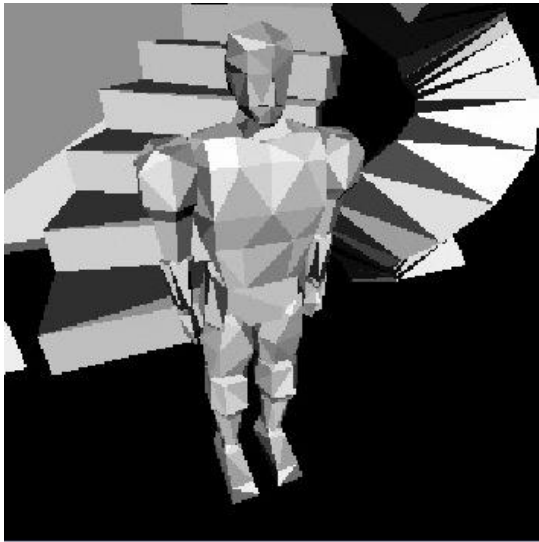
# 曲面上的阴影

- 从光源出发进行绘制，将遮挡物绘制成黑白场景，在白色的背景上，所有的遮挡物都被绘制成黑色，这样可以获得一张阴影的纹理图
- 这张纹理被投影到需要绘制阴影的曲面之上，于是在曲面上的每一点都可以计算一个其纹理图上的UV坐标，而利用此坐标，则可以直接判定该点是否属于阴影区域
- 这个方法被称为阴影纹理 (“shadow texture”) 技术

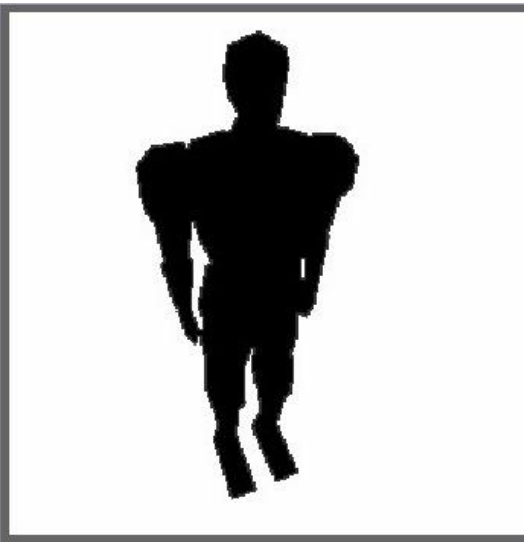


# 曲面上的阴影

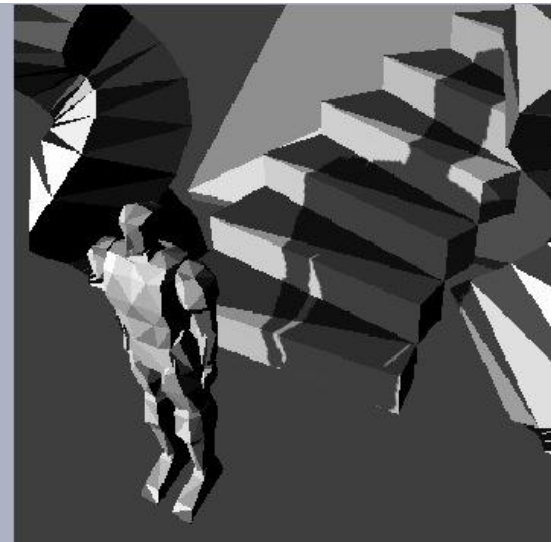
- 不足：
  - 物体不能投射阴影到其自身



from light



shadow texture



shadows on stairs





# 阴影的绘制算法

- 下面我们介绍两个重要的阴影绘制算法：
  - 阴影体 (shadow volume) 算法
  - 阴影图 (shadow map) 算法
- 它们都可以用于绘制任意场景、任意几何的阴影效果 (包括自阴影)



# 阴影体 (Shadow Volume)

- 阴影体 (shadow volume) 算法由 Crow 提出, 可以将阴影投射到任何物体表面
- 阴影体技术有时也被称为体阴影 (volumetric shadows)

- SIGGRAPH 1977

- “Shadow algorithms for computer graphics”

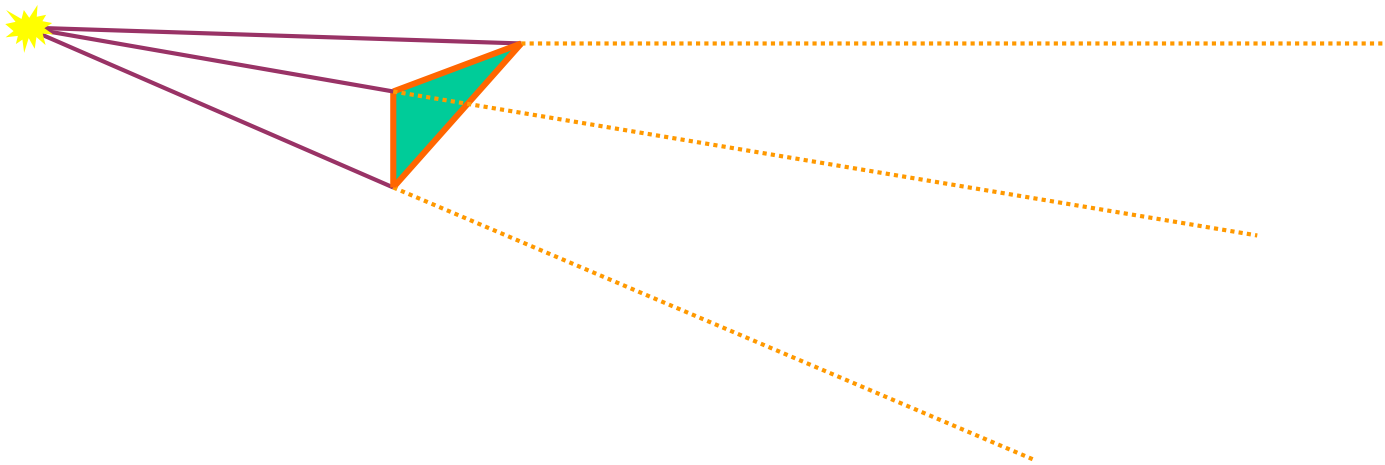
- 1141 citations





# 阴影体(Shadow Volume)

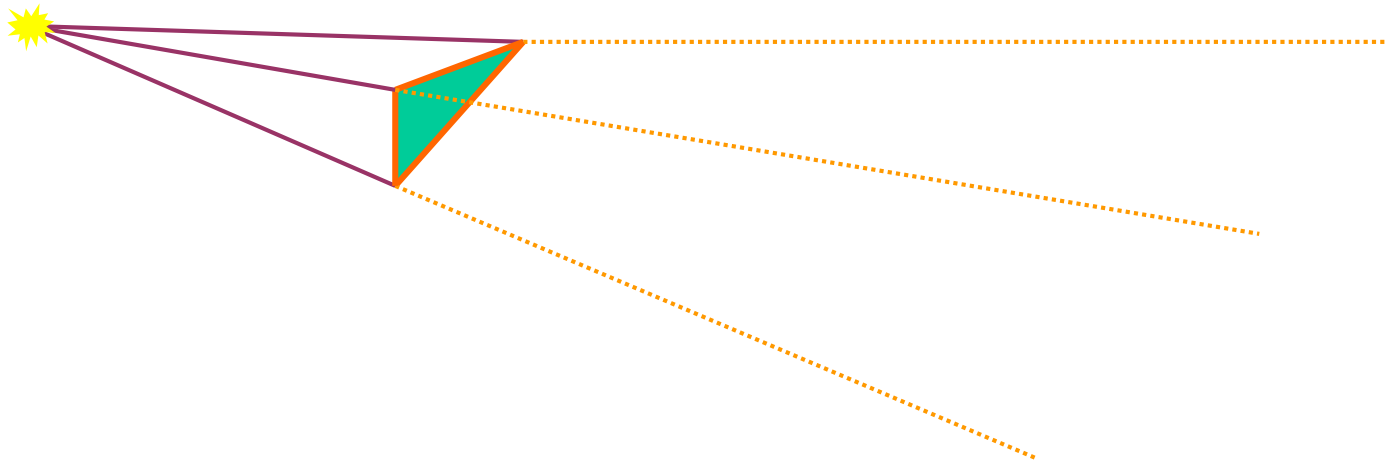
- 首先，想象三维空间中的一个点和一个三角形，连接点到三角形的三个顶点并延长，可以得到一个衍生到无穷远处的三棱锥





# 阴影体(Shadow Volume)

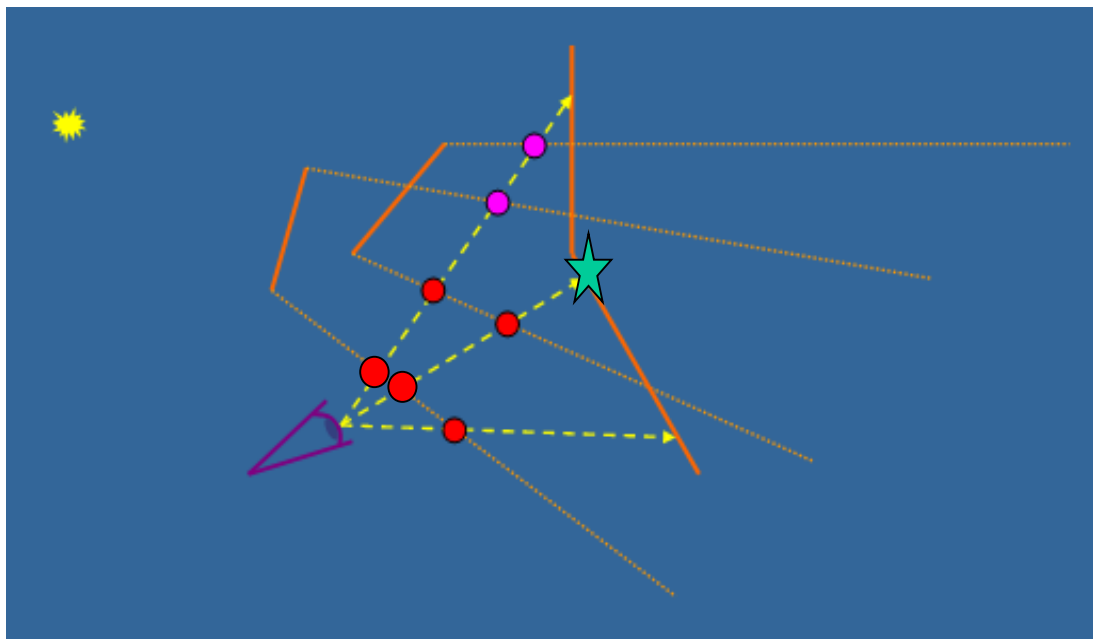
- 将点想象成点光源，那么任何物体的任何一部分，只要在下图中切去顶端的三棱锥中，就属于阴影区域
- 这个被切去顶端的三棱锥我们称之为阴影体 (shadow volume)





# 阴影体(Shadow Volume)

- 假设在绘制中，我们从视点向屏幕的某个像素投射一条射线，该射线与场景中某一物体交于一点，我们需要确定该交点是否位于阴影当中
- 我们需要做的仅仅是判断该交点是否位于某个阴影体(shadow volume) 当中





# 阴影体(Shadow Volume)

- 假设视点在所有的shadow volume之外，我们维护一个计数器，其初始值是零
- 每次当从视点射向目标像素的射线进入到一个shadow volume中时，将计数器 +1；而当射线从一个shadow volume中射出时，将计数器 -1
- 这样，我们只需检验当射线到达交点时，计数器是否大于零：如果大于零，则交点位于阴影中；否则不属于阴影区域



# 阴影体(Shadow Volume)

- 使用模板缓存 (Stencil Buffer)
  - 当然，如果从几何上实现上述算法是麻烦而费时的，一个巧妙的办法是使用硬件中的模板缓存来实现计数
  - 模板缓存可以对每个像素存储一个整数值；它与深度缓存 z-buffer 的区别仅仅在于z-buffer 存储的是实数表示的深度值 (depth value)



# 阴影体(Shadow Volume)

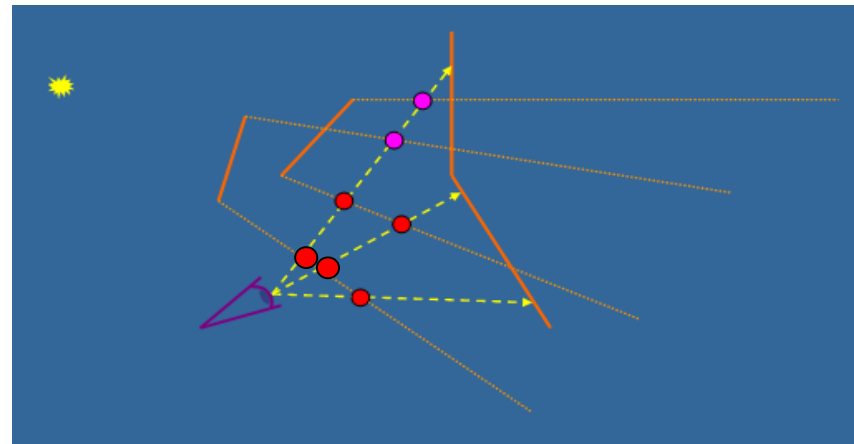
- 使用模板缓存绘制阴影
  - 首先，清空模板缓存
  - 然后，将整个场景绘制到帧缓存中，这次绘制只使用环境光分量和发光分量，并获取相应的颜色信息 (在 **color buffer** 中) 及深度信息 (在 **z-buffer** 中)





# 阴影体(Shadow Volume)

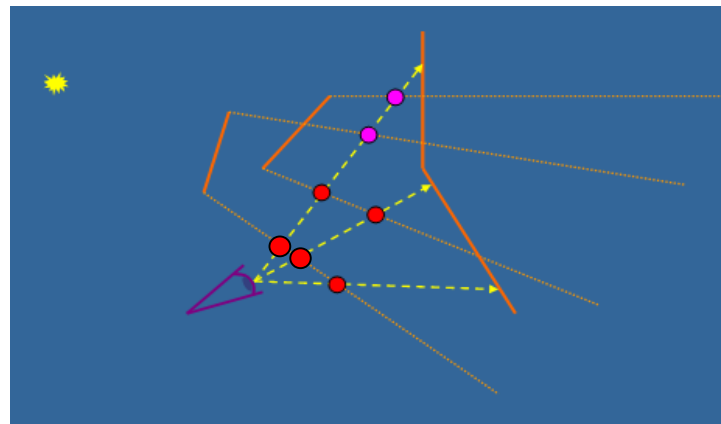
- 第三步，关闭颜色缓存的写入和深度检测，绘制所有 shadow volume 的正面 (即射线射入 shadow volume 时相交的面)
  - 在这个过程中，如果一个像素其深度值小于之前算好的 z-buffer 中的深度值，那么将这个像素的模板缓存上的计数器 +1





# 阴影体(Shadow Volume)

- 第四步，类似于前一步骤，将所有 shadow volume 的反面绘制一遍，只是这次是每发现一个像素其深度值小于之前算好的 z-buffer 中的深度值，将该像素的模板缓存上的计数器 -1
- 最后，再将整个场景根据模板缓存的信息绘制上漫反射分量和高光分量：只有模板缓存是 0 的像素才绘制，以实现阴影效果





# 阴影体(Shadow Volume)

- **Shadow Volume 算法的优点:**
  - 首先，它可以使用通用的图形学硬件实现，而仅仅需要一个模板缓存 (stencil buffer)
  - 其次，由于它不是基于图像的方法 (不像下面将要介绍的 shadow map 算法)，shadow volume 算法并不会产生由采样和分辨率带来的各种问题，从而可以在任何地方生成正确和清晰的阴影 (sharp shadows)



# 阴影体(Shadow Volume)

- **Shadow Volume 算法的不足：**
  - 主要体现在性能方面：  
由于shadow volume的多边形面片数通常都较多，且会覆盖住大量的像素，这在很大程度上影响了算法运行和光栅化过程的速度，使得绘制的效率较低



# 阴影体(Shadow Volume)

- 一些结果:





# 阴影体(Shadow Volume)

- 一些结果:





# 阴影体(Shadow Volume)

---

- Demo
  - There are 10 lights and 48 casters, all in close proximity. It runs around 60 FPS on my GeForce 770M.
- **More Demo**





# 阴影图 (Shadow Map)

- 1978年, Lance J. Williams 提出了一个基于 z-buffer 的算法, 可以对于任意的场景物体快速地计算阴影
- 这个算法的思想是: 以光源作为视点的位置, 使用 z-buffer 算法绘制场景, 获得阴影图 (shadow map), 并将其结果用于任意场景的阴影绘制
  - Casting curved shadows on curved surfaces, ACM SIGGRAPH 1978, 1665 citations
  - 因在mip mapping, shadow buffers, facial animation image warping等方面的贡献, 获**2001 年 ACM SIGGRAPH Coons奖**

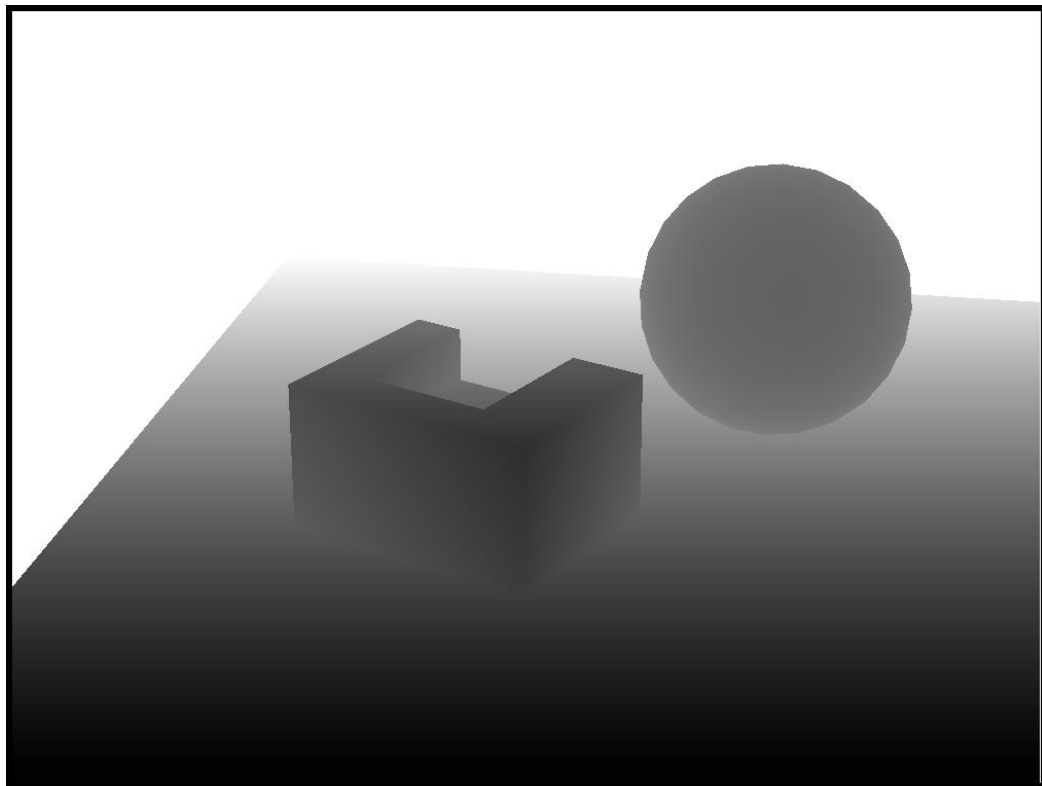






# 阴影图 (Shadow Map)

- 使用深度缓存 **z-buffer**，可以获得从光源出发到任意一个方向最近点的距离，并以图像的形式存储下来，如图：
- 我们将这张深度图像称为阴影图 (**shadow map**)





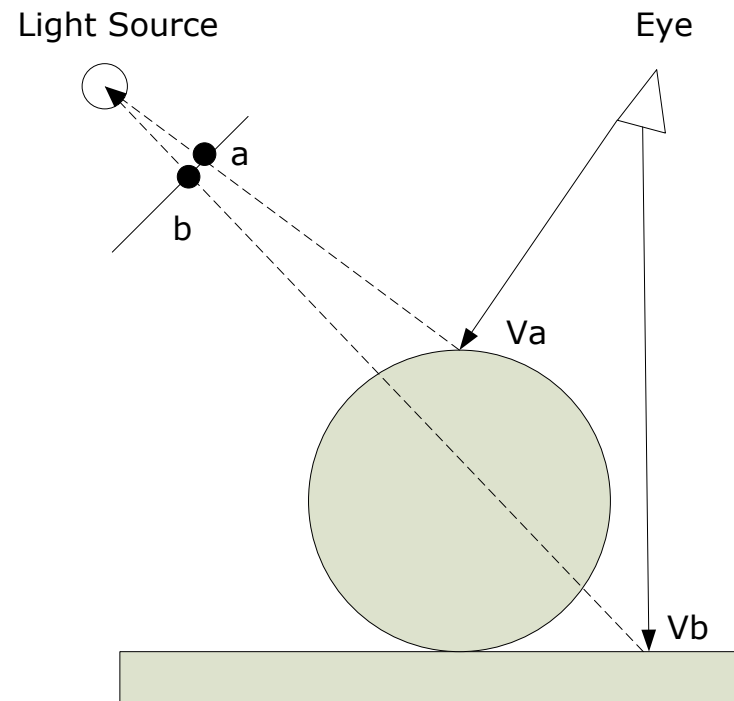
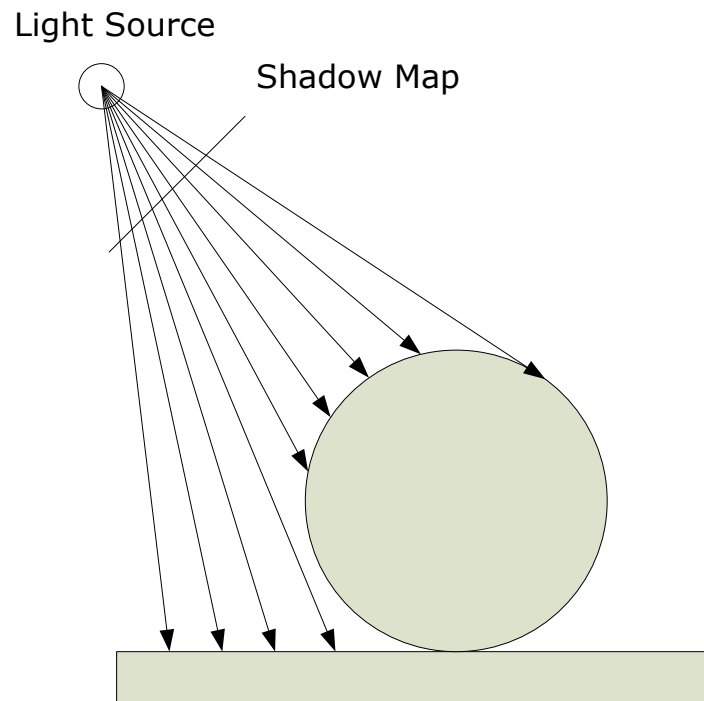
# 阴影图 (Shadow Map)

- 使用阴影图 (shadow map), 可以在任意视点位置对场景进行带阴影效果的第二次绘制
- 在进行绘制时, 对于沿视点向屏幕每个像素发出的光线与场景中物体的交点, 使用阴影图判断该点是否位于阴影区域:
  - 如果该交点到光源的距离大于阴影图上对应点所存储的深度值, 则该点位于阴影中
  - 否则, 该点不在阴影中

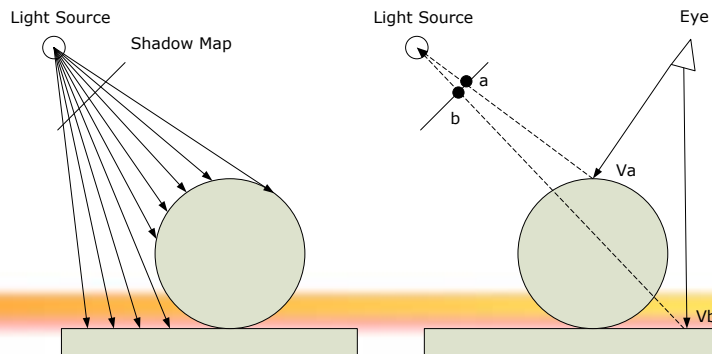


# 阴影图 (Shadow Map)

示意图:

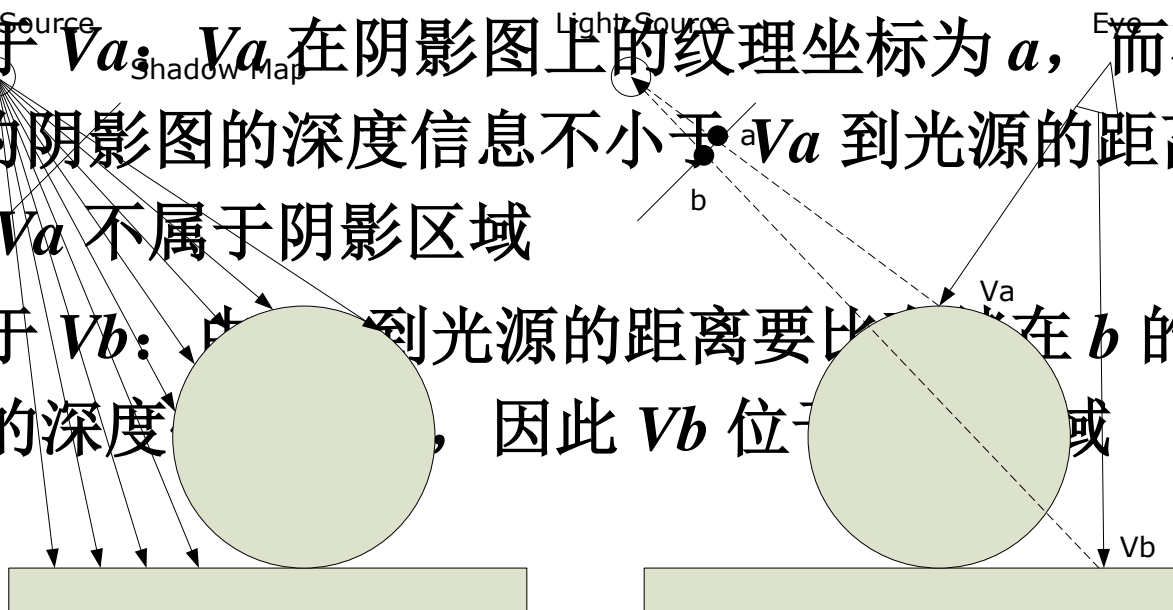


# 阴影图



- 在示意图中，阴影图存储了由光源到场景中物体表面的深度信息；右图中，由视点对  $Va$  和  $Vb$  这两个位置进行观察：

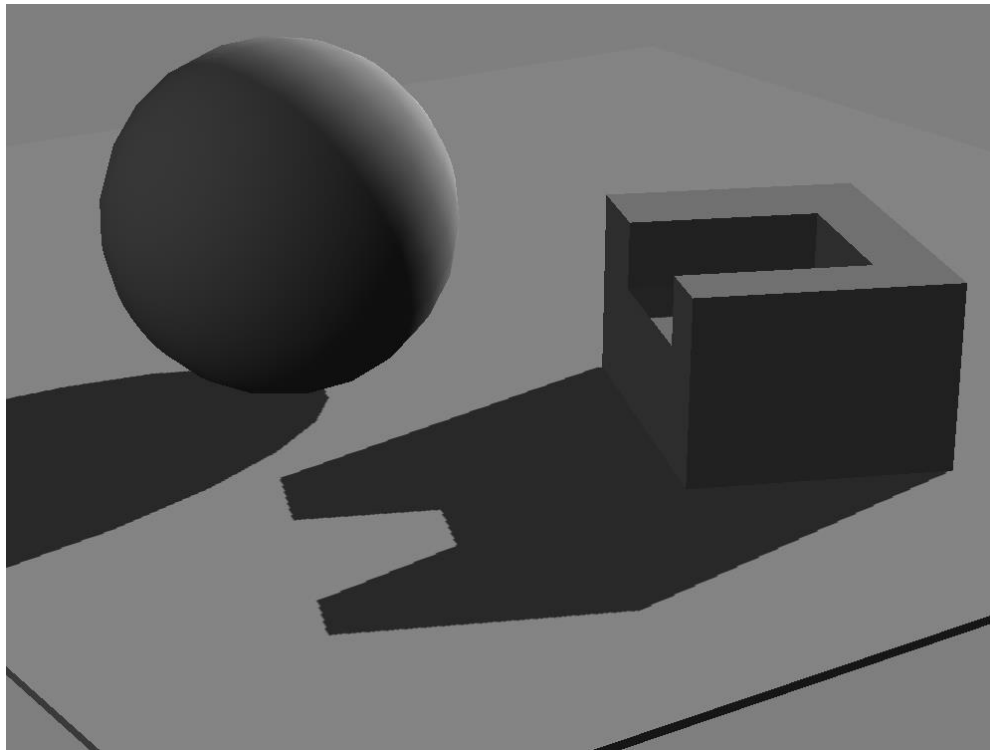
- 对于  $Va$ :  $Va$  在阴影图上的纹理坐标为  $a$ ，而存储在  $a$  的阴影图的深度信息不小于  $Va$  到光源的距离，因此  $Va$  不属于阴影区域
- 对于  $Vb$ :  $Vb$  到光源的距离要比存储在  $b$  的阴影图的深度信息小，因此  $Vb$  位于阴影区域或





# 阴影图 (Shadow Map)

- 结果示例:





# 阴影图 (Shadow Map)

- 阴影图算法的优点：
  - 绝大部分的硬件都可以直接支持阴影图 (**shadow map**) 算法，以用于绘制任意场景的阴影效果
  - 阴影图算法很快，阴影图的构建开销与要绘制的基元 (**rendered primitives**) 数目成正比；而使用阴影图进行任意视点的阴影绘制时，每个像素只需要额外对阴影图进行一次查询，以及一次距离的比较，这可以在常数时间内完成



# 阴影图 (Shadow Map)

- 阴影图算法的不足：
  - 由于阴影图算法是基于图像的算法，因此其绘制质量会受到阴影图的分辨率、以及 **z-buffer** 的数值精度的影响



# 阴影图 (Shadow Map)

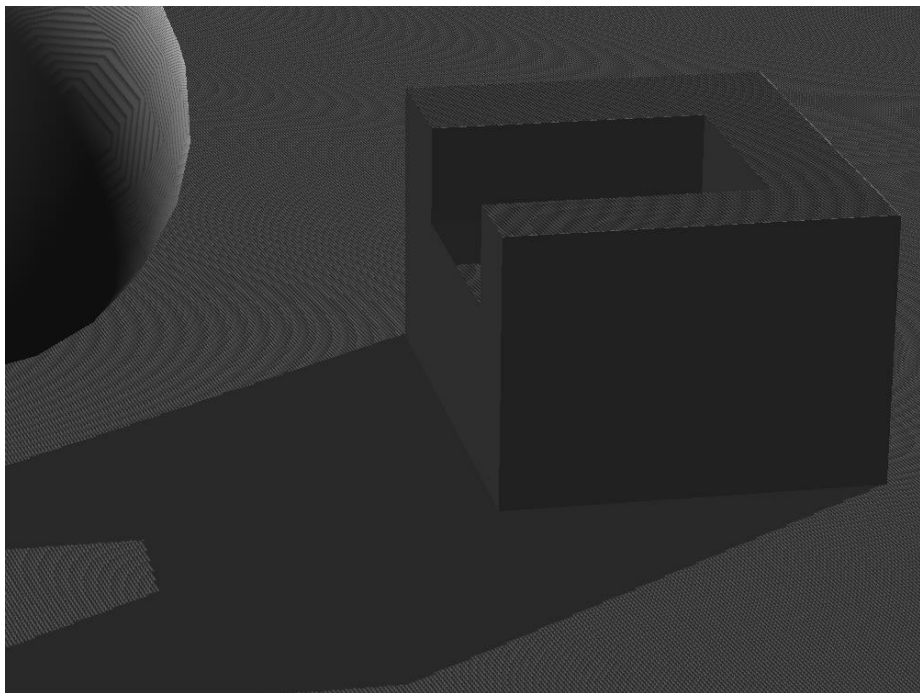
- 阴影图算法的问题：因为有浮点误差，所以我们需要交点到光源的距离比深度值大一个小量  $\epsilon$ 。  $\epsilon$  选取不恰当会带来一些数值精度问题。





# 阴影图 (Shadow Map)

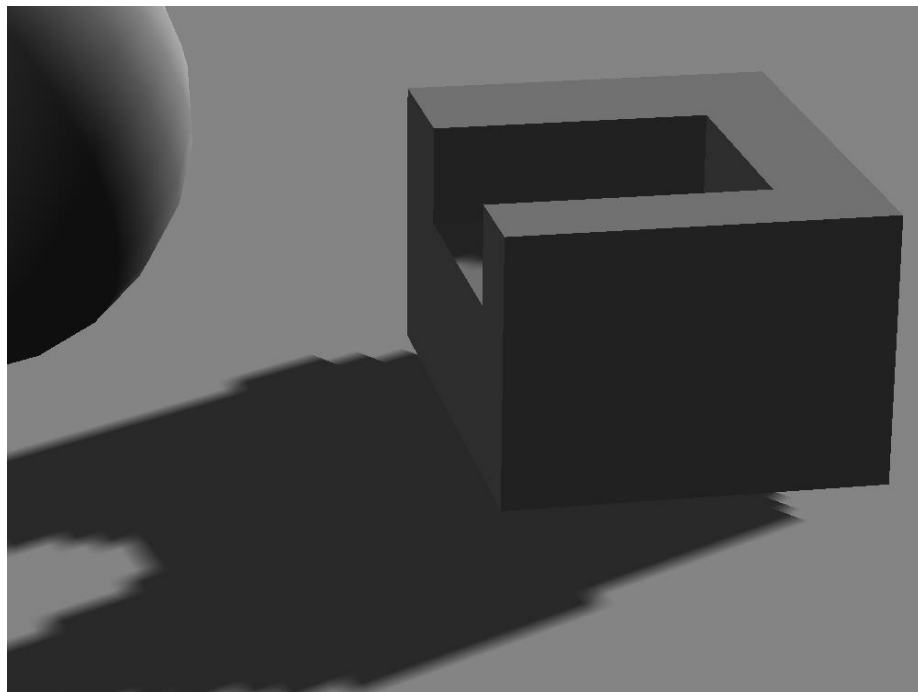
- 阴影图算法的问题：
  - 当距离比较时所用的  $\epsilon$  值太小时，可能会在物体表面产生类似于下图的莫尔干涉条纹 (moire pattern)





# 阴影图 (Shadow Map)

- 阴影图算法的问题：
  - 当距离比较时所用的  $\epsilon$  值太大时，会使阴影形状发生变形，并产生一种类似于物体漂浮的感觉 (如图所示):





# 阴影

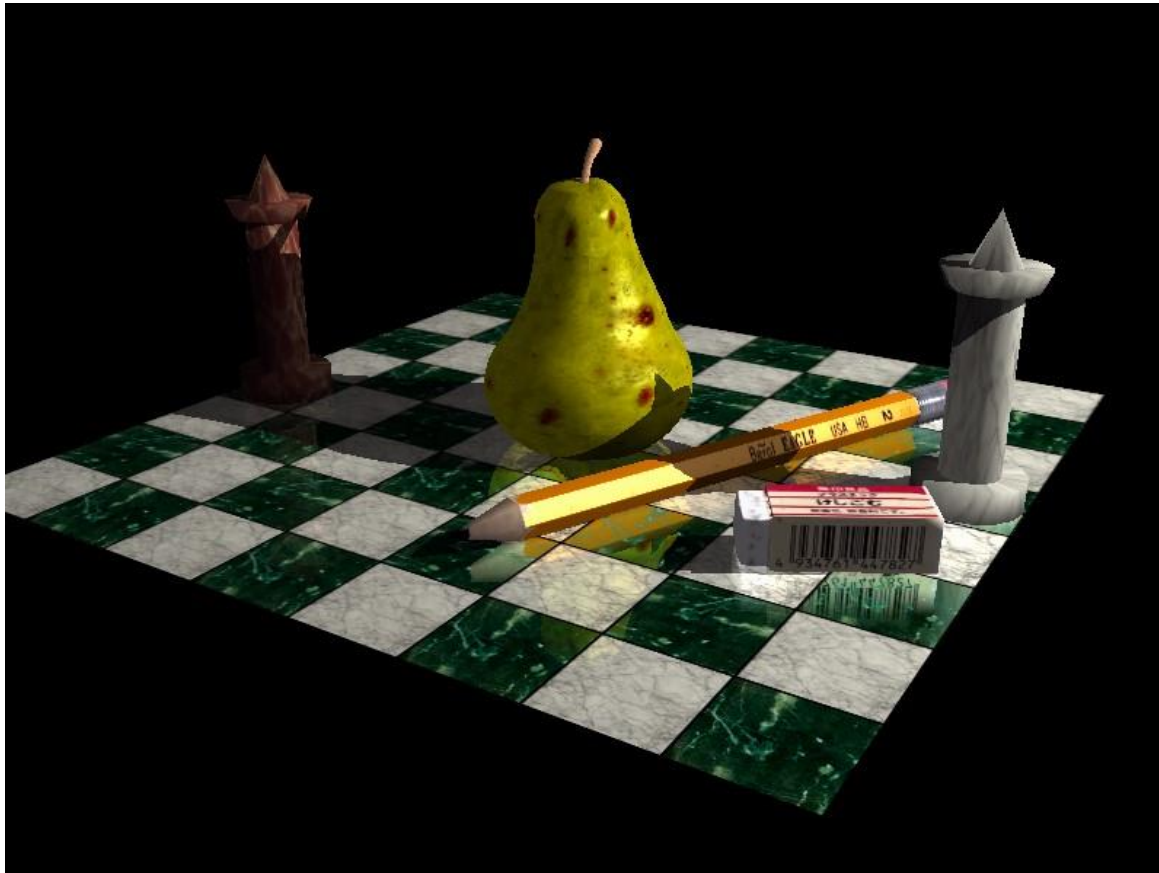
- 总结

- 阴影图 (Shadow map) 和 阴影体 (shadow volume) 算法是最为广泛使用的阴影生成与绘制算法 (其中阴影图算法使用得更为广泛)
- 我们介绍的只是这两个算法的最基本的原型，之后的研究者提出了它们的许多变种
- 更多的信息可以参见：
  - <http://www.realtimerendering.com>
  - [Efficient real-time shadows](#), SIGGRAPH 2013 course



# 阴影

- 使用 ATI 显卡绘制的一张效果:



不会因为采样和分辨率而产生问题的阴影算法是：

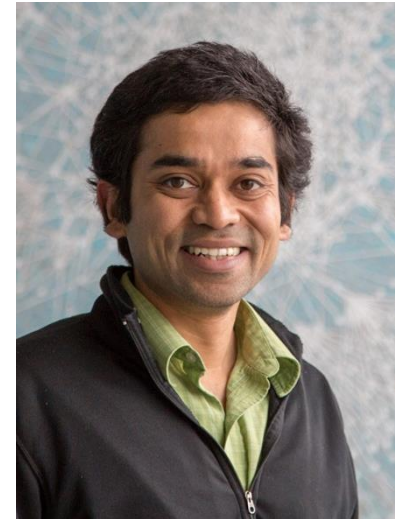
- ☐ A Shadow texture
- ☒ B Shadow Volume
- ☐ C Shadow Map

提交



# 阴影艺术 (Shadow Art)

- **Shadow Art, Niloy Mitra, Mark Pauly, ACM SIGGRAPH-ASIA 2009. (180 citations)**





# 阴影艺术 (Shadow Art)

- 近代艺术家们使用各种材料，通过组装和雕刻，作出能产生有意义的阴影效果的艺术作品
- 一件雕塑作品能够在不同的光源照射下产生不同形状的、且具有独特意义的阴影效果



(a) *Real Life is Rubbish*



(b) *Sunset over Manhattan*



(c) *Lunch with a Helmet On*



(d) *One Cannot Cut the Sea*



(e) *Aquarium for Swimming Characters*



(f) *Encore*



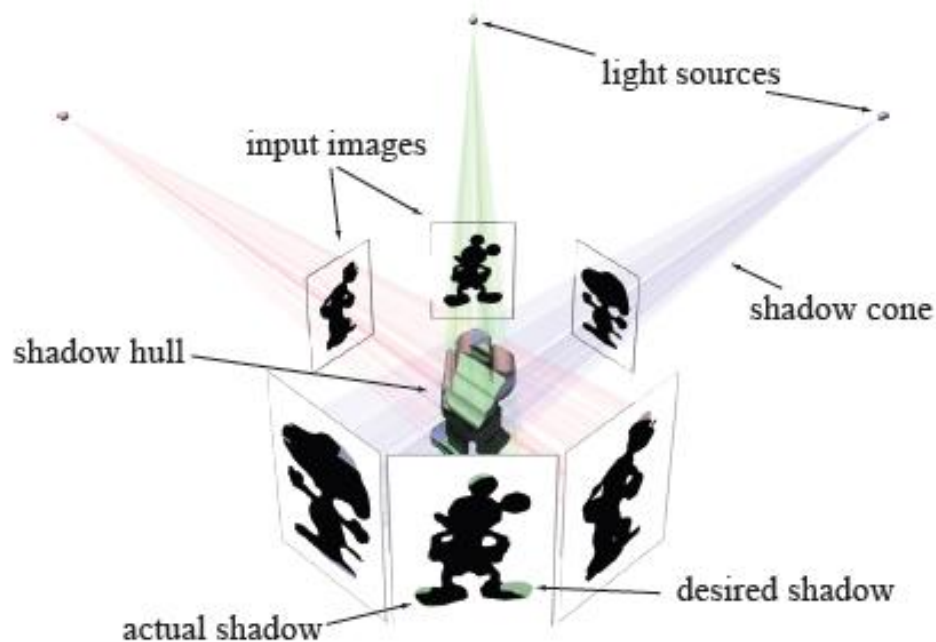
(g) *Gödel, Escher, Bach*





# 阴影艺术 (Shadow Art)

- 我们首先介绍 阴影包 (shadow hull) 的概念:
- 阴影壳由一族阴影约束  $S = \{S_1, S_2 \dots S_n\}$  所确定, 其中每一个阴影约束  $S_k = \{I_k, P_k\}$  包含一幅阴影图像  $I_k$ , 以及其对应的光源位置  $P_k$ ,  $P_k$  为无穷远时表示方向光源

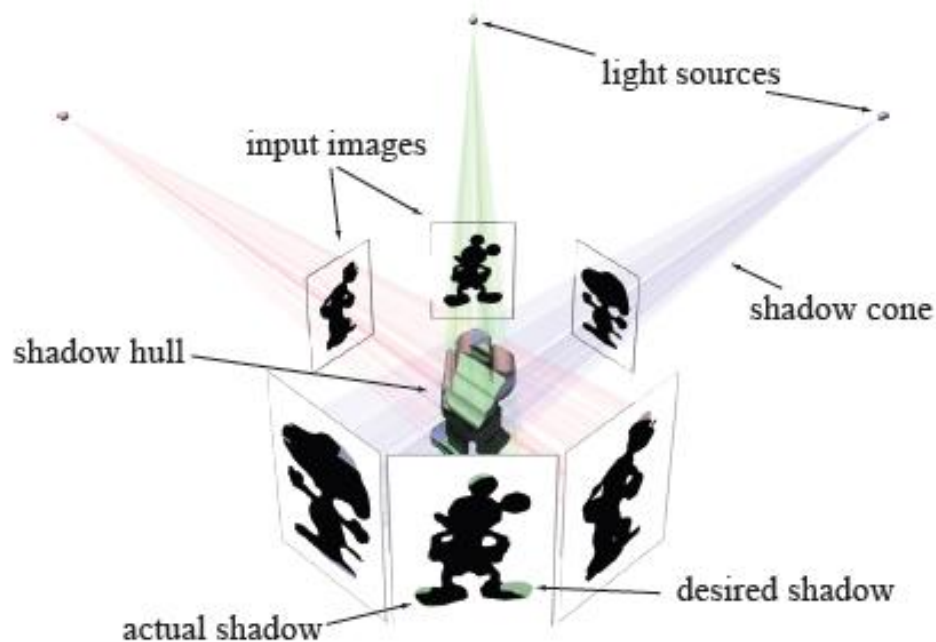






# 阴影艺术 (Shadow Art)

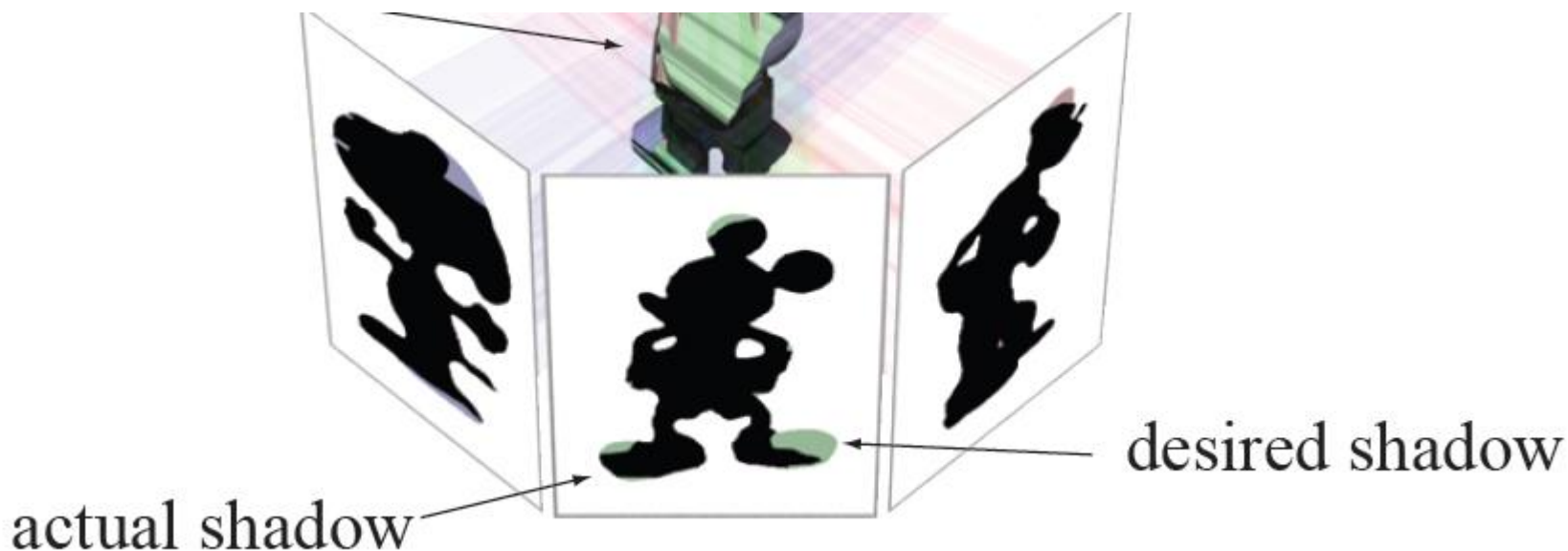
- 将连接  $I_k$  与  $P_k$  所得的阴影域 (或称为阴影角, shadow cone) 记为  $C_k$
- 所有这些  $C_k$  的交集称为  $S$  的阴影包 (shadow hull), 记为  $H(S)$





# 阴影艺术 (Shadow Art)

- $H(S)$  是一个合理的解吗？
- 答案是否定的， $H(S)$  在各个光源下的阴影图像  $I_k$ ，并不一定与希望的阴影  $I_k$  一致





# 阴影艺术 (Shadow Art)

- 为了让阴影包 $H(S)$  的真实阴影效果  $I_k'$  能够与输入的阴影图像  $I_k$  一致，需要将输入的阴影图像  $I_k$  进行一定的变形
- 我们使用一个优化的思路来进行求解，从而能够对  $I_k$  进行尽量小的变形，并对  $H(S)$  进行一定的膨胀，从而使得  $H(S)$  的真实阴影效果  $I_k'$  能与变形后的  $I_k$  一致
- 这样， $H(S)$  就是一个合理的解

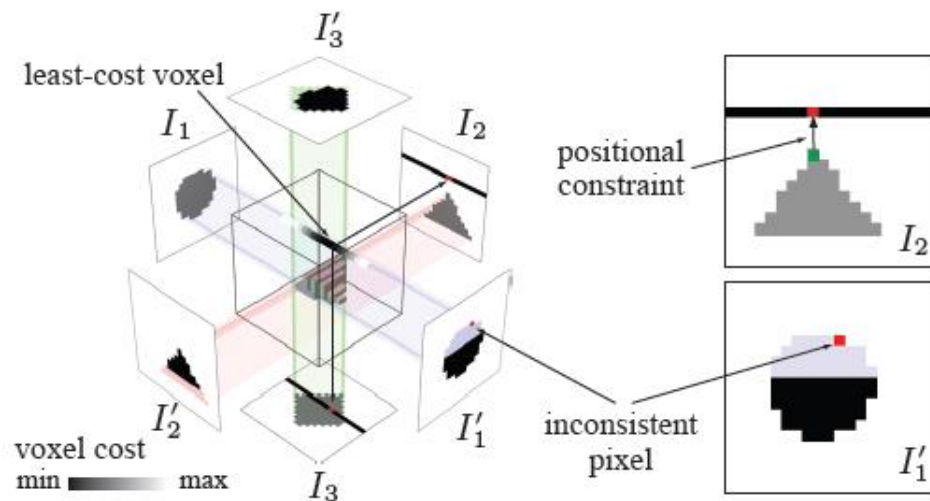


# 阴影艺术 (Shadow Art)

- 使用基于体表示 (voxel-based) 的优化方法，具体包含两个部分：

- 第一步，内层优化 (即  $H(S)$  的膨胀)：

当区域  $I_k'$  比  $I_k$  小的时候，任找一个属于  $I_k$  却不属于  $I_k'$  的像素  $p$ 。能产生阴影  $p$  的体素 (voxel) 的轨迹是一条直线，如图：

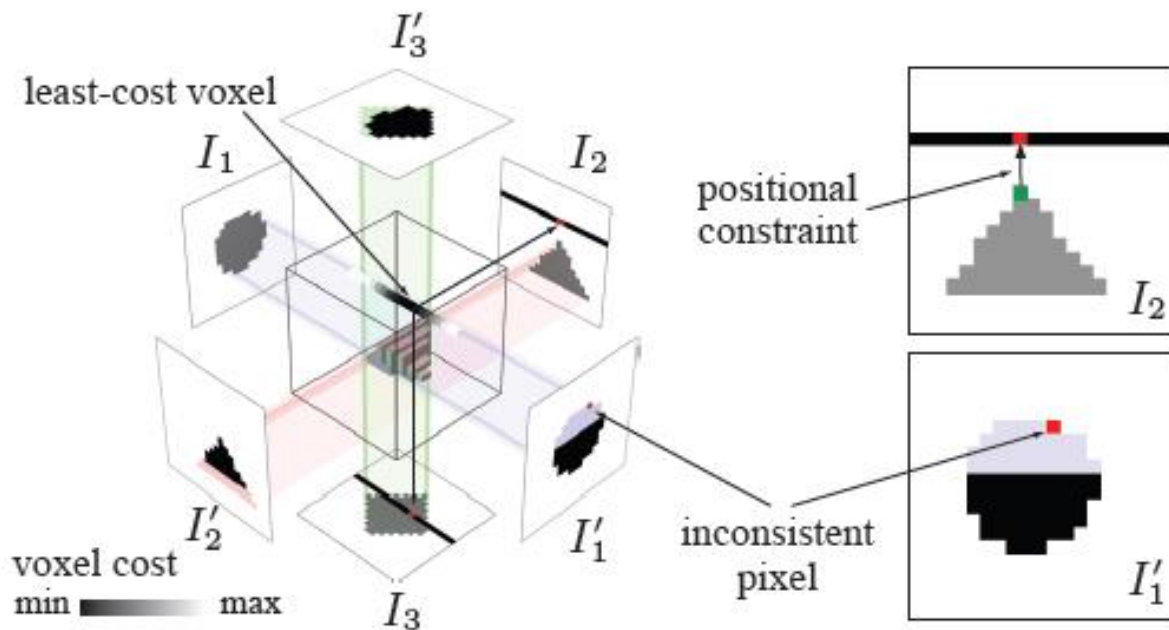




# 阴影艺术 (Shadow Art)

## – 内层优化:

在这条直线上，搜索一个体素  $v$ ，使得  $v$  沿所有其他投影方向的阴影到对应的  $I_j$  ( $j \neq k$ ) 的边界距离之和最小，将体素  $v$  加入到  $H(S)$  中 (即  $H(S)$  的膨胀)

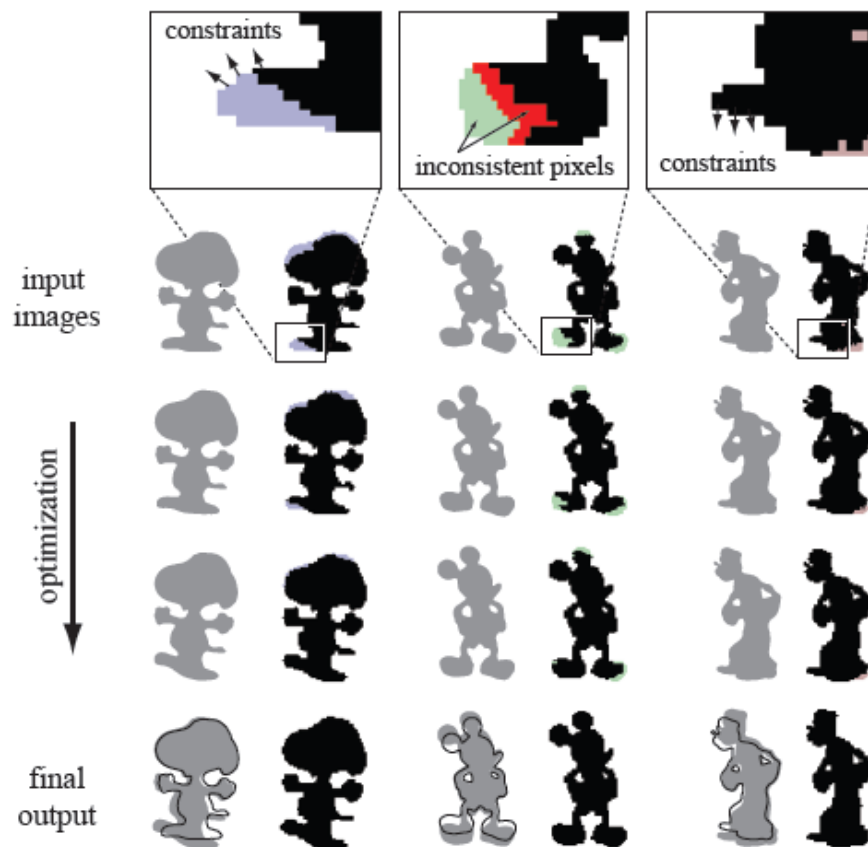




# 阴影艺术 (Shadow Art)

- 第二步，外层循环 (即  $I_k$  的变形):

每当  $I_k'$  与  $I_k$  不一致时，使用第一步的优化算法将  $I_k'$  扩张一圈 (右图红色部分)，并将  $I_k$  根据变化后的  $I_k'$  进行 as-rigid-as-possible 变形，直至  $I_k$  与  $I_k'$  一致





# 阴影艺术 (Shadow Art)

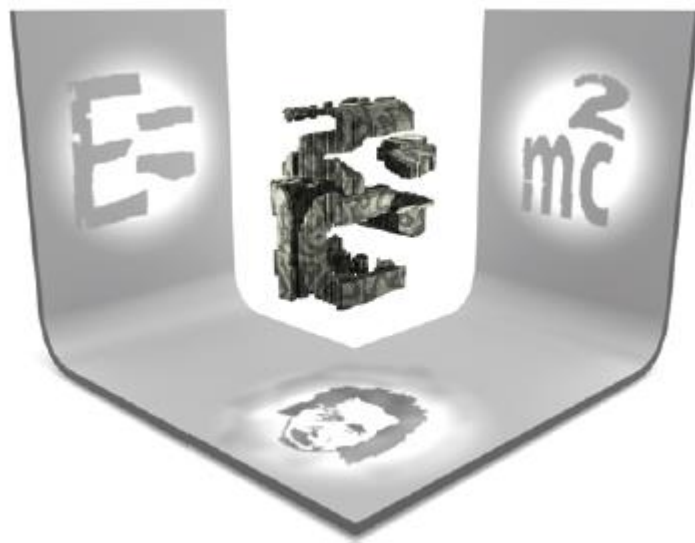
- 经过优化后的 Shadow Art 效果:



input images



deformed images







# 阴影艺术 (Shadow Art)

- 一些实物效果:







# 进一步学习的内容

- 全局光照下的软阴影绘制 (**Soft Shadows under Global Illumination**)
  - 可以通过预计算基函数来进行加速和近似:
    - 球面调和函数
    - 小波函数
    - 球面分段常数基函数



# 进一步学习的内容

- **球面调和函数 (Spherical Harmonics)**
  - **Precomputed Radiance Transfer for Real-Time Rendering in Dynamic, Low-Frequency Lighting Environments [Sloan, SIGGRAPH 2002] (1224 citation, Peter-pike Sloan)**

[Play Video](#)





# 进一步学习的内容

- 小波函数 (Wavelets)
  - All-Frequency Shadows using Non-linear Wavelet Lighting Approximation [Ren Ng, Ravi Ramamoorthi, Pat Hanrahan, SIGGRAPH 2003] (552 citations)

[Play Video](#)





# 进一步学习的内容

- 球面分段常数基函数：
  - **Spherical Piecewise Constant Basis Functions for All-Frequency Precomputed Radiance Transfer**

*Kun Xu, Yun-Tao Jia, Hongbo Fu, Shi-Min Hu, and Chiew-Lan Tai, IEEE TVCG, 2008 (41 citations)*

[Play Video](#)



# 今日人物: Henry Fuchs



- **Henry Fuchs**, UNC教授
- 论文400多篇，引用22206次
  - 1975年Utah大学博士，后去
  - University of Texas at Dallas工作
  - 1978年加盟UNC
  - 成名作surface from planar contours (1333次引用),  
BSP Trees, tele-immersion systems
  - 1992年获ACM SIGGRAPH成就奖，是美国艺术与科学院院士，ACM Fellow
  - 2015年，获得Coons奖



---

谢谢！