第9章 排序（ sorting）

概述

1. 排序：n个对象的序列R[0],R[1],R[2],…R[n-1]按其关键码的大小，进行由小到大（非递减）或由大到小（非递增）的次序重新排序的。

2.关键码（key）

3.两大类：内排序：对内存中的n个对象进行排序。
外排序：内存放不下，还要使用外存的排序。

4. 排序算法的稳定性：

如果待排序的对象序列中，含有多个关键码值相等的对象，用某种方法排序后，这些对象的相对次序不变的，则是稳定的，否则为不稳定的。

例：	35	8_1	20	15	8_2	28
	8_1	8_2	15	20	28	35

稳定的

5. 排序种类：

– 内排序

插入排序，交换排序，选择排序，归并排序，基数排序

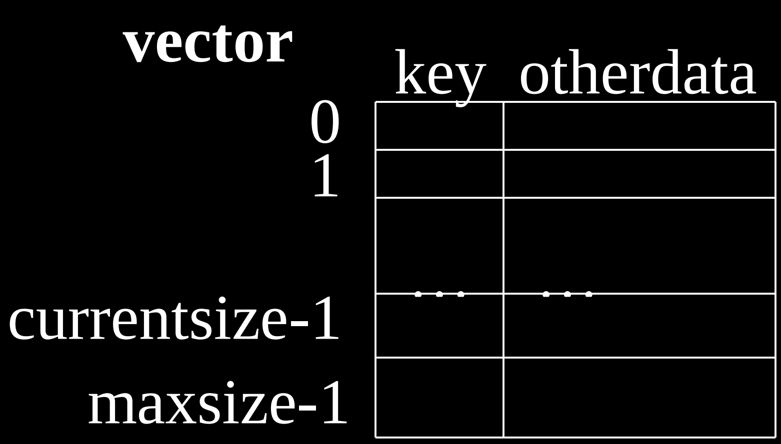
– 外排序

6. 排序的算法分析：

1）时间开销—比较次数，移动次数

2）所需的附加空间

下面是静态排序过程中所用到的数据表类定义：



```
const int DefaultSize=100;
template<class Type>class datalist
template<class Type>class Element
{  private:
       Type key;
       field otherdata;
    public:
      Type getkey( ){return key;}
      void setKey(const Type x){key=x;}
      Element <Type>&operator=(Element<Type> &x ){ this = x; }
      int operator= =(Type & x){return !(this<x||x<this);}
      int operator !=(Type & x){return this<x||x<this;}
      int operator <= (Type & x){return !(this>x);}
      int operator>=(Type & x){return!(this<x);}
      int operator < (Type & x){return  this>x;}
}
```

```
template<class Type> class datalist
{ public:
    datalist(int MaxSz=DefaultSize):MaxSize(MaxSz),CurrentSize(0)
        { vector=new Element<Type>[MaxSz];}
     void swap (Element <Type> & x, Element<Type> & y)
        {Element <Type> temp=x; x=y; y=temp;}
   private:
     Element <Type> * vector;
     int MaxSize; CurrentSize;
}
```

插入排序（insert Sorting ）

思想：V_0，V_1，…，V_{i-1}个对象已排好序，
现要插入V_i到适当位置

例子：体育课迟到的人

方法：直接插入排序，链表插入排序，折半插入排序，希尔排序

一、直接插入排序

1.思想

$V_0 \quad V_1 \quad \cdots \quad V_{i-1} \qquad\qquad V_i$

向后移动一个对象
位置，然后插入

2 .例子

i=1

0	1	2	3	4	5	6
8	3	2	5	9	1	6
3	8					
2	3	8				
2	3	5	8			

…

3.主程序

```
template<class Type> void InsertionSort(datalist<Type> & list)
{ for (int i=1; i<list.CurrentSize; i++) Insert(list, i) ;
}
```

子程序

巧法：从后向前比较，在比较的同时进行向后挪一格操作

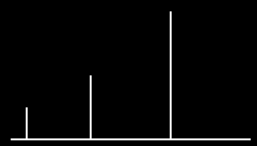
```
template<class Type> void Insert(datalist<Type> & list, int i)
{ Element<Type> temp=list.vector[i]; int  j=i ;
   while(j>0&& temp.getkey( )<list.vector[j-1].getkey( ))
      { list.Vector[j]=list.Vector[j-1]; j-- }
   list.Vector[j]=temp;
 }
```

java program

```
public static void insertionSort( Comparable [ ] a )
{   int j;
    for ( int p = 1; p < a.length; p++ )
    {   Comparable tmp = a[ p ];
        for ( j = p; j > 0 && tmp.compareTo( a[ j – 1 ] ) < 0; j-- )
            a[ j ] = a[ j – 1 ];
        a[ j ] = tmp;
    }
}
```

4.算法分析

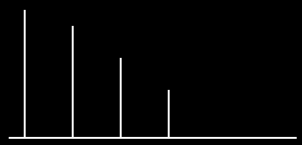
1)n个对象已有序



比较总次数 KCN＝n－1＝O（n）

移动次数　RMN＝0

2）n个对象逆序



KCN＝1+2+3+…+(n-1)＝n（n－1）/2=O(n^2)

RMN=(1+2)+(2+2)+…+(n-1+2)= n（n－1）/2+2(n-1)

=(n^2+3n-4)/2=O(n^2)

3).对一般情况

处理第i个对象r_i时，它有i个可能的插入位置

$$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad\downarrow$$
$$r_1,\ r_2,\ r_3,\ \ldots,\ r_i,\ r_{i+1},\ \ldots,\ r_n$$

- 不被移动(0次)，仍在第i个位置上。比较了一次；
- 可能向左移动了一个位置（比较2次，移动3次）、两个位置（比较3次，移动4次）、…直至i－1个位置（比较i次，移动i+1次）而到达表的前端。

假设r_i被插在这i个位置上的概率是相等的，
则：

不被移动的可能性为1/i(比较次数为1);
被移动的可能性为(i-1)/i。

∴被移动情况下的平均比较次数为（2+3+…+i-1+i）/(i-1)=i/2+1
平均移动次数为(1+2+…+i-1)/(i-1)+2=i/2+2

用各自的概率组合这两种情况:
第i个元素的平均比较与移动次数

$$C=1/i*1+((i-1)/i)*(i/2+1)=(i+1)/2$$

$$m=((i-1)/i)*(i/2+2) \qquad m\leq(i+3)/2$$

i从2~n变化,所以结果为

$$KCN=\sum_{i=2}^{n}[(i+1)/2]=1/4n^2+3/4n+1=O(n^2)$$

$$RMN\leq\sum_{i=2}^{n}[(i+3)/2]=1/4n^2+7/4n-2=O(n^2)$$

5.稳定性：稳定的 若有相同元素,会插在后面

二、折半插入排序（Binary Insert Sort）
也称二分法插入排序

1.思想

$$
\begin{array}{cccccc}
 & \downarrow & & & i \downarrow & \\
v_0, & v_1, & v_2, \ldots, v_{i-1}, & & v_i, \ldots, v_{n-1} & \\
\end{array}
$$

$\underbrace{v_0, \ v_1, \ v_2, \ldots, v_{i-1}}_{\text{已排好序}}$

已排好序

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$

l m r

2.例子

这在遍历查找？

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
28	**13**	**72**	**85**	**39**	**41**	**6**	**20**
6	**13**	**28**	**39**	**41**	**72**	**85**	**20**
l	m_2 r	l r	m_1			r	i

Vi和m、比较.

left 的位置就是最后要插入的位置

3.算法 排序

```
template <class Type> void  BinaryInsertSort( datalist<Type> &list)
{   for (int i=1;  i<list.currentSize;  i++) BinaryInsert(list, i);
}
```

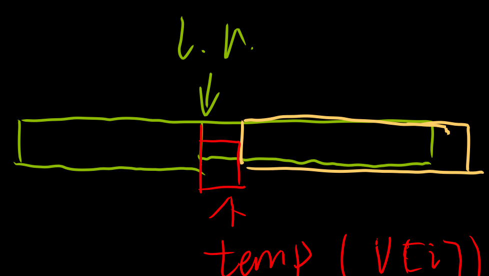
n-1次.

```
template <class Type> void  BinaryInsert( datalist<Type> &list,  int i)
{    int left=0,  Right=i-1;
     Element<Type>temp=list.Vector[i];
     while (left<=Right)
   {   int middle=(left+Right)/2;
        if (temp.getkey( )<list.Vector[middle].getkey( ))
             Right=middle-1;
        else left=middle+1;
   }
    for (int k=i-1;  k>=left ;  k--)  list.Vector[k+1]=list.Vector[k];
    list.Vector[left]=temp;
 }
```

折半查找.

O(n). 后移

插入.



4.算法分析

折半查找所需比较次数与初始排序无关，仅依赖于对象个数

比较次数： v_0，v_1，$v_2,\ldots,v_{i-1}$，$v_i,\ldots,v_{n-1}$

设$n=2^k$，插入第i个对象时，需要经过$\lfloor \log_2 i \rfloor+1$次关键码比较

∴折半查找所需的关键码比较次数为：

$$\sum_{i=1}^{n-1}(\lfloor \log_2 i \rfloor+1)=\underbrace{1}_{2^0\text{个}1}+\underbrace{2+2}_{2^1\text{个}2}+\underbrace{3+3+\ldots+3}_{2^2\text{个}3}+\underbrace{4+\ldots+4+4}_{2^3\text{个}4}+\ldots+\underbrace{k+k+\ldots+k}_{2^{k-1}\text{个}k}$$

$$\begin{aligned}=\,&2^0+2^1+2^2+\ldots+2^{k-1}\\&+2^1+2^2+\ldots+2^{k-1}\\&+2^2+\ldots+2^{k-1}\\&\ldots\\&+2^{k-2}+2^{k-1}\\&+2^{k-1}\end{aligned}$$

比较次数减少

插入复杂度不变.

$$=\sum_{i=1}^{k}(2^k-2^{i-1})=k\cdot 2^k-\sum_{i=1}^{k}2^{i-1}=k\cdot 2^k-2^k+1$$

$$=n\cdot\log_2 n-n+1\approx n\cdot\log_2 n=O(n\cdot\log_2 n)$$

5.稳定性：稳定

三、希尔排序（Shell Sort） 考到概率不是太大

又称为缩小增量排序（diminishing－increament sort）

1.方法

1）取一增量（间隔gap<n），按增量分组，对每组使用直接插入排序或其他方法进行排序。

2）减少增量（分的组减少，但每组记录增多）。直至增量为1，即为一个组时。

2.例子

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
gap＝4	72	73	71	23	94	16	05	68	10
gap=2	10	16	05	23	72	73	71	68	94
gap=1	05	16	10	23	71	68	72	73	94
	05	10	16	23	68	71	72	73	94

分为2组

奇数位上已排好序

偶

3.算法

```
template <class Type> void Shellsort( datalist <Type> & list)
 {   int  gap=list.CurrentSize/2;   每组2~3个元素.
     while (gap)                                                  组数除以2.
    {  ShellInsert(list, gap);  gap=gap= =2? 1 : (int)(gap/2); }
                                           为什么.
 }

template<class Type> void ShellInsert( datalist<Type> &list;
                                                   const int gap)
{    for (int  i=gap; i<list.CurrentSize; i++)
    {   Element<Type>temp=list.Vector[i];
         int j=i;
         while(j>=gap &&temp.getkey( )<list.Vector[j-gap].getkey( ))
        { list.Vector[j]=list.Vector[j-gap]; j-=gap; }
          list.Vector[j]=temp;
     }
 }
```

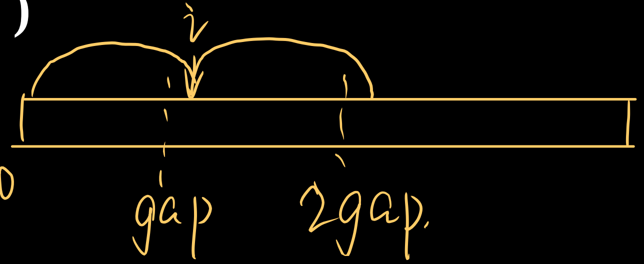
java program

(跳步)
gap其实就是组数.

```
public static void shellsort( Comparable [ ] a )
{  for (  int gap = a.length / 2; gap > 0; gap /= 2 )
       for ( int i = gap; i < a.length; i++ )
      {  Comparable tmp = a[ i ];
          int j = i;

          for ( ; j >= gap && tmp.compareTo( a[ j- gap ] ) < 0; j -= gap )
                a[ j ] = a[ j – gap ];
          a[ j ] = tmp;
      }
}
```

依次插入。



后挪一个位.

}插入排序

4.稳定性：不稳定

5.算法分析：与选择的缩小增量有关，但到目前还不知如何选择最好结果的缩小增量序列。

一般情

平均比较次数与移动次数大约$n^{1.3}$左右。

交换排序

方法的本质：不断的交换反序的对偶，直到不再有反序的对偶为止。

两种方法：起泡排序（**Bubble sort**）

快速排序（ **Quick sort**）

最多

n-1轮 但可提前结束

一、起泡排序

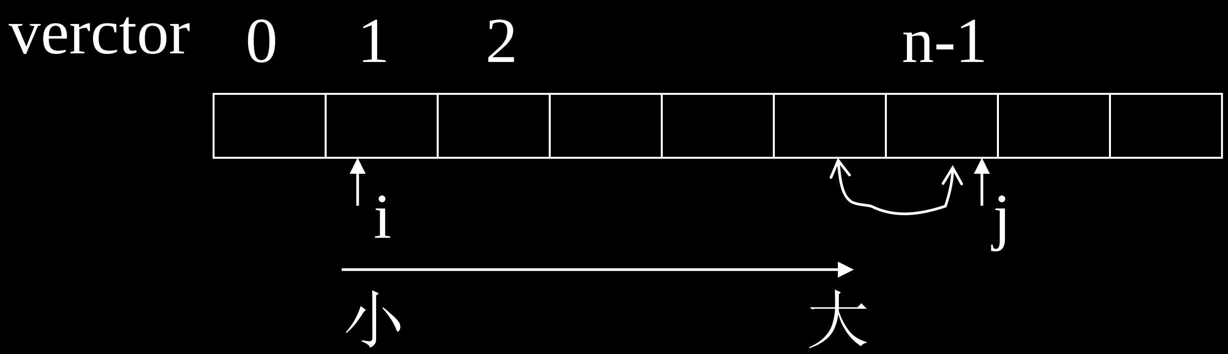
1. 方法： **1**）从头到尾做一遍相邻两元素的比较，有颠倒则交换，记下交换的位置。一趟结束，一个或多个最大（最小）元素定位。

2）去掉已定位的的元素，重复**1**，直至一趟无交换。

3.算法

```
template<class Type> void  BubbleSort( datalist<Type> & list)
{   int pass=1;
    int exchange=1;
    while (pass<list.CurrentSize &&exchange)
   { BubbleExchange(list, pass, exchange);  pass++;
   }
}

template<class Type>  void  BubbleExchange(datalist<Type> &list, const
                                                    int i, int & exchange)
{    exchange=0;
     for (int j=list.CurrentSize-1; j>=i; j--)
         if (list.Vector[j-1].getkey( )>list.Vector[j].getkey( ))
        {    swap( list.Vector[j-1],  list.Vector[j] );
             exchange=1;
        }
 }
```



5
3
1
2
4

4.算法分析

最小比较次数

有序：**n-1**次比较，移动次数为**0**

最大比较次数

逆序：$(n-1)+(n-2)+\ldots+1=n(n-1)/2\approx O(n^2)$

(比较次数)

$$3\sum_{i=1}^{n-1} i=(3/2)n(n-1)$$

(移动次数)

5.稳定性

起泡排序是稳定的

二、快速排序（分划交换排序）

1962年Hoare提出的。

1. 方法：

   1）在n个对象中，取一个对象（如第一个对象——基准pivot），按该对象的关键码把所有≤ 该关键码的对象分划在它的左边。>该关键码的对象分划在它的右边。

   2） 对左边和右边（子序列）分别再用快排序。

2. 例子

i   j

46   13   55   42   94   05   17   70   82   100

[17   13   05   42]   46   [94   55   70   82   100]

[05   13]   17   [42]   46   [94   55   70   82   100]

05   13   17   42   46   [94   55   70   82   100]

05   13   17   42   46   [82   55   70]   94   [100]

05   13   17   42   46   [70   55]   82   94   100

05   13   17   42   46   55   70   82   94   100

一次分划：

Pivot所在位置作空位

i移动，j向左

j放到i的位置

i						j-			j
46	13	55	42	94	05	17	70	85	100

j不动，i向右

55放到j的位置

	i					j			
17	13	55	42	94	05	46	70	85	100

		i			j				
17	13	46	42	94	05	55	70	85	100

			i		j				
17	13	05	42	94	46	55	70	85	100

i=j

				ij					
17	13	05	42	46	94	55	70	85	100

3.算法：用递归方法实现

```
template <class Type> void QuickSort( datalist <Type>& list,
                                       const int left,  const int right )
{    if (left<right) 基准值位置
     {    int pivotpos=partition (list, left, right);
          QuickSort(list, left, pivotpos-1);
          QuickSort(list, pivotpos+1, right);
     }
}
```

```
template <class Type> int  partition(datalist<Type> &list,
                                      const int low, const int high)
{   int i=low,  j=high;
    Element<Type>pivot=list.Vector[low];
    while (i != j )
   {   while(list.Vector[j].getkey( )>pivot.getkey( ) && i<j)  j--;
       if (i<j) {list.Vector[i]=list.Vector[j]; i++;}

       while(list.Vector[i].getkey( )<pivot.getkey( ) && i<j)  i++;
       if (i<j) {list.Vector[j]=list.Vector[i]; j--;}
    }
    list.Vector[i]=pivot ;
    return i;
}
```

设触到.

基准值填回去

4.稳定性：

不稳定的排序方法

取基准值：尽量不取最小值或最大值.

5. 算法分析

1）最差的情况（当选第一个对象为分划对象时）

如果原对象已按关键码排好序

每次取到的基准值都是排序数组的最小值

$$\left.\begin{array}{l} K_1\ [\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad] \\ \qquad K_2\ [\qquad\qquad\qquad\qquad] \\ \qquad\qquad K_3\ [\qquad\qquad\quad] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\ldots\ldots \end{array}\right\} \quad O(n^2)$$

2) 最理想的情况

每次分划第一个对象定位在中间

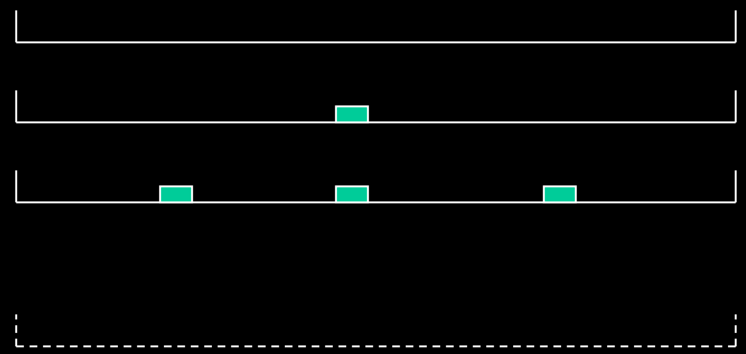
2^0:n

2^1:2*(n/2)

2^2:4*(n/4)

……

2^k:



设$n=2^k$,一共做了K趟 $K=\log_2 n$

$$T(n)\le n+2T(n/2)\le n+2(n/2+2T(n/4))=2n+2^2T(n/2^2)$$
$$\le 2n+2^2(n/2^2+2T(n/2^3))=3n+2^3T(n/2^3)\le\ldots$$
$$\le kn+2^kT(n/2^k)=n\log_2 n+nT(1)=O(n\log_2 n)$$

可以证明Quicksort的平均计算时间也是O（ $n\log_2 n$ ）

下面讨论空间复杂性：

以上讨论的是递归算法，也可用非递归算法来实现。不管是递归（由编译程序来实现）还是非递归。第一次分划后，左部、右部要分别处理。

所以，栈来存放：

1）存放什么：左部或右部的上、下界的下标。

2）栈要多大：O（$\log_2 n$）~O（n）

对应于有序情况

快速排序（分划交换排序）

1.选取pivot（枢纽元）

用第一个元素作**pivot**是不太好的。

方法**1**：随机选取**pivot,** 但随机数的生成一般是昂贵的。

方法**2**：三数中值分割法（**Median-of-Three partitioning)**

N个数，最好选第⌈**N/2**⌉个最大数，这是最好的中值，但这是很困难的。

一般选左端、右端和中心位置上的三个元素的中值作为枢纽元。

8, 1, 4, 9, 6, 3, 5, 2, 7, 0　　(8, 6, 0)

具体实现时：将 **8**，**6**，**0** 先排序，即 **0, 1, 4, 9, 6, 3, 5, 2 , 7, 8,** 得到中值**pivot**为 **6** 。

2.分割策略

将**pivot**与最后倒数第二个元素交换，使得**pivot**离开要被分割的数据段。然后，**i** 指向第一个元素，**j** 指向倒数第二个元素。

?

0, 1, 4, 9, 7, 3, 5, 2, 6, 8

↑ i　　　↑ j

然后进行分划

Java Quicksort algorithm

```
public static void quicksort( Comparable [ ] a)
{     quicksort(  a, 0, a.length – 1 );
}

private static Comparable median3( Comparable [ ] a, int left, int right )
{    int center = ( left + right ) / 2;
      if ( a[center].compareTo( a[left ]）  < 0 )
            swapReferences( a, left, center );
      if ( a[ right ] . compareTo( a[left ]) < 0 )
            swapReferences( a, left, right );
      if( a[right ] . compareTo( a[ center ] ) < 0 )
            swapReferences( a, center, right );

      swapReferences( a, center, right – 1 );
      return a[ right – 1 ];
}
```

将 left. center. right 排序

⇒ center作基准值

倒数第2个

8, 1, 4, 9, 6, 3, 5, 2, 7, 0   0, 1, 4, 9, 7, 3, 5, 2, 6, 8

Java Quicksort algorithm

```
private static void quicksort( Comparable [ ] a, int left, int right )
{   if( left + CUTOFF <= right )
    {   Comparable pivot = median3( a, left, right );
        int i = left, j = right – 1;
        for( ; ; )
        {   while( a[ ++i ] . comparaTo( pivot  ) < 0 ) { }
            while( a[ --j ] . compareTo( pivot ) > 0 ) { }
            if( i < j )
                swapReferences( a, i, j );
            else   break;
        }
        swapReferences( a, i, right – 1 );
        quicksort( a, left, i – 1 );
        quicksort( a, i + 1, right );
    }
    else
        insertionSort( a, left, right );
}
```

选择排序

方法：**1.直接选择排序**
2.锦标赛排序
3.堆排序

一、直接选择排序

思想：首先在**n**个记录中选出关键码最小（最大）的记录，然后与第一个记录（最后第**n**个记录）交换位置，再在其余的**n-1**个记录中选关键码最小（最大）的记录，然后与第二 个记录（第**n-1**个记录）交换位置，直至选择了**n－1**个记录。

	0	1	2	3	4	5
例子:	21	25	49	25*	16	08
	08	[25	49	25*	16	21]
	08	16	[49	25*	25	21]
	08	16	21	[25*	25	49]
	08	16	21	25*	[25	49]
	08	16	21	25*	25	49

算法:

```
template <class Type> void SelectSort(datalist<Type> &list)
{ for ( int i=0; i<list.CurrentSize-1; i++)
      SelectExchange(list, i);
 }
```

```
template <class Type> void SelectExchange( datalist<Type> &
                                                   list, const int i)
{ int k=i;
  for ( int j=i+1; j<list.CurrentSize; j++)
      if (list.Vector[j].getkey( )<list.Vector[k].getkey( )) k=j;
  if ( k!=i) Swap(list.Vactor[i], list.Vector[k]);
}
```

算法分析：比较次数：n－1＋n－2＋…+1=n(n-1)/2=O(n^2)

与原始记录次序无关。

稳定性　：不稳定的。

二、锦标赛排序（树形选择排序）

直接选择排序存在重复做比较的情况，锦标赛排序克服了这一缺点。

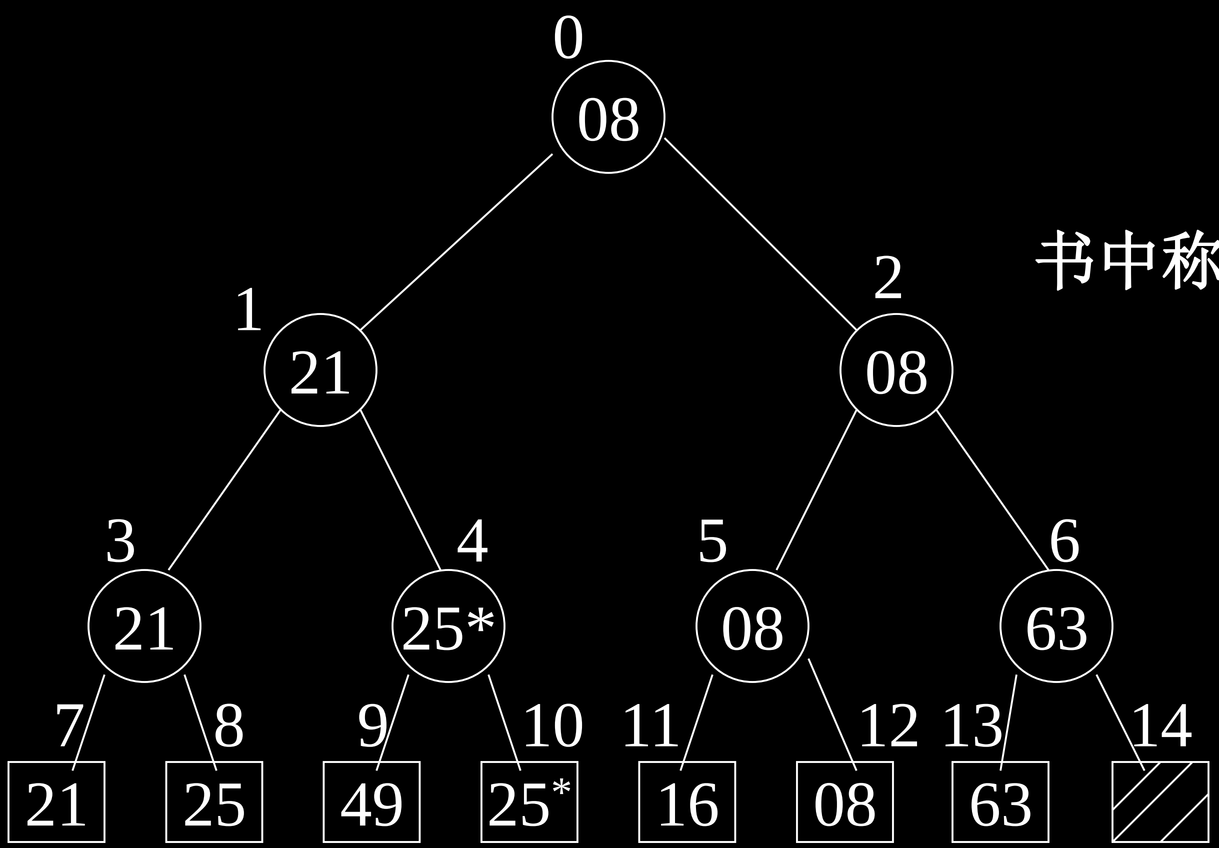
方法：

1. n个对象的关键码两两比较得到$\lceil n/2 \rceil$个 比较的优胜者(关键码小者)保留下来, 再对这$\lceil n/2 \rceil$个对象再进行关键码的两两比较, ……直至选出一个最小的关键码为止。

如果**n**不是**2**的**K**次幂，则让叶结点数补足到满足$2^k<n\le 2^k$个。

2. 输出最小关键码。 再进行调整：

即把叶子结点上，该最小关键码改为最大值后，再进行由底向上的比较，直至找到一个最小的关键码（即次小关键码）为止。重复**2**，直至把关键码排好序。



书中称为胜者树

$n_0=n_2+1$

算法分析：　树的深度$\lceil \log_2 n \rceil$。总的比较次数

两两比较　　　　一个数高

$$\underbrace{(n-1)}_{\text{建树}}+(n-1)(\lceil \log_2 n \rceil-1)\approx(n-1)*\lceil \log_2 n \rceil=O(n\log_2 n)$$

建树　但需要 n －1个 附加 空间。而且n要满足$2^{k-1}<n\le 2^k$

树的上半部分

算法实现：

每个结点：data—关键码

Active—表示此对象(结点)是否要参选

1:要 参选；0：不要参选

index—表示此对象在完全二叉树中的序号

算法是稳定的。　　空间复杂度较大

为了实现不要重复比较，又不要增加额外的存储，下面介绍堆排序。

三、堆排序（由 J.W.J.Willman 提出的）

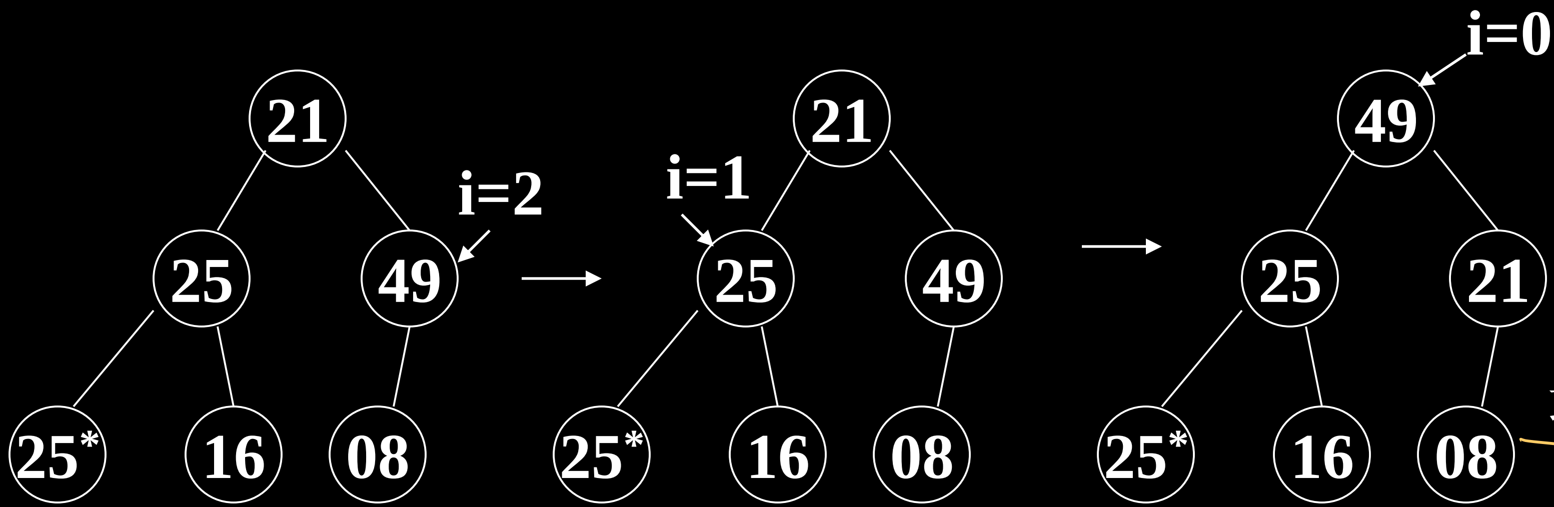
第6章已经介绍了堆结构和形成堆的算法。

1.思想：第一步，建堆，根据初始输入数据，利用堆的调整算法FilterDown（），形成初始堆。（形成最大堆）

第二步，一系列的对象交换和重新调整堆

2.例子：书中的例子{21　25　49　25*　16　08}

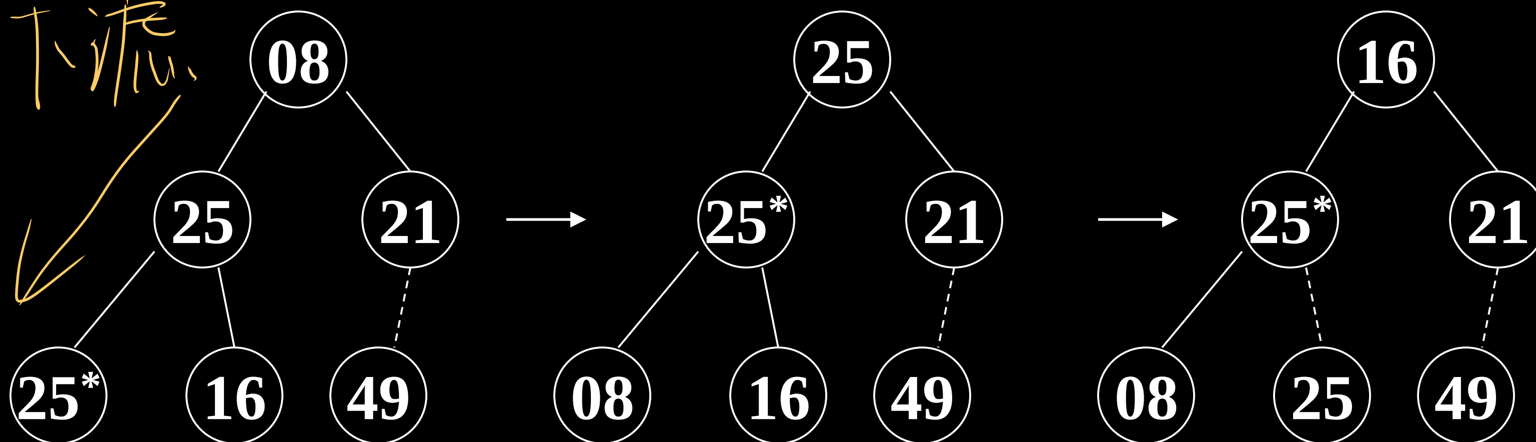
i=⌊（n-1）/2⌋=⌊5/2 ⌋=2、1、0进行FilterDown（）

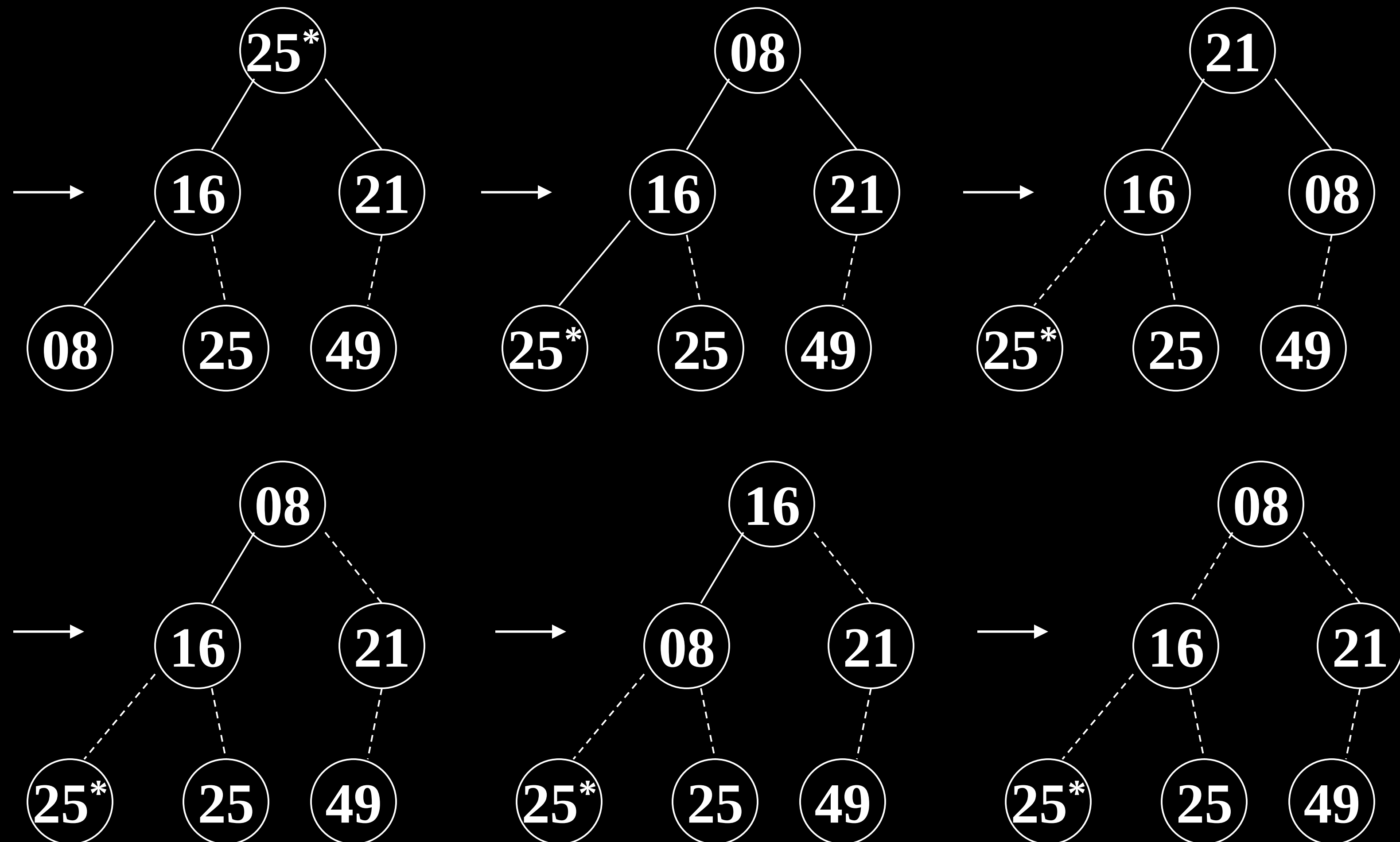

i=2
i=1
i=0
21
25
49
25*
16
08
21
25
49
25*
16
08
49
25
21
25*
16
08

最大堆

调整:

下滤


08
25
21
25*
16
49
25
25*
21
08
16
49
16
25*
21
08
25
49



从以上例子可以看出堆排序是不稳定的

3.算法

```
Template<class  Type>void HeapSort(datalist<Type>&list)
{for(int i=(list.currentsize-1)/2;i>=0;i--)
        FilterDown(i,list.currentsize-1);
  for(i=list.currentsize-1;i>=1;i--)
        {Swap(list.Vector[0],list.vector[i]);
          FilterDown(0,i-1);
        }
}
```

建最大堆

最大值输出后

下滤

其中，FilterDown()就是第6章中的，但要改一下：那里是建最小堆，这里是建最大堆。

Heap sort

java program

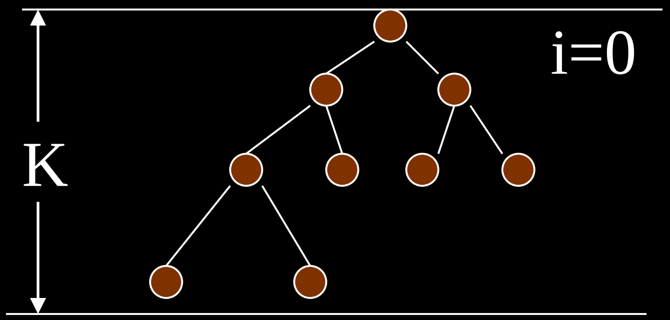
```
 public static void heapsort( Comparable [ ] a )
 {  for( int i = a.length / 2; i >= 0; i-- )
         percDown( a, i, a.length );
     for( int i = a.length – 1; i > 0; i-- )
     {  swapReferences( a, 0, i );
         percDown( a, 0, i);
      }
 }
 private static int leftChild( int i )
{    return 2 * i + 1;
}
```

Heap sort

```
 private static void percDown( Comparable [ ] a, int  i,  int n )
{    int child;
      Comparable tmp;
      for( tmp = a[ i ];  leftChild( i ) < n ; i = child )
     {    child = leftchild( i );
           if( child != n – 1 && a[ child ] . compareTo( a[ child + 1 ] ) < 0 )
                  child ++;
           if( tmp . compareTo( a[ child ] < 0 )
                   a[ i ] = a[ child ];
          else
              break;
     }
     a[ i ] = tmp;
}
```

4.算法分析

初始建堆：n个结点，$K=\lfloor \log_2 n \rfloor$，从0层开始



第i层交换的最大次数为k-i

第i层有2^i个结点

$$\text{总交换次数：}\sum_{i=0}^{k-1} 2^i \cdot (k-i) \underset{\text{令}k-i=j}{=} \sum_{j=1}^{k} j \cdot 2^{k-j} = \sum_{j=1}^{k} j(2^k \cdot 2^{-j})$$

$$=2^k \cdot \sum_{j=1}^{k} j \cdot 2^{-j} \le 2^k \cdot 2 \le 2^{\log 2n} \cdot 2 = 2n = O(n)$$

调整n-1次FilterDown( )，时间为$O(n\log_2 n)$）

所以，$O(n)+O(n\log_2 n)=O(n\log_2 n)$

归并排序（merge sort） 分而治之

devide conquer

一、归并：两个（多个）有序的文件组合成一个有序文件

方法：每次取出两个序列中的小的元素输出之；

当一序列完，则输出另一序列的剩余部分

数组或单链表.

例子：**initList**

i

1							m
08	21	25	25*	49	62	72	93

m+1		n
16	37	54

j

vector中，i,j,k

分别为三个序列的下标

mergedList

l							n
08	16	21	25	25*	...	...	93

k

vector中

```
template<class Type> void merge(datalist<Type> & initList, datalist<Type>
        & mergedList, const int l, const int m, const int n)
{   int i=l, j=m+1, k=1;          k记录mergelist 的长度
    while ( i<=m && j<=n )
        if (initList.Vector[i].getkey( )<initList.Vector[j].getkey( ))
            { mergedList.Vector[k]=initList.Vector[i]; i++;k++;}

        else {mergedList.Vector[k]=initList.Vector[j]; j++; k++;}
    if ( i<=m)       j走到头了. i还没有
        for (int n1=k, n2=i; n1<=n && n2<=m;  n1++,  n2++)
            mergedList.Vector[n1]=initList.Vector[n2];

    else
        for (int n1=k, n2=j; n1<=n && n2<=n; n1++, n2++)
            mergedList.Vector[n1]=initList.Vector[n2];
}
```

二、迭代的归并排序算法

例子： 21 25 49 25* 93 62 72 08 37 16 54

1.方法:

n个长为1的对象两两合并，得n/2个长为2的文件

n/2个长为2…………………得n/4个长为4的文件

⋮

2个长为n/2的对象两两合并,得1个长为n的文件

自底向上

n个initList.vector[]

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

2.例子:[21][25][49][25*][93][62][72][08][37][16][54] len=1

一趟

[21 25][25* 49][62 93][08 72][16 37][54] len=2

二趟

[21 25 25* 49][08 62 72 93][16 37 54] len=4

三趟

[08 21 25 25* 49 62 72 93][16 37 54] len=8

[08 21 25 25* 49 62 72 93][16 37 54]　　len=8

四趟

[08 16 21 25 25* 37 49 54 62 72 93]　　len=16

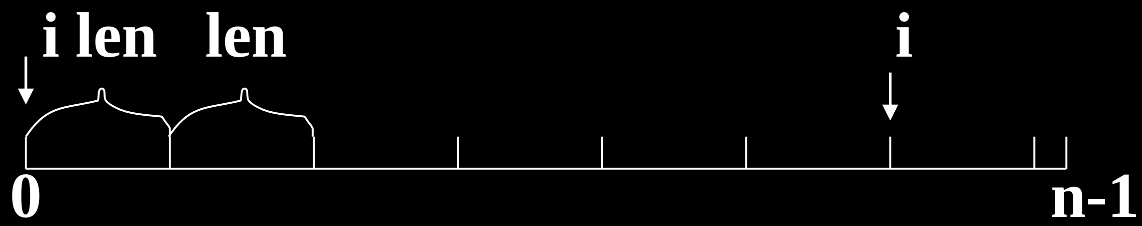
3.算法:

主程序（多趟）→ 一趟 → 多次merge

```
template <class Type> void MergeSort(datalist <Type> & list)
{ datalist <Type>  tempList(list.MaxSize);
   int len=1;   数组里每len个元素是排好序的
   while (len<list.CurrentSize)
      {   MergePass(list, tempList, len); len *=2 ;
排序结束   if (len >= list.CurrentSize)
          { for (int i=0 ; i< list.CurrentSize; i++)
                list.Vector[i]=tempList.Vector[i];
          }
          else { MergePass (tempList, list, len); len*=2;}
      }
    delete[ ]tempList;
}
```

尾部剩余、

一趟归并算法：mergepass(initList, mergedList, len)



当两段均满len长时调用merge
当一长一短时也调用merge(但第二段的参数不同)
当只有一段时，则复抄

?

```
template <class Type> void MergePass( datalist<Type> & initList, datalist
                                                    <Type> & mergedList, const int len)
{    int i=0;
     while (i+2*len<=initList.CurrentSize-1)
     {    merge( initList, mergedList, i, i+len-1, i+2*len-1);
          i+=2*len;
     }
     if (i+len <= initList.CurrentSize-1)
          merge(  initList, mergedList, i, i+len-1,  initList.CurrentSize-1);
     else   for ( int j=i ; j<= initList.CurrentSize; j++)
                    mergedList.Vector[j]=initList.Vector[j];
}
```

i len | len |

一长一短两段

剩一段

i所门走遍数组.

4.算法分析：合并趟数$\boxed{\log_2 n,}$每趟比较n次，所以为$O(n\log_2 n)$

5.稳定性：稳定。

Java 版本.

Merge sort

java program (递归的归并排序算法)

```
public static void mergeSort( Comparable [ ] a )
{   Comparable [ ] tmpArray = new Comparable[ a.length ];
     mergeSort( a, tmpArray, 0, a.length – 1 );
}


private static void mergeSort( Comparable [ ] a, Comparable [ ]  tmpArray,
                                                      int left, int right )
{   if( left < right )
     {   int center = ( left + right ) / 2;
          mergeSort( a, tmparray, left, center );
          mergeSort( a, tmpArray, center + 1, right );
          merge( a, tmpArray, left, center + 1, right );
      }
}
```

递归：自顶向下.

? 左边排序 (归并排序)

右边排序

左右 (已排好序) 合并

Merge sort

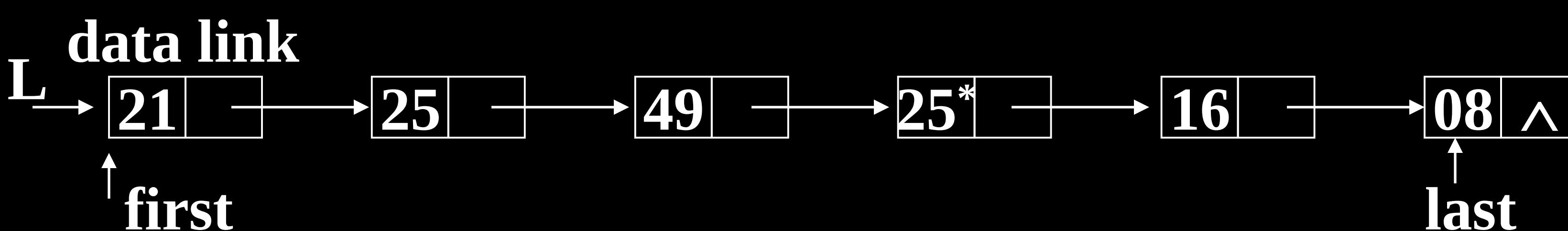
```
private static void merge( Comparable [ ] a, Comparable [ ] tmpArray,
                                        int leftPos, int rightPos, int rightEnd )
{   int leftEnd = rightPos – 1;
    int tmpPos = leftPos;
    int numElements = rightEnd – leftPos + 1;
    while( leftPos <= leftEnd && rightPos <= rightEnd )
        if( a[ leftPos ].compareTo( a[ rightPos ] ) <= 0 )
            tmpArray[ tmpPos++ ] = a[ leftPos++ ];
        else tmpArray[ tmpPos++ ] = a[ rightPos++ ];
    while( leftPos <= leftEnd )
        tmpArray[ tmpPos++ ] = a[ leftPos++ ];
    while( rightpos <= rightEnd)
        tmpArray[ tmpPos++] = a[ rightpos++ ];
    for( int i = 0; i < numElements; i++, rightEnd-- )
        a[ rightEnd ] = tmpArray[ rightEnd ];
}
```

三、递归的表归并排序

书中用静态链表的方法来实现

	key	other	link
0			
1	21		
2	25		
3	49		
	⋮		

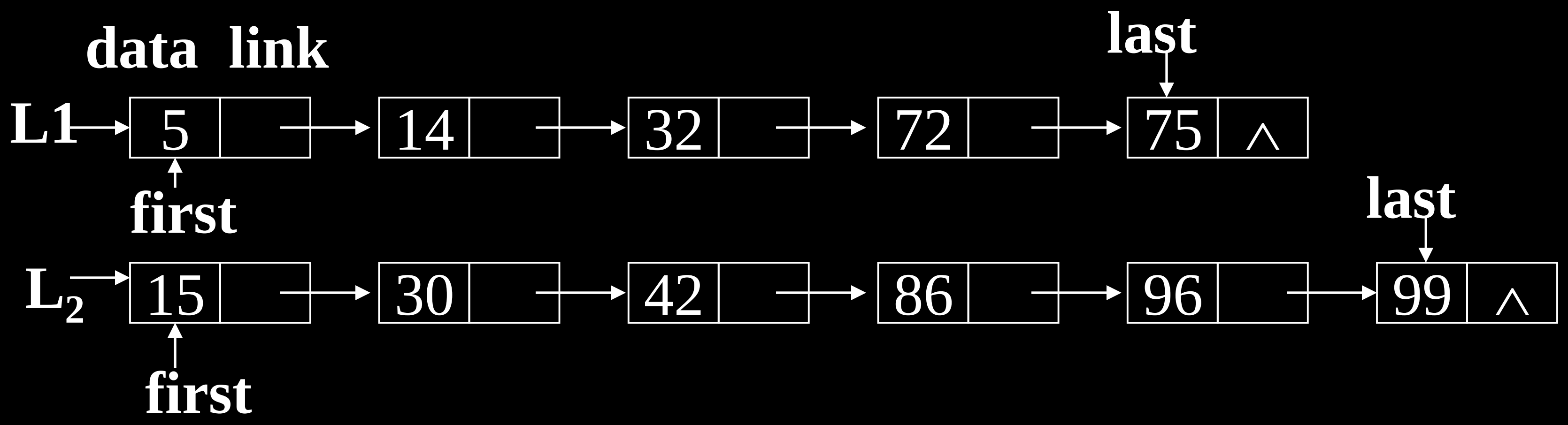
这里介绍用一般链表来实现归并排序（递归）



1.主程序　mergesort(L)
2.子程序　divide(L,L_1)　将L划分成两个子表
3.合并两有序序列　merge(L,L_1)

```
void MergeSort (List <Type> &L)
 {   List <Type> L1;
     if (L.first!=NULL)
       if (L.first->link != NULL)      //至少有两个结点
      {   divide (L, L1);
          MergeSort(L);
          MergeSort(L1);
          L=merge( L, L1);
      }
 }
```

下面讨论两个有序链表的 merge算法



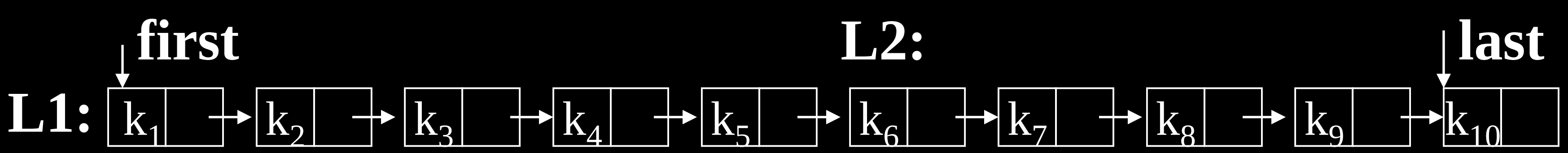
```
List<Type> & merge (List<Type> &L1, List<Type> & L2)
{   ListNode<Type>*p=L1.first,  *q=L2.first,  *r ;
     List<Type> temp ;
   1. if ((p= =NULL) or (q= =NULL))
    {    if (p!=NULL){temp.first=p;  temp.last=L1. last;}
          else{temp.first=q ;  temp.last=L2. last;}
    }
    else
   2. { 1)  if (p->data<=q->data) {r = p ; p = p->link;}
               else{ r = q ; q = q->link ;}
          2)  temp.first = r ;
          3)  while((p!=NULL) && (q!=NULL))
               { if (p->data<=q->data)
                        {r->link=p ; r=p ; p=p->link ; }
                  else  {r->link=q ; r=q ; q=q->link ; }
               }
          4)  if (p= =NULL) {r->link=q ; temp.last=L2. last ;}
                else {r->link=p ; temp. last=L1. last ;}
        }
   3.  return temp ;
}
```

如何 切分链表

下面讨论divide(List<type>&L1,List<type>L2)

将L1表分为两个长度几乎相等的表，L1.first指向前半部分，L2.first指向后半部分，要求被划分的表至少含有两个结点。

如何做？



方法：设两个流动指针p,q指向表的结点
一般来讲让p前进一步， q前进二步，最后当q=NULL时，这时p 恰好指向前半张表的最后一个结点。

如果有10个结点， p走5次，q走10 次正好走到表末尾。

```
void divide(List<Type> & L1, List <Type> & L2)
{   ListNode <Type> *p, *q;  L2.last=L1.last;
     p=L1.first;
     q=p->link; q=q->link;
     while (q!=NULL)
    {   p=p->link;
         q=q->link;
         if (q!=NULL) q=q->link;
    }
     q=p->link ; p->link=NULL ; L1.last=p; L2.first=q;
 }
```

内排序小结

排序方法	比较次数		平均比较次数	稳定性	移动次数		辅助存储
	最小	最大			最小	最大	
1、插入排序							
直接插入排序	n	$n^2/2$	$O(n^2)$	稳定	2n	$n^2/2$	O(1)
二分法插入排序	$n\log_2 n$		$O(n\log_2 n)$	稳定	2n	$n^2/2$	O(1)
表插入排序	n	$n^2/2$	$O(n^2)$	稳定	0	0	O(n)
shell排序				不稳定			O(1)
2、选择排序							
直接选择排序	n(n-1)/2		$O(n^2)$	不稳定	3(n-1)		O(1)
堆排序	$O(n\log_2 n)$		$O(n\log_2 n)$	不稳定			O(1)

3、交换排序							
Bubble Sort	n-1	n(n-1)/2	$O(n^2)$	稳定	0	3/2 n(n-1)	O(1)
Quick Sort	$n\log_2 n$	$n^2/2$	$O(n\log_2 n)$	不稳定	$\leq n\log_2 n$		$O(\log_2 n)$
4、分配排序							
基数排序	O(d (n+r))		O(d (n+r))	稳定	拉链		O(n+r)
5、归并排序	$O(n \log_2 n))$		$O(n \log_2 n))$	稳定			O(n)

所有排序时间复杂度 $\geq O(n\log_2 n)$

以上量的分析与具体的算法、原始记录在机内存放方式、原始记录的排序情况有关。但一般取平均的比较次数。稳定性也有这个问题，不太严格。

2009年统考题:

9. 若数据元素序列 11, 12, 13, 7, 8, 9, 23, 4, 5 是采用下列排序方法之一得到的第二趟排序后的结果, 则该排序算法只能是

B

A. 起泡排序　　B. 插入排序　　C. 选择排序　　D. 二路归并排序

2个最小/大值在一边.

2趟后每4个排好序

作业

exercises:

1. **Sort the sequence 3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5 using insertion sort.**
2. **Show the result of running Shellsort on the input 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 using the increments { 1, 3, 7 }.**
3. **Show how heapsort processes the input 142, 543, 123, 65, 453, 879, 572, 434, 111, 242, 811, 102.**

写的时候不是很懂

4. **Rewrite heapsort so that it sorts only iterms that are in the range low to high which are passed as additional parameters.**
5. **Sort 3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6 using mergesort.**