

第四周集合论与图论周测

一、 选择题

1、 集合 A 有 400 个元素，问集合 A 有多少个子集 ()。

A: 400 B: 2 C: 0 D: 2^{400}

2 G 是 p 个顶点的无向完全图，问 p 有多少条边 ()。

A: p B: $p(p-1)$ C: $P(P-1)/2$ D: $p-1$

3 300 条边的树有多少个顶点。

A: 150 B: 300 C: 299 D: 301

4 偶图都可以最少用 () 种颜色给顶点染色。

A: 1 B: 2 C: 3 D: 4

5 一个 p 个顶点的欧拉图至少有多少条边 ()。

A: p B: $p(p-1)$ C: $P(P-1)/2$ D: $p-1$

二、 判断题

- | | |
|---|------------|
| 1) 自然数集合和有理数集合间存在一一对应 | () |
| 2. 集合 $\{1, 2, \dots, 10\}$ 上共有 2^{100} 个不同的二元关系。 | () |
| 3. 如果 A 为可数集，则 2^A 也是可数集合。 | () |
| 4. 欧拉图中没有割点。 | () |
| 5. 有向图的每一条弧必在某个强支中。 | () |

三、 简答题

1. 给出等价关系、等价类的定义。等价关系与集合的划分之间有何联系

2. ($\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}\}, \supseteq$) 是一个偏序集，(1) 求出这个偏序集的所有极大元素，(3 分) (2) 给出这个偏序集一条长为 4 的反链。(2 分)

3、 简述：(1) 什么是鸽巢原理（抽屉原理）？ (2 分)

(2) 利用鸽巢原理证明：在一个 n 个人参加的会议中，至少有两个人认识的人数一样多。(注：“认识”是对称的，也就是说，a 认识 b，则 b 一定认识

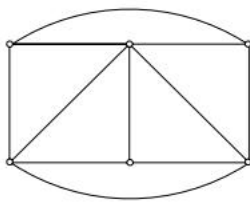
a), (3 分)

4、 X 是一个集合, $|X| = n$, 求 x 自反二元关系个数, 对称, 反对称, 自反或对称

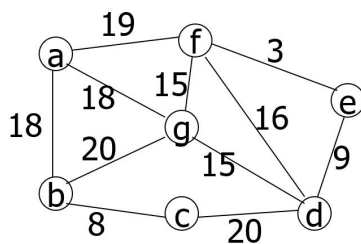
5、简述等价关系应该满足的性质, 并给出一个等价关系。

6、

求下图的顶点连通度和边连通度。



7、用 prim 算法求下图的最小生成树, 并且写出详细步骤



8、给出最大可平面图的定义, 以及两条最大(极大)平面图有关顶点和边数量关系的性质

四、证明题

1、设 $f: A \rightarrow B$ 和 $g: B \rightarrow C$ 是映射, f 是满射且 $g \circ f$ 是单射, 证明: g 是单射。

2. 设 $G = (V, E)$ 为一个连通图, e 为 G 的一条边。证明: e 是 G 的桥当且仅当 e 在 G 的每个生成树中。

五、 计算题

1

计算集合 $A=\{1, 2, 3\}$ 到集合 $B=\{a, b, c, d\}$ 的部分映射的个数。
(必须计算出结果)

2、 $R = \{(1, d), (2, c), (3, b), (4, a)\}$ 是集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 到集合 $B = \{a, b, c, d\}$ 的一个二元关系，画出 R 的关系矩阵和关系图。