一、选择题（每题 2 分，共 20 分）

题号	答案	题号	答案
1	C	2	B
3	C	4	B
5	A	6	C
7	C	8	B
9	B	10	D

二、判断题（每题 2 分，共 10 分）

题号	答案	题号	答案
1	×	2	√
3	√	4	√
5	√		

三、简答题(每题 5 分，共 40 分)

1. 简述：（1）简述什么是等价关系 (2 分)

（2）给出集合 A = {1 2, 3, 4, 5, 6}的一个二划分

并给出这个划分对应的等价关系 (3 分)

答：(1)同时满足自反性、对称性、传递性的二元关系 R 称为等价关系（2 分）

(2)集族 X={{1,3,5}，{2,4,6}}是 A 的一个二划分 （2 分）

R={(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6),(1,3),(3,1),(1,5),(5,1),(3,5),(5,3),(2,4),(4,2),(2,6),(6,2),(4,6),(6,4)} （1 分）

2. 简述什么是全序关系 （3 分）

给出集合 A = {1, 2, 3, 4}上的 1 个全序关系 （2 分）

答：

(1) 集合 X 上的偏序关系 $\le$ 叫做全序关系,如果$\forall x, y \in X, x \le y$ 与 $y \le x$ 至少有一个成立。 （3 分）

(2)A 上的一个全序关系为：

“≤”={(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)} （2 分）

3. 简述什么是自反传递闭包。 （3 分）

给出集合 A = {1, 2, 3, 4}上的关系 R={(1, 2),(2, 3)}的自反传递闭包 （2 分）

答：

(1) 设 R 为 X 上的二元关系。X 上的一切包含 R 的自反且传递的二元关系的交称为 R 的自反传递闭包，记为 R*。 （3 分）

(2)R^*={(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(1,2),(2,3),(1,3)}　　（2 分）

4. 简述什么是欧拉图和一个图是欧拉图的充分必要条件。　　（3 分）

已知欧拉图请给从 a 出发的一条欧拉闭迹。　　（2 分）

答：

(1) 存在一条欧拉闭迹的图称为欧拉图。

图 G 是欧拉图当且仅当 G 是连通的且每个顶点的度都是偶数或 G 的边集能划分成若干互相边不相交的圈。　　（3 分）

(2)a-b-c-d-e-c-a 是一条欧拉闭迹　　（2 分）

5. 简述什么是树和生成树？　　（3 分）

设一棵树有 p 个顶点 q 条边，p 和 q 满足什么性质？　　（2 分）

答：

(1) 连通且无圈的无向图称为无向树,简称树。　　（2 分）

设 G=(V, E)是一个图, G 的一个生成子图 T=(V, F)如果是树,则称 T 是 G 的生成树。　　（1 分）

(2) p=q+1　　（2 分）

6. G 是 n(>1)个顶点的树

G 的色数是多少？　　（2 分）

G 的总度数是多少？　　（2 分）

G 的边连通度是多少？　　（1 分）

答：

(1) 2　　（2 分）

(2) 2n-2　　（2 分）

(3) 1　　（1 分）

7. 设 X = {a, b, c, d, e, f, g }, R = {(a, b), (b, c), (c, d), (d, e), (e, f), (f, g), (g, a)}

求：R^7　　（5 分）

答

所以 R^7= {（a, a），（b, b），（c, c），（d, d），（e, e），（f, f），（g, g）}

(5 分)

8. f 是集合 A= {1, 2, 3, 4, 5}到 B = {a, b, c, d}映射

给出 f 有右逆映射的充分必要条件　　（2 分）

如果 f({1,2})=a,f(3)=b,f(4)=c,f(5)=d,求 f 的右逆映射的个数　　（3 分）

答

（1）f 为满射　　（2 分）

（2）2　　（3 分）

四、证明题（每题 8 分，共 16 分）

1. 设 R_1，R_2 是 A 上二元关系，且 R_1 和 R_2 是 A 上对称的二元关系

证明：若 $R_1 \circ R_2 \subseteq R_2 \circ R_1$，则 $R_1 \circ R_2 = R_2 \circ R_1$。

证明

对于 $\forall x, y \in A, (x, y) \in R_2 \circ R_1$，根据关系的合成的定义，$\exists z \in A$ 使得 $(x, z) \in R_2$ 且 $(z, y) \in R_1$。　　（2 分）

因为 R_1 和 R_2 是 A 上对称的二元关系，所以 $(y,z)\in R_1$ 且 $(z,x)\in R_2$，从而有 $(y,x)\in R_1\circ R_2$。　（2 分）

已知 $R_1\circ R_2\subseteq R_2\circ R_1$，则 $(y,x)\in R_2\circ R_1$。根据关系的合成定义知，$\exists y_1\in A$ 使得 $(y,y_1)\in R_2$ 且 $(y_1,x)\in R_1$。（2 分）

因为 R_1 和 R_2 是 A 上对称的二元关系，所以 $(x,y_1)\in R_1$ 且 $(y_1,y)\in R_2$，从而有 $(x,y)\in R_1\circ R_2$，因此 $R_2\circ R_1\subseteq R_1\circ R_2$。　（2 分）

综上所述，$R_1\circ R_2=R_2\circ R_1$。

2.证明一个无向图的奇数度的顶点一定有偶数个。

证明

设 $G=(V，E)$ 是一个无向图。$V_1=\{v\in V\mid d(v)\text{是奇数}\}$，$V_2=\{v\in V\mid d(v)\text{是偶数}\}$，显然 $\{V_1,V_2\}$ 是 V 的一个划分。所以 $\sum\limits_{v\in V}d(v)=\sum\limits_{v\in V_1}d(v)+\sum\limits_{v\in V_2}d(v)$。（4 分）

而 $\sum\limits_{v\in V_2}d(v)$ 是一个偶数，所以 $\sum\limits_{v\in V_1}d(v)=\sum\limits_{v\in V}d(v)-\sum\limits_{v\in V_2}d(v)$，其中 $\sum\limits_{v\in V}d(v)=2|E|$ 也是一个偶数，偶数减去偶数仍然是偶数，故 $\sum\limits_{v\in V_1}d(v)$ 是偶数。（4 分）

五、计算题（每题 7 分，共 14 分）

1. 计算集合 A={1, 2, 3,}到集合 B={a, b, c,d }的部分映射的个数。（必须计算出结果）

答

根据部分映射的定义可知，对于 A 中的每个元素有|B|+1 种选择，（3 分）
因此从 A 到 B 的部分映射个数是（|B|+1）$^{|A|}$=5^3=125。　（4 分）

2. 平面图 G 有三个分支，其顶点数为 8，边数为 12，则 G 有多少个面？

答：
因为：p-q+f=k+1　（4 分）
所以：8-12+f=3+1
从而：f=8　（3 分）