

# 第四周集合论与图论周测

## 一、 选择题

1、 集合 A 有 400 个元素，问集合 A 有多少个子集 ( )。

A: 400    B: 2    C: 0    D:  $2^{400}$

2 G 是 p 个顶点的无向完全图，问 p 有多少条边 ( )。

A: p    B:  $p(p-1)$     C:  $P(P-1)/2$     D:  $p-1$

3 300 条边的树有多少个顶点。

A: 150    B: 300    C: 299    D: 301

4 偶图都可以最少用 ( ) 种颜色给顶点染色。

A: 1    B: 2    C: 3    D: 4

5 一个 p 个顶点的欧拉图至少有多少条边 ( )。

A: p    B:  $p(p-1)$     C:  $P(P-1)/2$     D:  $p-1$

## 二、 判断题

- |   |            |
|---|------------|
| 1) 自然数集合和有理数集合间存在一一对应                               | (        ) |
| 2. 集合 $\{1, 2, \dots, 10\}$ 上共有 $2^{100}$ 个不同的二元关系。 | (        ) |
| 3. 如果 A 为可数集，则 $2^A$ 也是可数集合。                        | (        ) |
| 4. 欧拉图中没有割点。  | (        ) |
| 5. 有向图的每一条弧必在某个强支中。                                 | (        ) |

## 三、 简答题

- 给出等价关系、等价类的定义。等价关系与集合的划分之间有何联系
- $(\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}\}, \supseteq)$  是一个偏序集，(1) 求出这个偏序集的所有极大元素，(3 分) (2) 给出这个偏序集一条长为 4 的反链。(2 分)
- 简述：(1) 什么是鸽巢原理 (抽屉原理) ? (2 分)  
  
(2) 利用鸽巢原理证明：在一个 n 个人参加的会议中，至少有两个人认识的人数一样多。(注：“认识”是对称的，也就是说，a 认识 b，则 b 一定认识

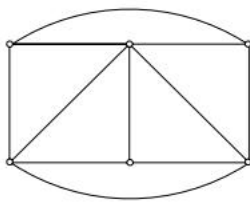
a), (3 分)

4、 $X$  是一个集合,  $|X| = n$ , 求  $x$  自反二元关系个数, 对称, 反对称, 自反或对称

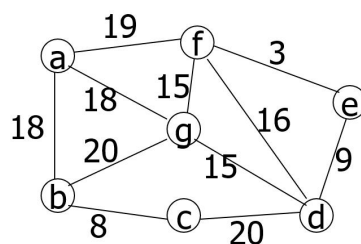
5、简述等价关系应该满足的性质, 并给出一个等价关系。

6、

求下图的顶点连通度和边连通度。



7、用 prim 算法求下图的最小生成树, 并且写出详细步骤



8、给出最大可平面图的定义, 以及两条最大(极大)平面图有关顶点和边数量关系的性质

#### 四、证明题

1、设  $f: A \rightarrow B$  和  $g: B \rightarrow C$  是映射,  $f$  是满射且  $g \circ f$  是单射, 证明:  $g$  是单射。

2. 设  $G = (V, E)$  为一个连通图,  $e$  为  $G$  的一条边。证明:  $e$  是  $G$  的桥当且仅当  $e$  在  $G$  的每个生成树中。

## 五、 计算题

1

计算集合  $A=\{1, 2, 3\}$  到集合  $B=\{a, b, c, d\}$  的部分映射的个数。  
(必须计算出结果)

2、 $R = \{(1, d), (2, c), (3, b), (4, a)\}$  是集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  到集合  $B = \{a, b, c, d\}$  的一个二元关系，画出  $R$  的关系矩阵和关系图。