第二次周测答案

一、选择题

答案 CCCBD

二、 判断题

答案： √ √ √ xx

三、 简答题

1 、

答：

(1) 存在一条欧拉闭迹的图称为欧拉图。

图 G 是欧拉图当且仅当 G 是连通的且每个顶点的度都是偶数或 G 的边集能划分成若干互相边不相交的圈。 （3 分）

(2)a-b-c-d-e-c-a 是一条欧拉闭迹 （2 分）

2 、

答：

(1) 连通且无圈的无向图称为无向树,简称树。 （2 分）

设 G=(V, E)是一个图, G 的一个生成子图 T=(V, F)如果是树,则称 T 是 G 的生成树。 （1 分）

(2) p=q+1 （2 分）

3

答：

(1) 2 （2 分）

(2) 2n-2 （2 分）

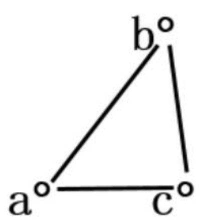
(3) 1 （1 分）

4、

答：（1）包含图 G 的所有顶点和所有边的闭迹称为欧拉闭迹，有欧拉闭迹的图成为欧拉图。

包含图 G 的所有顶点的圈成为哈密顿圈，有哈密顿圈的图称为哈密顿图。

（2）

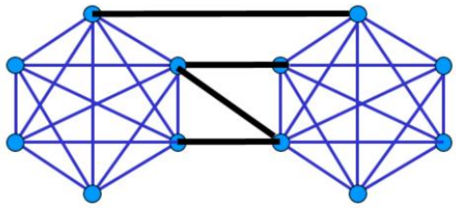


5

图 G 的顶点连通度κ=κ(G)是为了产生一个不连通图或平凡图所需要从 G 中去掉的最少顶点的数目。

图 G 的边连通度λ=λ(G)是为了使 G 产生不连通图或平凡图所需要从 G 中去掉的最少边数。

（2）



6、

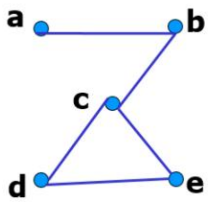
答：（1）

设 v 是图 G 的一个顶点，如果 G-v 的支数大于 G 的支数，则称顶点 v 为图 G 的一个割点。

图 G 的一条边 x 称为 G 的一座桥，如果 G-x 的支数大于 G 的支数。

图 G=(V,E)，S⊆E，如果从 G 中去掉 S 中的所有边得到的图 G-S 的支数大于 G 的支数，而去掉 S 的任一真子集中的边得到的图的支数不大于 G 的支数，则称 S 为 G 的一个割集。

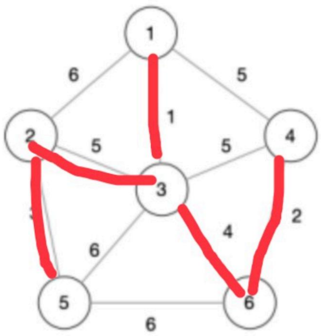
（2）



7、

(1) 设G=(V, E)是一个图, G的一个生成子图T=(V, F)如果是树,则称T是G的生成树。对给定边带权连通图G,G中边的权是一个非负实数,生成树中各边的权之和称为该生成树的权；G的生成树中权最小的那个生成树就是最小生成树。

(2)



8、

答：（1）无圈的连通图成为树。

（2）设顶点数为 p，边数为 q，则 p ＝ q+1

去掉一条边，正好形成两个支

加一条边，形成唯一的一个圈

树是偶图

至少有两个 1 度顶点

四、 证明题

1 、

证明：用归纳法

当 p=2 时成立

设 p=k 时成立

当 p=k+1 时，去掉一条边正好形成两个树，

可证每棵树恰有两个一度顶点或只有一个顶点。

也就是说每棵树要么是一条路，要么是一个顶点，

合起来还是一条路。

2

证明

设 $G=(V, E)$ 是一个无向图。$V_1=\{v\in V \mid d(v)\text{是奇数}\}$，$V_2=\{v\in V \mid d(v)\text{是偶数}\}$，显然 $\{V_1,V_2\}$ 是 V 的一个划分。所以 $\sum_{v\in V}d(v)=\sum_{v\in V_1}d(v)+\sum_{v\in V_2}d(v)$。 （4 分）

而 $\sum_{v\in V_2}d(v)$ 是一个偶数，所以 $\sum_{v\in V_1}d(v)=\sum_{v\in V}d(v)-\sum_{v\in V_2}d(v)$，其中 $\sum_{v\in V}d(v)=2|E|$ 也是一个偶数，偶数减去偶数仍然是偶数，故 $\sum_{v\in V_1}d(v)$ 是偶数。（4 分）

五、 计算题

1

答：

因为：p-q+f=k+1 （4 分）

所以：8-12+f=3+1

从而：f=8 （3 分）

2、

答：

1 个节点的子图个数为 4

2 个节点的子图个数为 C(4,2)*2=12

3 个节点的子图的个数为 C(4,3)*2^3=32

4 个节点的子图的个数为 2^6=64