# 機　率

台大電機系 葉丙成

微博: weibo.com/yehbo　臉書: facebook.com/prof.yeh

部落格: pcyeh.blog.ntu.edu.tw

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 本週主題概述

- 9-1: 隨機變數之和
- 9-2: MGF
- 9-3: 多個隨機變數和
- 9-4: 中央極限定理(萬佛朝宗)

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE,  National Taiwan University

# 9-1: 隨機變數之和

第九週

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE,  National Taiwan University

# $Z = X + Y$ 的機率分佈？

- Ex: 老張麵店只賣牛肉麵跟豆腐腦已知每天的麵銷量 $X$ 碗與豆腐腦銷量 $Y$ 碗的聯合機率分佈 $p_{X,Y}(x, y)$
  兄弟們約老張收攤後喝酒小聚。老婆規定老張洗完碗後才能赴約。
  請問老張洗碗數量的機率分佈是？

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# $\boldsymbol{Z = X + Y}$ 的機率分佈？

- Ex: 小明寫國文作業的時間 $\boldsymbol{X}$ 與算術作業 $\boldsymbol{Y}$ 的聯合機率分佈 $\boldsymbol{f_{X,Y}(x,y)}$。兄弟們約小明喝酒小聚老媽規定小明寫完作業後才能赴約。請問小明兄弟要等多久時間的機率分佈是？

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE,  National Taiwan University

# 若 $X, Y$ 獨立？

- 離散：$Z = X + Y$

$$p_Z(z) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} p_{X,Y}(x, z-x) = \overbrace{\sum_{x=-\infty}^{\infty} p_X(x) \cdot p_Y(z-x)}^{\text{discrete convolution}} = \underbrace{\sum_{y=-\infty}^{\infty} p_X(z-y) \cdot p_Y(y)}_{\text{discrete convolution}}$$

$$= \boxed{p_X(z) * p_Y(z)}$$

- 連續：$Z = X + Y$

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, z-z)dx = \overbrace{\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) f_Y(z-x)dx}^{\text{continuous convolution}} = \overbrace{\int_{-\infty}^{\infty} f_X(z-y) f_Y(y)dy}^{\text{continuous convolution}}$$

$$= \boxed{f_X(z) * f_Y(z)}$$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 如果有不只兩個隨機變數?

- $X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ ，

  若 $X_1, \dots, X_n$ 獨立

  (離散): $p_X(x) =$

  (連續): $f_X(x) =$

很複雜，怎麼辦？ MGF

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 9-2: MGF (MOMENT GENERATING FUNCTION)

第九週

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# Convolution 很不好算，怎辦？

- 先看個例子吧！辛苦的紅娘業

小園超宅、小麗超夯
任務：撮合他們
（超難！）

轉換：分別送去亞馬遜荒野
換新的洋名、造型、身分

撮合：一男一女、荒郊野嶺
周圍鬼哭神號，只有營火，
和你我的相互依偎！
（超簡單！）

逆轉換：送他們回文明世界
從此在一起了！

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# Convolution 很不好算，怎辦？

- 辛苦的 convolution，有法偷懶？

給定 $p_{X_1}(x)$、$p_{X_2}(x)$
任務：$p_{X_1}(x) * p_{X_2}(x)$
（超麻煩！）

轉換：送他們到 $s$ 世界，分別作 MGF 變身
$\phi_{X_1}(s) = E[e^{sX_1}]$, $\phi_{X_2}(s) = E[e^{sX_2}]$

$= \sum_{x=-\infty}^{\infty} e^{sx} \cdot p_{X_1}(x)$

摺合：相乘就行
$\phi_{X_1}(s) \cdot \phi_{X_2}(s)$
（超簡單！）

逆轉換：從 $s$ 世界送回 $x$ 世界
從此在一起了！

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# Convolution 很不好算，怎辦？

- 辛苦的 convolution，有法偷懶？

轉換：送他們到 $s$ 世界，分別作 MGF 變身

$\phi_{X_1}(s) = E[e^{sX_1}], \phi_{X_2}(s) = E[e^{sX_2}], \cdots, \phi_{X_n}(s) = E[e^{sX_n}]$

給定：$p_{X_1}(x), p_{X_2}(x), \cdots, p_{X_n}(x)$

任務：$p_{X_1}(x) * p_{X_2}(x) * \cdots * p_{X_n}(x)$

（超麻煩！）

撮合：相乘就行

$\phi_{X_1}(s) \cdot \phi_{X_2}(s) \cdots \phi_{X_n}(s)$

（超簡單！）

逆轉換：從 $s$ 世界送回 $x$ 世界

從此在一起了！

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# Convolution 很不好算，怎辦？

- 辛苦的 convolution，有法偷懶？

轉換：送他們到 $s$ 世界，分別作 MGF 變身

$\phi_{X_1}(s) = E[e^{sX_1}], \phi_{X_2}(s) = E[e^{sX_2}], \cdots, \phi_{X_n}(s) = E[e^{sX_n}]$

$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{sx} f_{X_1}(x)\,dx$

給定：$f_{X_1}(x), f_{X_2}(x), \cdots, f_{X_n}(x)$

任務：$f_{X_1}(x) * f_{X_2}(x) * \cdots * f_{X_2}(x)$

（超麻煩！）

撮合：相乘就行

$\phi_{X_1}(s) \cdot \phi_{X_2}(s) \cdots \phi_{X_n}(s)$

（超簡單！）

逆轉換：從 $s$ 世界送回 $x$ 世界

從此在一起了！

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# MGF (Moment Generation Function)

- MGF $\phi_X(s)$ 定義：

$$\phi_X(s) = E[e^{sX}] = \left\{ \right.$$

- 逆轉換怎麼做？

通常靠查表

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 我說 MGF 為什麼叫 MGF 呢？

- 還記得什麼叫 moment 嗎？ $E[X^n]$
- $\phi_X(s)$ 跟 moment 有關係嗎？離散 case：

$$\phi_X(s) = E[e^{sX}] = \sum_{x=-\infty}^{\infty} e^{sx} \cdot p_X(x)$$

$$\phi'_X(s) = \frac{d}{ds}\sum_{x=-\infty}^{\infty} e^{sx} \cdot p_X(x) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} \underbrace{\frac{de^{sx}}{ds}}_{x\cdot e^{sx}} \cdot p_X(x) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} x \cdot e^{sx} \cdot p_X(x)$$

- $\phi'_X(0) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} x \cdot e^{0\cdot x} \cdot p_X(x) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} x \cdot 1 \cdot p_X(x) = E[X]$
- $\phi_X^{(n)}(0) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} x^n \cdot e^{sx} \cdot p_X(x)|_{s=0} = \sum_{x=-\infty}^{\infty} x^n \cdot p_X(x) = E[X^n]$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 我說 MGF 為什麼叫 MGF 呢？

- 還記得什麼叫 moment 嗎？ $E[X^n]$
- $\phi_X(s)$ 跟 moment 有關係嗎？連續 case：

$$\phi_X(s) = E[e^{sX}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{sx} \cdot f_X(x)\, dx$$

$$\phi'_X(s) =$$

- $\phi'_X(0) =$
- $\phi_X^{(n)}(0) =$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# MGF 的重要性質

- $Y = aX + b$

$$\phi_Y(s) = E[e^{sY}] = E\left[e^{s(aX+b)}\right]$$

$$= E[e^{saX} \cdot e^{sb}]$$

$$= e^{sb}\, E[e^{saX}]$$

$$= e^{sb} \cdot \phi_X(as)$$

$$\phi_X(s) = E[e^{\boxed{s}X}]$$

" $\phi_X(as)$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 常見離散機率分佈之 MGF

$\sum_{x=-\infty}^{\infty} e^{sx} p_X(x)$

- $X \sim Bernoulli(p)$: $p_X(0) = 1 - p, p(1) = p$

  $\phi_X(s) = E[e^{sX}] = e^{s\cdot 0} \cdot p_X(0) + e^{s\cdot 1} \cdot p_X(1)$

  $= \boxed{1 \cdot (1-p) + e^s \cdot p} = 1 - \underset{1-p}{p} + pe^s$ 　 $\underset{p}{}$

- $X \sim BIN(n, p)$: 作 $n$ 次實驗成功次數等於各實驗成功次數的總和

  $\Rightarrow X = \boxed{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}$, $X_i$ 獨立, $X_i \sim Bernoulli(p)$,

  $\phi_{X_i}(s) = 1 - p + pe^s$

  $\Rightarrow \phi_X(s) = \boxed{\phi_{X_1}(s) \cdot \phi_{X_2}(s) \cdots \phi_{X_n}(s)} = [1 - p + pe^s]^n$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 常見離散機率分佈之 MGF

- $X \sim Geometric(p)$:

$$\phi_X(s) = E[e^{sX}] = \sum_{x=-\infty}^{\infty} e^{sx} p_X(x)$$

- $X \sim Pascal(k, p)$: 看到第 $k$ 次成功的花的總實驗次數等於第 1 號成功花多少次＋第 2 號成功花多少次＋...＋第 $k$ 號成功花多少次

$\Rightarrow X = X_1 + X_2 + \cdots + X_k$, $X_i$ 獨立, $X_i \sim Geometric(p)$

$\Rightarrow \phi_X(s) = E[e^{sX}] = \phi_{X_1}(s) \cdots \phi_{X_k}(s) = [\phi_{X_1}(s)]^k$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 常見離散機率分佈之 MGF

- $X \sim Poisson\,(\alpha)$:

  $\phi_X(s) = E[e^{sX}] =$

- $X \sim UNIF\,(a, b)$:

  $\phi_X(s) = E[e^{sX}] =$

# 常見連續機率分佈之 MGF

- $X \sim Exponential(\lambda)$:

$$\underline{\phi_X(s) = E[e^{sX}] =}$$

- $X \sim Erlang(n, \lambda)$:

$$\underline{X} = \underline{X_1} + \underline{X_2} + \cdots + \underline{X_n},\ X_i \text{ 獨立}, \boxed{X_i \sim Exponential(\lambda)}$$

$$\Rightarrow \phi_X(s) = E[e^{sX}] = \phi_{X_1}(s) \cdots \phi_{X_n}(s) = [\phi_{X_1}(s)]^n$$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 常見連續機率分佈之 MGF

- $X \sim UNIF(a, b)$:

  $\phi_X(s) = E[e^{sX}] =$

- $X \sim Gaussian(\mu, \sigma)$:

  $\phi_X(s) = E[e^{sX}] =$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE,  National Taiwan University

# 9-3: 多個隨機變數之和

第九週

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 獨立隨機變數之和

- $X_1, X_2, \ldots$ 獨立，且各自都有一模一樣的機率分佈，表示為

$$\{X_i\}\ I.I.D.$$

*Independently and Identically Distributed*

- $X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$, $\boxed{n \text{ 為常數}}$，請問 $X$ 的機率分佈？

離散: $p_X(x) = p_{X_1}(x) * p_{X_1}(x) * \cdots * p_{X_1}(x)$

$p_{X_1}(x) = p_{X_i}(x)$

連續: $f_X(x) = f_{X_1}(x) * f_{X_1}(x) * \cdots * f_{X_1}(x)$

$f_{X_i}(x) = f_{X_1}(x)$

$$\phi_X(s) = [\phi_{X_1}(s)]^n$$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# Ex: 將太的壽司

- 壽司飯糰的理想重量是 13 公克。將太初當學徒，
  每次抓飯量為常態分佈，期望值是 14 ，標準差是 3。
  師父要將太每天練習作 100 個壽司才能休息，做完的壽司都得自己吃掉。
  請問將太每天吃的飯量的機率分佈？

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 隨機個數之獨立隨機變數和

- $X_1, X_2, \ldots$ I.I.D.

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_N$$

若 $N$ 本身也為隨機變數，其機率分佈已知，那 $X$ 的機率分佈找的到嗎？

$N$: $p_N(n)$ 已知

$$\Rightarrow \phi_N(\tilde{s}) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{\tilde{s}\,n} \cdot p_N(n)$$

$$\tilde{s} = \ln \phi_{X_1}(s)$$

$X = X_1 + \cdots + X_N$

$$\phi_X(s) = E[e^{sX}] = E[e^{sX_1 + sX_2 + \cdots + sX_N}]$$
$$= E[e^{sX_1} \cdot e^{sX_2} \cdot \ldots \cdot e^{sX_N}]$$
$$= E_N\left[E[e^{sX_1}] \cdot E[e^{sX_2}] \cdot \ldots \cdot E[e^{sX_N}]\right]$$
$$= E_N\left[[\phi_{X_1}(s)]^N\right] = \sum_{n=0}^{\infty} (\phi_{X_1}(s))^n \cdot p_N(n)$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} e^{\ln(\phi_X(s))\,n} \cdot p_N(n) = \phi_N\left(\underbrace{\ln(\phi_{X_1}(s))}_{\tilde{s}}\right)$$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# Ex: 如果不景氣呢？

- 因為不景氣，師父的生意有一搭沒一搭，沒那麼多錢讓將太揮霍。每天可以練習的壽司數量是由當天生意決定的。每天可以練習的壽司數量是一個 Poisson 分佈，期望值為 75；將太功夫依然沒有長進，每次抓的飯量為常態分佈，期望值是 14 ，標準差是 4。請問阿明每天吃的飯量的機率分佈？

# 9-4: 中央極限定理 (萬佛朝宗)

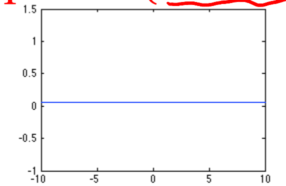
第九週

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE,  National Taiwan University

# 數個獨立 Uniform 連續隨機變數和

$X_1 \sim UNIF(-10, 10)$

PDF:



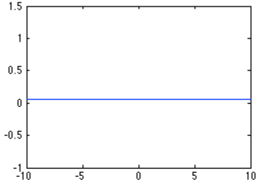


Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

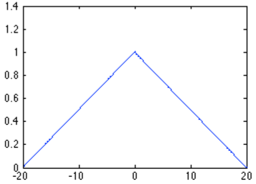
# 數個獨立 Uniform 連續隨機變數和

PDF:

$\boldsymbol{X_1}$




$\boldsymbol{X_1 + X_2}$

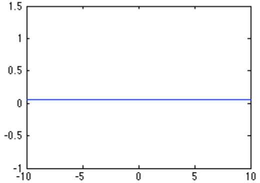



Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

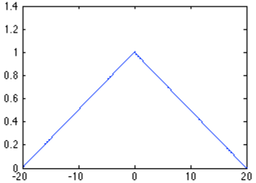
# 數個獨立 Uniform 連續隨機變數和

PDF:

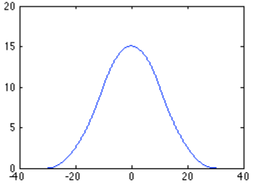
$X_1$




$X_1 + X_2$




$X_1 + X_2 + X_3$

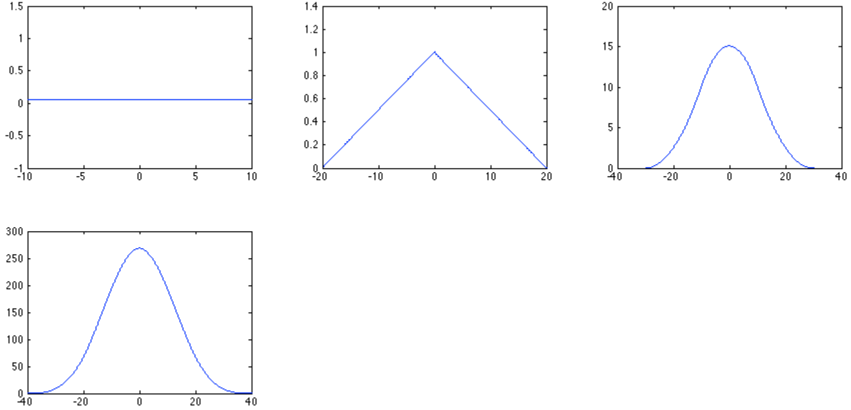



Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 數個獨立 Uniform 連續隨機變數和

PDF:

$X_1$ $\qquad$ $X_1 + X_2$ $\qquad$ $X_1 + X_2 + X_3$

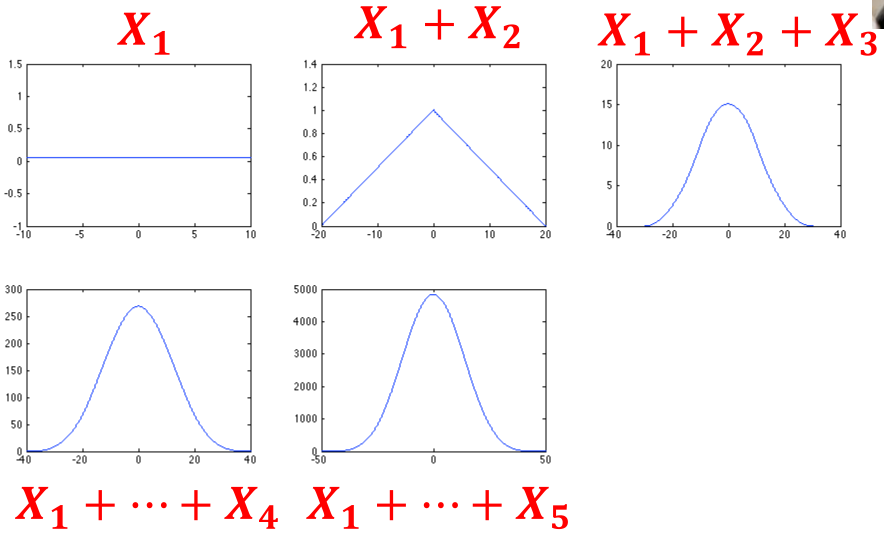



$X_1 + \cdots + X_4$


Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 數個獨立 Uniform 連續隨機變數和

PDF:



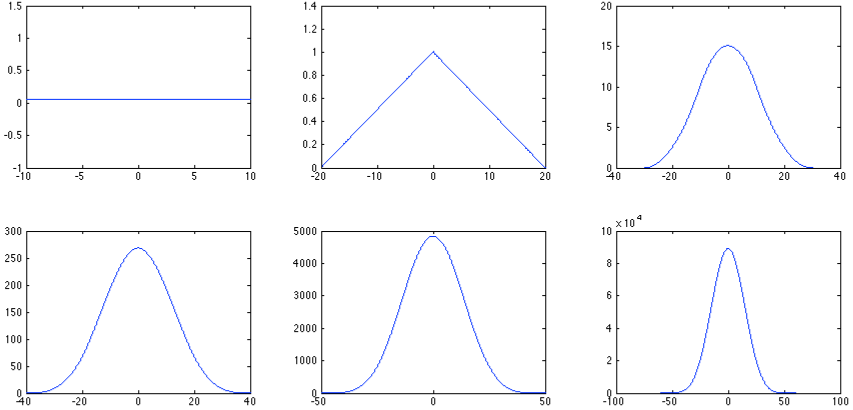


Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 數個獨立 Uniform 連續隨機變數和

PDF:

$X_1$ $\quad$ $X_1 + X_2$ $\quad$ $X_1 + X_2 + X_3$



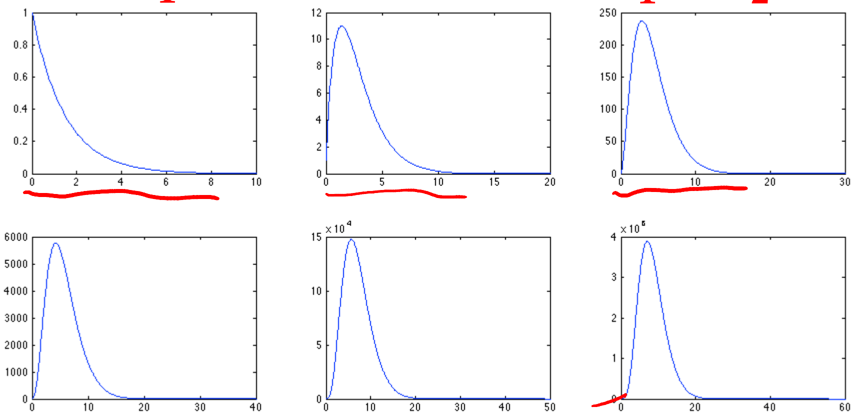

$X_1 + \cdots + X_4$ $\quad$ $X_1 + \cdots + X_5$ $\quad$ $X_1 + \cdots + X_6$


Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 數個獨立 Exponential 隨機變數和

PDF:

$X_1$ $\quad$ $X_1 + X_2$ $\quad$ $X_1 + X_2 + X_3$



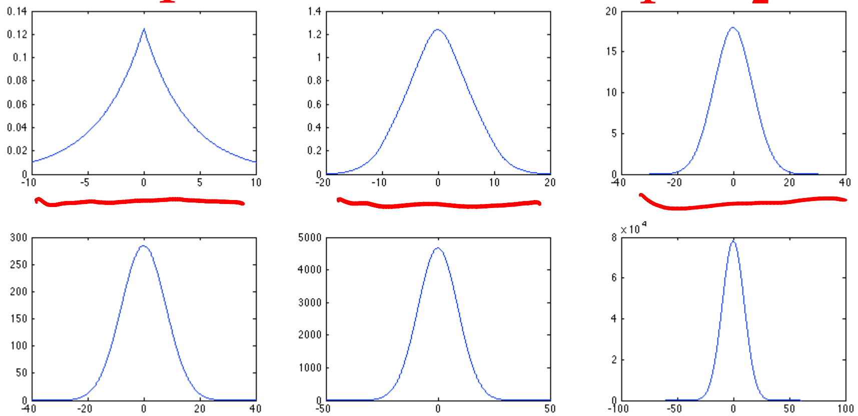

$X_1 + \cdots + X_4$ $\quad$ $X_1 + \cdots + X_5$ $\quad$ $X_1 + \cdots + X_6$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 數個獨立 Laplace 隨機變數和

PDF:

$X_1$ $\qquad$ $X_1 + X_2$ $\qquad$ $X_1 + X_2 + X_3$



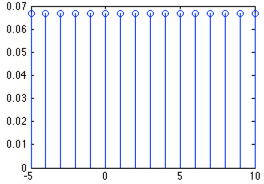

$X_1 + \cdots + X_4$ $\qquad$ $X_1 + \cdots + X_5$ $\qquad$ $X_1 + \cdots + X_6$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 數個獨立 Uniform 離散隨機變數和

PMF:

$X_1$

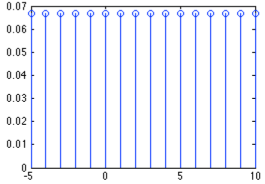



Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

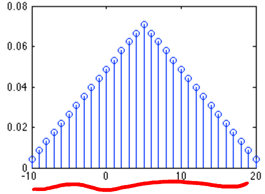
# 數個獨立 Uniform 離散隨機變數和

PMF:

$X_1$




$X_1 + X_2$

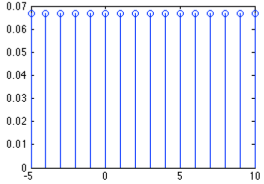



Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

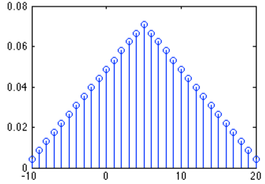
# 數個獨立 Uniform 離散隨機變數和

PMF:

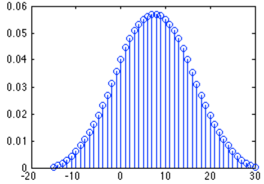
$X_1$




$X_1 + X_2$




$X_1 + X_2 + X_3$

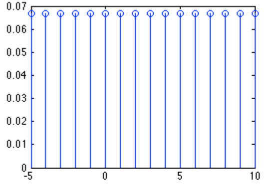



Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

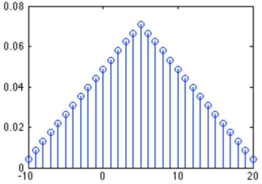
# 數個獨立 Uniform 離散隨機變數和

PMF:

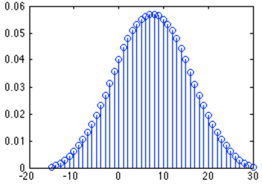
$X_1$

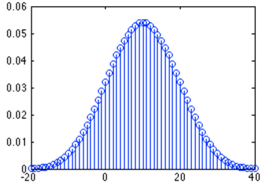



$X_1 + X_2$




$X_1 + X_2 + X_3$



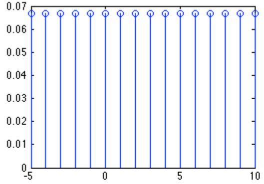

$X_1 + \cdots + X_4$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

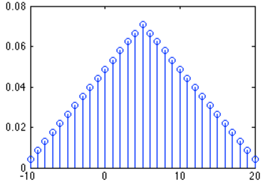
# 數個獨立 Uniform 離散隨機變數和

PMF:

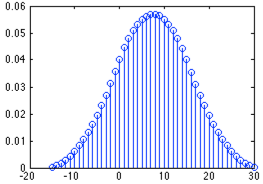
$X_1$

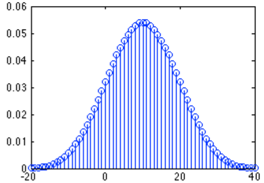


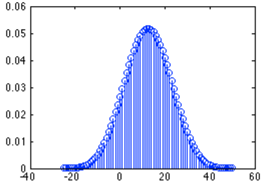

$X_1 + X_2$




$X_1 + X_2 + X_3$



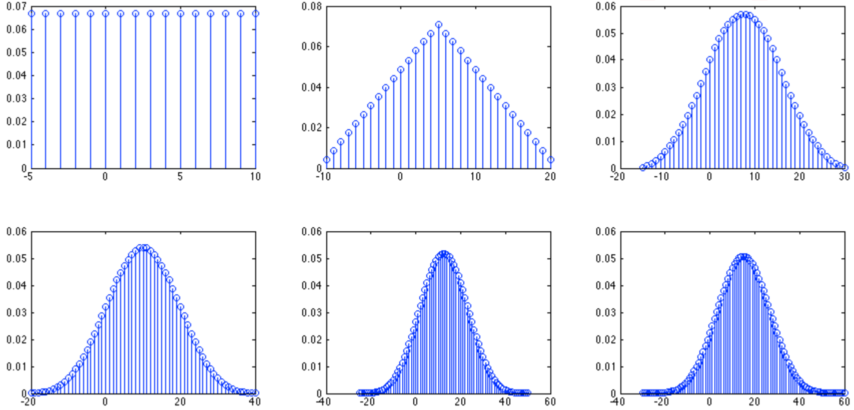

$X_1 + \cdots + X_4$ $X_1 + \cdots + X_5$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 數個獨立 Uniform 離散隨機變數和

PMF:

$X_1$ $\quad$ $X_1 + X_2$ $\quad$ $X_1 + X_2 + X_3$



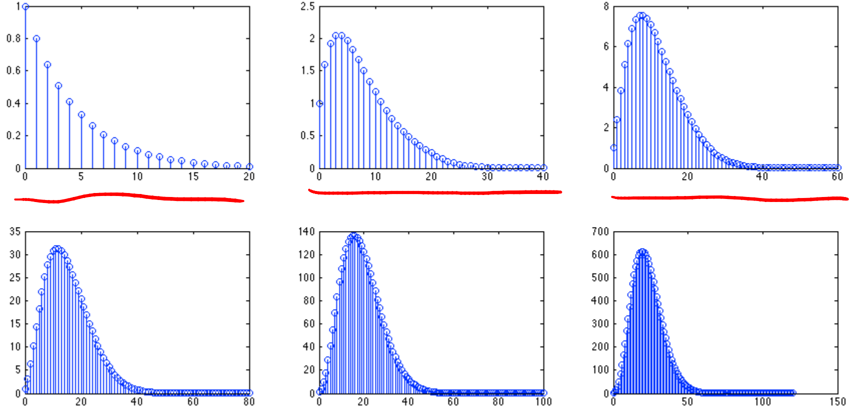
$X_1 + \cdots + X_4$ $\quad$ $X_1 + \cdots + X_5$ $\quad$ $X_1 + \cdots + X_6$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 數個獨立 Geometric 隨機變數和

**PMF:**

$X_1$ $\quad$ $X_1 + X_2$ $\quad$ $X_1 + X_2 + X_3$



$X_1 + \cdots + X_4$ $\quad$ $X_1 + \cdots + X_5$ $\quad$ $X_1 + \cdots + X_6$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 中央極限定理 (Central Limit Theorem)

- 若 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 為 $I.I.D.$，

  則當 $n$ 趨近於無窮大時：

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n \sim N\left(\mu_{X_1+X_2\ldots+X_n}, \sigma^2_{X_1+X_2\ldots+X_n}\right)$$

$$\mu_{X_1+X_2\ldots+X_n} = \mu_{X_1} + \mu_{X_2} + \cdots . + \mu_{X_n} = n\mu_{X_1}$$

$$\sigma^2_{X_1+X_2\ldots+X_n} = \sigma^2_{X_1} + \sigma^2_{X_2} + \cdots + \sigma^2_{X_n} = n\sigma^2_{X_1}$$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 中央極限定理 (CLT) 的應用

- 當要處理多個獨立的隨機變數的和時，我們可以 CLT 將其機率分佈近似為常態分佈後計算機率
- 另若某機率分佈等同於多個獨立隨機變數的和，此機率分佈便可以用常態分佈近似之，再計算機率

例：$X \sim BIN(100, 0.3)$

$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_{100}$

$\{X_i\}$ $I.I.D., X_i \sim Berinoulli(0.3)$

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 中央極限定理 (CLT) 的應用

- Ex: 天團五五六六有百萬粉絲。每位粉絲各自獨立，但有 0.2 的機率會買天團發片的 CD。若是天團發精選輯，請問天團精選輯發售超過 200,800 張之機率為何？

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 若 *X* 是離散的隨機變數和…

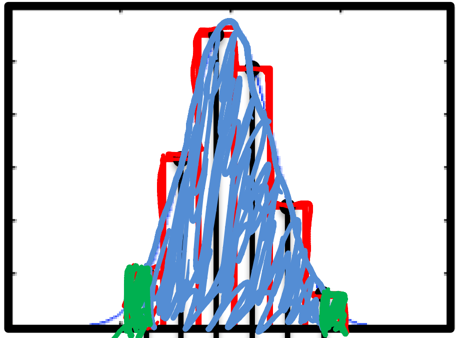
- 我們可以算的更精確！ $X = X_1 + \cdots + X_n$
- De Moivre – Laplace Formula:

$$\boxed{P(k_1 \le X \le k_2)} \approx P\left(\frac{k_1-0.5-n\mu_{X_1}}{\sqrt{n}\sigma_{X_1}} \le \frac{X-n\mu_{X_1}}{\sqrt{n}\sigma_{X_1}} \le \frac{k_2+0.5-n\mu_{X_1}}{\sqrt{n}\sigma_{X_1}}\right)$$

$$\approx \boxed{\Phi\left(\frac{k_2+0.5-n\mu_{X_1}}{\sqrt{n}\sigma_{X_1}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1-0.5-n\mu_{X_1}}{\sqrt{n}\sigma_{X_1}}\right)}$$

$$= \boxed{P_X(k_1) + P_X(k_1+1) + \cdots + P_X(k_2)}$$

$$= \boxed{1 \cdot P_X(k_1)} + 1 \cdot P_X(k_1+1) + \cdots + 1 \cdot P_X(k_2)$$




Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 若 *X* 是離散的隨機變數和…

- Ex:萱萱為 5566 忠實粉絲，幫粉友去 20 家店買 CD。每家店限購一張，缺貨機率 0.5。請問萱萱買到 7 張之機率為？

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University

# 本週回顧

- 隨機變數的和的機率分佈？
- 為何要學MGF？
- 多個隨機變數之和如何找機率分佈？
- 中央極限定理(萬佛朝宗)

Prof. Yeh, Ping-Cheng (Benson) 葉丙成
Dept. of EE, National Taiwan University