



函数建模

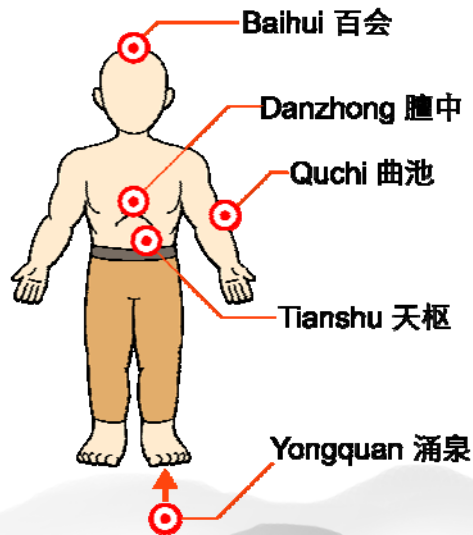
李浩文、彼得·斯塔基



三英战吕布



吕布的弱点



3

伤害矩阵



7

1

3

4

6



8

2

5

1

4



4

3

7

2

5

4

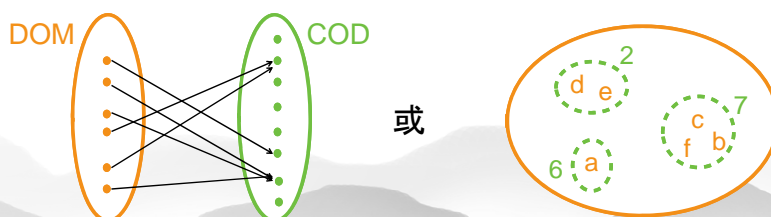
吕布问题以及纯分配问题

- 刘备、关羽和张飞会攻击吕布**不同**的弱点来分散他的注意力
- 找到可以对吕布造成最大伤害的攻击点
- 吕布问题拥有**纯分配问题**的形式
 - 三个英雄和五个攻击点
 - 给每个英雄**分配**一个攻击点来最大化伤害

5

确定函数

- 很多组合问题有以下形式:
 - 给一个集合DOM (定义域) 中的每个对象
 - 分配一个取自另外一个集合COD (值域) 的值
- 我们可以把这理解为
 - 定义一个函数 $\text{DOM} \rightarrow \text{COD}$
 - 或者划分集合DOM (为以COD中的元素标记的集合)



6



确定函数

- 这个函数可以为
 - 单射：分配问题
 - 双射 ($|\text{DOM}|=|\text{COD}|$)：匹配问题
- 在吕布问题中，DOM是英雄们，COD是吕布的弱点

7

确定函数

- 这个函数可以为
 - 单射：分配问题
 - 双射 ($|\text{DOM}|=|\text{COD}|$)：匹配问题
- 在吕布问题中，DOM是英雄们，COD是吕布的弱点

8

吕布问题数据和决策变量 (lvbu.mzn)

数据

```
enum HERO;  
enum SPOT;  
array[HERO,SPOT] of int: damage;
```

决策变量是什么？

```
array[HERO] of var SPOT: pos;
```

目标是什么？

```
var int: tDamages = sum(h in HERO)  
    (damage[h,pos[h]]);  
solve maximize tDamages;
```

9

吕布问题约束 (lvbu.mzn)

每个攻击点最多被分配给一个英雄

```
forall(s in SPOT)  
    (sum(h in HERO)  
        (pos[h] = s) <= 1);
```

换句话说

每两个英雄被分配的攻击点不可以相同

```
forall(h1, h2 in HERO where h1 < h2)  
    (pos[h1] != pos[h2]);
```

哪一个更好？

10



全局约束

- 我们还是不要选择了 (?)
 - 不同的求解器倾向于选择不同的表示方式
- 捕捉了问题的结构
- 交给求解器来决定使用它已知的处理这个子结构的最好方法
- 在给这些子结构建模时，我们使用

全局约束

11

Alldifferent

- 全局约束版本

```
alldifferent(pos);
```
- 强制使每个英雄被分配到不同的攻击点
- 求解器可以利用子结构来更好地求解问题
- 全局约束的第一个例子
- 捕捉了
 - 分配问题子结构，或者说
 - 决定一个单射函数

12



吕布分配模型 (lvbu.mzn)

```
enum HERO;
enum SPOT;
array[HERO,SPOT] of int: damage;

array[HERO] of var SPOT: pos;

include "alldifferent.mzn";
alldifferent(pos);

maximize sum(h in HERO)
    (damage[h,pos[h]]);

output[ show(h)++": "++show(pos[h])++"\n" |
    h in HERO] ++
    ["Total Damages: ",show(tDamages)];
```

13

分配问题

- ⌘ 纯分配问题已经被研究得很透彻
 - 专门设计的多项式 (快速) 算法
 - 最大加权匹配
- ⌘ 如果你有一个纯分配问题
 - 使用一个专门设计的算法
- ⌘ 但是现实世界永远不是纯粹的
 - 增加一些额外约束，这些专门设计的算法基本上总是会被破坏掉了！

14



小结

- 确定一个（有限的）函数是常见的
- 确定一个单射函数是一个
 - 分配（子）问题
- 全局约束`alldifferent`很好地捕捉了这个子结构
- 全局约束
 - 是组合子结构的名字
 - 求解器可以使用它们最好的方法来解决它
 - 更多内容，请听下回分解 ...

15

图像引用

所有图像由Marti Wong设计提供, © 香港中文大学与墨尔本大学 2016

16