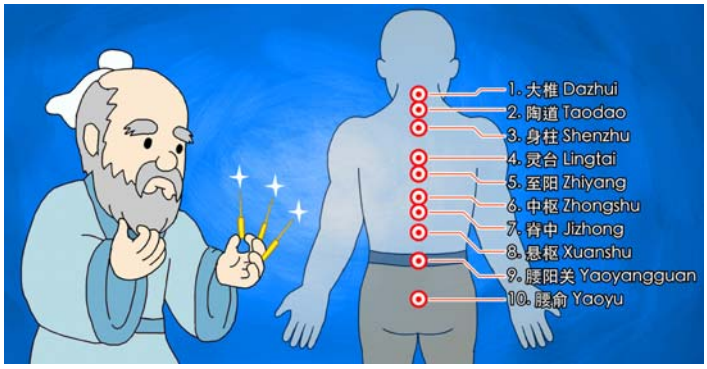
更多多重模型

李浩文、彼得·斯塔基

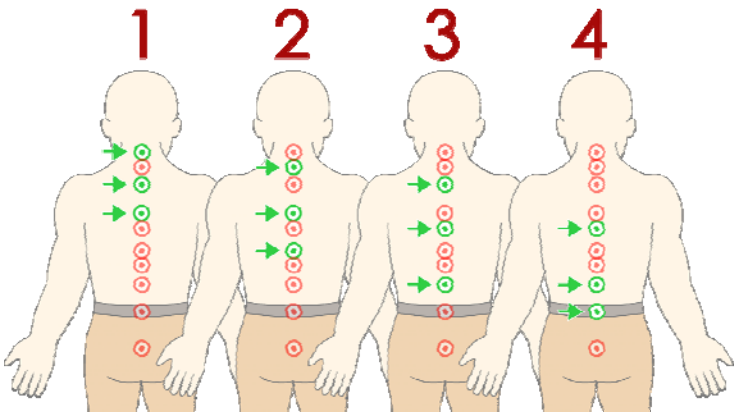
针灸问题

针灸问题



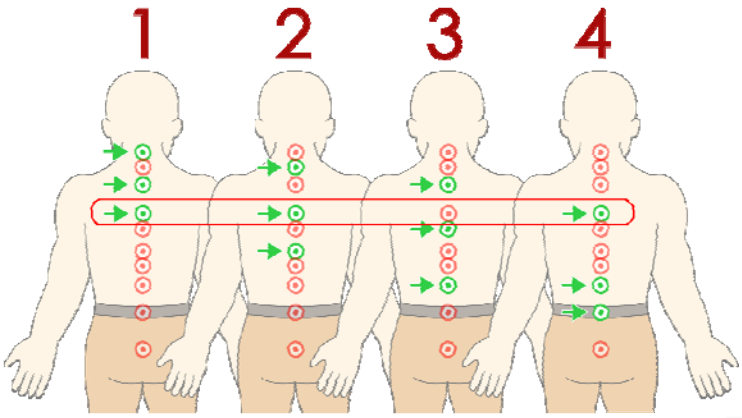
3

一种特殊的治疗方案



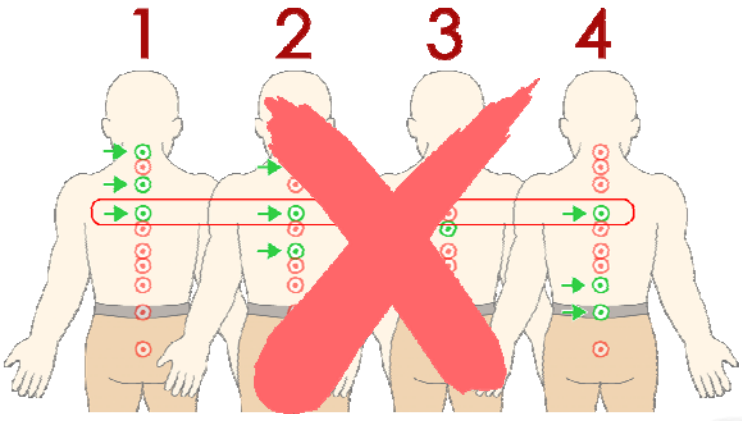
4

任何三个三元组的交集都为空



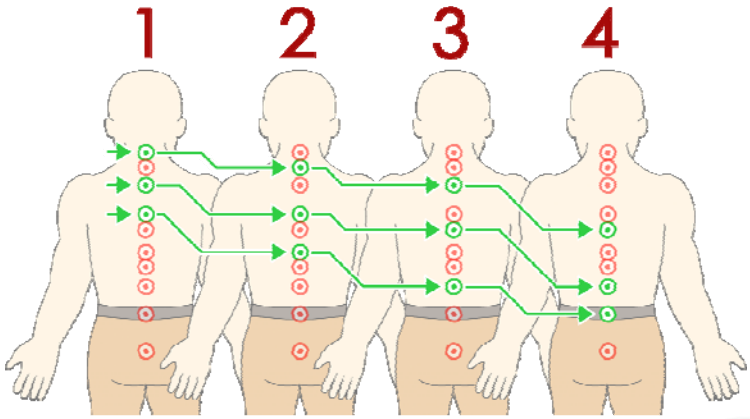
5

任何三个三元组的交集都为空



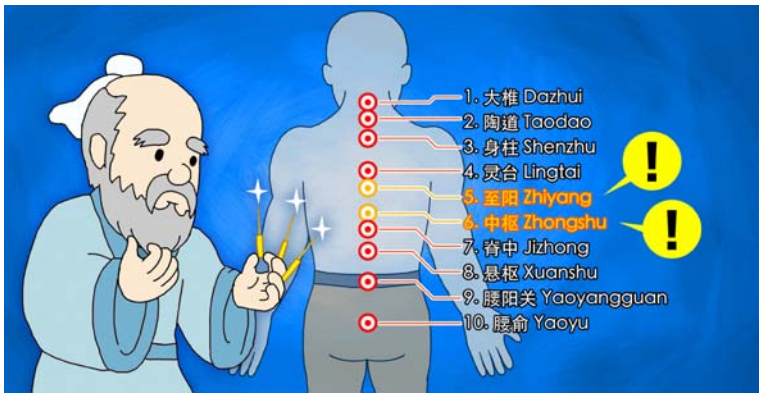
6

顺序约束



7

单次约束



8

针灸问题数据 (acupuncture.dzn)

```
% 枚举类型是有序的集合
SPOT = {DAZHUI, TAODAO, SHENZHU, LINGTAI,
   ZHIYANG, ZHONGSHU, JIZHONG, XUANSHU,
   YAOYANGGUAN, YAOYU};

c = 3; % number of jabs in each stage
m = 4; % number of stages
```

9

针灸问题数据 (acupuncture.mzn)

```
include "globals.mzn";

enum SPOT;

int: c;
int: m;
```

10

集合视角 (acupuncture.mzn)

- 变量和决策表示约束

```
array[1..m] of var set of SPOT: stage;
forall(i in 1..m)(card(stage[i]) = c);
```

- 约束：任何三个三元组的交集都为空

```
forall(i,j,k in 1..m where i < j /\ j < k)
   (stage[i] intersect stage[j]
      intersect stage[k] = {});
```

- 约束：有些点只可以针灸一次

```
sum(i in 1..m)(ZHIYANG in stage[i]) <= 1;
sum(i in 1..m)(ZHONGSHU in stage[i]) <= 1;
```

- **表达**顺序约束变得**非常**难

11

整型数组视角 (acupuncture.mzn)

- 变量和决策表示约束

```
array[1..m,1..c] of var SPOT: point;
forall(i in 1..m, j in 1..c-1)
   (point[i,j] < point[i,j+1]);
```

- 约束：**枚举元素的**顺序

```
forall(i in 1..m-1, j in 1..c)
   (point[i,j] < point[i+1,j]);
```

- 约束：有些点只可以针灸一次

```
global_cardinality_low_up(
   [point[i,j] | i in 1..m, j in 1..c],
   [ZHIYANG,ZHONGSHU], [0,0], [1,1]);
```

- **交集**约束很难**表示**

12

连通表示

- 在同一个视角但是使用不同的表示方法
- 固定势集合表示
  - 集合变量

```
var set of OBJ: s;
card(s) = u;
```

  - 整型变量数组（每个值各有一个）

```
array[1..u] of OBJ: x;
forall(i in 1..u-1)(x[i] > x[i+1]);
```

- 连通

```
forall(o in OBJ)
   (o in s -> exists(i in 1..u)(x[i] = o));
forall(i in 1..u)(x[i] in s);
```

13

结合模型 (acupuncture.mzn)

- 连通

```
forall(i in 1..m, s in SPOT)
   (s in stage[i]
       -> exists(j in 1..c)(point[i,j] = s));
forall(i in 1..m, j in 1..c)
   (point[i,j] in stage[i]);
```

- 约束
  - 用stage变量表示不相交
  - 用point变量表示有序
  - 任何一个视角都可以用来表示单次约束

14

一个更好的模型

- 实际上，我们可以使用数组模型来表示相交约束
- **如果任何3个集合的交集都是空集**，则**不会有元素出**现多于两次
- 这是一个作用于所有**point数**组元素之上的势约束
- **把它加入到数**组模型

```
global_cardinality_low_up_closed(
    [point[i,j] | i in 1..m, j in 1..c],
    [i | i in SPOT],      % 每个穴位
    [0 | i in SPOT],      % 最少0次
    [2 | i in SPOT]);     % 最多2次
```

15

结合的模型

- 对于针灸问题，我们确实找到了一个表示方**法**，**但是**对它的变体建模则会比较困难
- **例如**，**任何三个集合的交集的**势最大只能是1

```
forall(i,j,k in 1..m where i < j /\ j < k)
   (1 >= card(stage[i] intersect
      stage[j] intersect stage[k]);
```

- 很难**看出如何使用数**组对此建模

16

连通无界的集合变量的不同表示

- 回顾下黄巾军问题
  - 0-1整型变量

```
array[OBJ] of var 0..1: x
```

  - 集合变量

```
var set of OBJ: s
```

- 连通

```
forall(o in OBJ)
   (x[o] = o in s);
```

- 有什么优势吗！？ 我们交给你来探索

17

小结

- 把同一个视角下不同的表示方法连接起来
- 对于不同的约束，最好的变量表示是不同的
- 结合的模型使得
  - 每个约束都可以使用它们最好的表示
  - 确保多重表示互相一致
- 当有如下情况时，是值得的
  - 使用不同的约束表示来求解有很大差异
  - 确保表示互相一致不会花费太大代价

18

小结

- 建模是一门艺术。熟能生巧
- 在后续的课程中，我们会研究建模，包括模型的结合，是如何影响求解的效率的，特别是对于基于CP的求解器

19

图像引用

所有图像由Marti Wong设计提供, © 香港中文大学与墨尔本大学 2016

20