



第二章 平面连杆机构

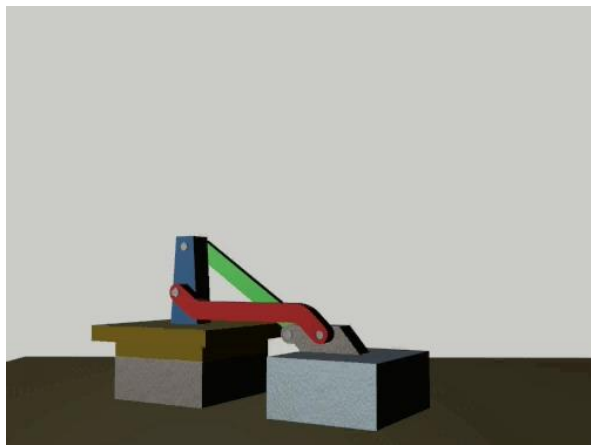
- 2.1 平面四杆机构的基本类型及其应用
- 2.2 平面四杆机构的基本特性
- 2.3 平面四杆机构的设计

本章重点介平面四杆机构的**基本类型**、**特性**及其常用的**设计方法**。

平面连杆机构

平面连杆机构——由若干构件用低副（转动副、移动副）连接组成的平面机构，又称平面低副机构。

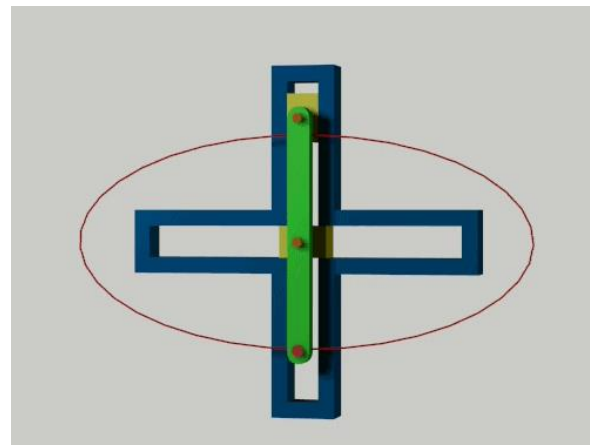
平面连杆机构构件运动形式多样，如可实现**转动、摆动、移动和平面复杂运动**，从而可用于刚体导引、实现已知运动规律或已知轨迹。



刚体导引



实现运动规律



实现运动轨迹

平面连杆机构

平面连杆机构——由若干构件用低副（转动副、移动副）连接组成的平面机构，又称平面低副机构。

- **优点：**低副以圆柱面或平面接触，承载能力高，耐磨损，制造方便；广泛应用于各种机械、仪表中。
- **缺点：**难以精确实现复杂的运动规律，设计较为复杂，当构件数、运动副数较多时效率较低。

最简单的平面连杆机构是平面四杆机构，其应用十分广泛，也是组成多杆机构的基础。

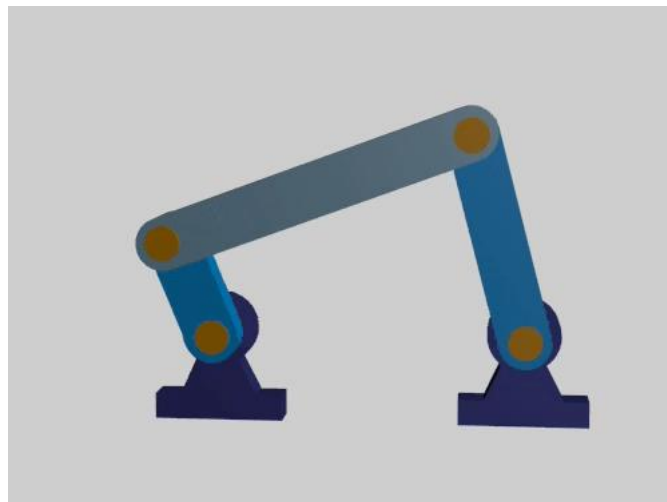
平面四杆机构的基本类型及其应用

平面四杆机构：按所含移动副数目的不同，可分为全转动副的铰链四杆机构、含一个移动副的四杆机构和含两个移动副的四杆机构。

一、铰链四杆机构

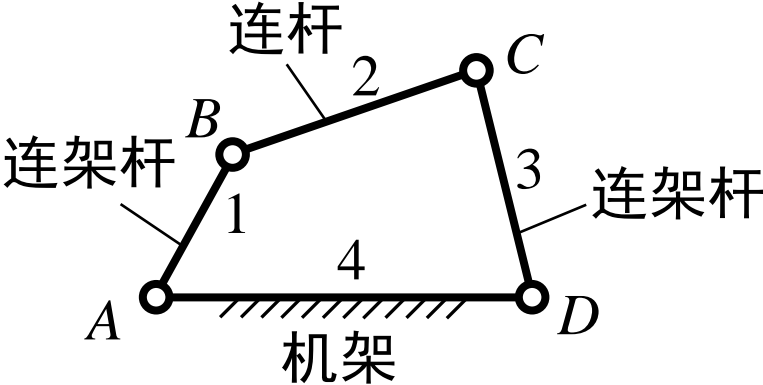
铰链四杆机构：所有运动副均为转动副的平面四杆机构。

- 它是平面四杆机构的最基本的型式，其他型式的平面四杆机构都可看作是在它的基础上通过变异而成的。



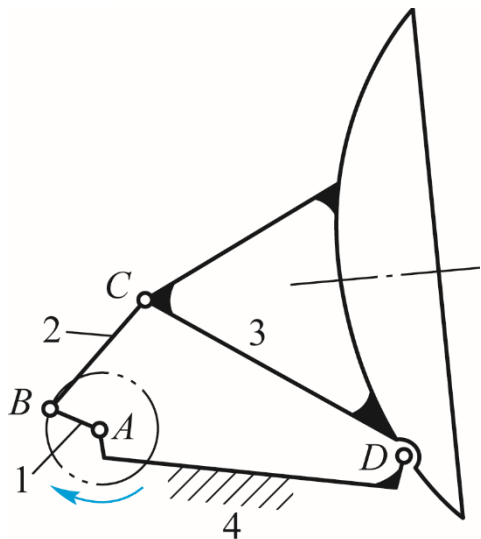
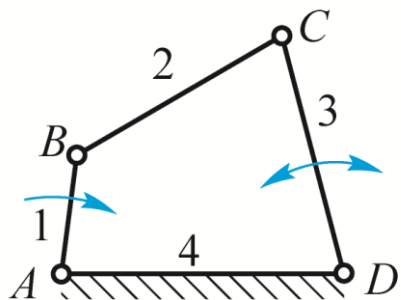
平面四杆机构的基本类型及其应用

图示铰链四杆机构

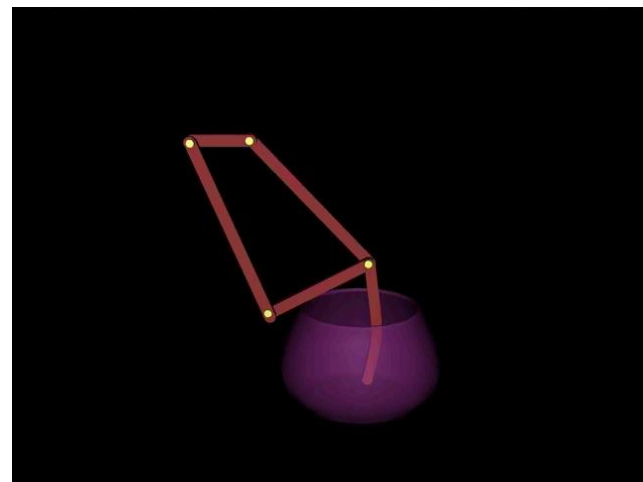
- 机架——构件4
 - 连架杆——与机架组成运动副的构件1、3
 - 连杆——不与机架组成运动副的构件2
- 
- 整转副——组成转动副的两构件能作整周相对转动
 - 摆动副——非整转副
 - 曲柄——与机架组成整转副的连架杆
 - 摇杆——与机架组成摆动副的连架杆
 - 根据两连架杆是曲柄或摇杆的不同，铰链四杆机构可分为三种基本形式：**曲柄摇杆机构**、**双曲柄机构**和**双摇杆机构**。

平面四杆机构的基本类型及其应用

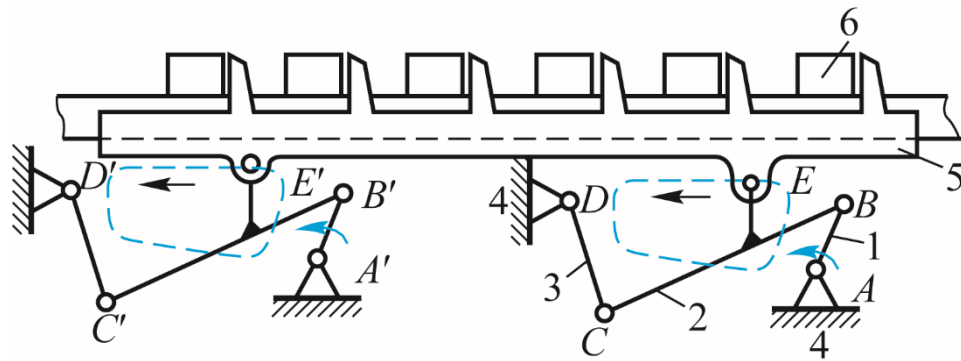
1. **曲柄摇杆机构**——两连架杆一为曲柄另一为摇杆， A 、 B 为整转副， C 、 D 为摆动副



雷达天线俯仰角调整机构



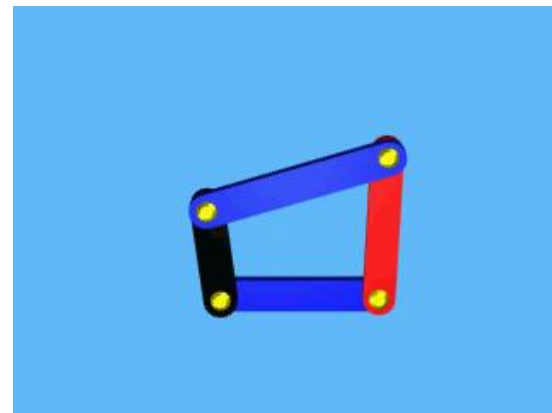
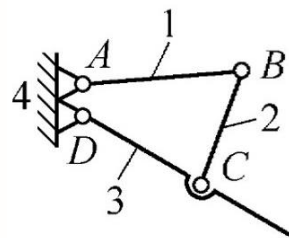
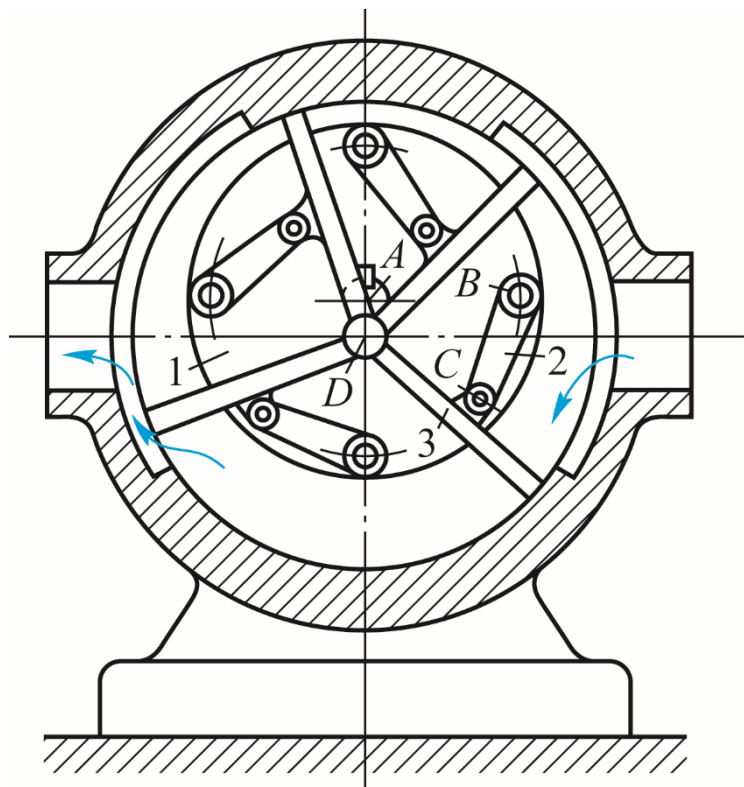
搅拌机构



步进式传送机构

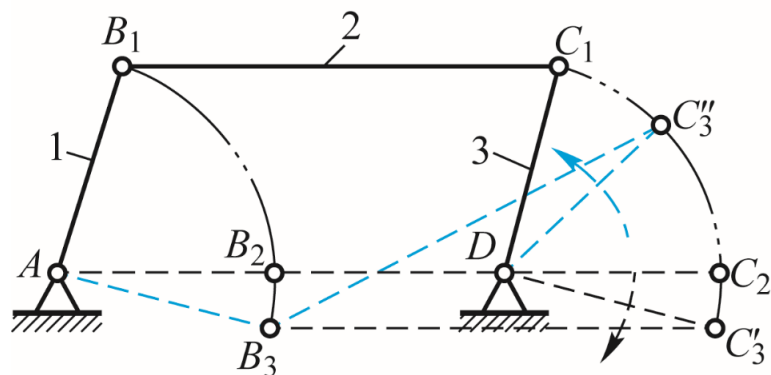
平面四杆机构的基本类型及其应用

2. 双曲柄机构——两连架杆均为曲柄， A 、 D 为整转副， B 、 C 可为摆动副或整转副

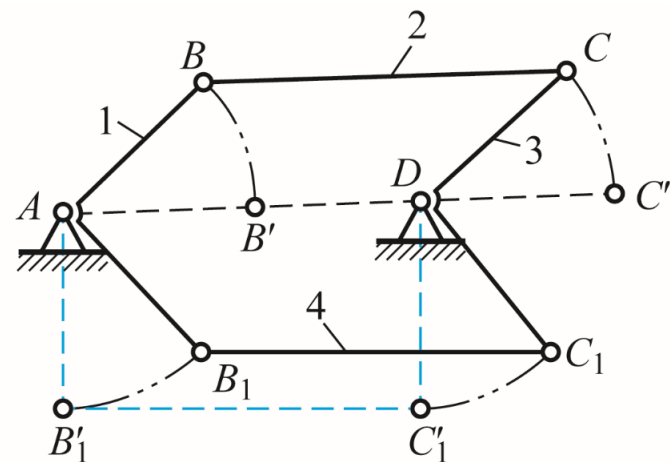


旋转式水泵

平面四杆机构的基本类型及其应用

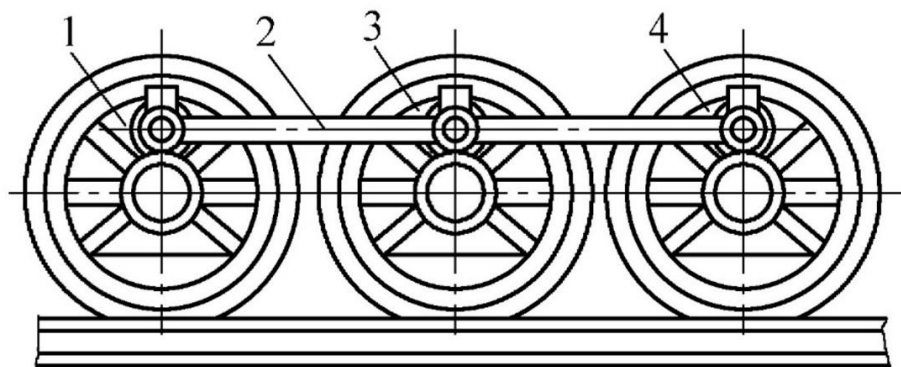
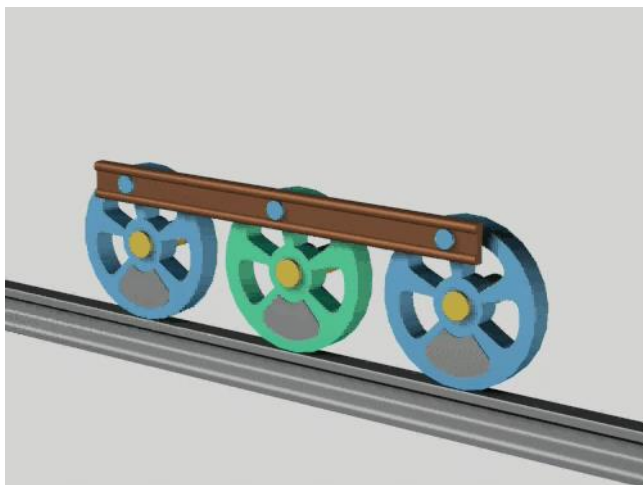


(a)



(b)

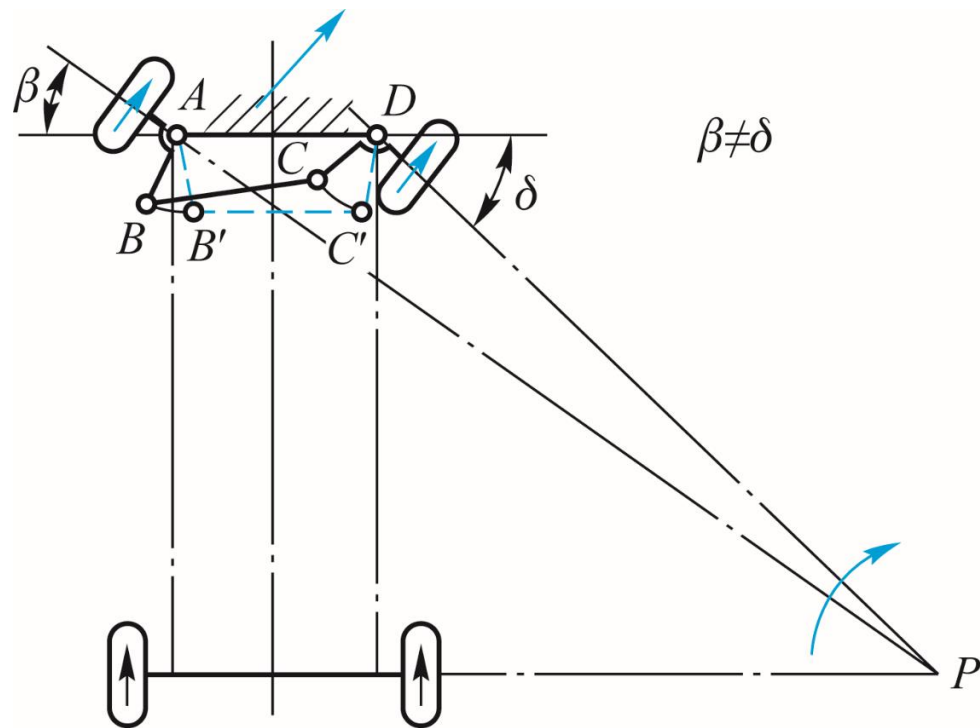
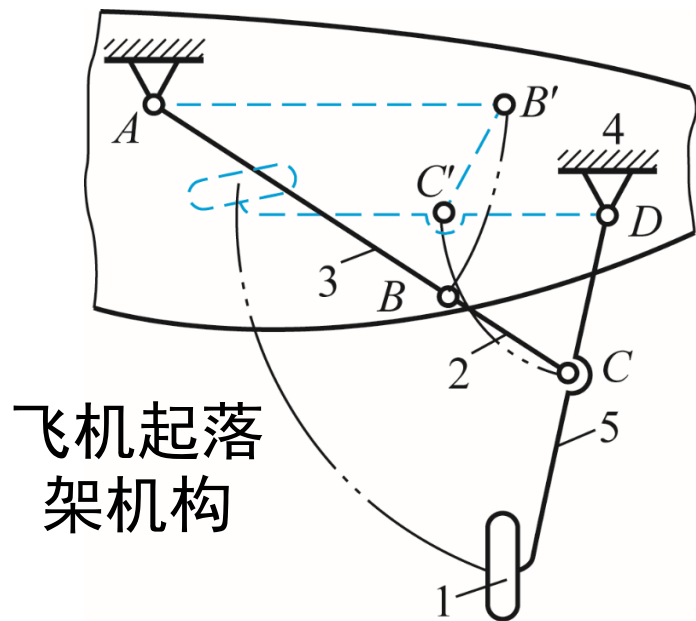
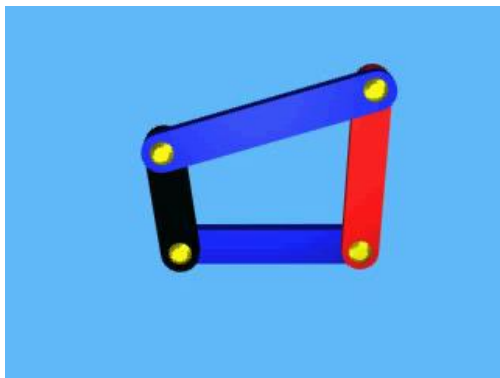
平行四边形机构——4个转动副均为整转副；存在运动不确定位置，需利用惯性或加虚约束等方式获得确定运动



机车驱动轮联动机构

平面四杆机构的基本类型及其应用

3. 双摇杆机构——两连架杆均为摇杆， A 、 D 为摆动副， B 、 C 可为摆动副或整转副



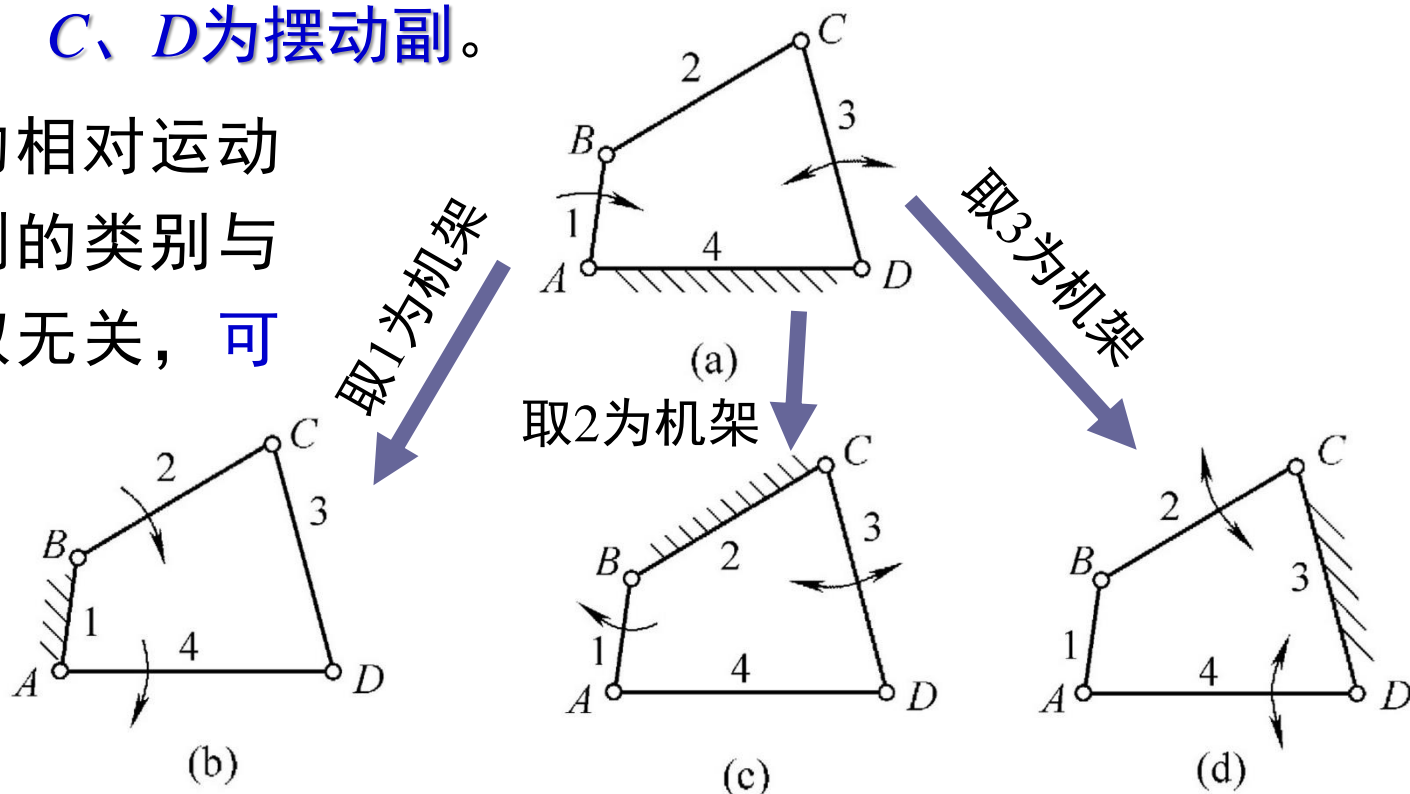
四轮车辆前轮转向机构

平面四杆机构的基本类型及其应用

三种基本铰链四杆机构的关系：

对于图(a)曲柄摇杆机构，4为机架，1为曲柄，3为摇杆，**A、B为整转副**，**C、D为摆动副**。

构件之间的相对运动
以及转动副的类别与
机架的选取无关，**可
变换机架**



双曲柄机构

曲柄摇杆机构

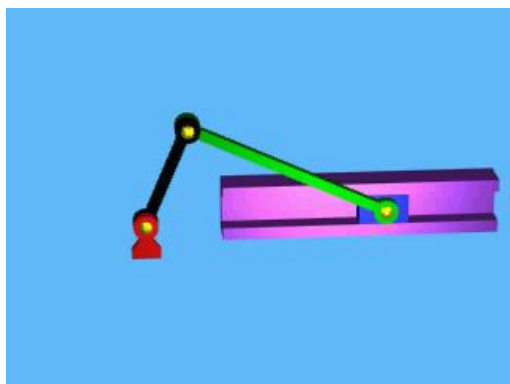
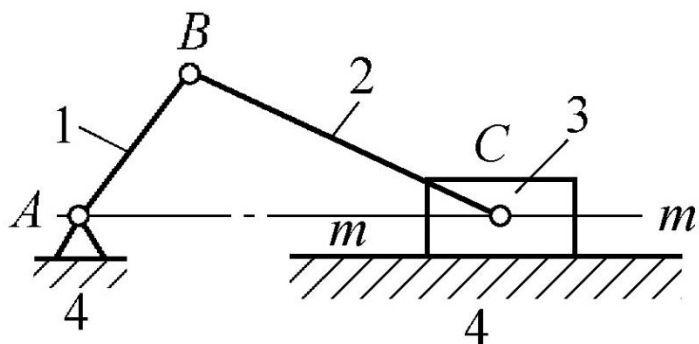
双摇杆机构

变换机架是机构演化或变异的一种方式。

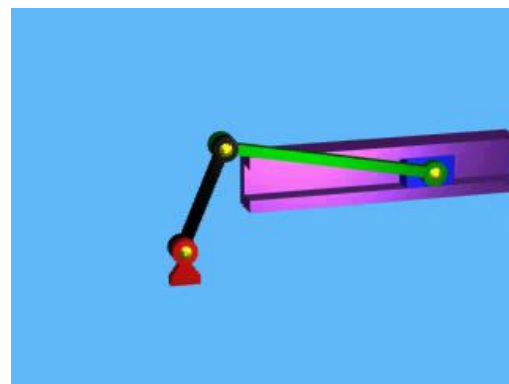
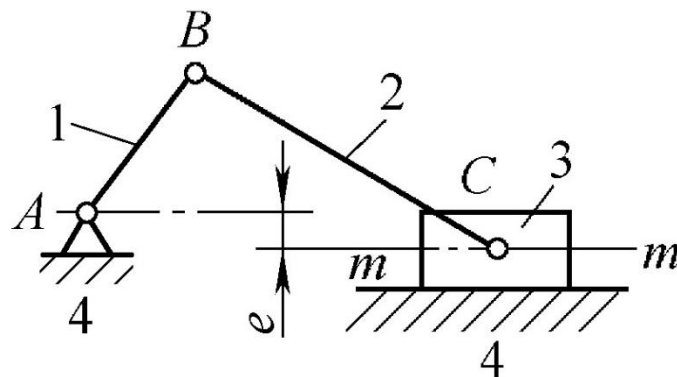
平面四杆机构的基本类型及其应用

二、含一个移动副的四杆机构

1. 曲柄滑块机构——两连架杆一为曲柄，另一为作往复直线移动的滑块，分为对心和偏置（偏距 e ）两种



对心曲柄滑块机构

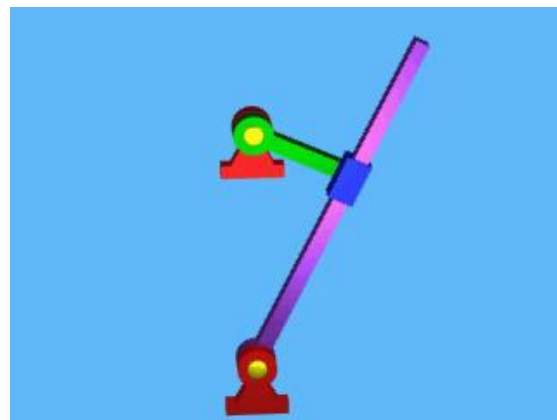


偏置曲柄滑块机构

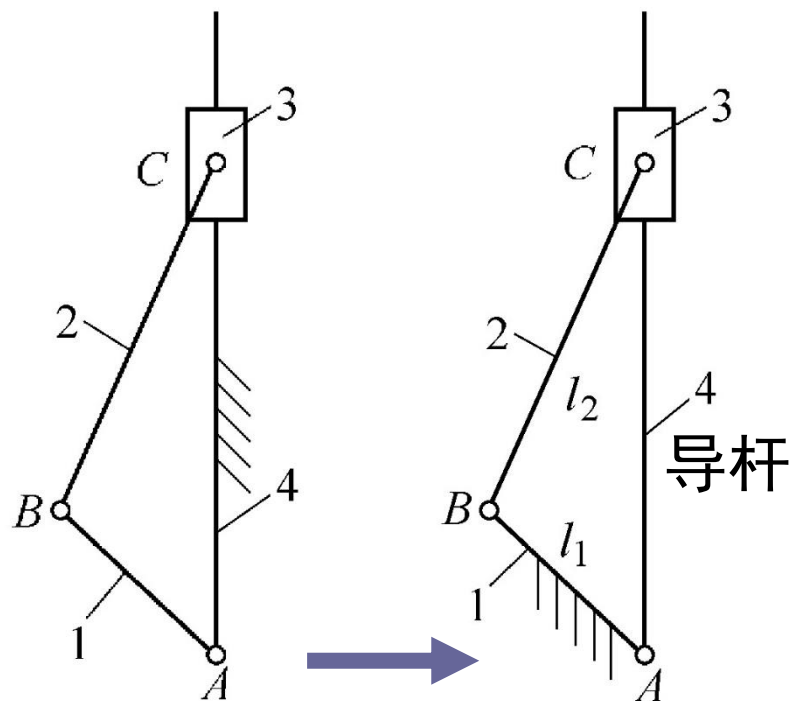
平面四杆机构的基本类型及其应用

2. 导杆机构——改变曲柄滑块机构的机架而得

当 $BC < AB$ 时，摆动导杆机构



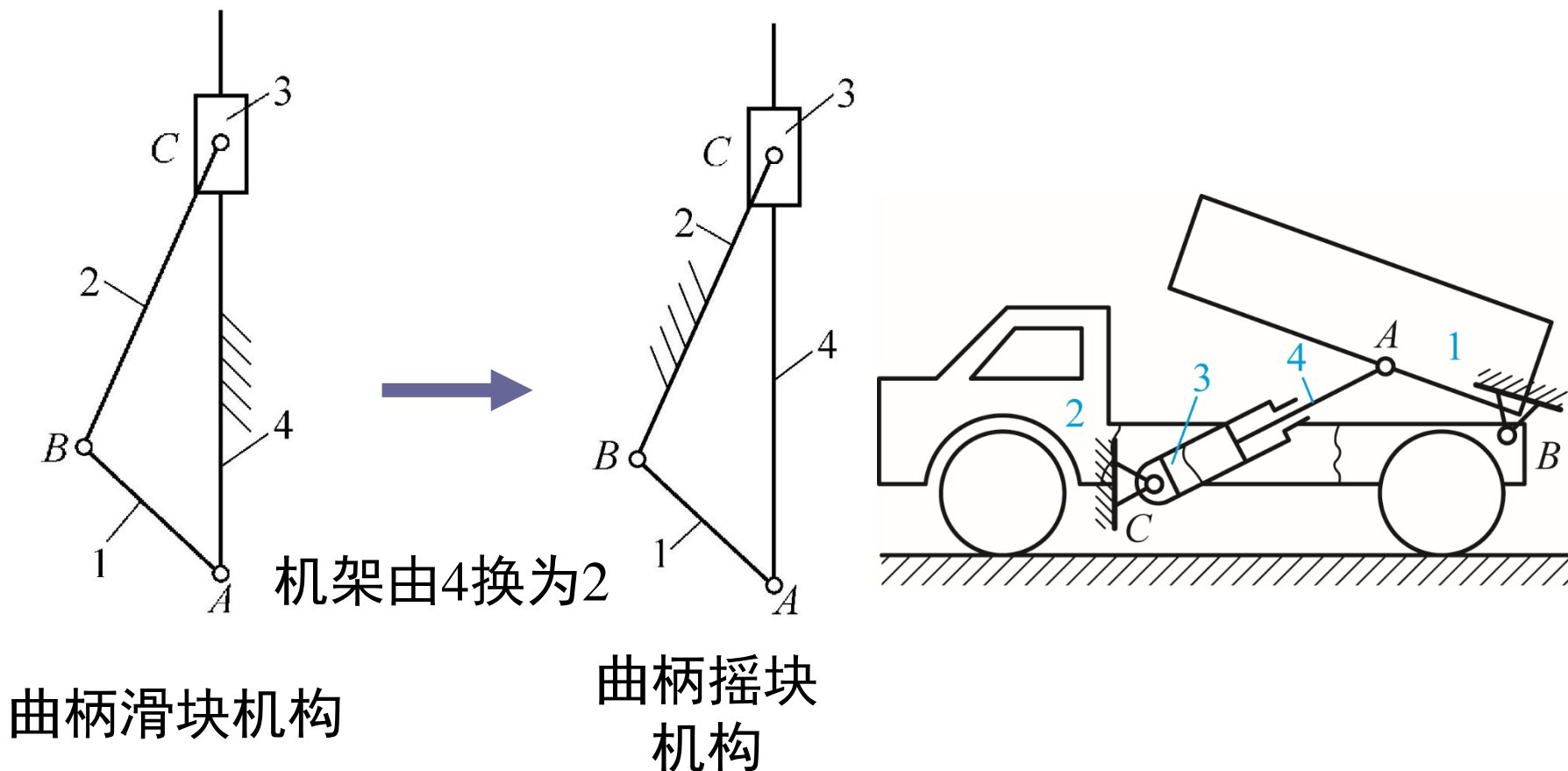
当 $BC > AB$ 时，转动导杆机构



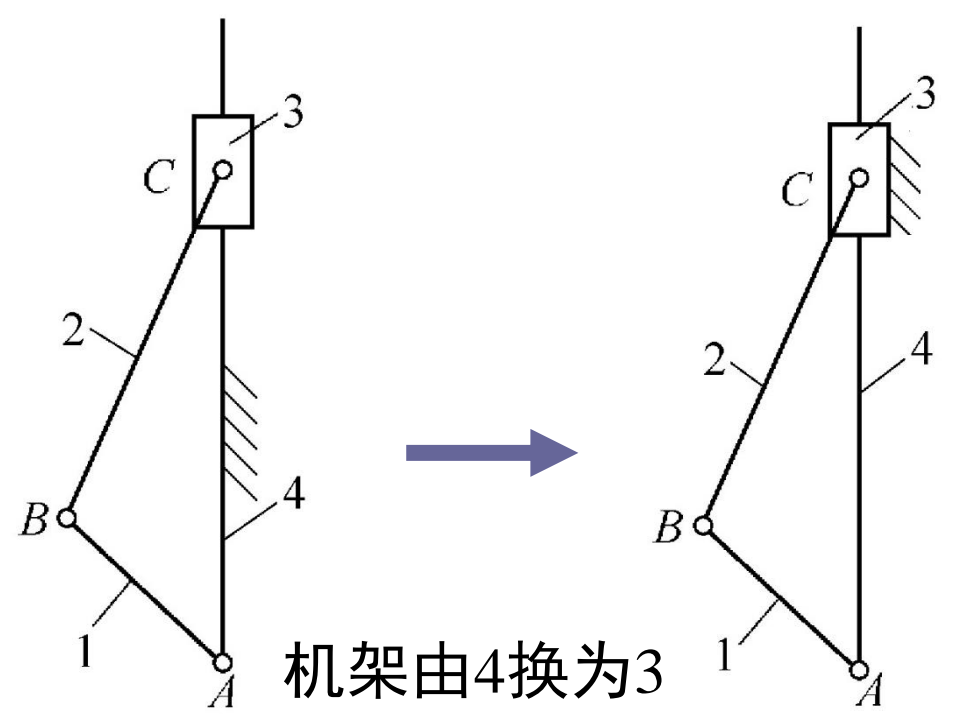
机架由4换为1

平面四杆机构的基本类型及其应用

3. 摇块机构和定块机构——改变曲柄滑块机构的机架而得

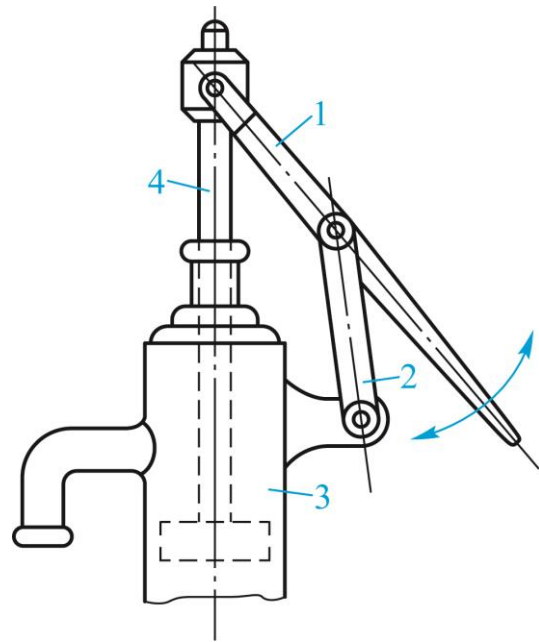


平面四杆机构的基本类型及其应用



曲柄滑块机构

定块机构
移动导杆机构

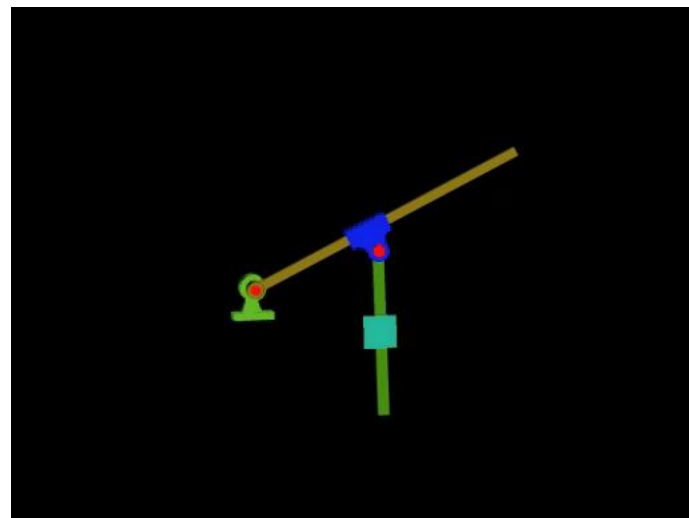
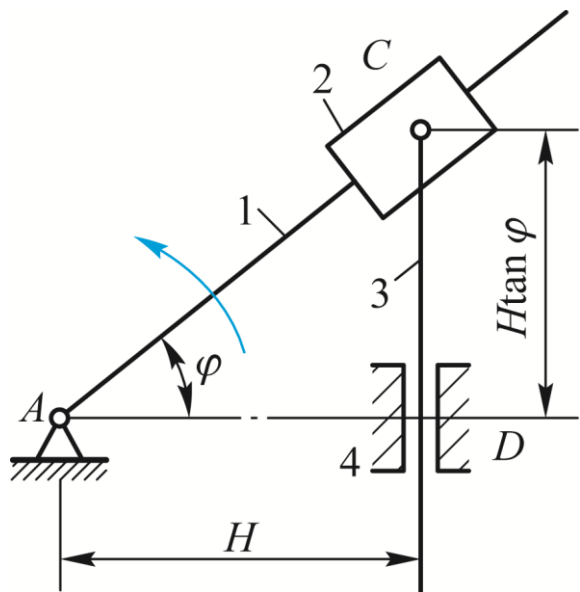


平面四杆机构的基本类型及其应用

三、含两个移动副的四杆机构

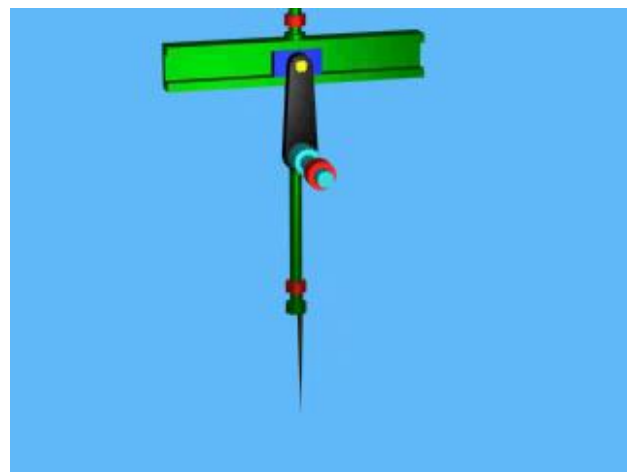
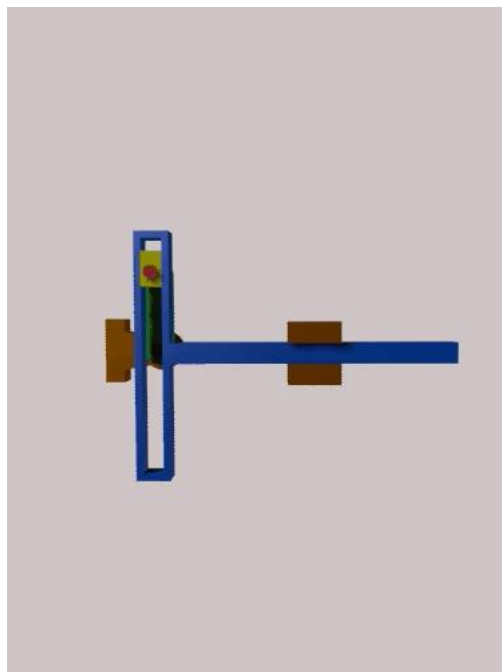
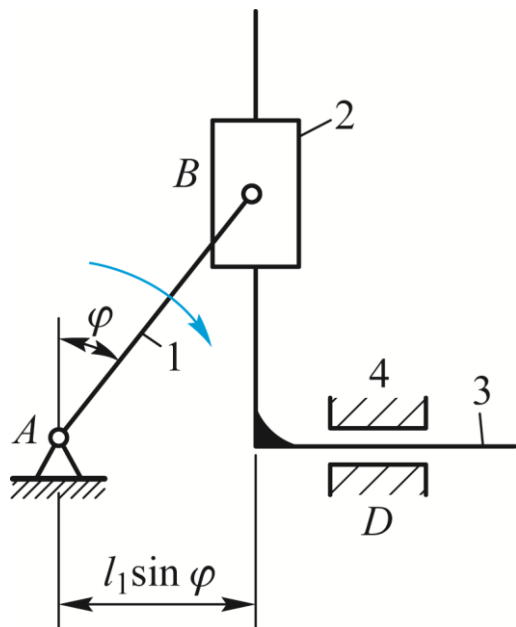
依据两移动副相对位置的不同，有两种基本形式。

1. **正切机构**——两个移动副不相邻，输入构件1仅能在一定角度范围内摆动，输出构件3的位置关系 $y = H \tan \varphi$ 。



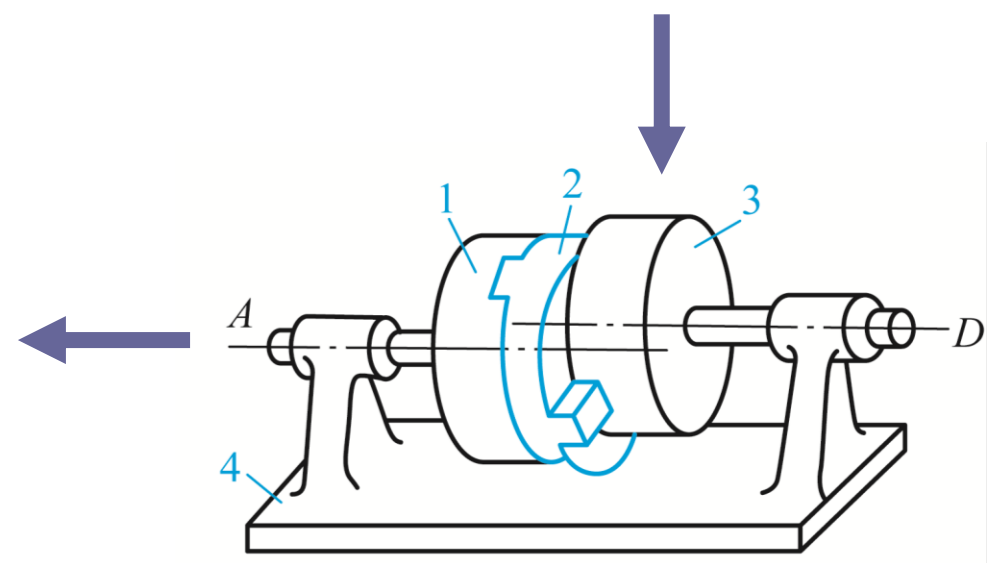
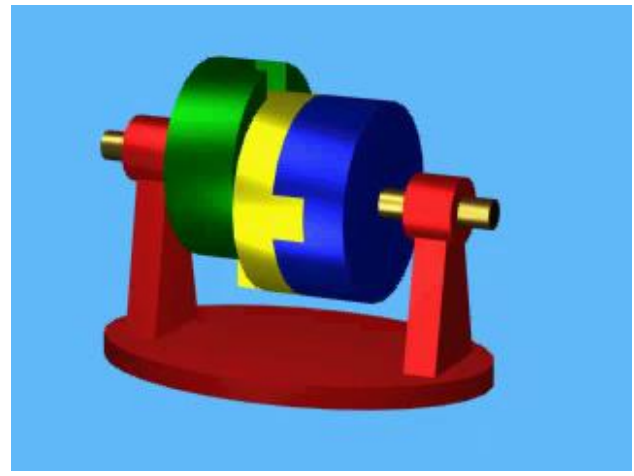
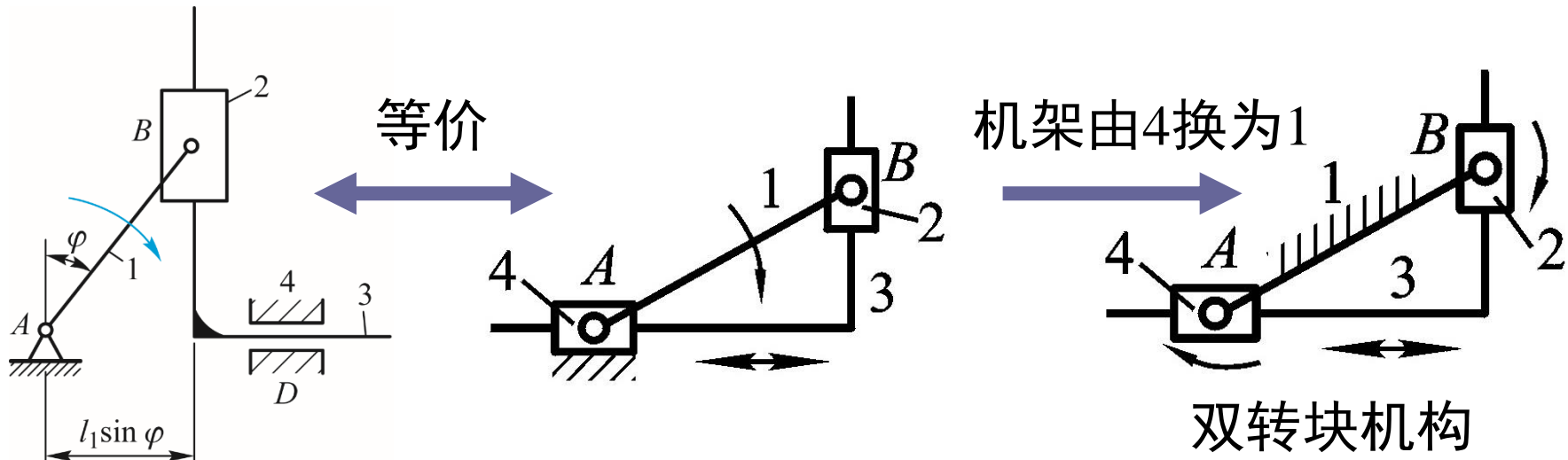
平面四杆机构的基本类型及其应用

2. 正弦机构——两个移动副相邻（构件3同时与构件2和4组成移动副），从动件3的位移与原动件1的转角具有正弦关系 $y = l_1 \sin \varphi$ 。



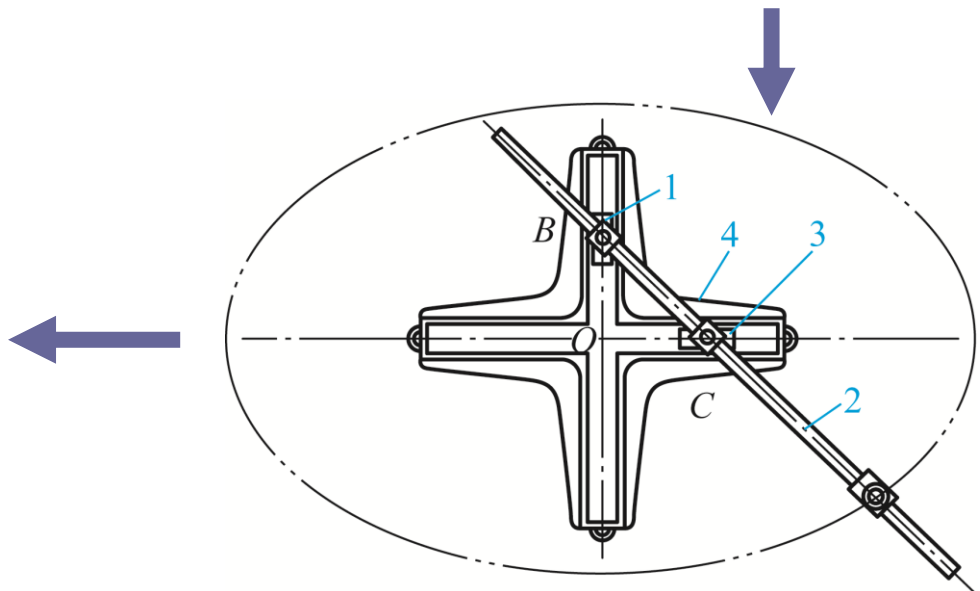
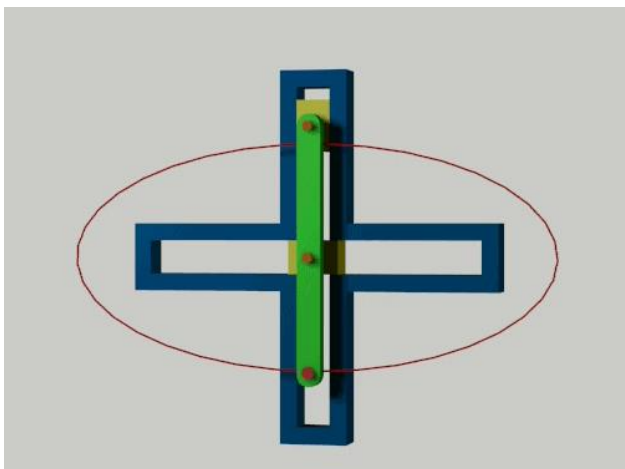
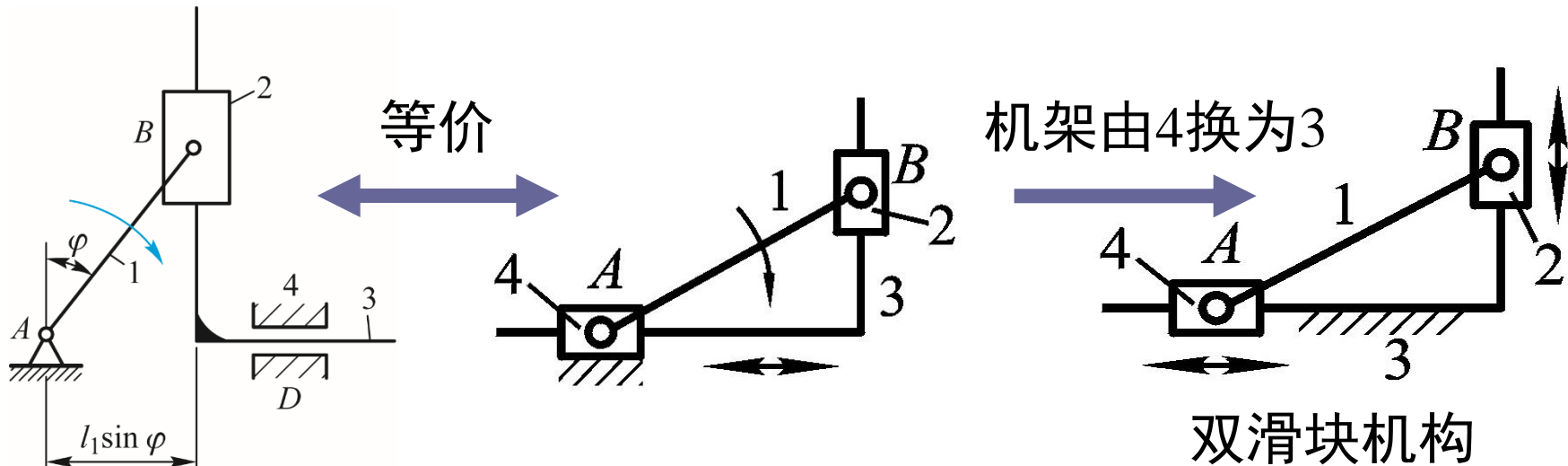
平面四杆机构的基本类型及其应用

正弦机构的演化（变换机架）示例1：



平面四杆机构的基本类型及其应用

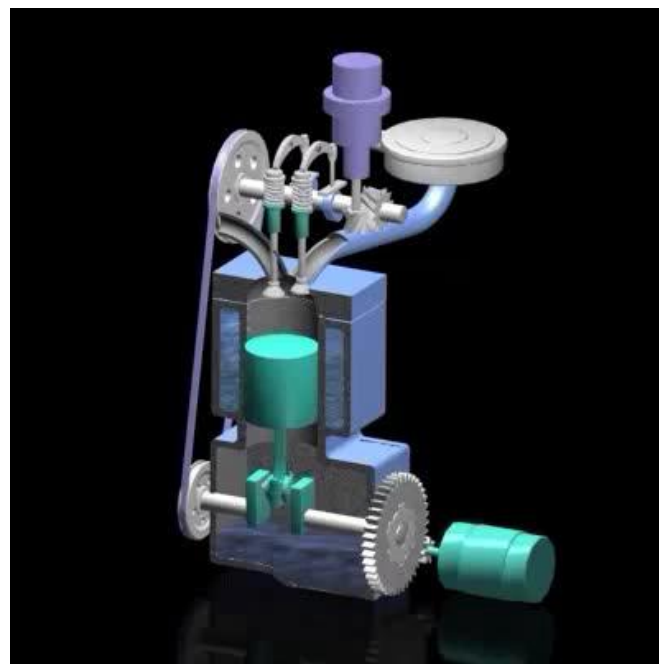
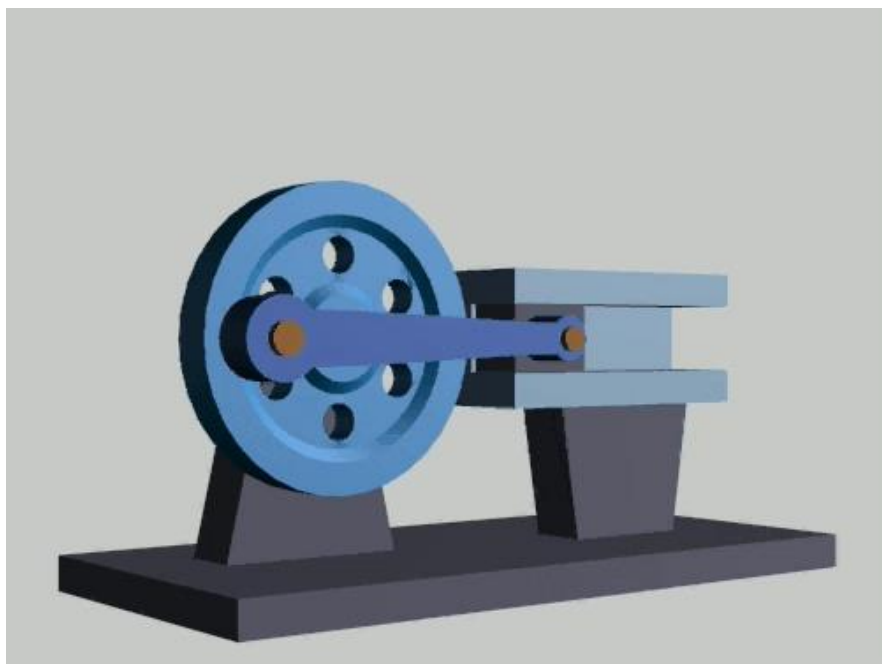
正弦机构的演化（变换机架）示例2：



平面四杆机构的基本类型及其应用

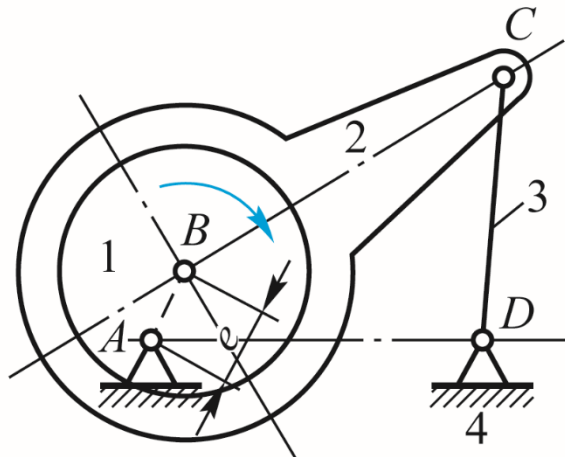
四、具有偏心轮的四杆机构

在曲柄滑块机构或其他含有曲柄的四杆机构中，若曲柄长度很短，则在杆状曲柄两端装设两个转动副将存在结构设计上的困难。此时通常都把曲柄做成偏心轮，由此可增大轴颈的尺寸，提高偏心轴的强度和刚度，常用于传力较大的机械中。

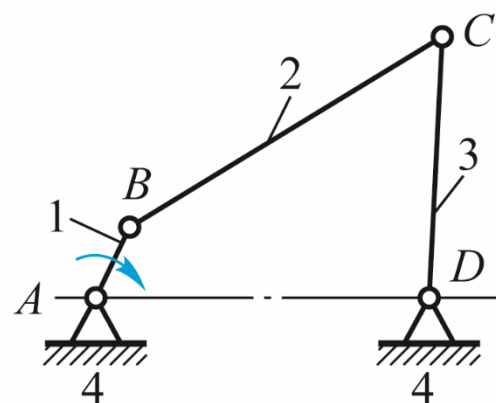


平面四杆机构的基本类型及其应用

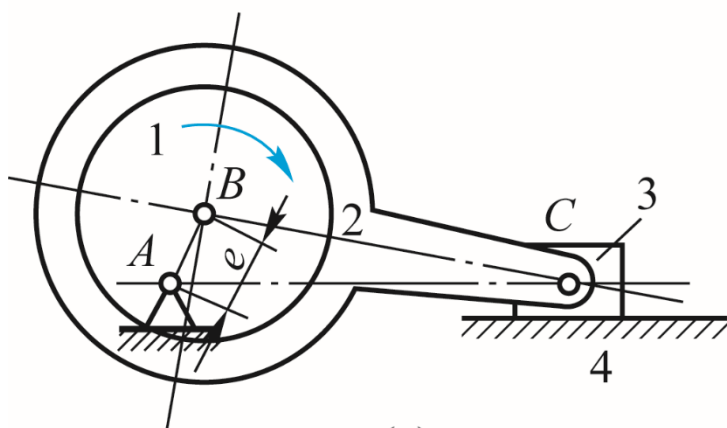
工程中常将曲柄设计成偏心距为曲柄长的偏心圆盘（偏心轮）。曲柄为偏心轮结构的连杆机构称为偏心轮机构。



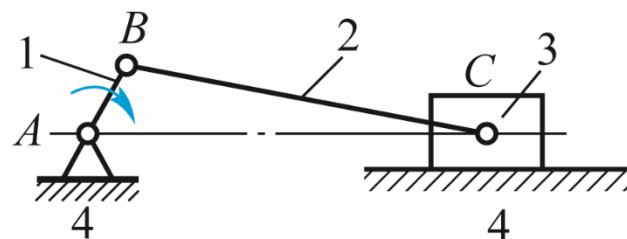
(a)



(b)



(c)

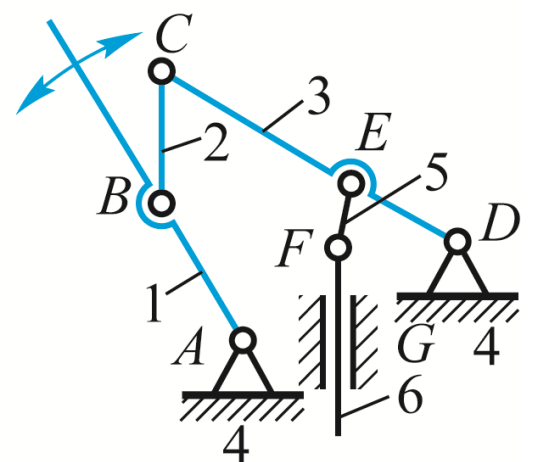
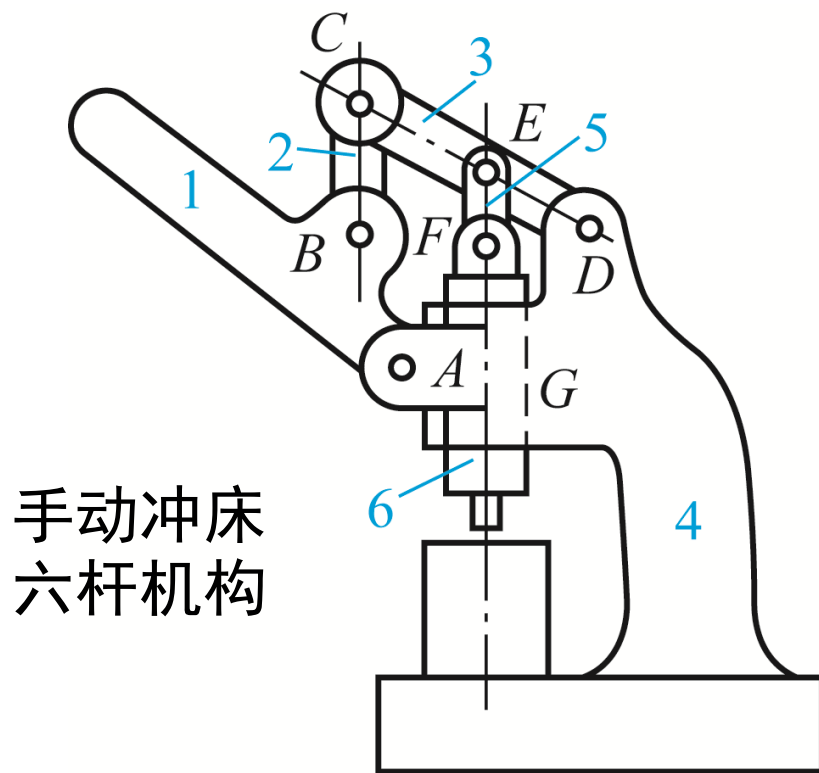


(d)

平面四杆机构的基本类型及其应用

五、四杆机构的扩展

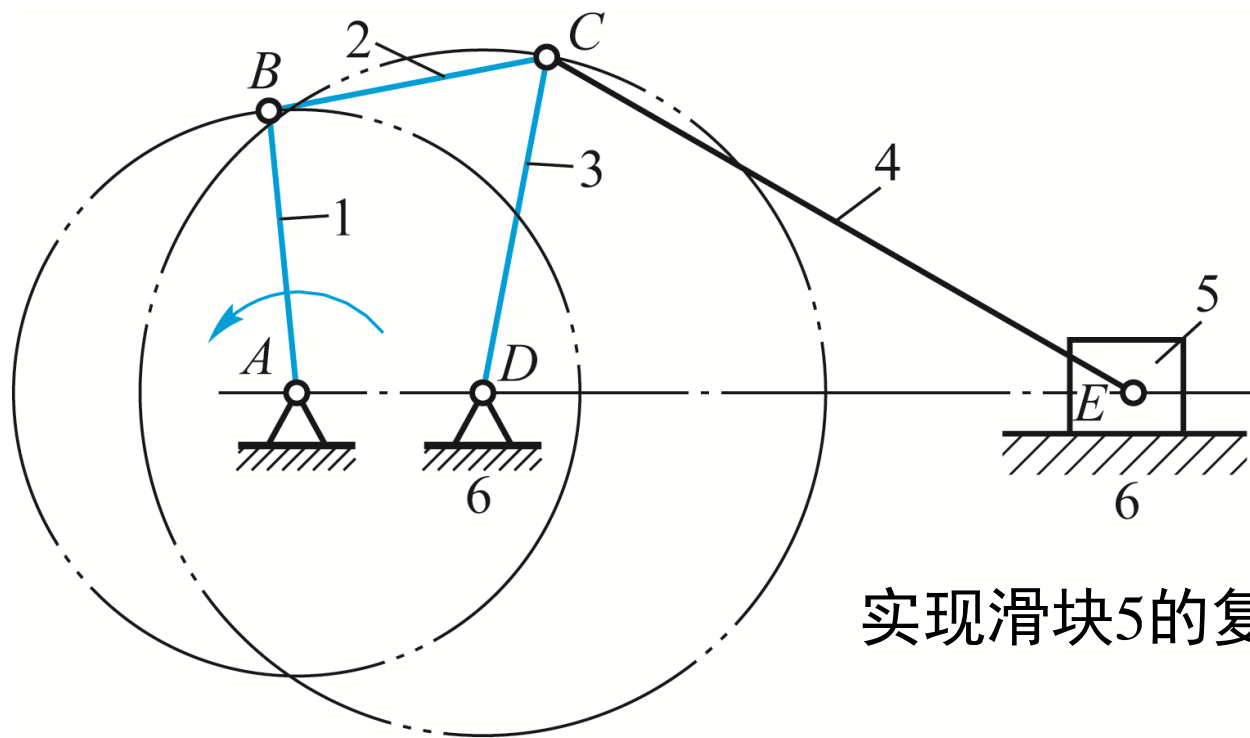
除上述四杆机构外，生产中还用到许多多杆机构。其中有些多杆机构可看成是若干个四杆机构组合扩展形成的。



二次增力

双摇杆机构 $ABCD$ + 摇杆导杆机构 $DEFG$

平面四杆机构的基本类型及其应用



实现滑块5的复杂移动

筛料机主体机构：六杆机构

双曲柄机构 $ABCD$ + 曲柄滑块机构 DCE



第二章 平面连杆机构

2.1 平面四杆机构的基本类型及其应用

2.2 平面四杆机构的基本特性

2.3 平面四杆机构的设计

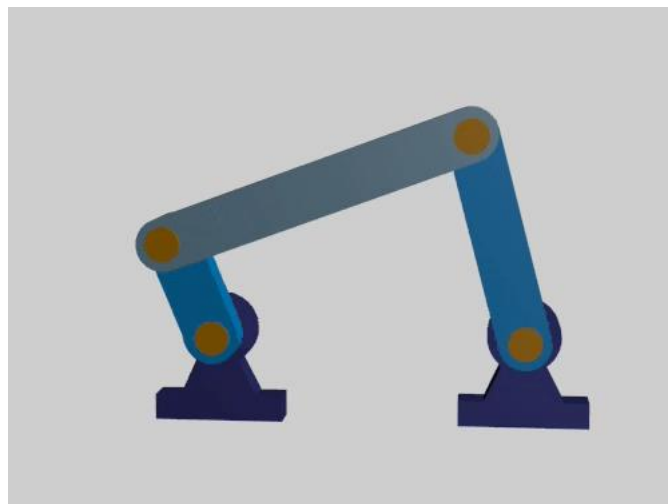
本章重点介平面四杆机构的**基本类型**、**特性**及其常用的**设计方法**。

平面四杆机构的基本特性

平面四杆机构的基本特性包括**运动特性**和**传力特性**两个方面，这些特性不仅反映了机构传递和变换运动与力的性能，而且也是四杆机构类型选择和运动设计的主要依据。

一、铰链四杆机构有整转副的条件

铰链四杆机构的类型取决于其中各转动副的类别（整转副或摆动副）及其分布，涉及各杆的相对长度。



铰链四杆机构有整转副的条件

平面四杆机构具有整转副→可能存在曲柄。

杆1为曲柄，作整周回转，必有两次与机架共线
则由 $\triangle B'C'D$ 可得：

$$l_1 + l_4 \leq l_2 + l_3$$

则由 $\triangle B''C''D$ 可得：

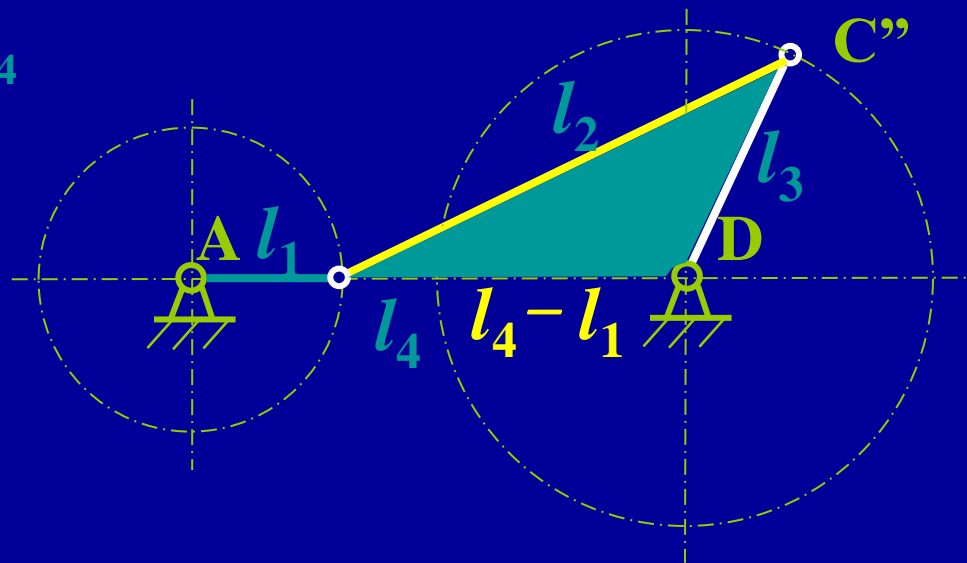
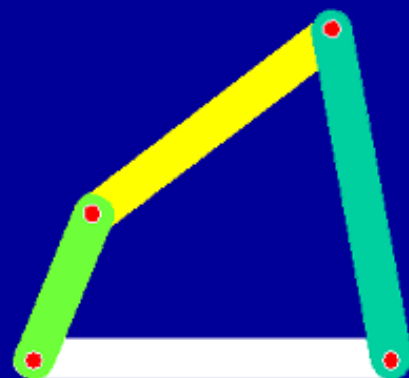
$$l_2 \leq (l_4 - l_1) + l_3 \rightarrow l_1 + l_2 \leq l_3 + l_4$$

$$l_3 \leq (l_4 - l_1) + l_2 \rightarrow l_1 + l_3 \leq l_2 + l_4$$

将以上三式两两相加得：

$$l_1 \leq l_2, \quad l_1 \leq l_3, \quad l_1 \leq l_4$$

AB为最短杆



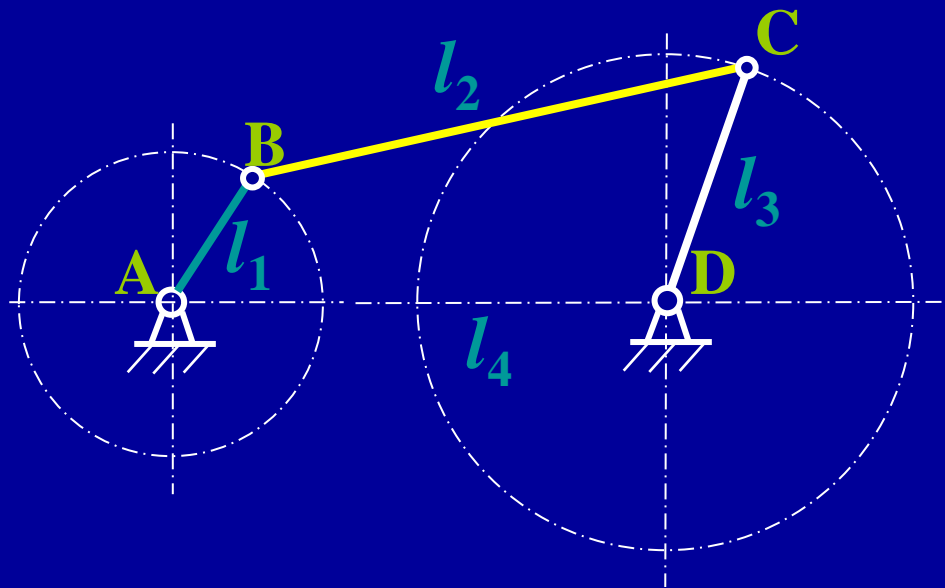
铰链四杆机构有整转副的条件

1. 最长杆与最短杆的长度之和应 \leq 其他两杆长度之和
称为杆长条件。
2. 连架杆或机架之一为最短杆。

此时，铰链A为整转副。

若取BC为机架，则结论相同，可知铰链B也是整转副。

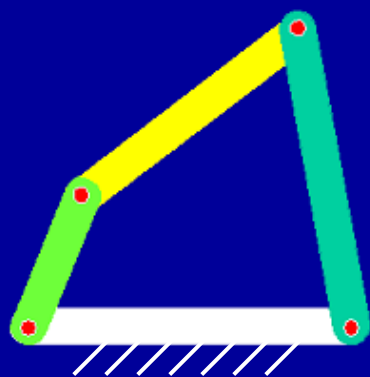
可知：当满足杆长条件时，其最短杆参与构成的转动副都是整转副。



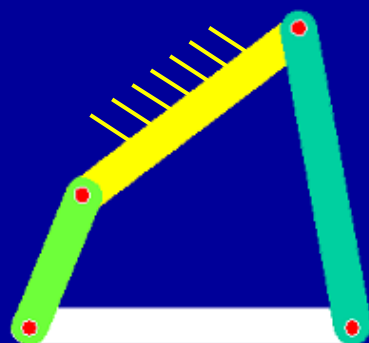
铰链四杆机构有整转副的条件

当满足杆长条件时，说明存在整转副，当选择不同的构件作为机架时，可得不同的机构。如：

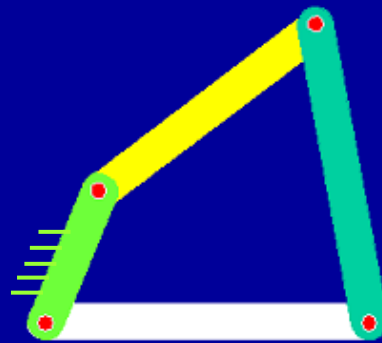
曲柄摇杆1



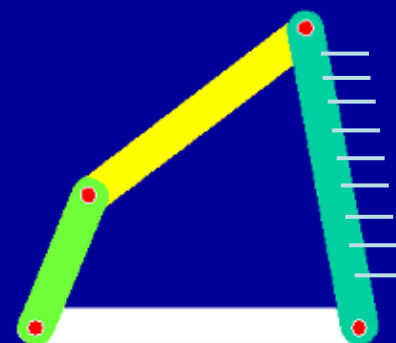
曲柄摇杆2



双曲柄

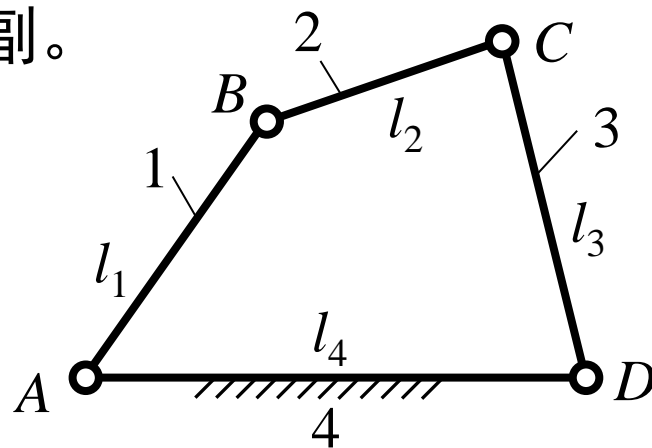


双摇杆机构



平面四杆机构的基本特性

- **杆长之和条件**——最短杆与最长杆长度之和小于或等于其他两杆长度之和。
 - **整转副的存在性**——当铰链四杆机构的四个杆长满足杆长之和条件时，则一定存在整转副；不满足杆长之和条件时，则一定不存在整转副。
 - **整转副的位置**——当存在整转副时，则组成整转副的两杆中必有一杆为最短。即：满足杆长之和条件时，最短杆所连接的两个转动副均为整转副。
1. **不满足杆长之和条件**——不存在整转副，无论取哪个杆作为机架，都只能得到无整转副的双摇杆机构。



平面四杆机构的基本特性

2. 满足杆长之和条件——最短杆所连接的两个转动副均为整转副

图示铰链四杆机构，已知： $l_1 = 25\text{mm}$ ， $l_2 = 55\text{mm}$ ， $l_3 = 40\text{mm}$ ， $l_4 = 50\text{mm}$ 。

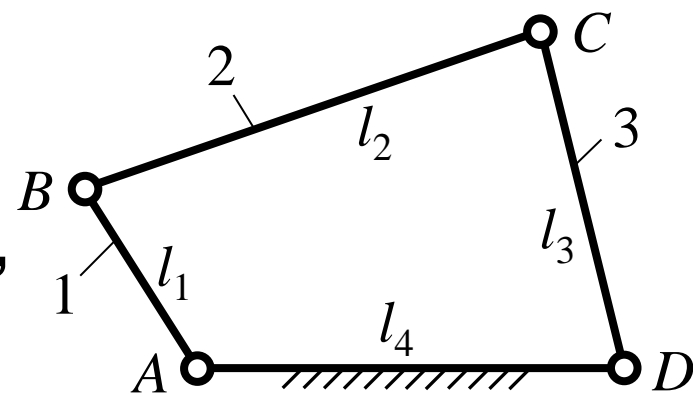
最短杆与最长杆长度之和： $l_1 + l_2 = 25 + 55 = 80\text{mm}$

其他两杆长度之和： $l_3 + l_4 = 40 + 50 = 90\text{mm}$

$$l_1 + l_2 < l_3 + l_4$$

满足杆长之和条件，最短杆1所连两个转动副A、B为整转副；因连接转动副C、D的杆2、3、4均不是最短杆，所以C、D均为摆动副。

4为机架，连架杆1为曲柄、3为摇杆，该机构为曲柄摇杆机构。



平面四杆机构的基本特性

图示铰链四杆机构，已知： $l_1 = 30\text{mm}$ ， $l_2 = 40\text{mm}$ ， $l_3 = 55\text{mm}$ ， $l_4 = 50\text{mm}$ 。

最短杆与最长杆长度之和：

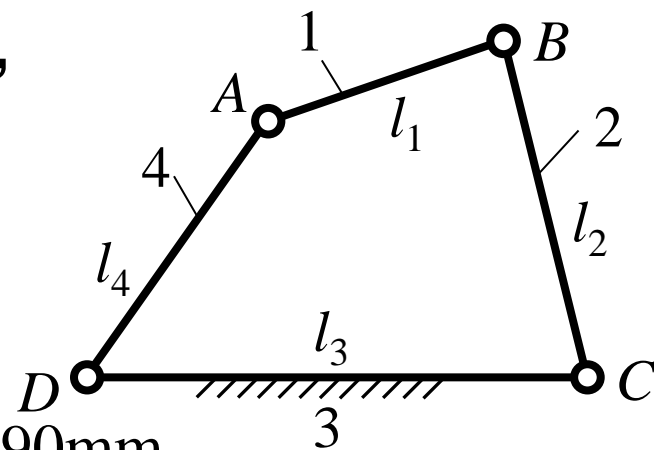
$$l_1 + l_3 = 30 + 55 = 85\text{mm}$$

其他两杆长度之和： $l_2 + l_4 = 40 + 50 = 90\text{mm}$

$$l_1 + l_3 < l_2 + l_4$$

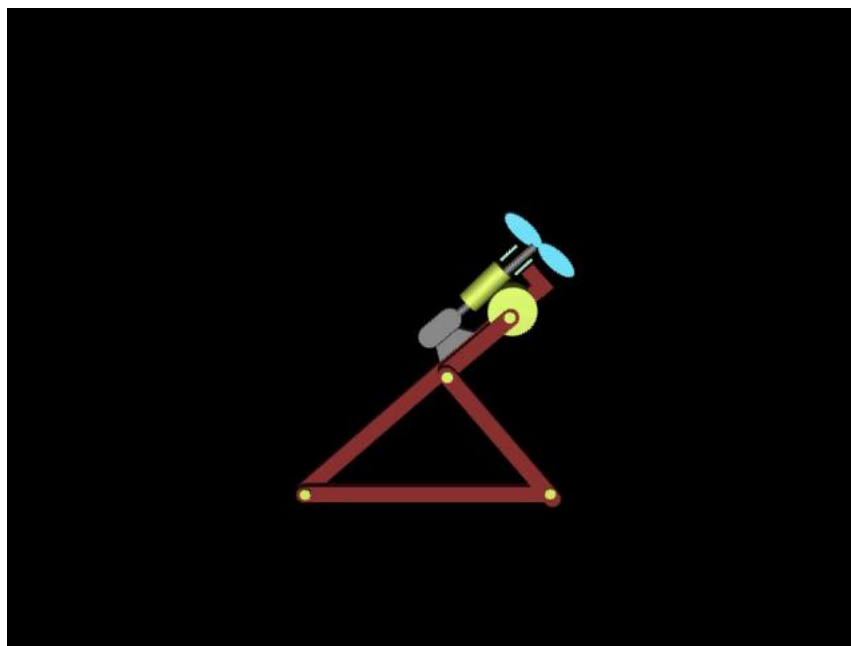
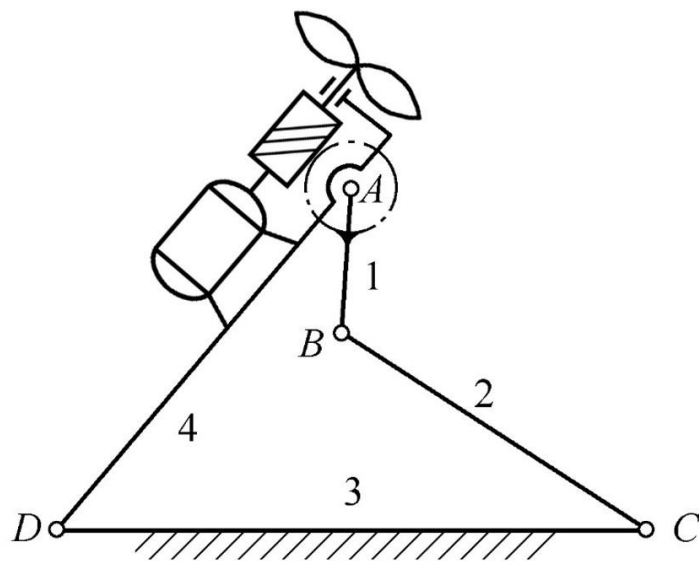
满足杆长之和条件，最短杆1所连两个转动副A、B为整转副；其他转动副C、D均为摆动副。

3为机架，连架杆2、4均为摇杆，该机构为含整转副的双摇杆机构。



平面四杆机构的基本特性

- **两类双摇杆机构**——一类是不满足杆长之和条件，无整转副；另一类是满足杆长之和条件，取最短杆的对边为机架。两类应用场合不同。

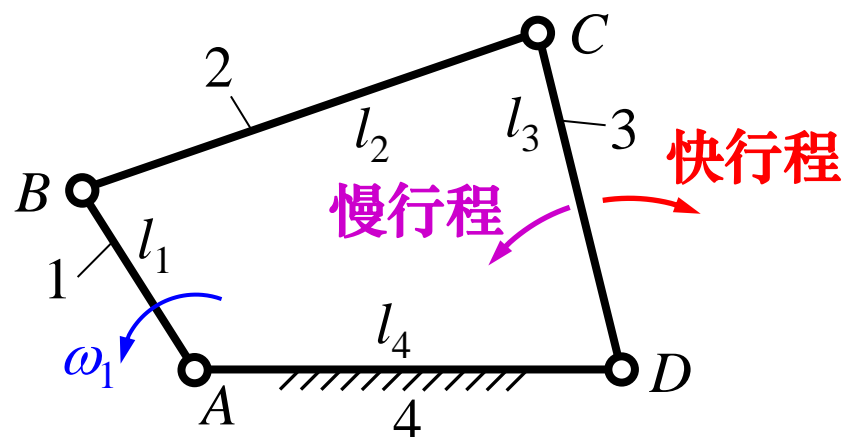
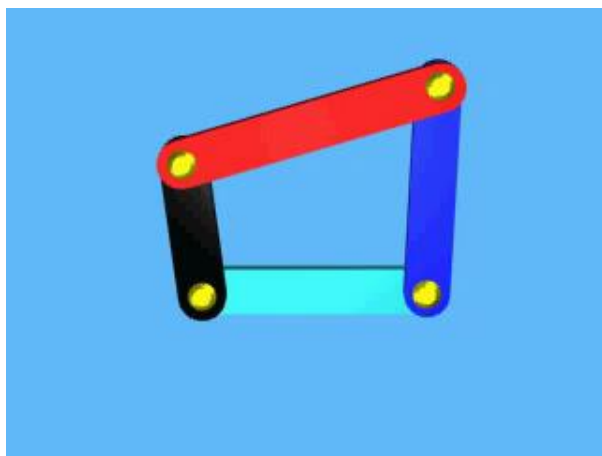


电风扇摇头机构
【含整转副的双摇杆机构】

平面四杆机构的基本特性

二、急回特性

- 对于原动件（曲柄）作匀速定轴转动，从动件相对于机架作往复运动（摆动或移动）的连杆机构，从动件正行程和反行程的位移量相同，而所需的时间一般并不相等，因此从动件正反两个行程的平均速度也就不相等。
- 通常将速度较快的行程作为返回行程或反行程，此时从动件具有急速返回的特性，即具有**急回特性**。



平面四杆机构的基本特性

- 为反映机构急回特性的相对程度，引入从动件**行程速度变化系数**（也称**行程速比系数**）

$$K = \frac{\text{从动件快行程平均速度}}{\text{从动件慢行程平均速度}} (\geq 1)$$

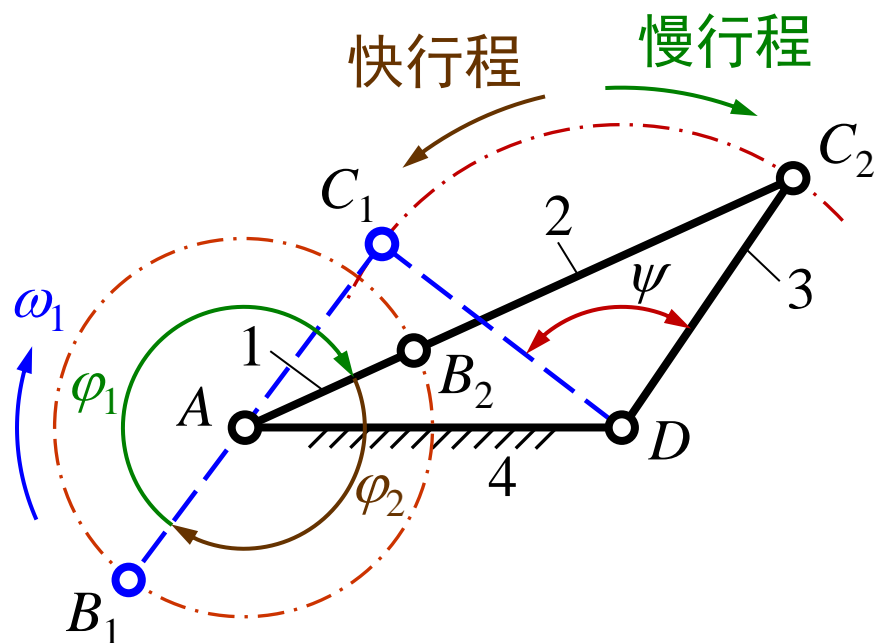
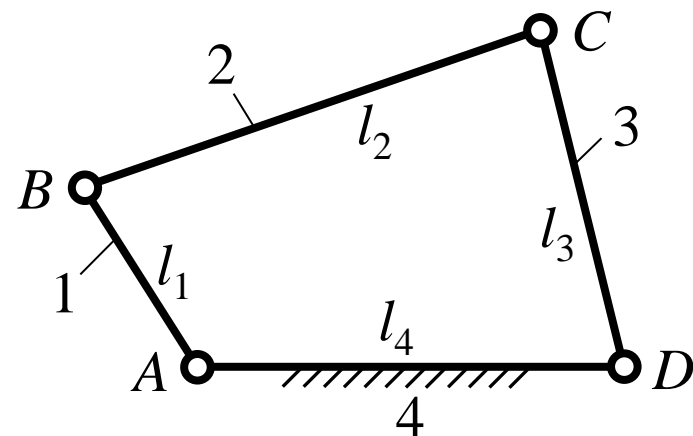
- 曲柄摇杆机构的行程速比系数

找出摇杆的两个极限位置

已知曲柄转向为顺时针

CD 顺时针摆动—— $C_1 \rightarrow C_2$,
 $B_1 \rightarrow B_2$, $\varphi_1 > 180^\circ$, 慢行程, 正行程;

CD 逆时针摆动—— $C_2 \rightarrow C_1$,
 $B_2 \rightarrow B_1$, $\varphi_2 < 180^\circ$, 快行程, 反行程。



平面四杆机构的基本特性

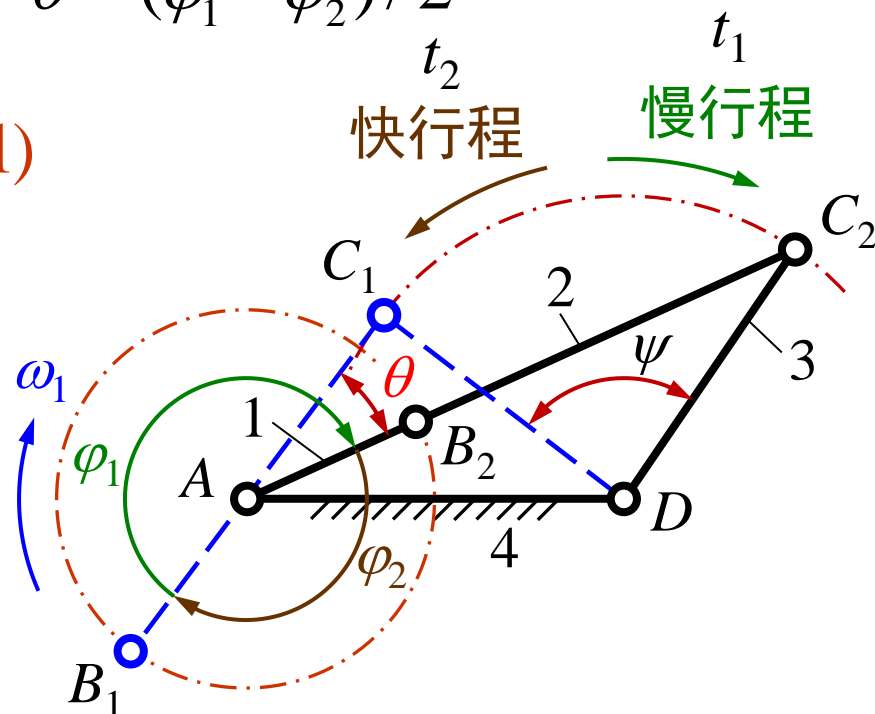
记 $\angle C_1AC_2 = \theta$

$$\varphi_1 = 180^\circ + \theta, \quad \varphi_2 = 180^\circ - \theta \quad \theta = (\varphi_1 - \varphi_2) / 2$$

$$K = \frac{\text{从动件快行程平均速度}}{\text{从动件慢行程平均速度}} (\geq 1)$$

$$K = \frac{\psi / t_2}{\psi / t_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}$$

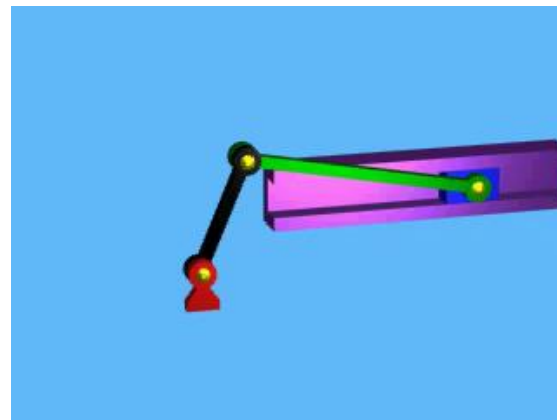
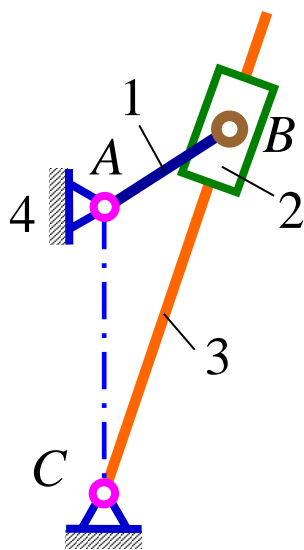
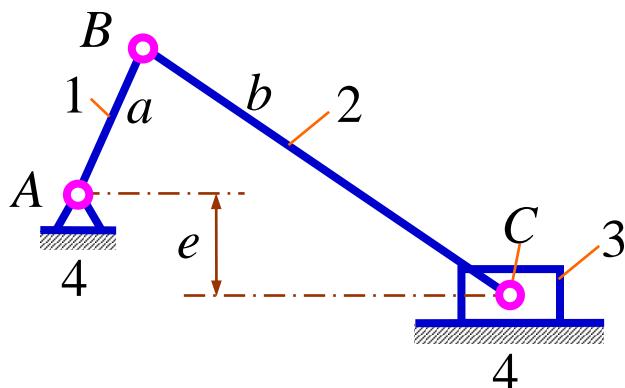
$$\theta = 180^\circ \frac{K - 1}{K + 1}$$



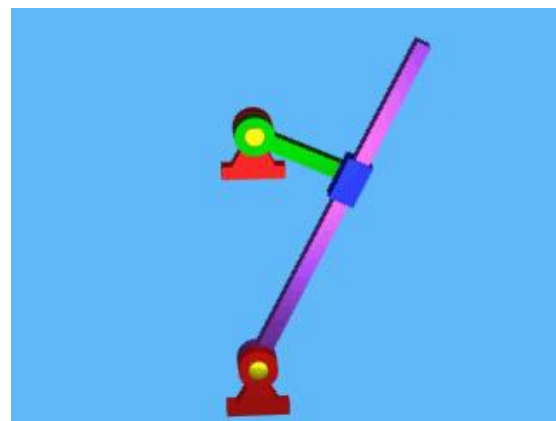
θ 与 K 之间存在一一对应关系，所以机构的急回特性也可用角 θ 来表征。由于 θ 与从动件极限位置对应的曲柄位置有关，故称 θ 为极位夹角。

平面四杆机构的基本特性

- 具有急回特性的偏置曲柄滑块机构和摆动导杆机构，极位夹角如何确定？



偏置曲柄滑块机构

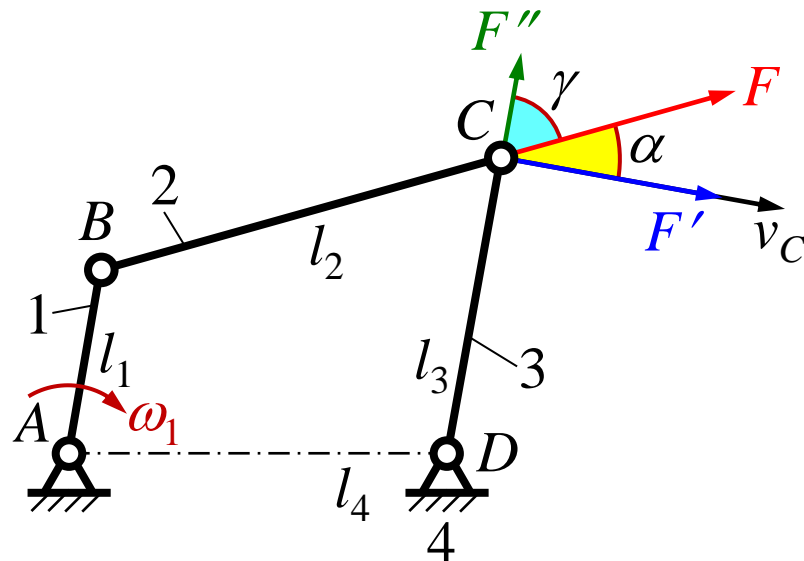


摆动导杆机构

平面四杆机构的基本特性

三、压力角和传动角

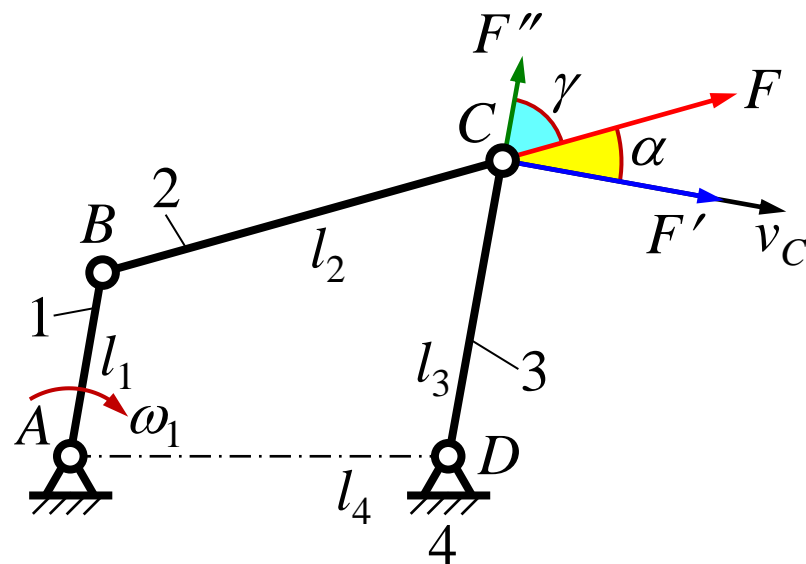
- 压力角， α ——驱使从动件运动的作用力方向与受力点速度方向之间的夹角。
- 对于图示曲柄摇杆机构，如不计各杆重力和运动副中的摩擦力，则当曲柄1为原动件时，通过连杆2作用于从动件3上的力 F 沿 BC 方向；
- F 力的方向与力作用点 C 的速度 v_C 方向之间的夹角就是压力角 α 。
- 将 F 分解为 F' 和 F'' ，引入角 γ ，即压力角 α 的余角，称为传动角。



平面四杆机构的基本特性

- 在 F 大小一定时，压力角越小（传动角越大）， F' 越大，即力的有效利用程度（效率）越高，机构传力性能越好。

- 对于连杆机构，因传动角度量方便，常将传动角作为评价机构传力性能的指标。



- 机构运动过程中，传动角的大小是变化的，为保证机构具有较好的传力性能，常规定最小传动角的下限。对于一般机械，通常取 $\gamma_{\min} \geq 40^\circ$ 。

平面四杆机构的基本特性

曲柄摇杆机构出现最小传动角 γ_{\min} 的位置分析：

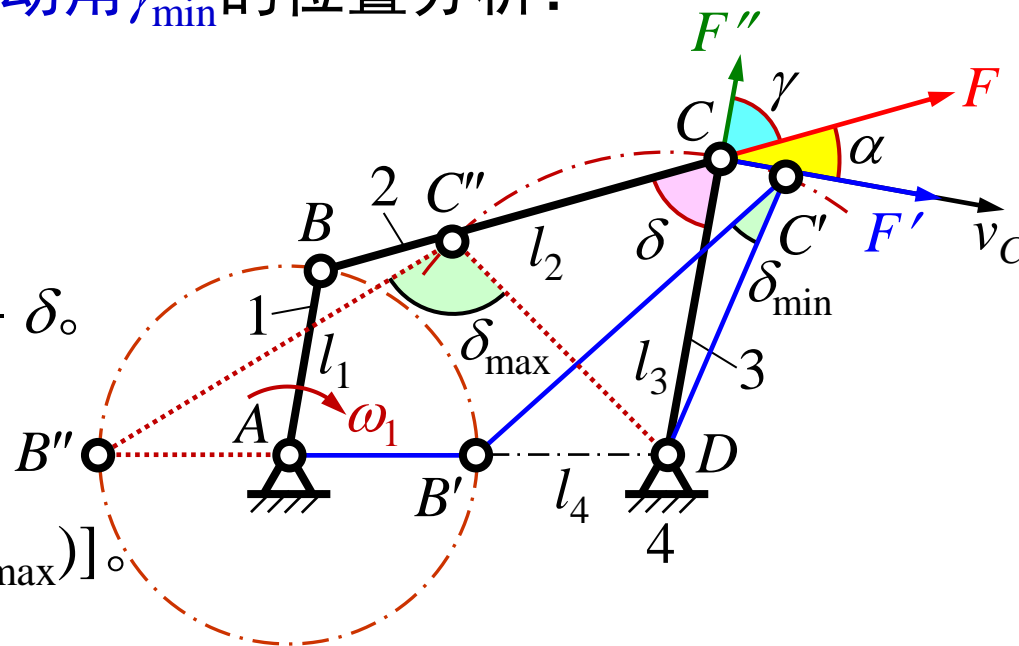
记 $\angle BCD = \delta$,

若 $\delta \leq 90^\circ$, 则有 $\gamma = \delta$;

若 $\delta > 90^\circ$, 则有 $\gamma = 180^\circ - \delta$ 。

因此：

$$\gamma_{\min} = \min[\delta_{\min}, (180^\circ - \delta_{\max})]^\circ$$



当 B 转至 AD 连线上的 B' 位置时, 出现 δ_{\min} (图中 $<90^\circ$) ;

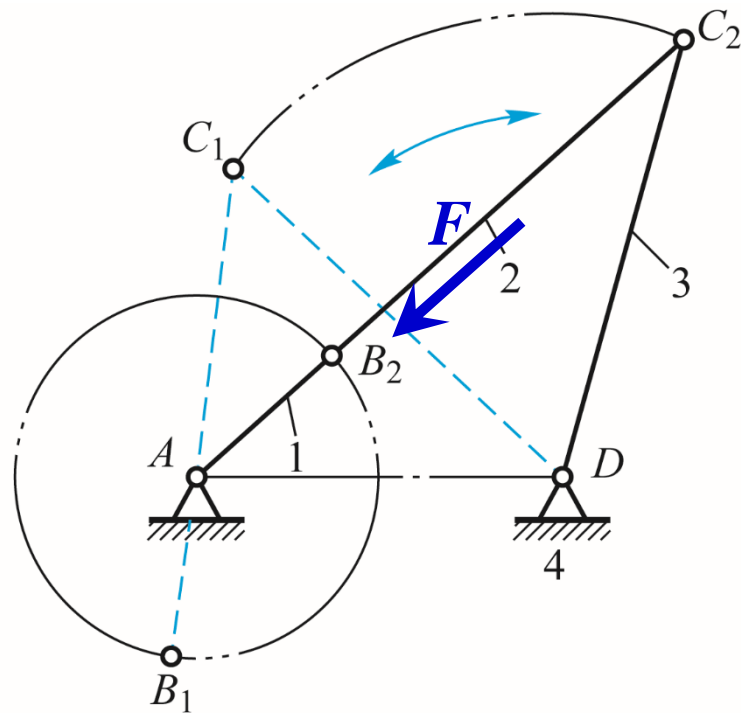
当 B 转至 AD 延长线上的 B'' 位置时, 出现 δ_{\max} (图中 $>90^\circ$) 。

对于其他类型的四杆机构, 压力角、传动角的确定方法类同。

平面四杆机构的基本特性

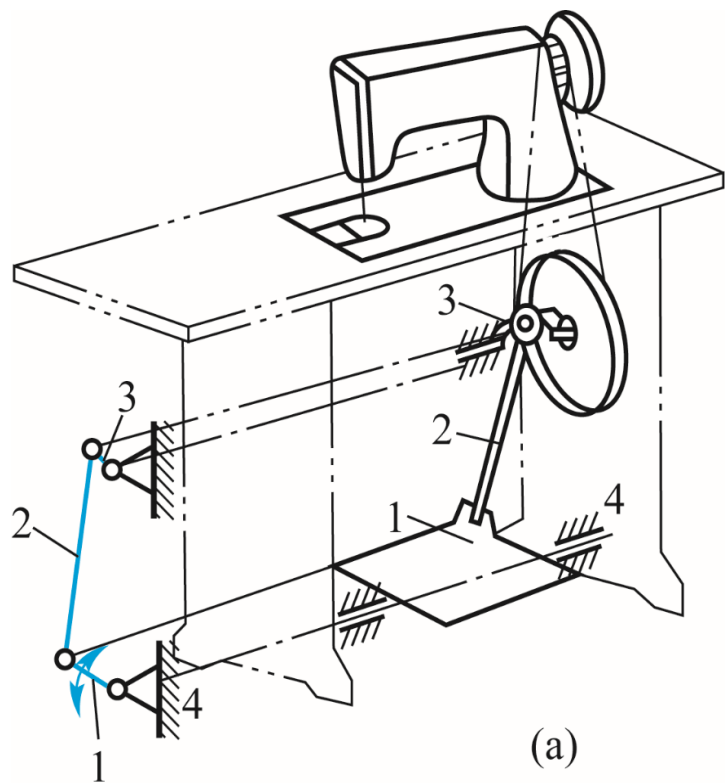
四、死点位置

- 对于图示曲柄摇杆机构，如以摇杆3为原动件、曲柄1为从动件，则当摇杆摆到极限 C_1D 和 C_2D 位置时，连杆2与曲柄1共线，从动件的传动角 $\gamma = 0^\circ$ 。
- 若不计各杆重力和运动副中的摩擦力，则此时连杆加于曲柄上的力 F 将经过铰链中心 A ， F 不产生驱使曲柄转动的力矩。
- 死点位置**——传动角为零（即 $\alpha = 90^\circ$ ）的机构位置。



平面四杆机构的基本特性

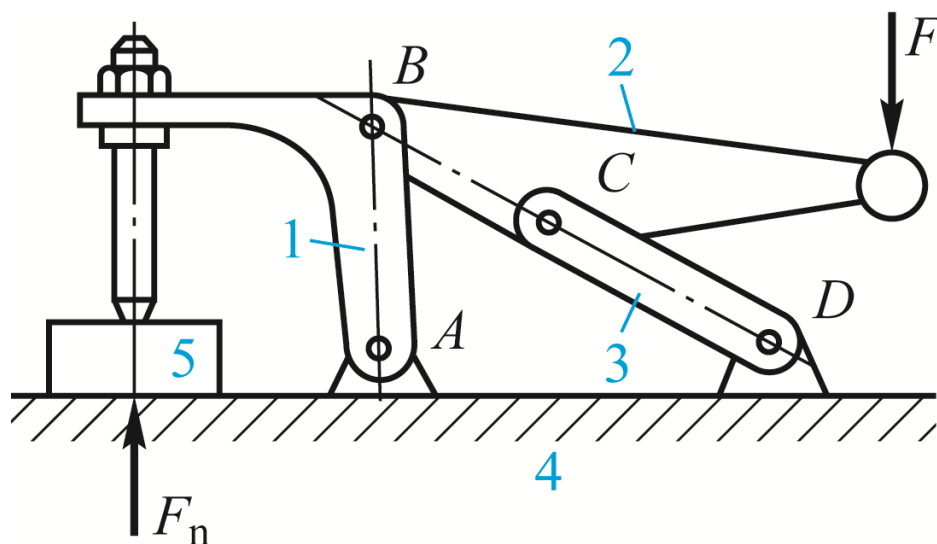
- 对于需连续运转的机构，如果存在死点位置，则对传动不利，必须避免机构由死点位置开始起动，同时采取措施使机构在运动过程中能顺利通过死点位置并使从动件按预期方向运动。
- 图示家用缝纫机中的曲柄摇杆机构（将踏板1的往复摆动变换为带轮3的整周转动），就是借助于带轮的惯性来通过死点位置并使带轮转向不变的。而当该机构正好停于死点位置时，则需在人的帮助下用手转动带轮来实现由死点位置的再次起动。



(b) 缝纫机踏板机构

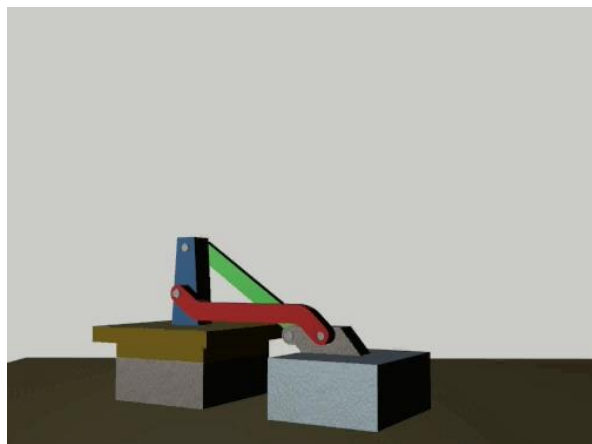
平面四杆机构的基本特性

- 机构的死点位置并非总是起消极作用。在工程中，也常利用死点位置来实现一定的工作要求。
- 工件夹紧机构：当在 F 力作用下夹紧工件5时，铰链中心 B 、 C 、 D 共线，机构处于死点位置，此时工件加在杆1上的反作用力 F_n 无论多大，也不能使杆3转动。这就保证在去掉外力 F 之后，仍能可靠夹紧工件。



平面四杆机构的设计

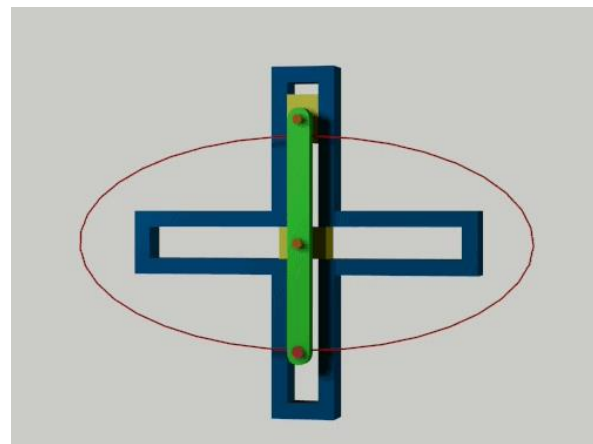
- 运动设计主要任务——根据给定的运动要求及其他要求（如传动角要求等），确定机构运动简图的尺寸参数。
- 两类主要运动要求——从动件的运动规律；构件上一点的运动轨迹。



刚体导引



实现运动规律



实现运动轨迹

- 运动设计方法——作图法，解析法。

平面四杆机构的设计

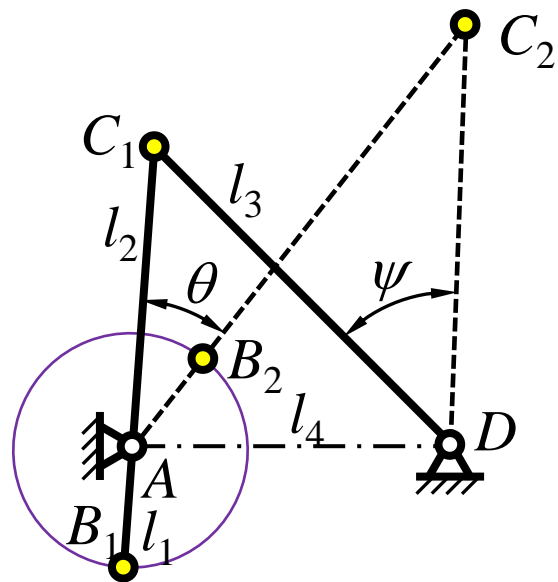
一、按照给定的行程速度变化系数设计四杆机构

1. 曲柄摇杆机构

已知条件：摇杆长度 l_3 、摆角 ψ 和行程速度变化系数 K 。

要求参数： l_1 、 l_2 和 l_4 。

设计分析：由 l_3 和 ψ 可确定摇杆的两个极限位置，由 K 可求得 θ ，设计问题归结为如何利用 θ 确定A点位置——A点应在经过 C_1 、 C_2 且圆周角为 θ 的圆上。



平面四杆机构的设计

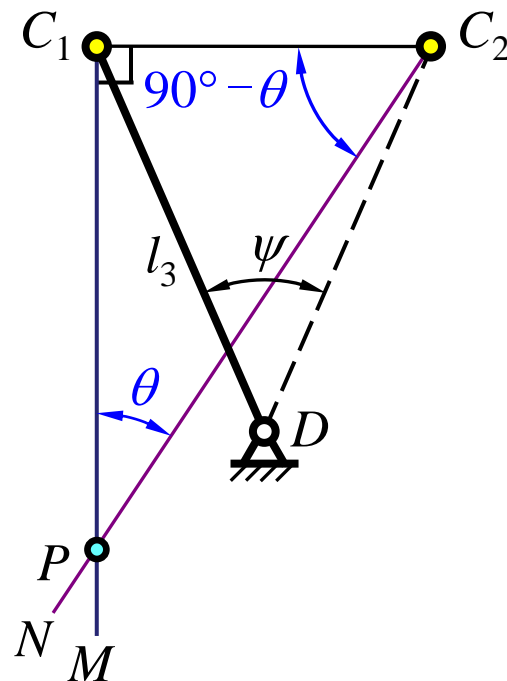
设计步骤：

(1) 由给定的 K 求出极位夹角 θ :
$$\theta = 180^\circ \times \frac{K-1}{K+1}$$

(2) 选择长度比例尺 μ_l ，任选固定铰链中心 D 的位置，由摇杆长度 l_3 和摆角 ψ ，作出摇杆两个极限位置 C_1D 和 C_2D 。

(3) 连接 C_1 和 C_2 ，并作 $C_1M \perp C_1C_2$ 。

(4) 作 $\angle C_1C_2N = 90^\circ - \theta$ ， C_2N 与 C_1M 交于 P 点，则 $\angle C_1PC_2 = \theta$ 。



平面四杆机构的设计

(5) 作 $\triangle PC_1C_2$ 的外接圆 η ，在此圆周（弧 C_1C_2 和弧 EF 除外）上任取一点 A 作为固定铰链中心。

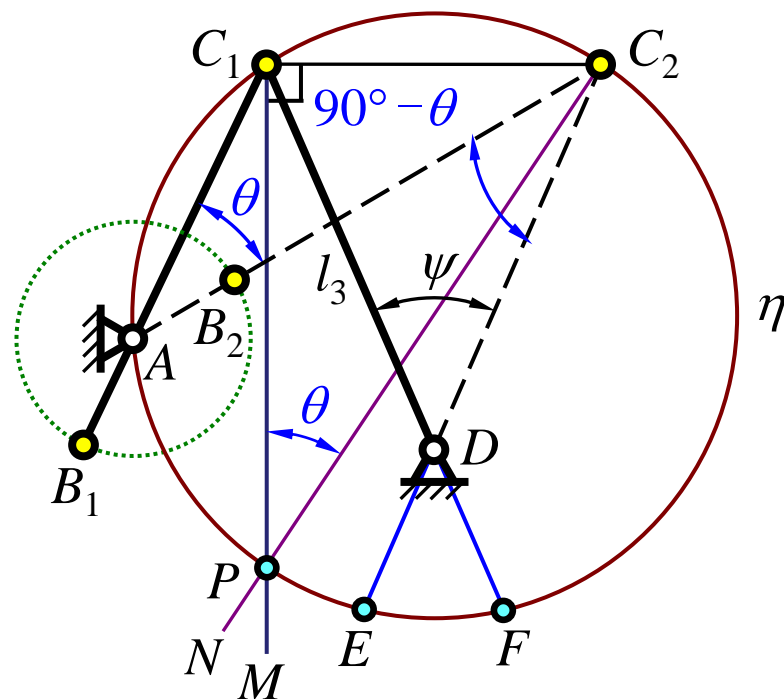
(6) 连 AC_1 和 AC_2 ，则有：圆周角 $\angle C_1AC_2 = \angle C_1PC_2 = \theta$ 。

因摇杆处于极限位置时曲柄与连杆共线，故：

曲柄长度 $l_1 = (AC_2 - AC_1)/2$ ，

连杆长度 $l_2 = (AC_2 + AC_1)/2$ ；

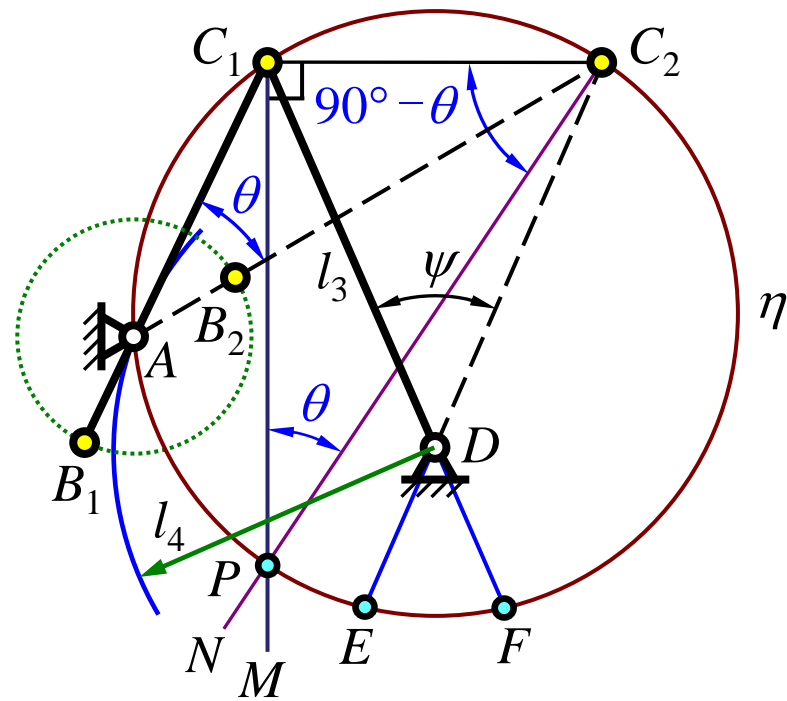
由图直接量得 $AD = l_4$ 。



因 A 点可在圆弧段 C_1P 上任意选取，故有无穷多个解。

若另加已知条件机架长度 l_4 ，则有唯一解。

作法：以 D 为圆心、 l_4 为半径画圆弧，与圆 η 的交点即为所求的固定铰链中心 A ，由此可求得唯一的曲柄长度 l_1 和连杆长度 l_2 。



平面四杆机构的设计

2. 摆动导杆机构

已知条件：机架长度 l_4 和行程速度变化系数 K 。

要求参数：曲柄长度 l_1 。

设计分析：画出导杆的两个极限位置，标出 θ 和导杆摆角 ψ 。

由几何关系可知 $\theta = \psi$ 。

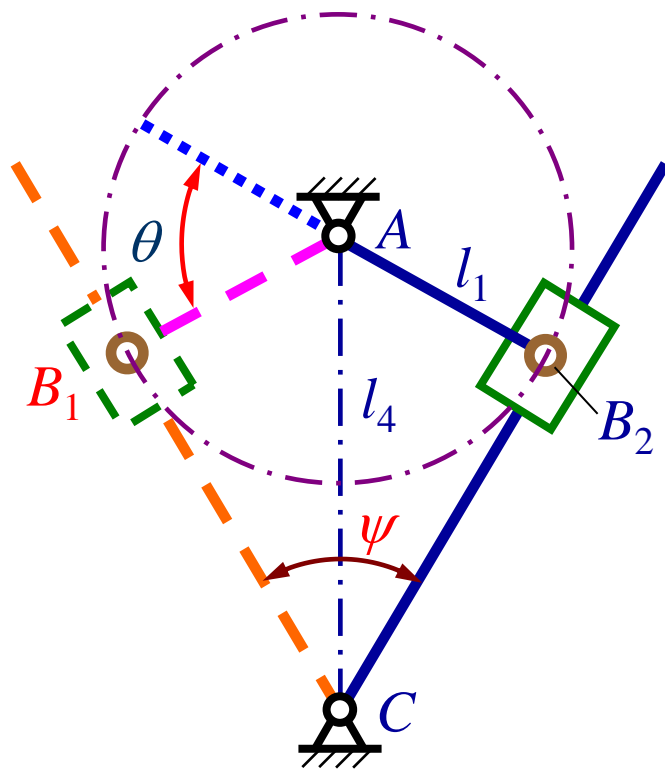
设计步骤：

(1) 由给定的 K 求出极位夹角 θ ：

$$\theta = 180^\circ \times \frac{K-1}{K+1}$$

(2) 解析法求 l_1 ：

$$l_1 = l_4 \sin \frac{\psi}{2} = l_4 \sin \frac{\theta}{2}$$



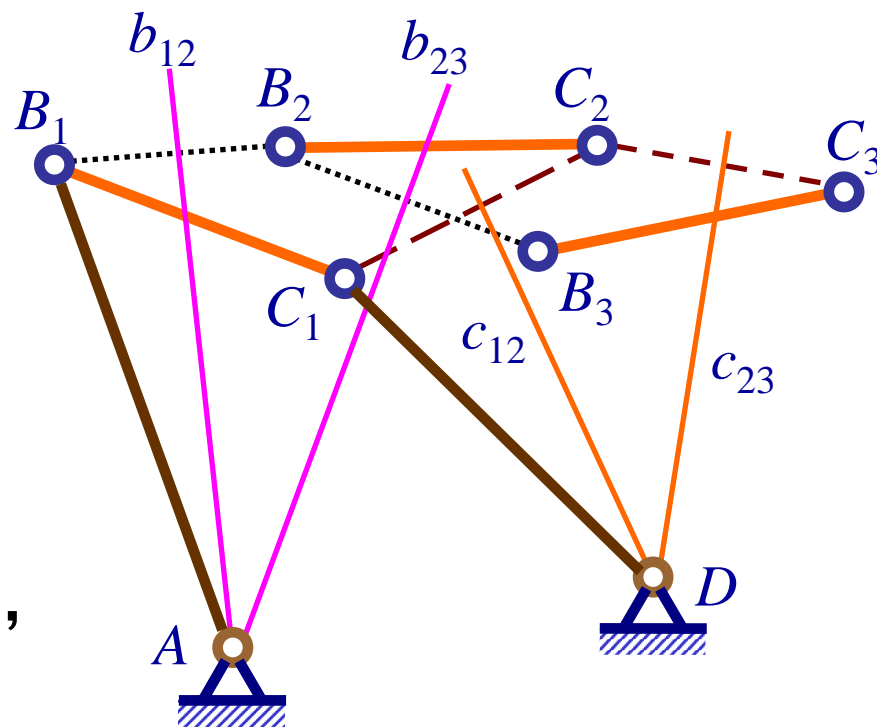
平面四杆机构的设计

二、按给定连杆位置设计四杆机构

已知四杆机构的连杆经过三个预期位置序列 B_1C_1 、 B_2C_2 和 B_3C_3 。

设计步骤：

分别作 B_1B_2 和 B_2B_3 的中垂线，其交点即为固定铰链中心 A ；又分别作 C_1C_2 和 C_2C_3 的中垂线，其交点为固定铰链中心 D 。



AB_1C_1D 即为所求铰链四杆机构在第一位置时的机构图。

实现 BC 三个位置的四杆机构是唯一的。当按比例作图时，由图上量得尺寸乘以比例尺后即得两连架杆和机架的长度。

平面四杆机构的设计

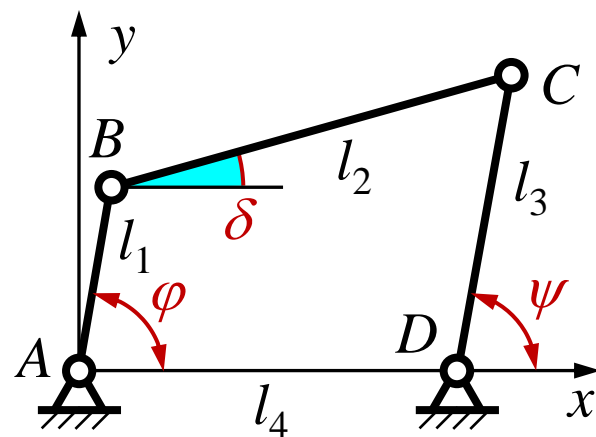
三、按照给定两连架杆对应位置设计四杆机构

图示铰链四杆机构中，已知两连架杆 AB 和 CD 的三对对应位置 φ_1 、 ψ_1 ， φ_2 、 ψ_2 和 φ_3 、 ψ_3 ，要求确定各杆的长度 l_1 、 l_2 、 l_3 和 l_4 。现以解析法求解。

两连架杆角位移的对应关系只与各杆的相对长度有关，所以在设计时，可根据具体情况，预选一个杆长，此处取 $l_1 = 1$ 。

建立图示直角坐标系，取各杆在坐标轴上的投影，可得：

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi + l_2 \cos \delta &= l_4 + l_3 \cos \psi \\ \sin \varphi + l_2 \sin \delta &= l_3 \sin \psi \end{aligned} \right\}$$



平面四杆机构的设计

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi + l_2 \cos \delta &= l_4 + l_3 \cos \psi \\ \sin \varphi + l_2 \sin \delta &= l_3 \sin \psi \end{aligned} \right\} \text{消去 } \delta,$$

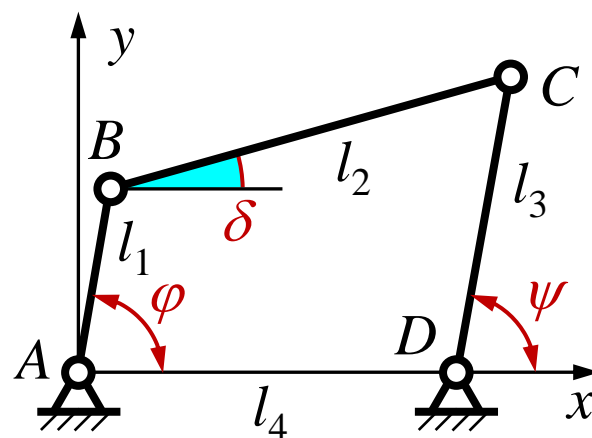
$$\cos \varphi = \frac{l_4^2 + l_3^2 + 1 - l_2^2}{2l_4} + l_3 \cos \psi - \frac{l_3}{l_4} \cos(\psi - \varphi)$$

$$P_0 = l_3$$

令：

$$P_1 = -\frac{l_3}{l_4}$$

$$P_2 = \frac{l_4^2 + l_3^2 + 1 - l_2^2}{2l_4}$$



可得两连架杆对应转角关系：

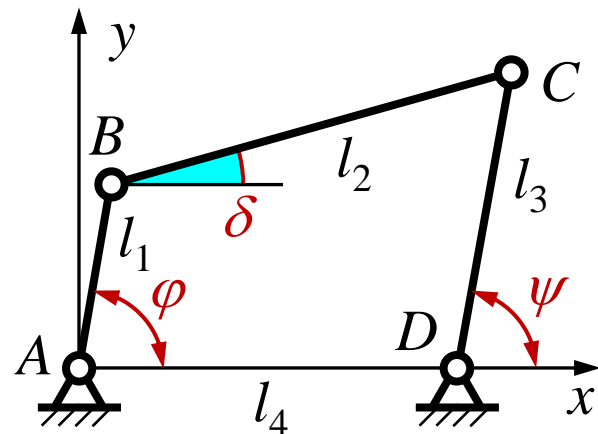
$$\cos \varphi = P_0 \cos \psi + P_1 \cos(\psi - \varphi) + P_2$$

平面四杆机构的设计

$$\cos \varphi = P_0 \cos \psi + P_1 \cos(\psi - \varphi) + P_2$$

将已知的三对对应转角位置 φ_1 、 ψ_1 ， φ_2 、 ψ_2 和 φ_3 、 ψ_3 ，分别代入上式，得方程组：

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi_1 &= P_0 \cos \psi_1 + P_1 \cos(\psi_1 - \varphi_1) + P_2 \\ \cos \varphi_2 &= P_0 \cos \psi_2 + P_1 \cos(\psi_2 - \varphi_2) + P_2 \\ \cos \varphi_3 &= P_0 \cos \psi_3 + P_1 \cos(\psi_3 - \varphi_3) + P_2 \end{aligned} \right\}$$



由方程组可解出未知量 P_0 、 P_1 和 P_2 ，回代下式：

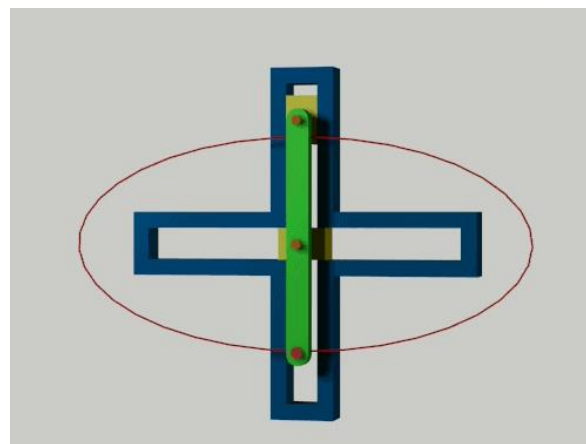
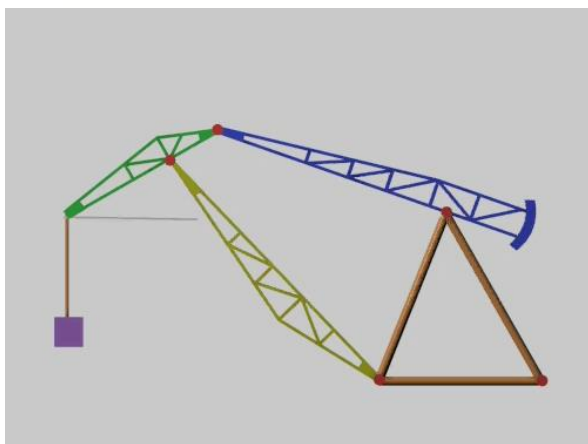
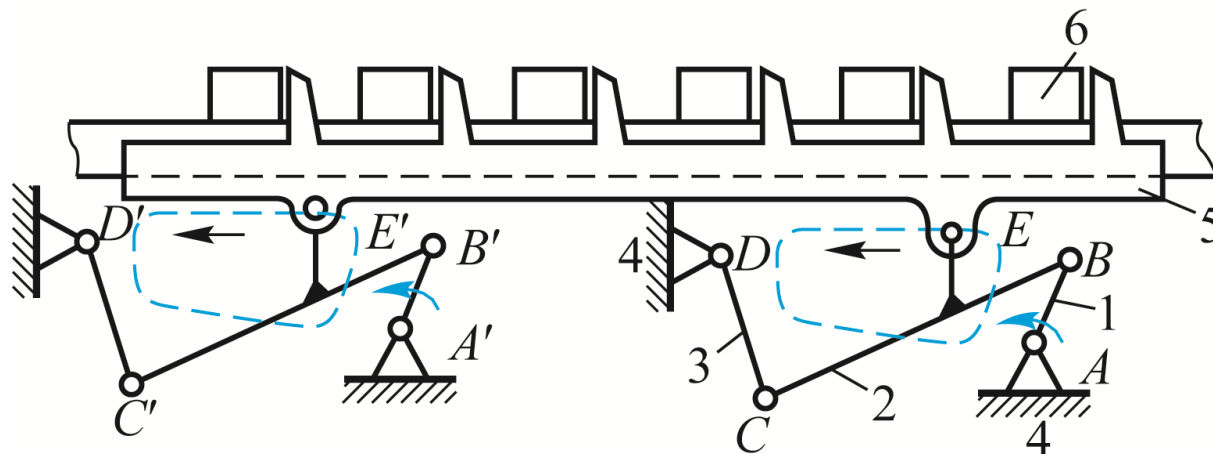
$$P_0 = l_3, \quad P_1 = -\frac{l_3}{l_4}, \quad P_2 = \frac{l_4^2 + l_3^2 + 1 - l_2^2}{2l_4} \quad \text{求出杆长 } l_2、l_3 \text{ 和 } l_4。$$

以上求出的杆长 l_1 、 l_2 、 l_3 和 l_4 可同时乘以大于零的任意比例常数，所得机构都能实现对应的转角关系。

平面四杆机构的设计

四、按照给定点的运动轨迹设计四杆机构

设计需求——四杆机构中作平面复杂运动的构件上某一点（轨迹再现点）精确或近似地沿着给定的轨迹运动。



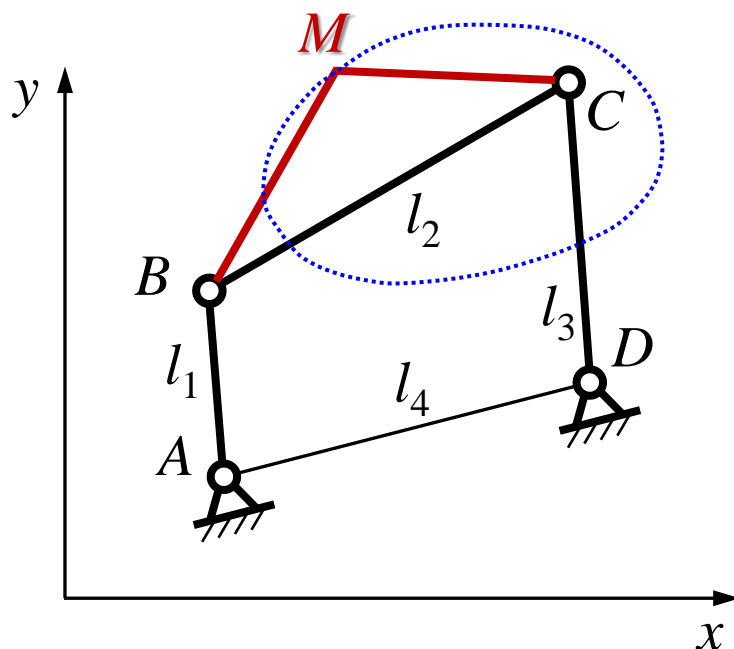
平面四杆机构的设计

设计内容——确定四杆机构的尺寸参数、轨迹再现点位置参数以及机架相对于轨迹的位置参数。

对于铰链四杆机构，共有九个待定的设计参数，故其连杆点最多能精确通过给定轨迹上所选的九个点。

解析法设计——建立连杆点 M 在选定坐标系中的位置坐标与机构参数之间的关系，通过对非线性方程组的求解获得机构参数。

图谱法设计——利用专门编就汇集的连杆曲线图谱，从图谱中找出与设计需求相近的曲线及对应的机构尺寸参数。



平面四杆机构的设计

图示为取自图谱的一张曲柄摇杆机构连杆曲线，每一连杆曲线由72段短线组成，每一短线表示曲柄 AB 转过 5° 时连杆上该点的位移。图中标出了该曲线对应的构件长度，显然当杆长按比例缩放时，并不改变连杆曲线的特性。

