

## 《数据结构与算法》第二次作业

### 一、选择填空题（40 分）

1. 找出序列(1,-2,2,-1,1,4,-3,4,-3,2)中和最大的连续子序列。它的和是\_\_\_\_\_。

- A. 3                      B. 4                      C. 6                      D. 7

**【D】**

2. 假如有一个序列为(6,5,8,7,2,1,4,3)。这个序列中逆序对的个数是\_\_\_\_\_。

- A. 17    B. 18    C. 19    D. 20

**【D】**

3. 快速排序对不同的输入排序时间是不同的。对于最好的输入，它需要的时间是\_\_\_\_\_。

- A.  $O(n^2)$                       B.  $O(n)$                       C.  $O(n \log n)$                       D.  $O(n^{1.5})$

**【C】**

4. 在动态规划、递归、分治、贪心这几个算法中，\_\_\_\_\_不是将原问题规约为若干个更小规模的同类问题。

- A. 动态规划    B. 递归    C. 分治    D. 贪心

**【D】**

5. 如果二叉树的先序遍历结果是 ABDFECG，中序遍历结果是 FDBEACG，那么该二叉树的后序遍历结果是（ ）

- A. ABCDEFG    B. FABDEGC    C. ABDEF CG    D. FDEBGCA

**【D】**

6. 设森林 F 对应的二叉树为 B，它有 m 个结点，B 的根的右子树结点个数为 n。那么森林 F 中第一棵树的结点个数是（ ）

- A. m+n                      B. n+1                      C. m-n-1                      D. m-n

**【D】**

7. 设一棵完全二叉树的第 6 层有 8 个叶子结点。则该树的节点个数最多为\_\_\_个。

- A. 39    B. 52    C. 111    D. 119

**【C】**

解答：注意两种情况：

1. 6 层左侧有 8 个叶子。     $1+2+4+8+16+8=39$

2. 6 层右侧有 8 个叶子。    第 6 层有  $32-8=24$  个非叶子结点 → 第 7 层（最多）有 48 个结点。

→ 共有  $1+2+4+8+16+32+48=111$  个节点。

8. 一棵完全二叉树上有 1001 个结点，其中叶子结点的个数是（ ）。

- A. 250                      B. 500                      C. 254                      D. 501

答案：D

解释：设度为 0 结点（叶子结点）个数为 A，度为 1 的结点个数为 B，度为 2 的结点个数为 C，有  $A=C+1$ ， $A+B+C=1001$ ，可得  $2C+B=1000$ ，由完全二叉树的性质可得  $B=0$  或 1，又因为 C 为整数，所以  $B=0$ ， $C=500$ ， $A=501$ ，即有 501 个叶子结点。

9. 序列(3, 8, 1, 9, 5, 2, 6, 7, 4)的最长递增子序列长度是\_\_\_\_\_。

- A. 2                  B. 4                  C. 6                  D. 8

【B】

10. 一棵树的后根遍历与这棵树所对应的二叉树的\_\_\_\_\_相同。

- A. 前序遍历                  B. 中序遍历                  C. 后序遍历                  D. 层序遍历

【B】

## 二、简答题

1. 用动态规划解决如下问题：（30 分）

请你给出状态描述，写出状态转移方程（并注明边界条件）。（状态描述 2 分，边界条件 2 分，其余部分 6 分）

1) 给定  $m \times n$  的矩阵，有的位置可以走，有的位置不能走。每次只能向右或向下走一步，请问，从 (1, 1) 走到 (m, n) 有几种走法？  $2 \leq n, m \leq 1000$

更多信息见：[https://atcoder.jp/contests/dp/tasks/dp\\_h](https://atcoder.jp/contests/dp/tasks/dp_h)

【答案】

状态描述： $f(i, j)$  表示从 (1,1) 到 (i, j) 的符合题设的走法总数。

边界条件：

$$\begin{aligned} f(1, 1) &= 1 \\ f(i, 1) &= f(i-1, 1) \quad (\text{当}(i, 1)\text{是可走的}) \\ &0 \quad (\text{当}(i, 1)\text{是不可走的}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1, i) &= f(1, i-1) \quad (\text{当}(1, i)\text{是可走的}) \\ &0 \quad (\text{当}(1, i)\text{是不可走的}) \end{aligned}$$

转移方程：

$$\begin{aligned} f(i, j) &= f(i-1, j) + f(i, j-1) \quad (\text{当}(i, j) \text{ 是可走的}) \\ &0 \quad (\text{当}(i, j) \text{ 是不可走的}) \end{aligned}$$

2) 有  $n$  个数，从左到右分别是  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，其中， $2 \leq n \leq 1e5$ ， $1 \leq a_i \leq 1e4$ 。一开始在位置 1。每次可往后跳一个或两个位置。即  $i$  可以到达  $i+1$  或  $i+2$ 。每次移动会有代价：从位置  $i$  跳到位置  $j$  要花费  $|a_i - a_j|$ 。

请求跳到位置  $n$  的最小花费。

更多信息见：[https://atcoder.jp/contests/dp/tasks/dp\\_a](https://atcoder.jp/contests/dp/tasks/dp_a)

【答案】

状态描述:  $f(j)$  表示跳到位置  $j$  的最小花费。

边界条件:

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = |a_2 - a_1|$$

转移方程:

$$f(j) = \min(f(j-1) + |a_j - a_{j-1}|, f(j-2) + |a_j - a_{j-2}|)$$

3) 在 2) 的基础上, 每次可以往后跳 1 个到  $k$  个位置。  $1 \leq k \leq 100$

更多信息见: [https://atcoder.jp/contests/dp/tasks/dp\\_b](https://atcoder.jp/contests/dp/tasks/dp_b)

【答案】

状态描述:  $f(j)$  表示跳到位置  $j$  的最小花费。

边界条件:

$$f(1) = 0$$

转移方程:

$$f(j) = \min(f(j-1) + |a_j - a_{j-1}|, \dots, f(j-k) + |a_j - a_{j-k}|), \text{ 其中 } k = \min(100, j-1)$$

2. 已知下列字符 A、B、C、D、E、F、G 的权值分别为 3、12、7、4、2、8、11, 试填写出其对应哈夫曼树 HT 的存储结构的初态和终态。(10 分)

答案:

初态:

	weight	parent	lchild	rchild
1	3	0	0	0
2	12	0	0	0
3	7	0	0	0
4	4	0	0	0
5	2	0	0	0
6	8	0	0	0
7	11	0	0	0
8		0	0	0
9		0	0	0
10		0	0	0
11		0	0	0
12		0	0	0
13		0	0	0

终态:

	weight	parent	lchild	rchild
1	3	8	0	0
2	12	12	0	0
3	7	10	0	0

4	4	9	0	0
5	2	8	0	0
6	8	10	0	0
7	11	11	0	0
8	5	9	5	1
9	9	11	4	8
10	15	12	3	6
11	20	13	9	7
12	27	13	2	10
13	47	0	11	12