



第一章：平面机构的自由度和速度分析

1.1 运动副及其分类

1.2 平面机构的运动简图

1.3 平面机构的自由度

1.4 速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

机械设计基础主要研究机械中的**常用机构**和**通用零件**的工作原理、结构特点、基本的设计理论和方法。

平面机构：所有构件都在相互平行的平面内运动的机构。

运动副及其分类

运动副——两个构件直接接触并能产生一定相对运动的连接。

a) 两个构件、b) 直接接触、c) 有相对运动

三个条件，缺一不可

运动副元素——直接接触的部分（点、线、面）

例如：凸轮、齿轮齿廓、活塞与缸套等。

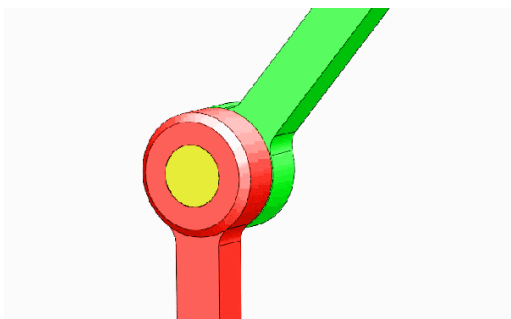


运动受到约束、自由度减少。

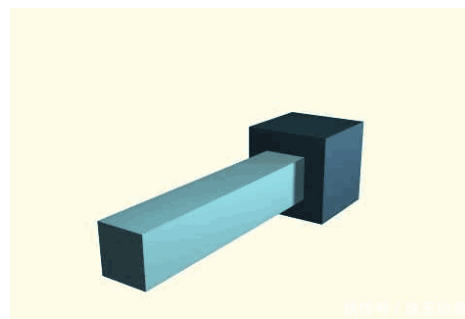
运动副及其分类

按接触特性分类：高副和低副

- ① 低副——两个构件通过面接触的运动副
例如：转动副（回转副）、移动副等。



转动副：组成运动副的两构件只能在平面内相对转动



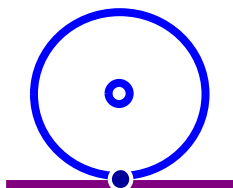
移动副：组成运动副的两构件只能沿某一轴线相对移动。

运动副及其分类

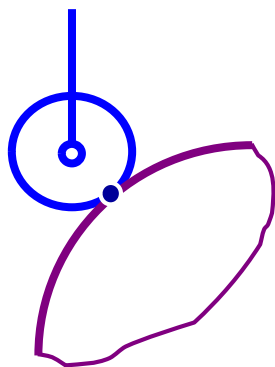
按接触特性分类：高副和低副

② 高副——两个构件通过点或线接触的运动副

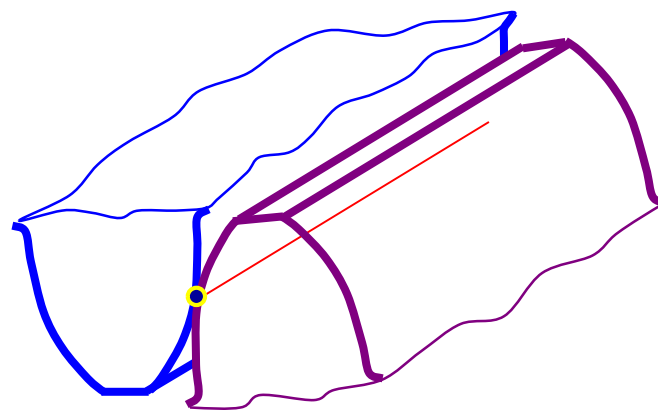
例如：滚动副、凸轮副、齿轮副等。



滚动副



凸轮副



齿轮副

平面机构的运动简图

运动简图——表明机构各构件间相对运动关系的简化图形。

a) 简化问题、b) 省略与运动无关的外形和构造、c) 仅用简单符号

一般构件的表示方法

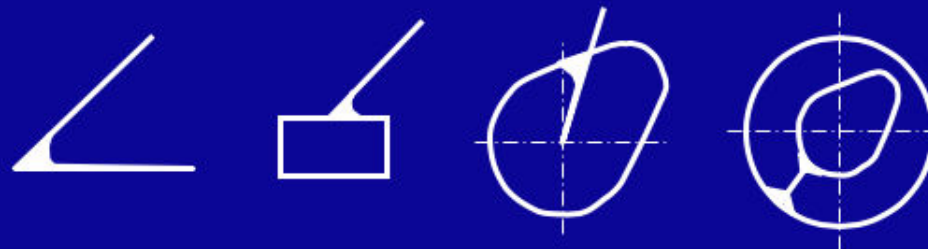
杆、轴构件



固定构件



同一构件



a) 代表机架的构件上加阴影线

b) 用圆圈表示转动副，其圆心代表相对转动轴线

c) 移动副的导路必须与相对移动方向一致

d) 高副需要画出构件接触处的轮廓

e) 画构件时应撇开构件的实际外形，而只考虑运动副的性质

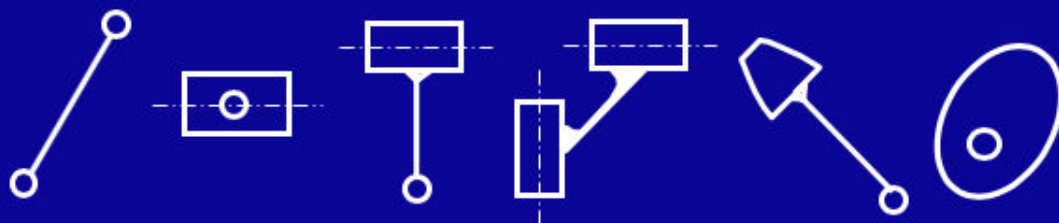
平面机构的运动简图

运动简图——表明机构各构件间相对运动关系的简化图形。

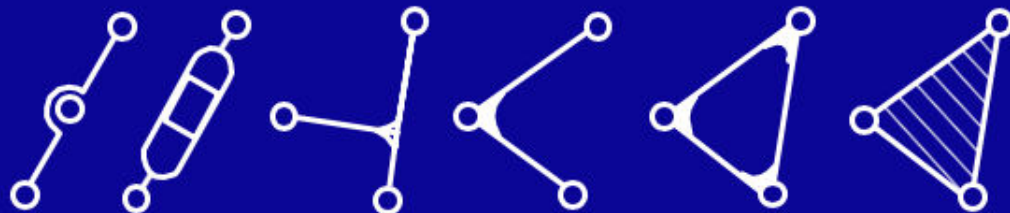
a) 简化问题、b) 省略与运动无关的外形和构造、c) 仅用简单符号

一般构件的表示方法

两副构件



三副构件



a) 代表机架的构件上加阴影线

b) 用圆圈表示转动副，其圆心代表相对转动轴线

c) 移动副的导路必须与相对移动方向一致

d) 高副需要画出构件接触处的轮廓

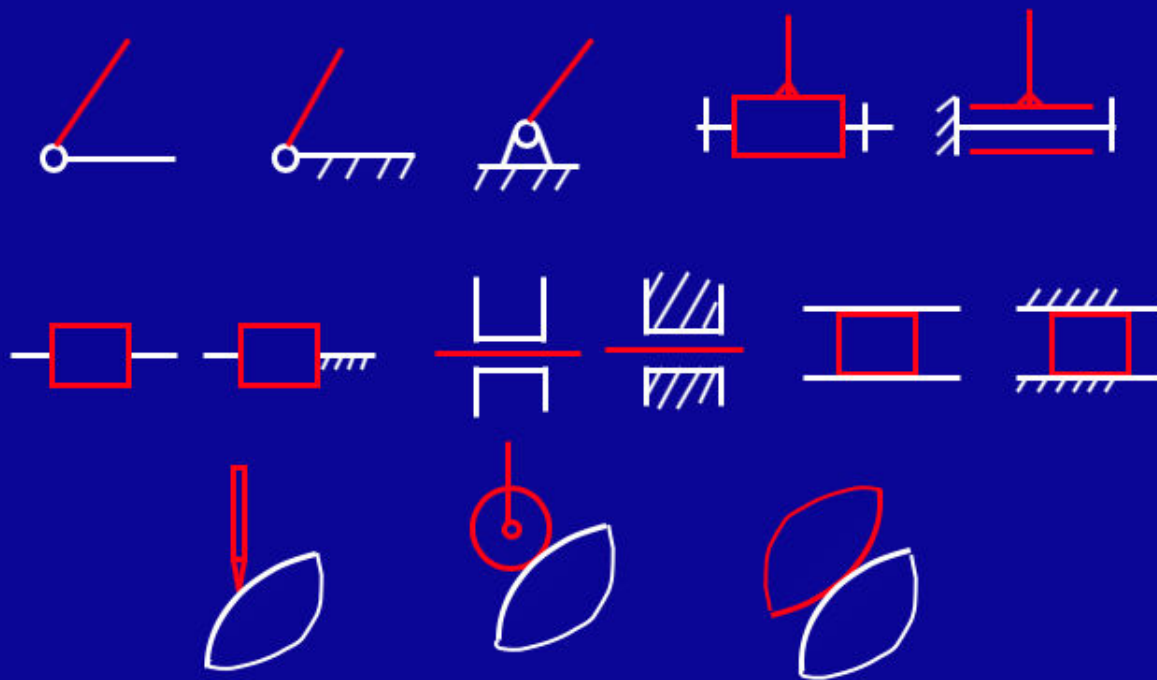
e) 画构件时应撇开构件的实际外形，而只考虑运动副的性质

平面机构的运动简图

运动简图——表明机构各构件间相对运动关系的简化图形。

a) 简化问题、b) 省略与运动无关的外形和构造、c) 仅用简单符号

常见运动副符号的表示: 国标GB4460—84



a) 代表机架的构件上加阴影线

b) 用圆圈表示转动副, 其圆心代表相对转动轴线

c) 移动副的导路必须与相对移动方向一致

d) 高副需要画出构件接触处的轮廓

e) 画构件时应撇开构件的实际外形, 而只考虑运动副的性质

平面机构的运动简图

运动简图——表明机构各构件间相对运动关系的简化图形。

a) 简化问题、b) 省略与运动无关的外形和构造、c) 仅用简单符号

运动副名称		运动副符号	
		两运动构件构成的运动副	两构件之一为固定时的运动副
平面运动副	转动副		
	移动副		

a) 代表机架的构件上加阴影线

b) 用圆圈表示转动副，其圆心代表相对转动轴线

c) 移动副的导路必须与相对移动方向一致

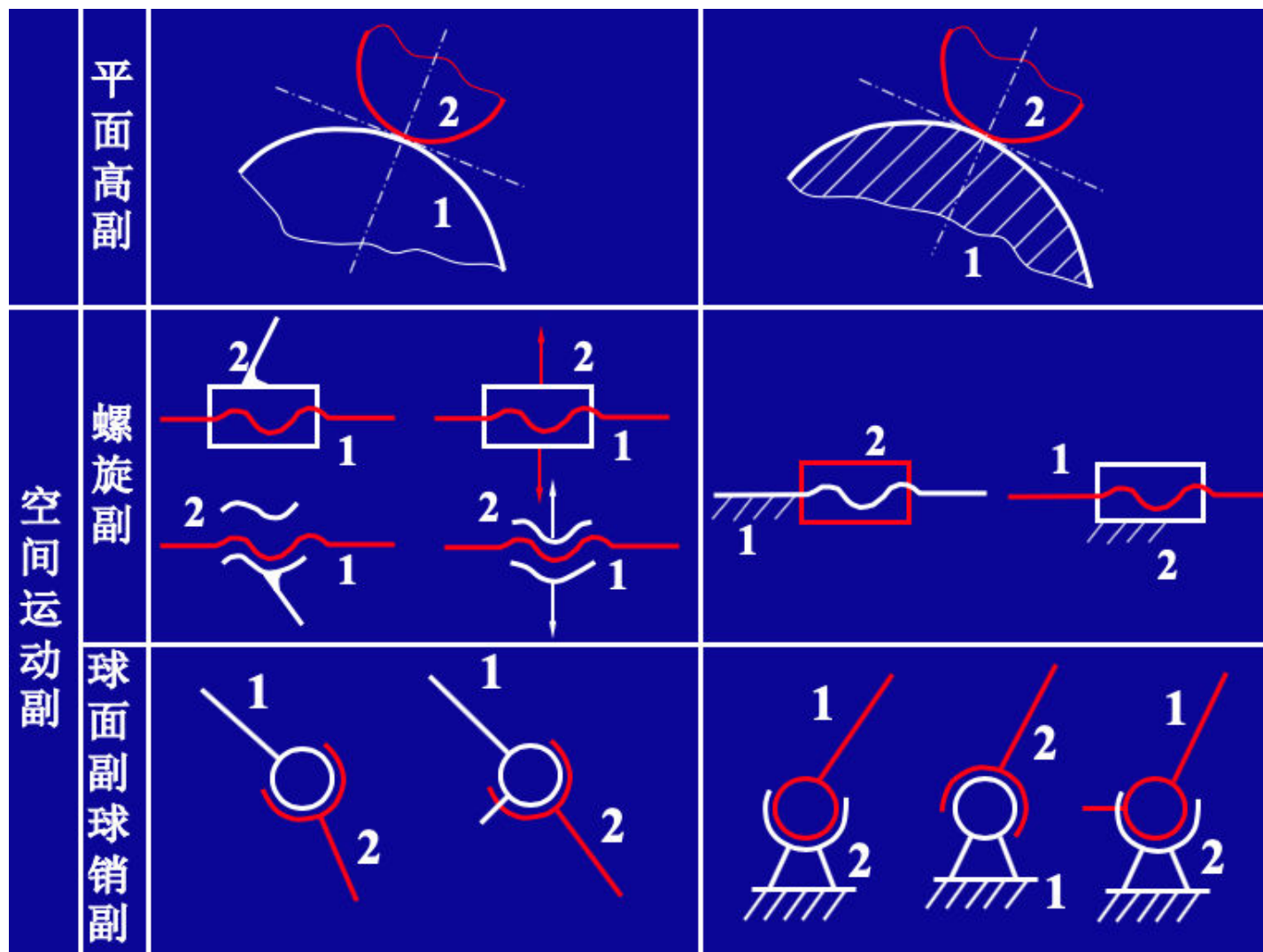
d) 高副需要画出构件接触处的轮廓

e) 画构件时应撇开构件的实际外形，而只考虑运动副的性质

平面机构的运动简图

运动简图——表明机构各构件间相对运动关系的简化图形。

a) 简化问题、b) 省略与运动无关的外形和构造、c) 仅用简单符号



a) 代表机架的构件上加阴影线

b) 用圆圈表示转动副，其圆心代表相对转动轴线

c) 移动副的导路必须与相对移动方向一致

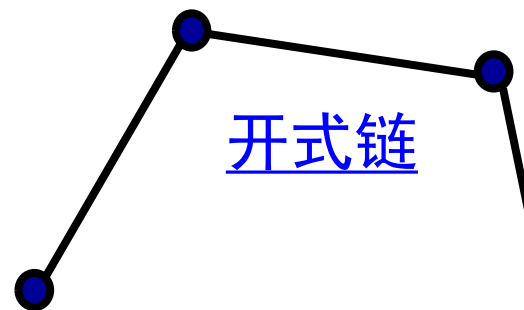
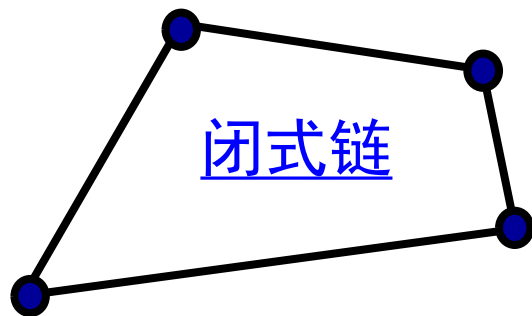
d) 高副需要画出构件接触处的轮廓

e) 画构件时应撇开构件的实际外形，而只考虑运动副的性质

平面机构的运动简图

机构——具有确定运动的运动链。

运动链——两个以上的构件通过运动副的联接而构成的系统。



机构的组成：

机构 = 机架 + 原动件 + 从动件

1个

1个或几个

若干

- 机架：用来支撑运动构件的构建，作为参考系的构件
- 原（主）动件：按给定运动规律运动的构件
- 从动件：其余可动构件

平面机构的运动简图

机构——具有确定运动的运动链。

运动链——两个以上的构件通过运动副的联接而构成的系统。

思路：先定原动部分和工作部分（一般位于传动线路末端），弄清运动传递路线，确定构件数目及运动副的类型，并用符号表示出来。

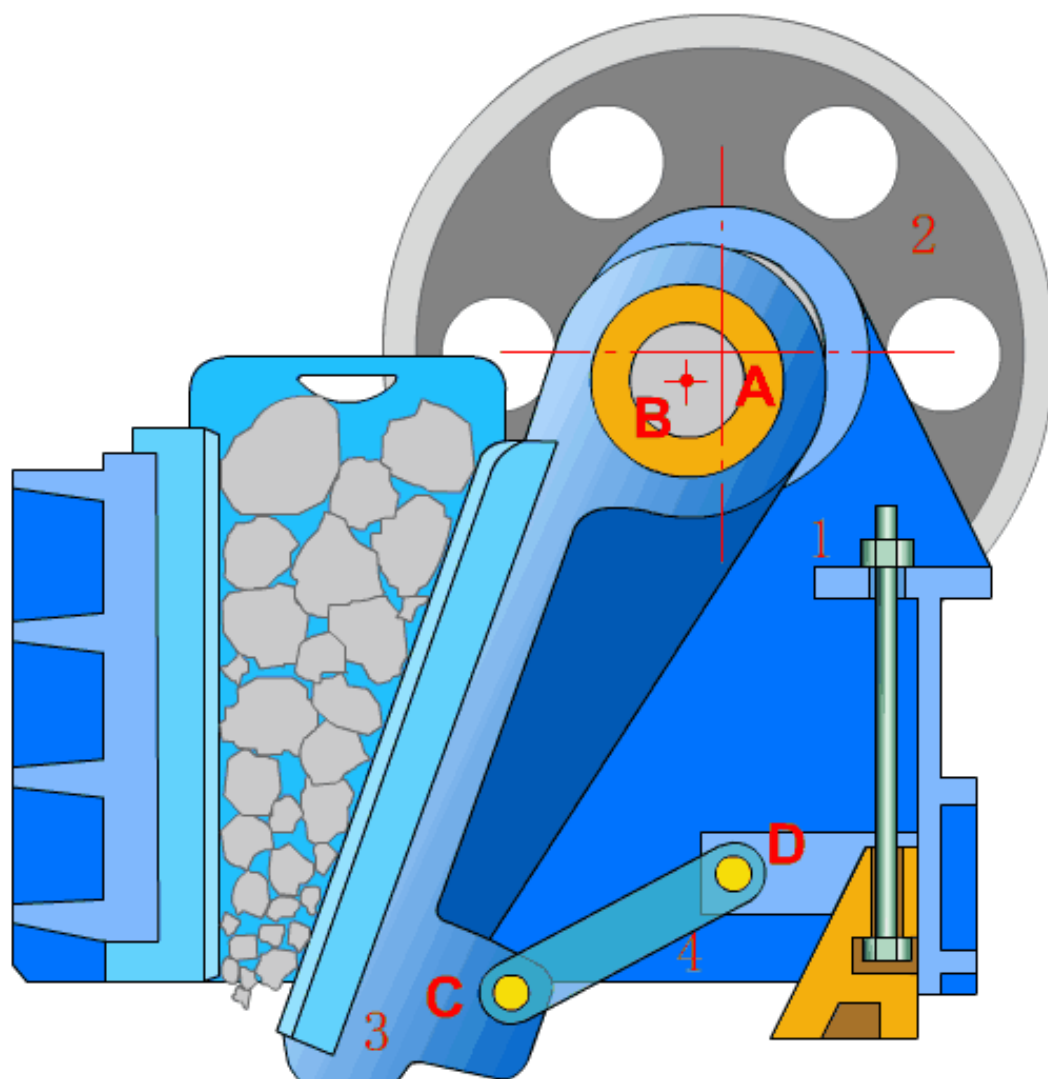
步骤：

1. 运转机械，搞清楚运动副的性质、数目和构件数目；
2. 测量各运动副之间的尺寸，选投影面（运动平面），绘制示意图；
3. 按比例绘制运动简图；
4. 检验机构是否满足运动确定的条件。

顺口溜：先两头，后中间，从头至尾走一遍，
数数构件是多少，再看它们怎相联。

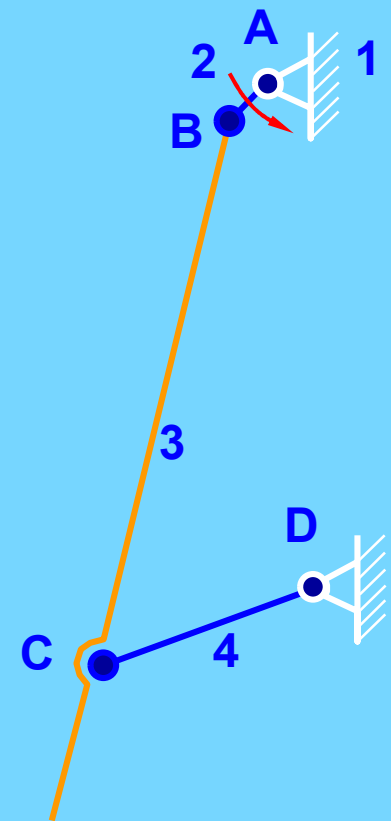
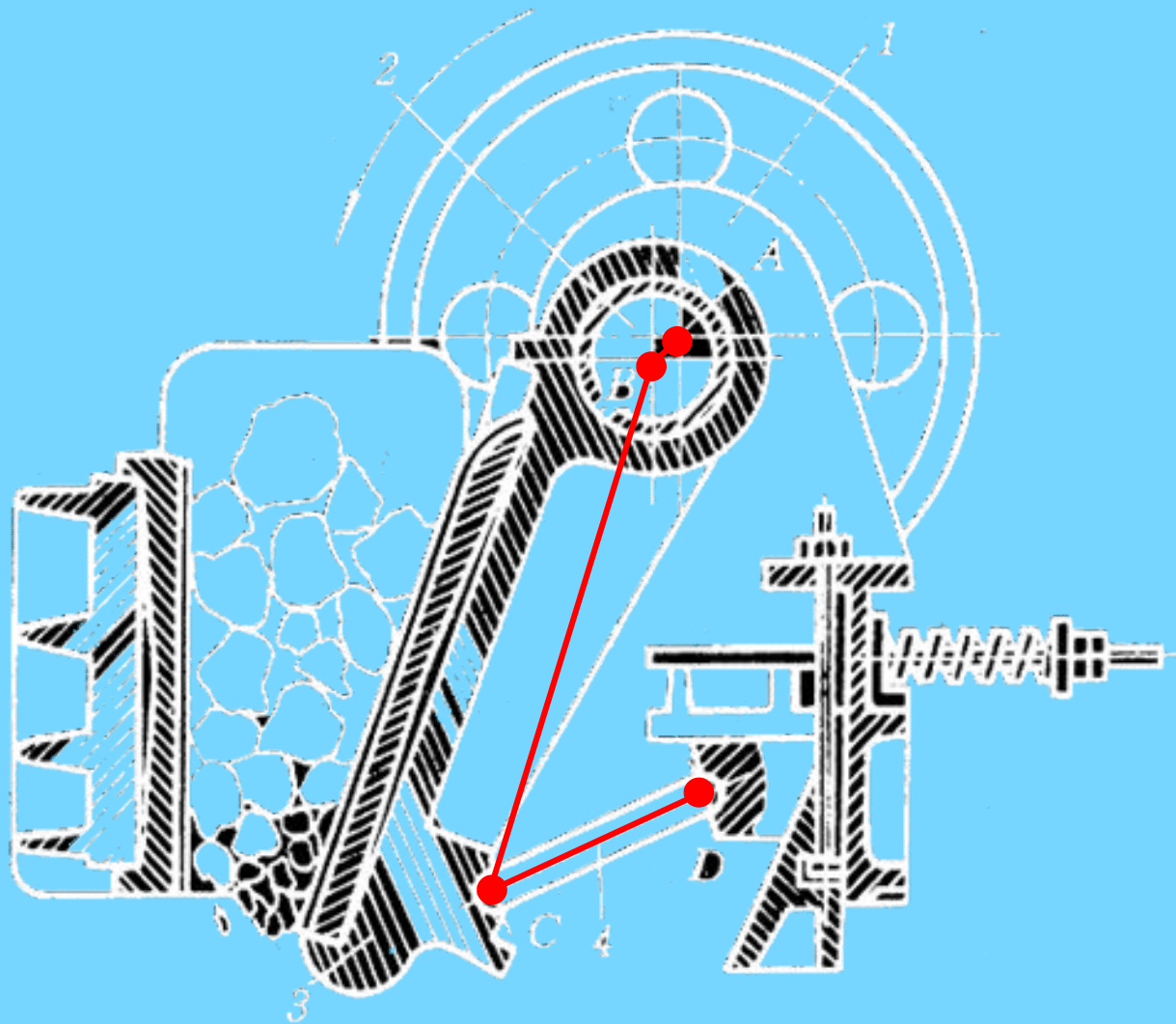
平面机构的运动简图

绘制图示**颞式破碎机**的运动简图



平面机构的运动简图

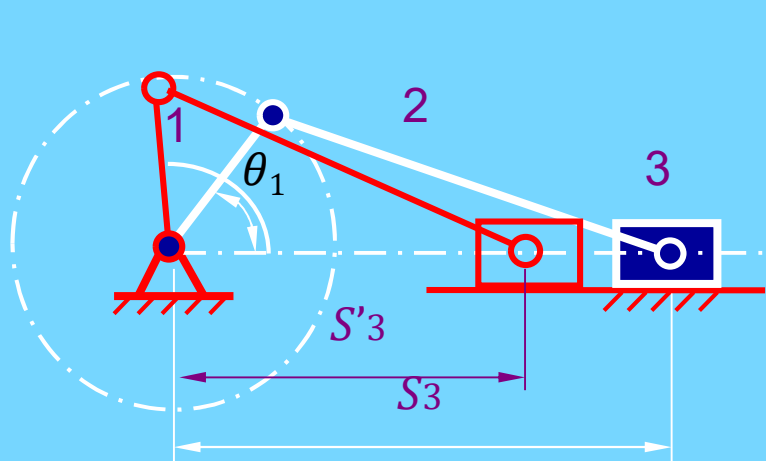
绘制图示**鳄式破碎机**的运动简图



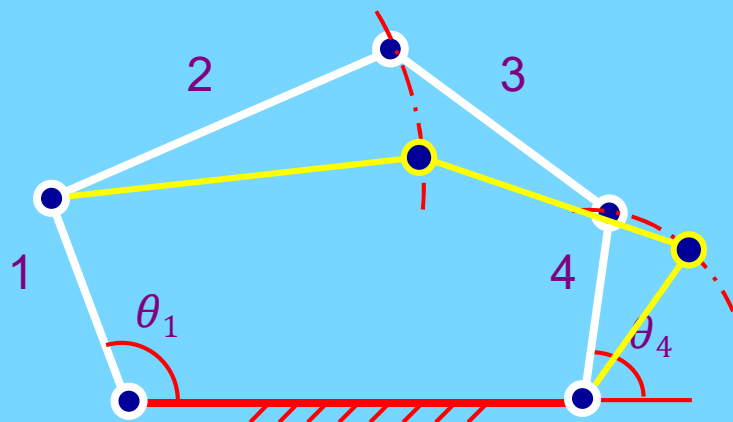
平面机构的自由度

机构——具有**确定运动**的运动链。

运动链——两个以上的构件通过运动副的联接而构成的系统。



给定 $S_3 = S_3(t)$ ，一个独立参数 $\theta_1 = \theta_1(t)$ 唯一确定，该机构仅需要一个独立参数。



若仅给定 $\theta_1 = \theta_1(t)$ ，则 θ_2 ， θ_3 ， θ_4 均不能唯一确定。若同时给定 θ_1 和 θ_4 ，则 θ_2 和 θ_3 能唯一确定，该机构需要两个独立参数。

平面机构的自由度

机构: 具有确定运动的运动链。

机构的自由度: 保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

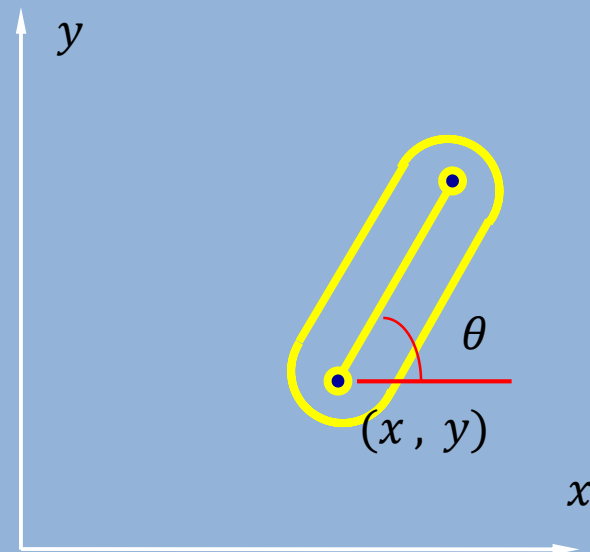
原动件: 能独立运动的构件。

因为, 一个原动件只能提供一个独立参数;

所以, 机构具有确定运动的条件为: **自由度 = 原动件数**。

作平面运动的刚体在空间的位置需要三个独立的参数 (x, y, θ) 才能唯一确定。

单个自由构件的自由度为 3

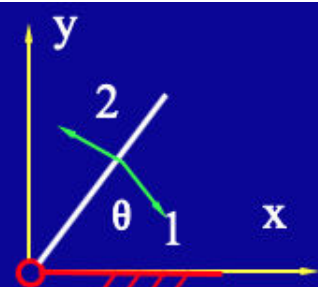


平面机构的自由度

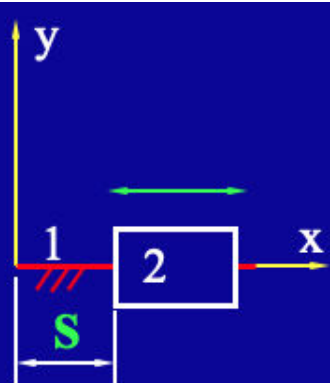
机构: 具有确定运动的运动链。

机构的自由度: 保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

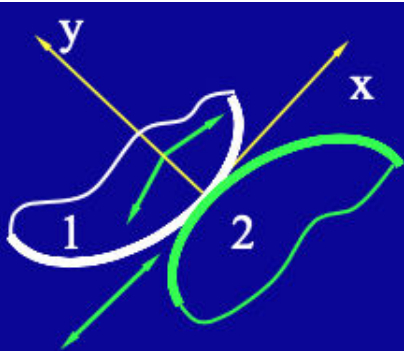
单个自由构件的自由度为 3，经运动副相联后，构件自由度会有变化。



$R=2, F=1$



$R=2, F=1$



$R=1, F=2$

运动副	自由度数	约束数
回转副	1 (θ)	2 (x, y)
移动副	1 (x)	2 (y, θ)
高副	2 (x, θ)	1 (y)

$$\begin{aligned} 1 (\theta) + 2 (x, y) &= 3 \\ 1 (x) + 2 (y, \theta) &= 3 \\ 2 (x, \theta) + 1 (y) &= 3 \end{aligned}$$

自由构件的自由度数

结论: 构件自由度
 $= 3 - \text{约束数}$
 $= \text{自由构件的自由度数} - \text{约束数}$

平面机构的自由度

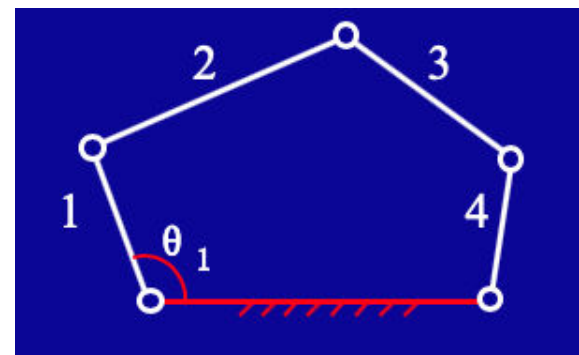
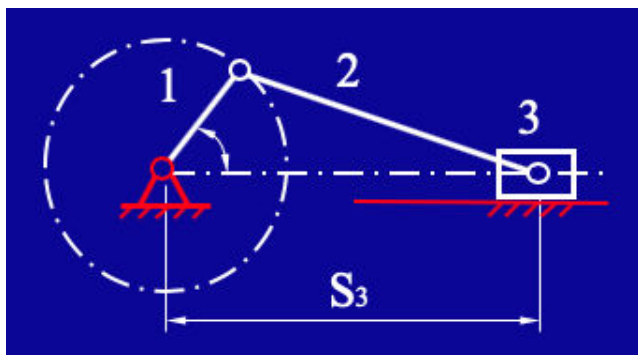
机构: 具有确定运动的运动链。

机构的自由度: 保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

活动构件数	构件总自由度	低副约束数	高副约束数
n	$3 \times n$	$2 \times P_L$	$1 \times P_H$

平面机构的自由度: $F = 3 \times n - 2 \times P_L - P_H$

例题: 计算曲柄滑块机构和五杆铰链机构的自由度。



平面机构的自由度

机构: 具有确定运动的运动链。

机构的自由度: 保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

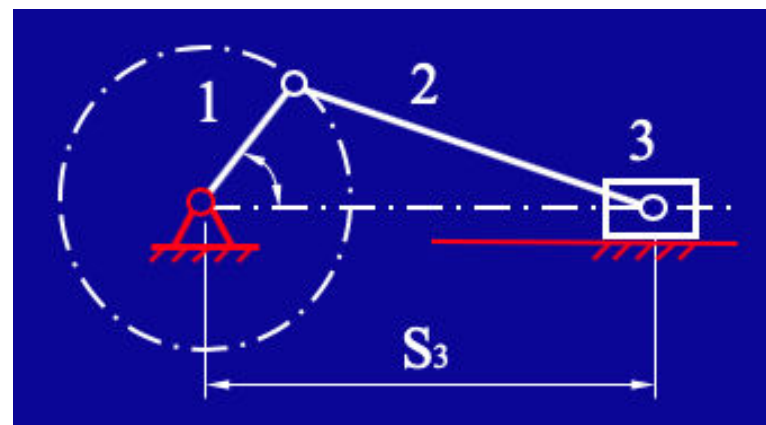
计算曲柄滑块机构的自由度

解: 活动构件数 $n = 3$

低副数 $P_L = 4$

高副数 $P_H = 0$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 4 \\ &= 1 \end{aligned}$$



平面机构的自由度

机构: 具有确定运动的运动链。

机构的自由度: 保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

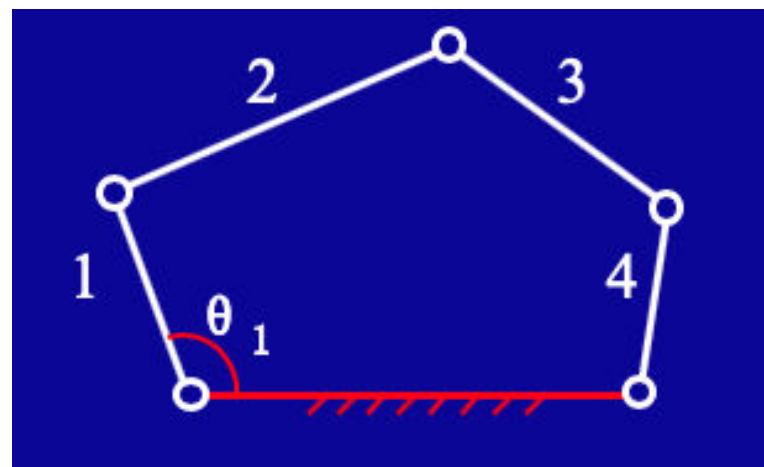
计算五杆铰链机构的自由度

解: 活动构件数 $n = 4$

低副数 $P_L = 5$

高副数 $P_H = 0$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 4 - 2 \times 5 \\ &= 2 \end{aligned}$$



平面机构的自由度

机构: 具有确定运动的运动链。

机构的自由度: 保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

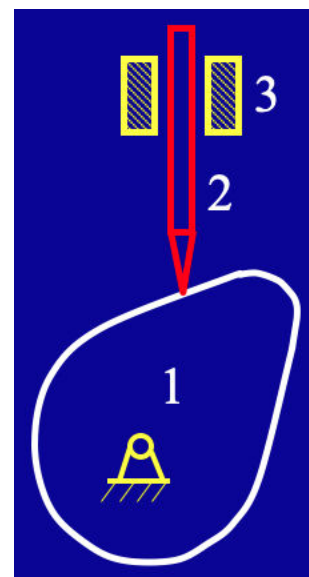
计算凸轮机构的自由度

解: 活动构件数 $n = 2$

低副数 $P_L = 2$

高副数 $P_H = 1$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 \times 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$



平面机构的自由度——注意“复合铰链”

机构：具有确定运动的运动链。

机构的自由度：保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

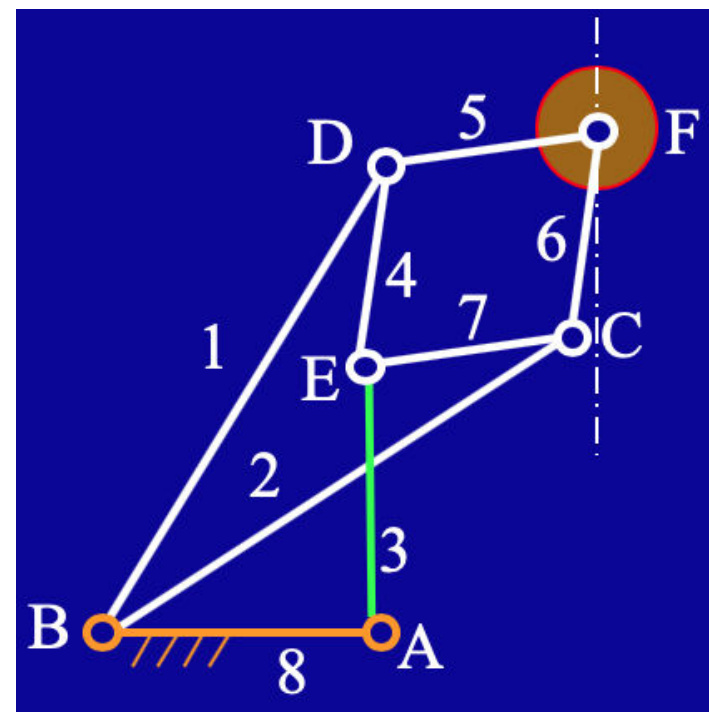
计算图示圆盘锯机构的自由度

解：活动构件数 $n = 7$

低副数 $P_L = 6$

高副数 $P_H = 0$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 7 - 2 \times 6 - 0 \\ &= 9 \end{aligned}$$



计算结果肯定不对！

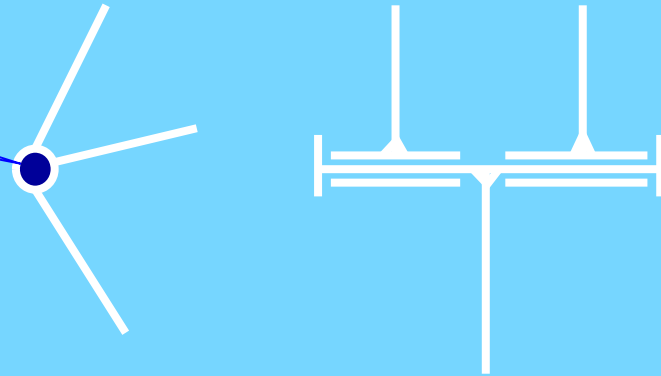
平面机构的自由度——注意“复合铰链”

机构：具有确定运动的运动链。

机构的自由度：保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

复合铰链：两个以上的构件在同一处以转动副相联。

两个低副



计算： m 个构件,有 $m-1$ 转动副。

平面机构的自由度——注意“复合铰链”

复合铰链：两个以上的构件在同一处以转动副相联。

计算图示圆盘锯机构的自由度

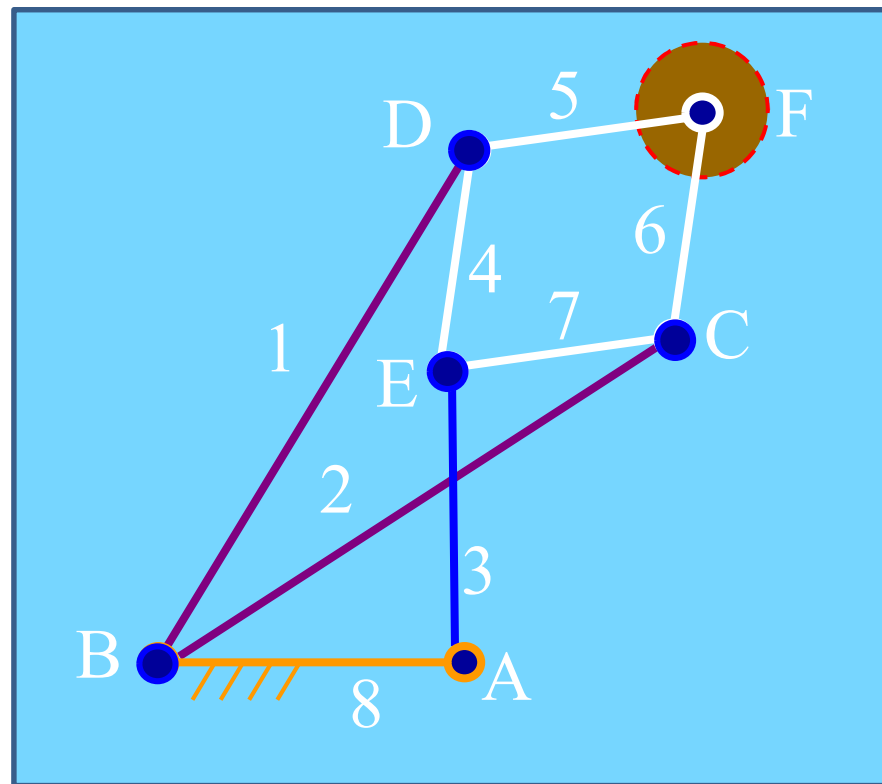
B、C、D、E四处都是“复合铰链”，
应各有 2 个运动副。

解：活动构件数 $n = 7$

低副数 $P_L = 10$

高副数 $P_H = 0$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 7 - 2 \times 10 - 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$



平面机构的自由度——注意“局部自由度”

机构：具有确定运动的运动链。

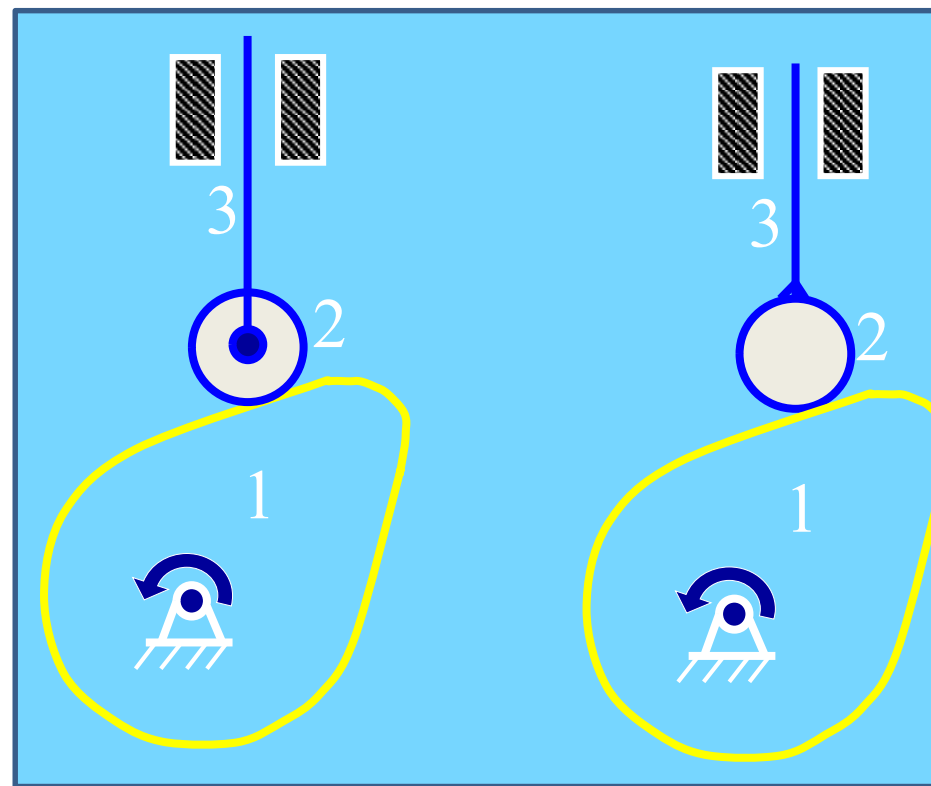
机构的自由度：保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

解： $n = 3, P_L = 3, P_H = 1$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

对于右边的机构，有：

$$F = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1$$



事实上，两个机构的运动相同，且 $F = 1$

平面机构的自由度——注意“局部自由度”

局部自由度：与输出构建运动无关的自由度（ F_p ）。

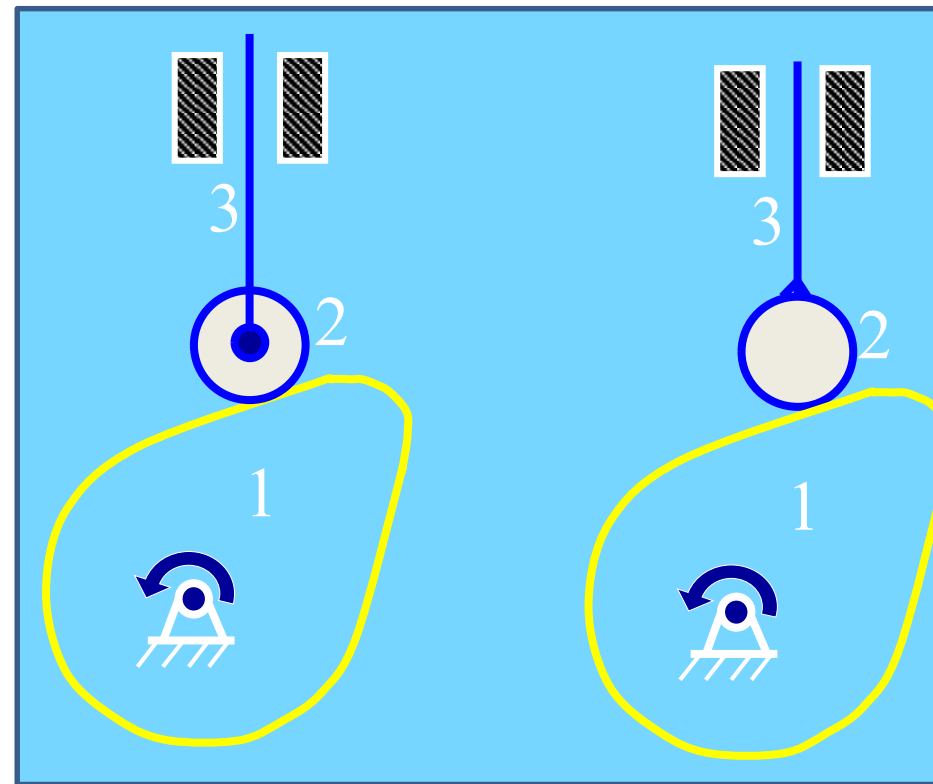
出现有局部自由度（如加装滚子）的场合，计算时应去掉 F_p 。

本例中局部自由度 $F_p = 1$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H - F_p \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

滚子的作用：

滑动摩擦 \Rightarrow 滚动摩擦。



平面机构的自由度——注意“虚约束”

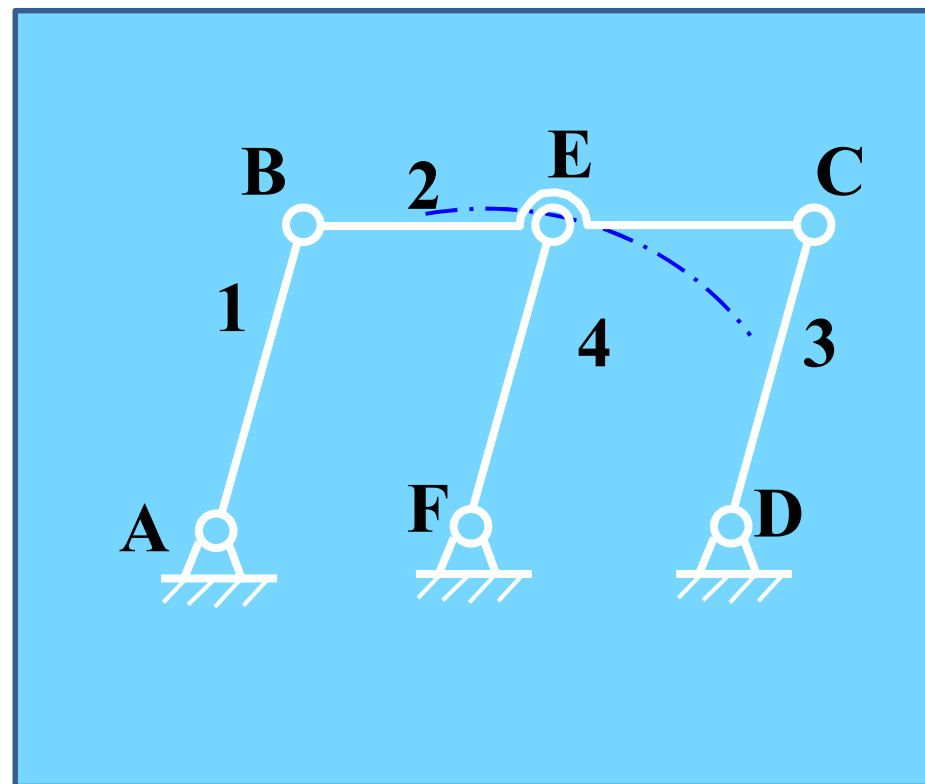
机构：具有确定运动的运动链。

机构的自由度：保证机构具有确定运动时所必须给定的独立运动参数。

已知：AB//CD//EF，计算图示
平行四边形机构的自由度

解： $n = 4$ ， $P_L = 6$ ， $P_H = 0$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 4 - 2 \times 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$



计算结果肯定不对！

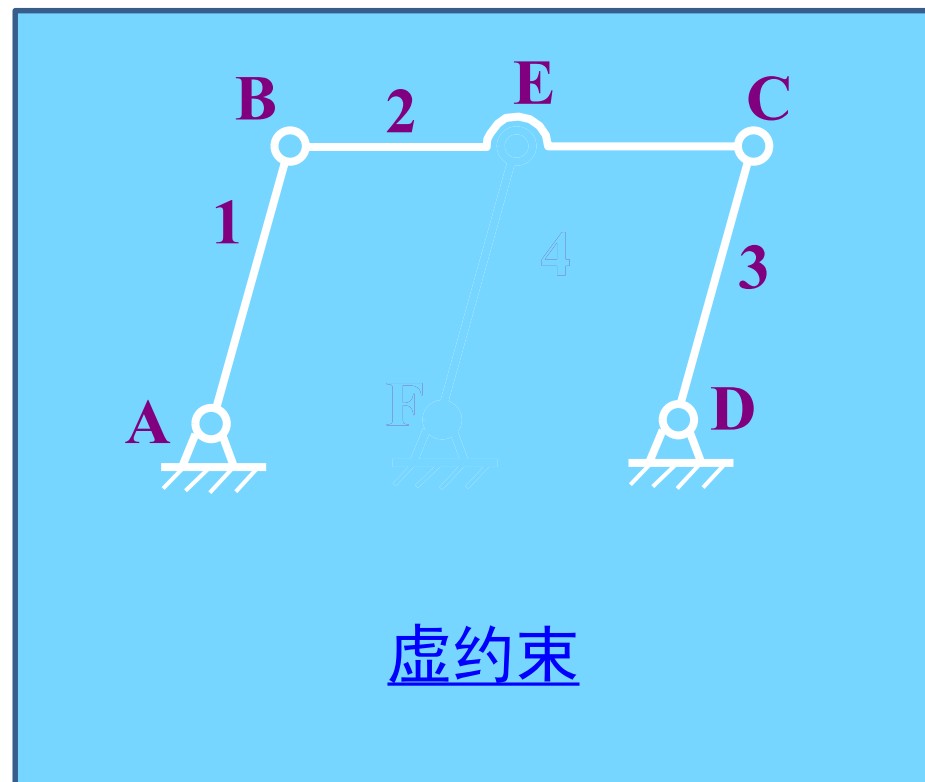
平面机构的自由度——注意“虚约束”

虚约束: 对机构的运动实际不起任何限制作用的约束。
计算自由度时应去掉虚约束。

已知: $AB//CD//EF$, 故增加构件4前后E点的轨迹都是圆弧。增加的约束不起作用, 应去掉构件4。

重新计算: $n = 3, P_L = 4, P_H = 0$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 3 - 2 \times 4 \\ &= 1 \end{aligned}$$

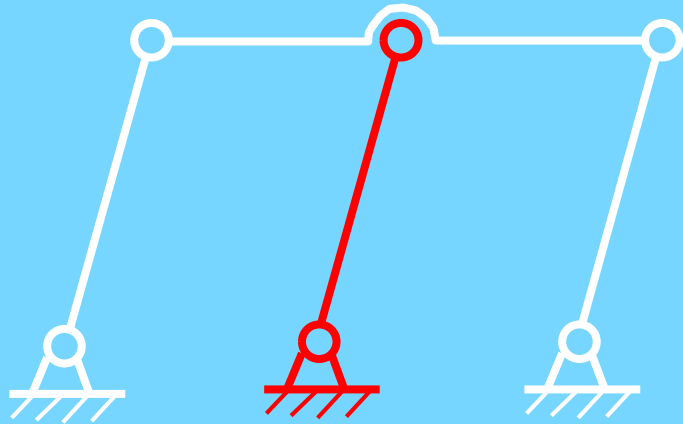


特别注意: 此例存在虚约束的几何条件是 $AB//CD//EF$

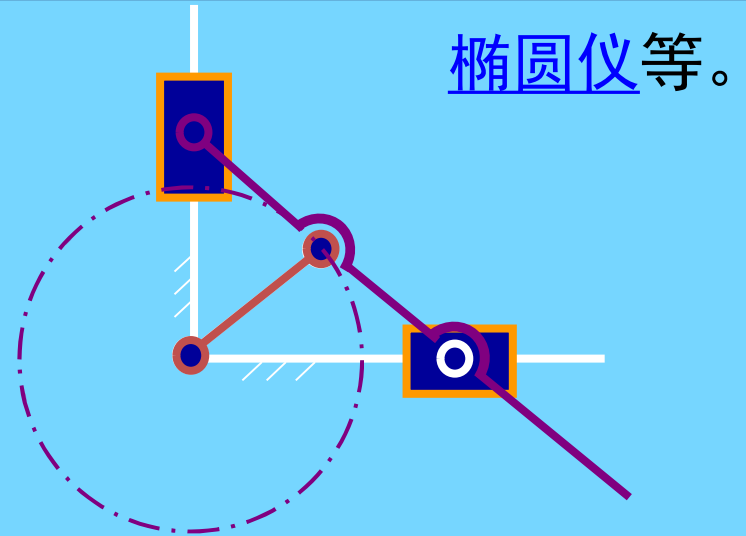
平面机构的自由度——注意“虚约束”

出现虚约束的场合：

1. 两构件联接前后，联接点的轨迹重合。

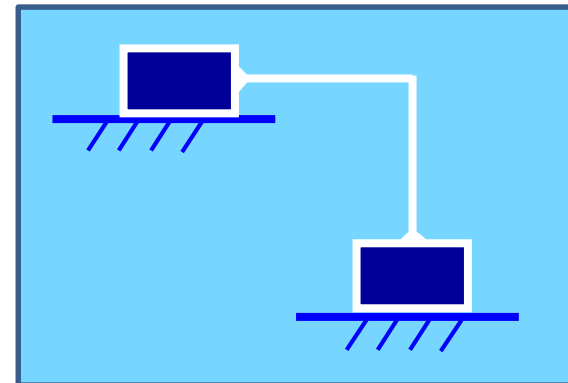


如平行四边形机构，火车轮



椭圆仪等。

2. 两构件构成多个移动副，且导路平行。

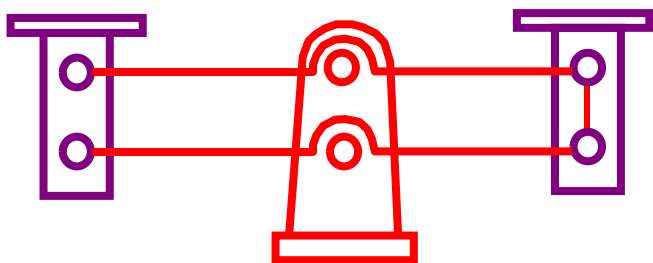


平面机构的自由度——注意“虚约束”

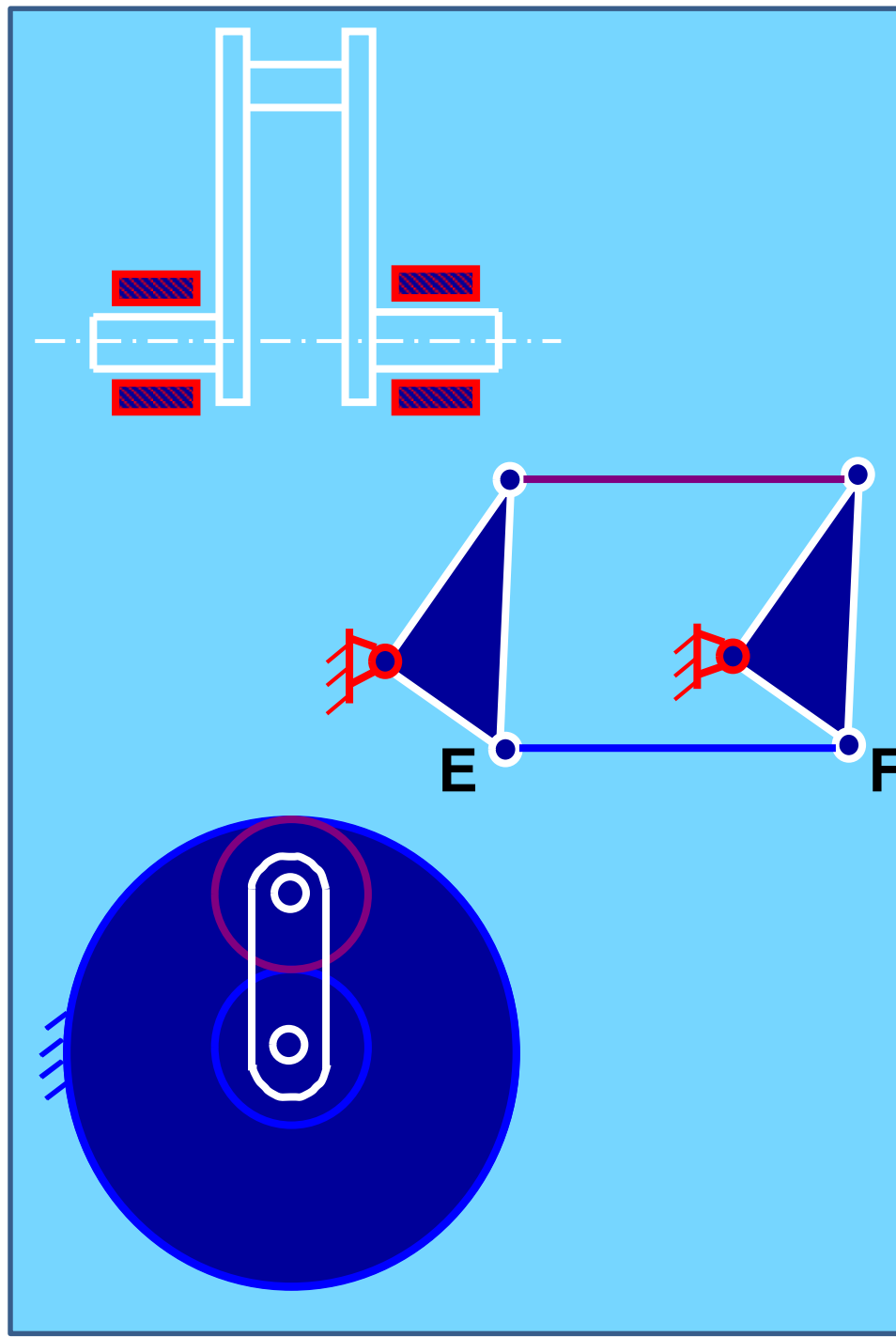
出现虚约束的场合：

3. 两构件构成多个转动副且同轴。

4. 运动时，两构件上的两点距离始终不变。



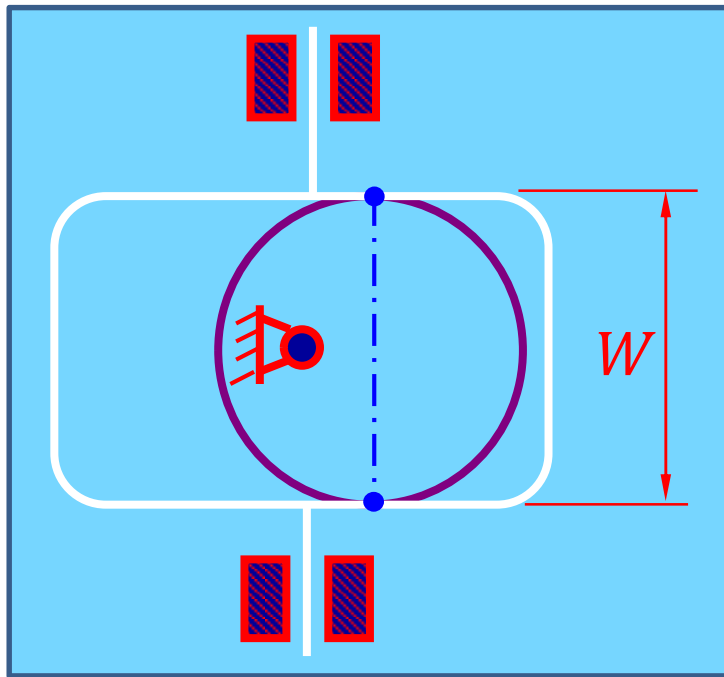
5. 对运动不起作用的对称部分。
如多个行星轮。



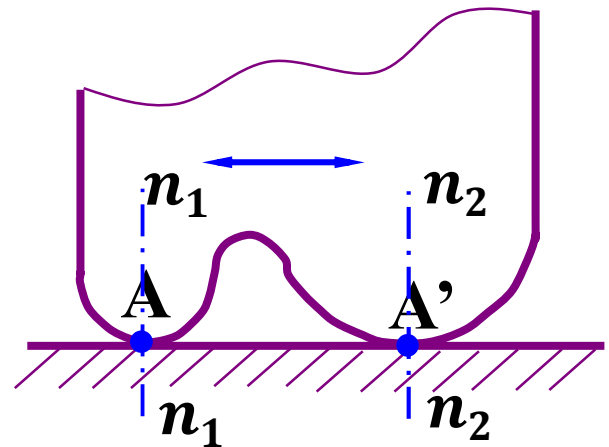
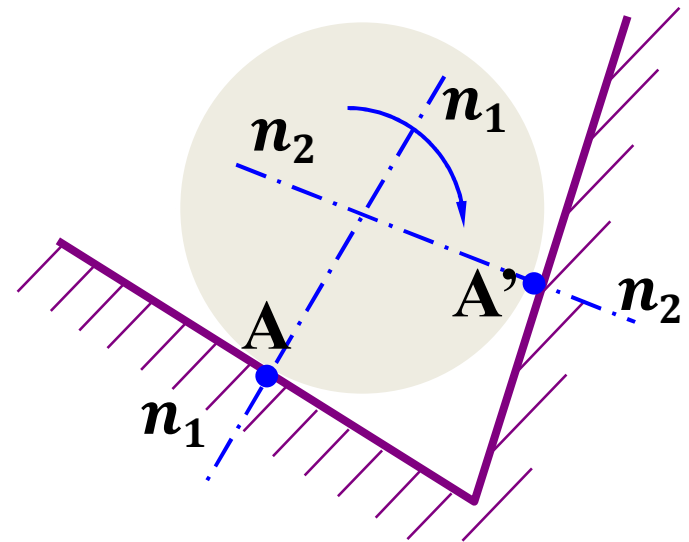
平面机构的自由度——注意“虚约束”

出现虚约束的场合：

6. 两构件构成高副，两处接触，
且法线重合。



注意：
法线不重合时，变成实际约束！



平面机构的自由度——注意“虚约束”

虚约束：对机构的运动实际不起任何限制作用的约束。
计算自由度时应去掉虚约束。

注意：各种出现虚约束的场合都是有条件的！

虚约束的作用：

- ①改善构件的受力情况，如多个行星轮。
- ②增加机构的刚度，如轴与轴承、机床导轨。
- ③使机构运动顺利，避免运动不确定，如车轮。

平面机构的自由度

计算图示大筛机构的自由度。

复合铰链: 位置C, 2个低副

局部自由度 1个

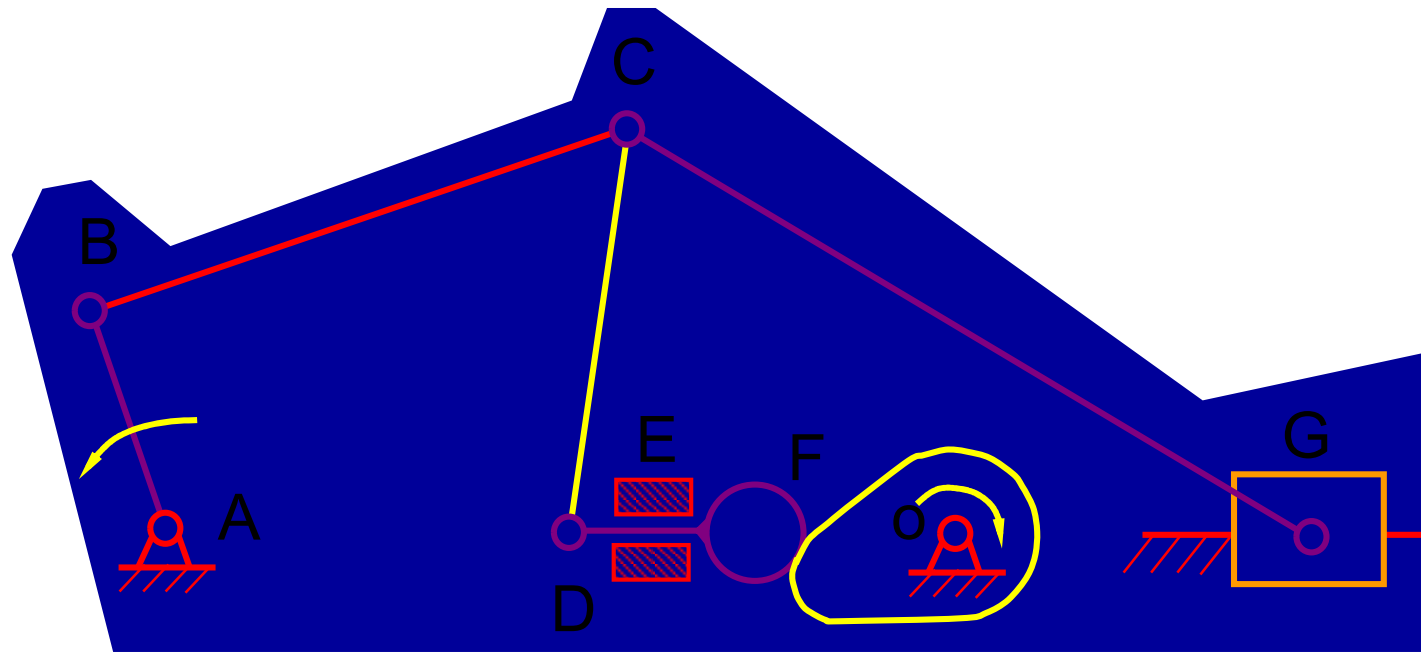
虚约束 E'

$$n = 7$$

$$P_L = 9$$

$$P_H = 1$$

$$\begin{aligned} F &= 3n - 2P_L - P_H \\ &= 3 \times 7 - 2 \times 9 - 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$



速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

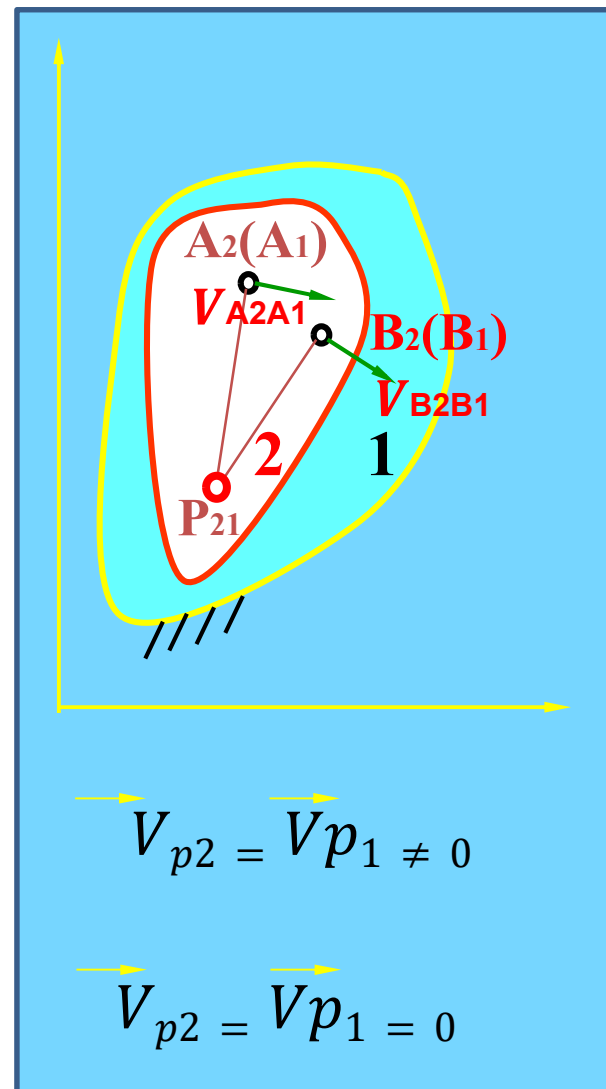
机构速度分析的图解法有：速度瞬心法、相对运动法、线图法。
瞬心法尤其适合于简单机构的运动分析。

速度瞬心及其求法

速度瞬心：两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点，在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动，该点称瞬时速度中心。

相对瞬心——重合点绝对速度不为零。

绝对瞬心——重合点绝对速度为零。



速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

机构速度分析的图解法有：速度瞬心法、相对运动法、线图法。
瞬心法尤其适合于简单机构的运动分析。

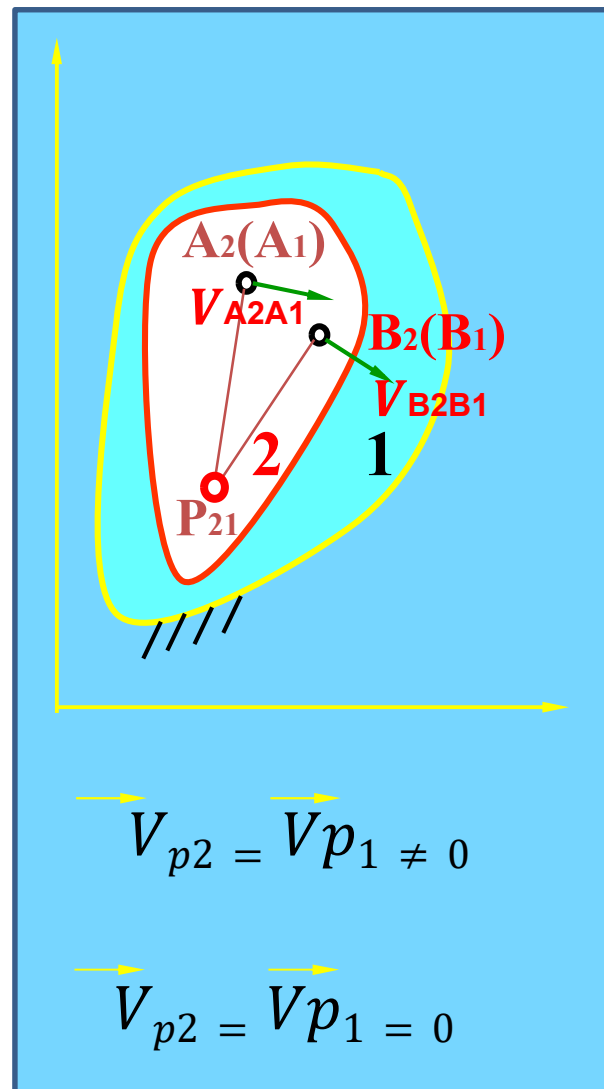
速度瞬心及其求法

速度瞬心：两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点，在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动，该点称瞬时速度中心。

特点：

- ①该点涉及两个构件。
- ②绝对速度相同，相对速度为零。
- ③相对回转中心。

若机构中有 n 个构件，则每两个构件就有一个瞬心，排列组合有 $N = n(n - 1)/2$

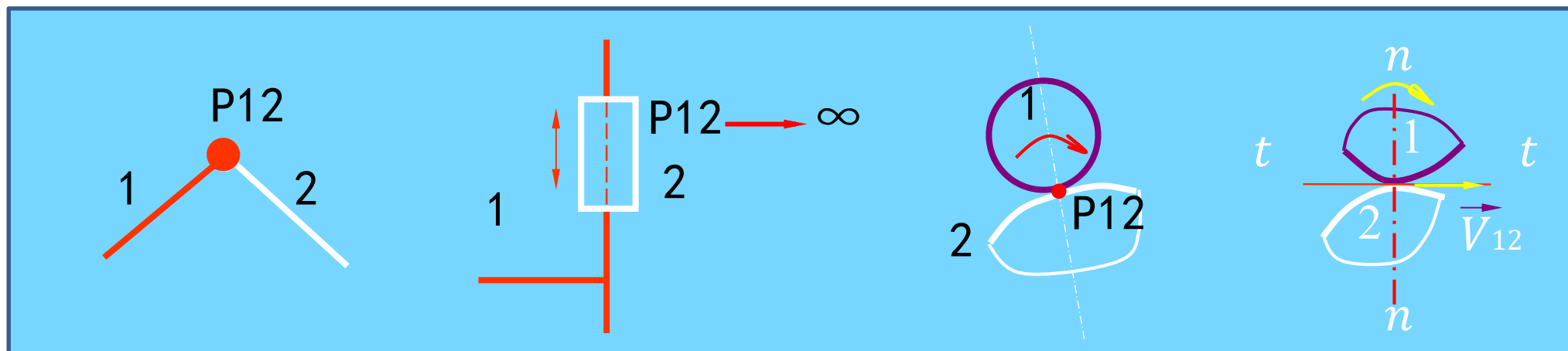


速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

速度瞬心: 两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点，在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动，该点称瞬时速度中心。

速度瞬心及其求法

1. 直接观察法：适用于求通过运动副直接相联的两构件瞬心位置。



纯滚动

滑动

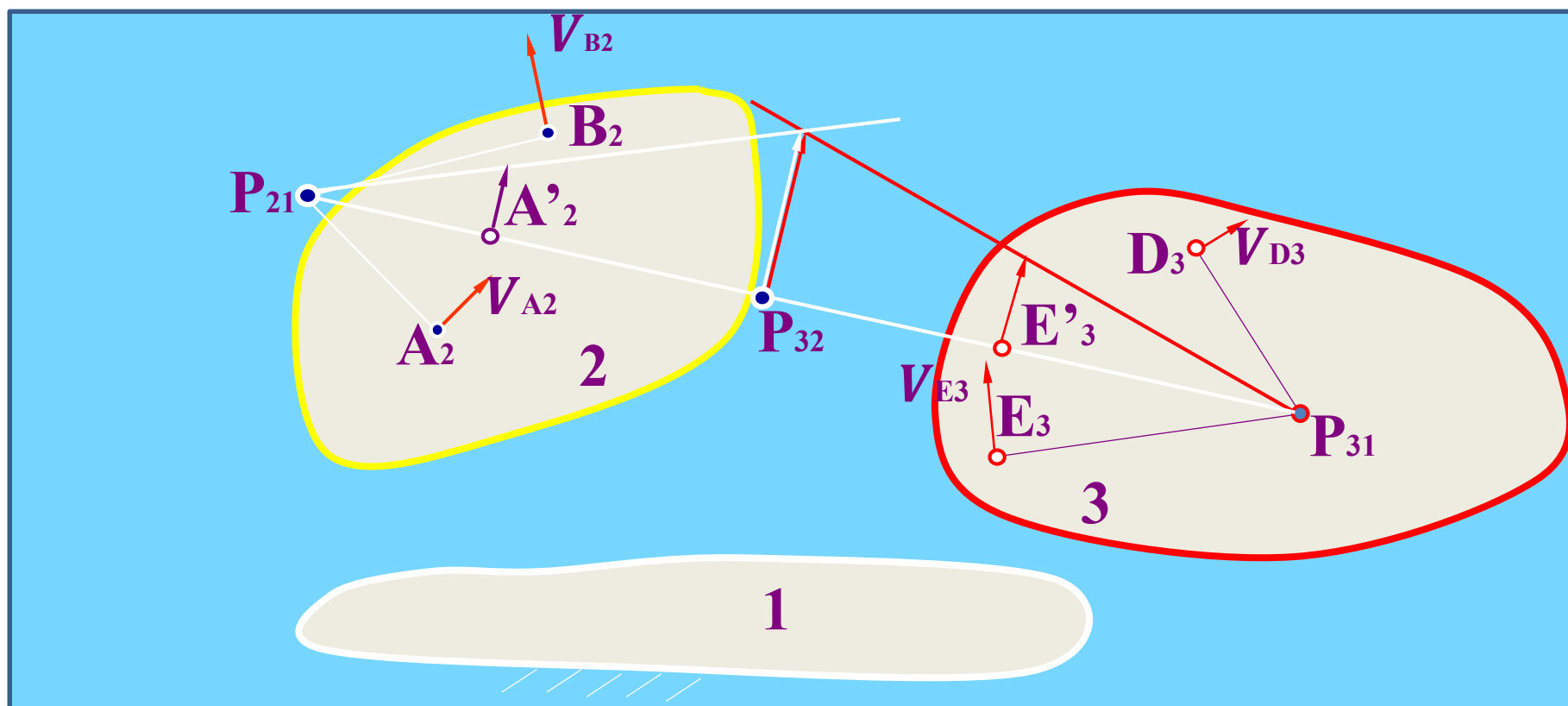
滑动 + 滚动

速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

速度瞬心: 两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点, 在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动, 该点称瞬时速度中心。

速度瞬心及其求法

2. 三心定律: 三个彼此作平面运动的构件共有三个瞬心, 且它们位于同一条直线上。此法特别适用于两构件不直接相联的场合。



速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

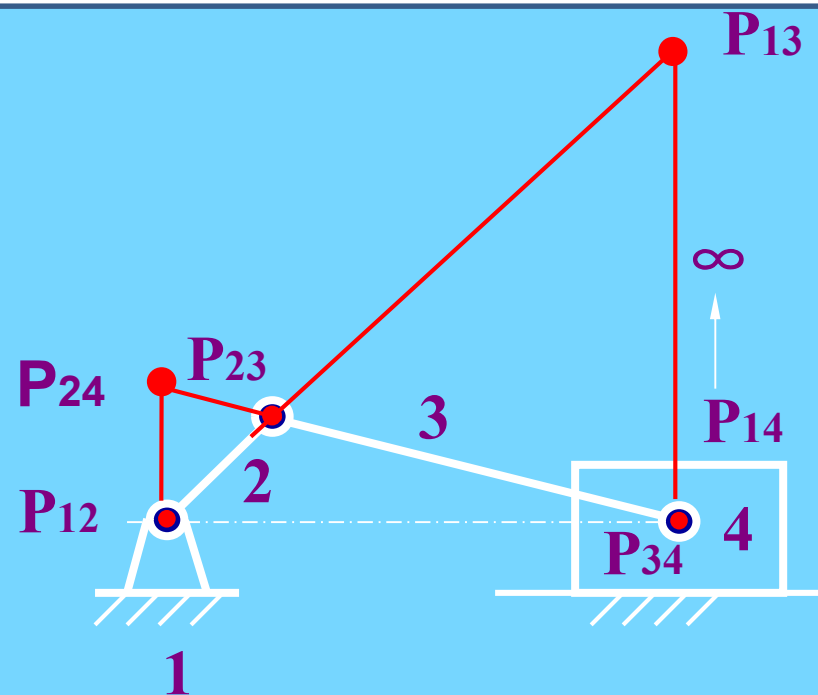
速度瞬心: 两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点, 在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动, 该点称瞬时速度中心。

举例: 求曲柄滑块机构的速度瞬心

解: 瞬心数为: $N = n(n - 1)/2 = 6$ $n = 4$

1. 直接观察求瞬心

2. 三心定律求瞬心



速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

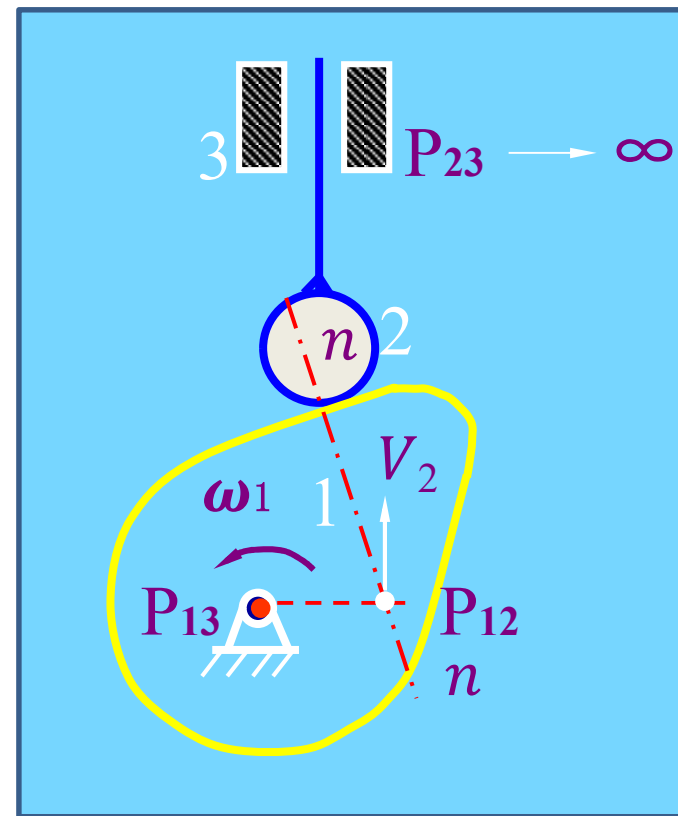
速度瞬心: 两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点, 在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动, 该点称瞬时速度中心。

应用: 求线速度

- ① 直接观察求瞬心 P_{13} 、 P_{23} 。
- ② 根据三心定律和公法线 $n-n$ 求瞬心的位置 P_{12} 。
- ③ 求瞬心 P_{12} 的速度。

$$V_2 = V_{P_{12}} = \mu_l(P_{13}P_{12}) \cdot \omega_1$$

长度 $P_{13}P_{12}$ 直接从图上量取。



速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

速度瞬心: 两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点, 在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动, 该点称瞬时速度中心。

应用: 求角速度——铰链机构

已知构件2的转速 ω_2 , 求构件4的角速度 ω_4

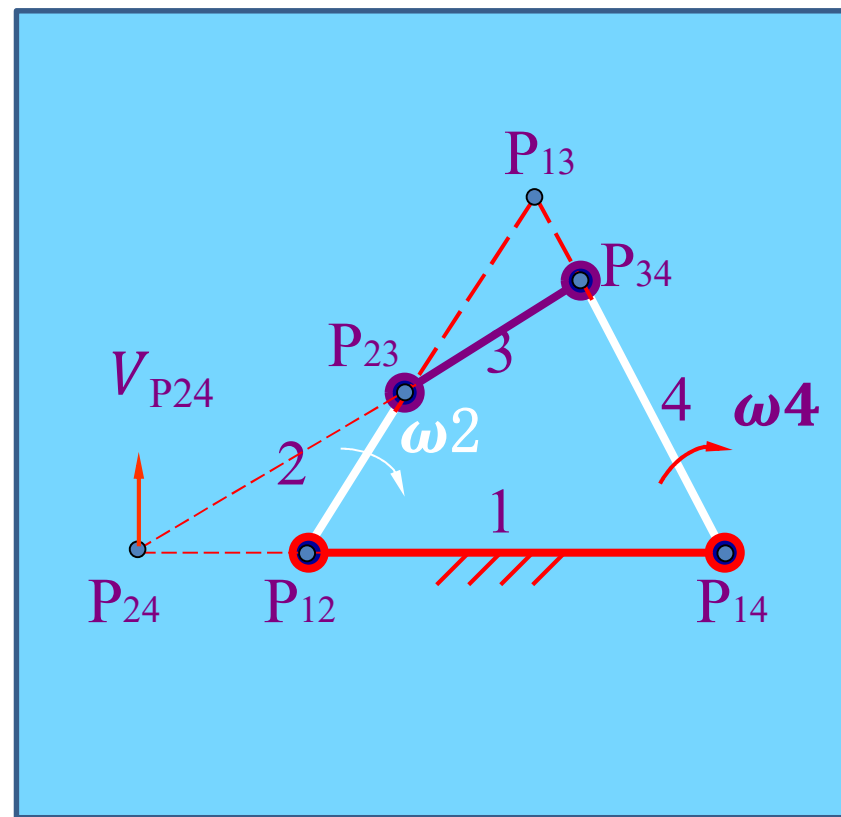
- ① 瞬心数为 6个
- ② 直接观察能求出 4个
余下的2个用三心定律求出。
- ③ 求瞬心 P_{24} 的速度。

$$V_{P_{24}} = \mu_l(P_{24}P_{12}) \cdot \omega_2$$

$$V_{P_{24}} = \mu_l(P_{24}P_{14}) \cdot \omega_4$$

$$\omega_4 = \omega_2 \cdot (P_{24}P_{12}) / P_{24}P_{14}$$

方向: CW, 与 ω_2 相同。



速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

速度瞬心: 两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点, 在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动, 该点称瞬时速度中心。

应用: 求角速度——高副机构

已知构件2的转速 ω_2 , 求构件3的角速度 ω_3

用三心定律求出 P_{23} 。

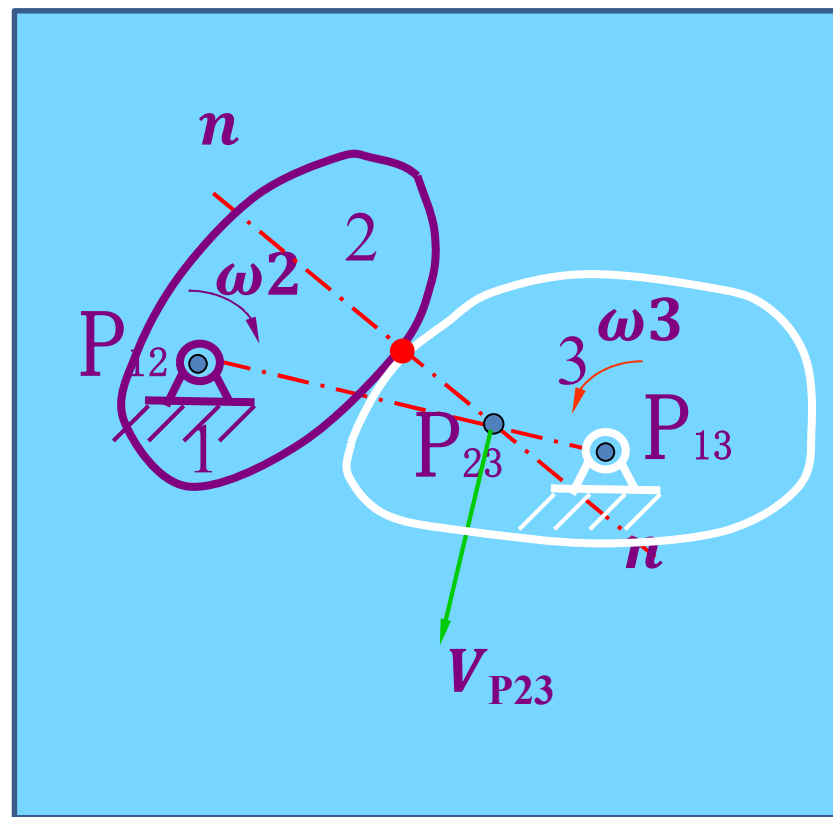
求瞬心 P_{23} 的速度:

$$V_{P23} = \mu_l(P_{23}P_{12}) \cdot \omega_2$$

$$V_{P23} = \mu_l(P_{23}P_{13}) \cdot \omega_3$$

$$\therefore \omega_3 = \omega_2 \cdot (P_{13}P_{23} / P_{12}P_{23})$$

方向: CCW, 与 ω_2 相反。



速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

速度瞬心: 两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点, 在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动, 该点称瞬时速度中心。

传动比: 两构件角速度之比传动比。

求传动比: $\omega_3 / \omega_2 = P_{12}P_{23} / P_{13}P_{23}$

推广到一般: $\omega_i / \omega_j = P_{1j}P_{ij} / P_{1i}P_{ij}$

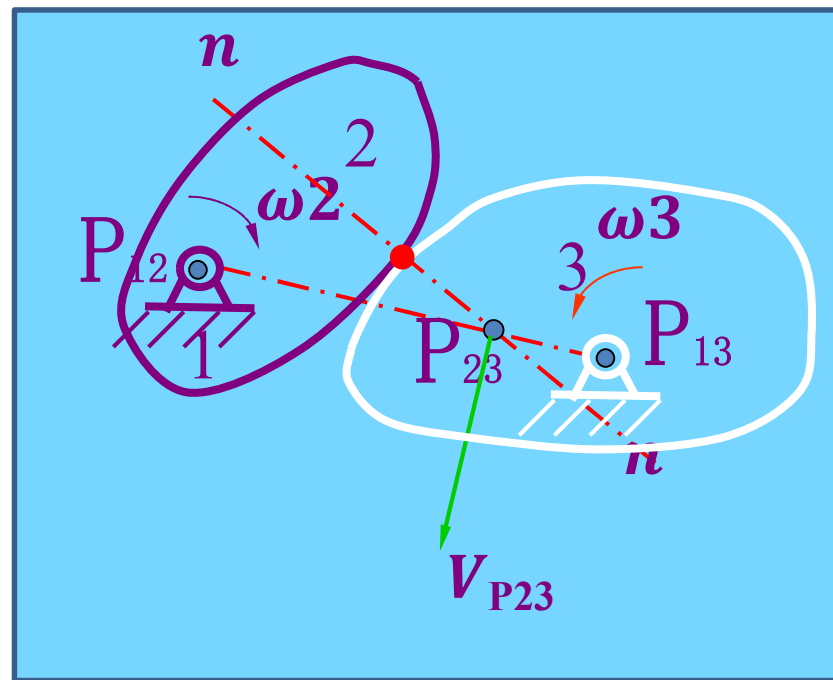
结论:

① 两构件的角速度之比等于绝对瞬心至相对瞬心的距离之反比。

② 角速度的方向为:

相对瞬心位于两绝对瞬心的同一侧时, 两构件转向相同。

相对瞬心位于两绝对瞬心之间时, 两构件转向相反。



速度瞬心及其在机构速度分析中的应用

速度瞬心: 两个作平面运动构件上速度相同的一对重合点, 在某一瞬时两构件相对于该点作相对转动, 该点称瞬时速度中心。

用瞬心法解题步骤

- ① 绘制机构运动简图;
- ② 求瞬心的位置;
- ③ 求出相对瞬心的速度;
- ④ 求构件绝对速度 V 或角速度 ω 。

瞬心法的优缺点:

- ① 适合于求简单机构的速度, 机构复杂时因瞬心数急剧增加而求解过程复杂;
- ② 有时瞬心点落在纸面外;
- ③ 仅适于求速度 V , 使应用有一定局限性。



第一章：平面机构的自由度和速度分析

- 机构运动简图的测绘方法
- 自由度的计算
- 用瞬心法作机构的速度分析

