



南京大學
NANJING UNIVERSITY

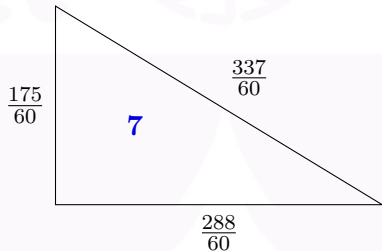
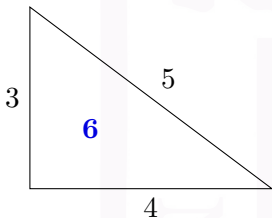
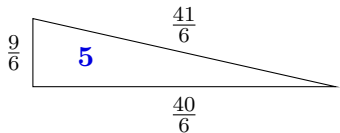
含非同余数因子的非同余数

张神星 (合肥工业大学)

南京大学

zhangshenxing@hfut.edu.cn

- 同余数问题是一个古老的数学问题.
- 如果正整数 n 可以表达为一个有理边长直角三角形的面积, 则称 n 是 **同余数**. congruent number



- 显然我们只需要考虑无平方因子正整数. 如何哪些数是同余数.
- 本原的勾股数总可表达为 $(2ab, a^2 - b^2, a^2 + b^2)$ 的形式, 此时它的面积为 $ab(a + b)(a - b) = n \cdot \square$.
- 通过变量替换 $x = \frac{na}{b}, y = \frac{n^2}{b^2} \sqrt{\square}$ 可将其变为椭圆曲线

$$E_n : y^2 = x^3 - n^2x.$$

- 于是 n 是同余数当且仅当该椭圆曲线的有理点全体 $E_n(\mathbb{Q})$ 构成无限群.

謝謝