



合肥工业大学

HEFEI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

复变函数与积分变换

张神星 (合肥工业大学)

办公室: 翡翠科教楼 B1810 东

Email: zhangshenxing@hfut.edu.cn

课件地址: <https://zhangshenxing.github.io>

证明.

$$\begin{aligned}\mathcal{F}[f_1 * f_2] &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \cdot e^{-i\omega t} dt \\&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) e^{-i\omega\tau} \cdot f_2(t - \tau) e^{-i\omega(t-\tau)} dt d\tau \\&= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) e^{-i\omega\tau} \cdot f_2(t) e^{-i\omega t} dt d\tau \\&= \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} f_2(t) e^{-i\omega t} dt = \mathcal{F}[f_1] \mathcal{F}[f_2].\end{aligned}$$

□

由函数的乘法性质可知卷积满足如下性质:

- $f_1 * f_2 = f_2 * f_1$, $(f_1 * f_2) * f_3 = f_1 * (f_2 * f_3)$;
- $f_1 * (f_2 + f_3) = f_1 * f_2 + f_1 * f_3$;
- $f * \delta = f$;
- $(f_1 * f_2)' = f_1' * f_2 = f_1 * f_2'$.