游第 i 条河时，水平方向速度：$v_{hi} = vsin\alpha_i$

竖直方向速度：$v_{vi} = vsin\alpha_i + v_i$

用时：$t_i = s_i/v_{hi} = s_i/vcos\alpha_i$

竖直方向距离：

$d_i = v_{vi} * t_i = (vsin\alpha_i + v_i) * s_i/vcos\alpha_i = s_i tan\alpha_i + v_i s_i/vcos\alpha_i$

游玩 n 条河总用时：

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = \sum_{i=1}^{n} s_i/vcos\alpha_i$$

竖直方向的总距离：

$$\sum_{i=1}^{n} d_i = \sum_{i=1}^{n} (s_i tan\alpha_i + v_i s_i/vcos\alpha_i)$$

原问题即为：

$$\begin{cases} max & \sum_{i=1}^{n} d_i \\ s.t. & \sum_{i=1}^{n} t_i = T \end{cases}$$

构建拉格朗日函数：

$$L(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n) = \sum_{i=1}^{n} d_i + \lambda(\sum_{i=1}^{n} t_i - T)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (s_i tan\alpha_i + v_i s_i/vcos\alpha_i) + \lambda(\sum_{i=1}^{n} s_i/vcos\alpha_i - T)$$

令一阶偏导等于 0：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} s_i/vcos\alpha_i = T \end{cases}$$

一共 *n+1* 个未知数，*n+1* 个方程，可求解。若解不唯一代入上面方程，求出最大的 $\sum_{i=1}^{n} d_i$ 即

为结果。