

参赛密码 _____
(由组委会填写)



“华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

学 校

华东理工大学

参赛队号

10251040

队员姓名

1.

张习习

2.

房胜男

3.

崔晓惠

参赛密码 _____
(由组委会填写)



“华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

题 目 面向下一代光通信的 VCSEL 激光器仿真模型

摘 要：

激光器是我们生活中常见的一种工具，与我们生活息息相关的激光器种类繁多，其中的垂直腔面发射激光器（VCSEL: Vertical Cavity Surface Emitting Laser）具有使用简单，功耗较低等特点，一般 VCSEL 的工作电流在 6mA~8mA。本文经过分析研究，得到了能准确反映 VCSEL 激光器特性的数学模型。

针对问题一，本文首先推导出了 VCSEL 的 L-I 参数模型，然后采用非线性拟合的方法，利用已知数据和 MATLAB 工具箱中的非线性拟合函数 `nlinfit` 函数拟合出了模型参数，并画出了不同温度下的 L-I 模型曲线。当环境温度为 20℃时，本文利用模型计算出了模型的输出光功率 P，并与实测数据进行了对比，结果表明，模型输出值与实际值的均方根误差为 0.0091，取得了较好的效果。最后根据模型求得了为保证用户可以正常使用网络，VCSEL 激光器的工作环境温度不得超过 30.6℃。

针对问题二，考虑到模型中的变量 T 受外界温度和自身温度影响，而自身温度受 V-I 特性（电流-电压特性）的影响，基于此特性，本文引用了一种 V-I 参数模型，利用实测数据中的 V 和 I 的数值以及 MATLAB 提供的 `lsqcurvefit` 函数求得了模型参数，并将 V-I 模型与 L-I 模型相结合建立了新的 L-I 模型。结果表明，

在环境温度为 20℃ 情况下，此时所得到的模型输出值与实际值的均方根误差为 0.0079，优于问题一中所建立的模型。

针对问题三，基于速率方程且从稳态解出发，建立 VCSEL 带宽模型。以最小化驱动电流、输出光功率、小信号响应这三个量的理论与实测值的偏差为约束条件，采用信赖域算法，利用实测频率 f 和幅度 S_{21} 数据，对模型进行参数估计，建立出带宽模型，模型输出值与实际值的均方根误差为 0.0130，拟合程度较好。结合 L-I 模型确定不同温度和偏置电流下的输出光功率，并代入建立的模型中，分析不同温度和偏置电流下带宽模型，得出在一定偏置电流下，带宽随温度升高而降低；在一定温度下，带宽随偏置电流增大先升高而后降低。

针对问题四，从内部和外部影响因素两方面分析对 VCSEL 模型进行改进来提高带宽，需克服温度因素、阻尼因子以及电学寄生因子这三个限制因素。可以选择通过减小 VCSEL 谐振腔限制孔径，和减小谐振腔长度 L 以及改变电容值来提高 3dB 带宽。

关键词：VCSEL；非线性拟合；L-I 模型；V-I 特性；均方根误差；速率方程；带宽模型；信赖域算法

目录

目录.....	4
一、问题重述.....	5
1.1 问题背景.....	5
1.2 问题提出.....	5
二、模型假设.....	6
三、符号说明.....	7
四、问题分析.....	8
4.1 对问题 1 的分析.....	8
4.2 对问题 2 的分析.....	8
4.3 对问题 3 的分析.....	9
4.4 对问题 4 的分析.....	9
五、问题 1 的模型建立与求解分析	10
5.1 问题 1 模型建立.....	10
5.2 问题 1 的求解分析.....	11
5.2.1 第(1)问的求解分析.....	11
5.2.2 第(2)问的求解分析.....	15
六、问题 2 模型的建立与求解分析	18
6.1 问题 2 模型建立.....	18
6.2 问题 2 的求解分析.....	18
6.3 L-I 模型与优化模型的对比分析.....	19
七、问题 3 的模型建立与求解分析	21
7.1 问题 3 模型建立.....	21
7.2 问题 3 的求解与分析.....	23
7.2.1 第(1)问带宽模型求解.....	23
7.2.2 第(2)问求解分析.....	26
7.2.3 第(3)问的求解分析.....	27
7.2.4 第(4)问的求解分析.....	28
八、问题 4 分析	29
8.1 问题分析.....	29
8.2 从内部影响因素分析.....	30
8.3 从外部影响因素分析.....	31
九、总结	32
9.1 模型总结与评价.....	32
9.2 模型扩展.....	32
参考文献.....	33
附件	34

一、问题重述

1.1 问题背景

随着互联网技术的快速发展，家庭固定网络速度从原来的 2 兆、10 兆，快速发展到了今天的百兆，甚至千兆光纤宽带入户。“光纤宽带入户”，顾名思义，就是采用光纤来传输信号。光纤中传输的激光信号具有远高于电信号传输速率的特点(激光信号传输带宽远大于电信号传输带宽)，更适合于未来高速率的传输网络。工程师们在光纤通信传输系统设计前，往往会通过计算机仿真的方式研究系统设计的指标，以便快速找到最适合的解决方案。因此在进行系统仿真时，需要准确掌握系统中各个器件的特性以保证仿真模型的精度。激光器作为光纤通信系统的核心器件是系统仿真中需要考虑的一个重要因素。

激光器是我们生活中常见的一种工具，其中的垂直腔面发射激光器(VCSEL: Vertical Cavity Surface Emitting Laser)具有使用简单，功耗较低等特点，一般 VCSEL 的工作电流在 6mA~8mA。本题的主要任务，就是得到能准确反映 VCSEL 激光器特性的数学模型。

激光器输出的光功率强度与器件的温度相关，当器件温度(受激光器自身发热和环境温度的共同影响)改变后，激光器输出的光功率强度也会相应发生变化。在进行建模时，我们既要准确反映 VCSEL 激光器特性，还要考虑两个因素，第一，激光器输出的功率强度与温度的关系，即该激光器可以在多大的外界环境温度范围内使用；第二，如何设计激光器参数可以使激光器具有更大的传输带宽，即可以实现更快的传输速率。

1.2 问题提出

问题 1：建立 VCSEL 的 L-I 模型，即激光器的工作电流与输出光功率强度关系模型。激光器是将电能转换成光能的半导体器件，可以用输出光功率来衡量输出效果。

根据目前国际上公认的 L-I 经验模型和附件提供的激光器实测数据：

(1)确定模型参数，根据模型画出 10℃，20℃，30℃，……，90℃等温度下的 L-I 曲线。

(2)假定当电信机房里 VCSEL 激光器在直流输入时输出的平均光功率低于 2mW 时，用户的光猫无法检测到信号。那么，根据建立的 L-I 模型推测：电信机房里 VCSEL 激光器工作的环境温度最多不能高于多少摄氏度，才能保证用户可以正常使用网络？

问题 2：L-I 模型的改进。分析问题 1 中模型的精度和误差产生的原因，提出改进，根据改进模型画出 10℃，20℃，30℃，……，90℃等温度下的 L-I 曲线，并与问题 1 中 L-I 曲线进行比较。

问题 3：建立 VCSEL 的带宽模型，即小信号响应模型。VCSEL 的传输带宽越宽，用户上网的网速也就越快，因此期望设计出具有更宽带宽的激光器。带宽模型，就是给器件输入不同频率的幅度非常小的信号，获得对应频率点输出信号的幅度(功率)。在无线通信中，器件带宽通常采用幅度 3dB 衰减位置的信号带宽来衡量——即 3dB 带宽。在光纤通信中，由于系统可用幅度衰减范围更大，通常采用幅度 10dB 衰减位置的信号带宽进行衡量——10dB 带宽。根据附件提供的激光器实测数据：

(1)建立恰当的激光器小信号幅频响应参数模型，给出参数构成及其确定方法，画出不同环境温度和不同偏置电流下的带宽响应曲线，其中一条必须是 20℃ 下 7.5mA 偏置电流的仿真输出曲线。

(2)利用建立的带宽模型，分析激光器的温度和激光器的偏置电流对器件带宽曲线的影响。

(3)假定激光器工作环境温度可以采用某些措施让它固定在 20℃（例如，通信设备商通常的做法是将激光器放到精密的恒温箱中进行测试，恒温箱可以保证其表面和周边环境温度恒定不变），偏置电流固定在 7.5mA，那么，如果要获得更宽带宽的激光器设计方案，还可以通过什么手段实现？

(4)改变激光器的某些参数可以发现一些有趣的问题，比如激光器在 3dB 范围内的部分频率处幅度可能会高于 0 频位置。请问，改变哪些参数会有这种现象？在实际应用中，希望这部分带宽曲线越平坦越好，那么如何设计这些参数可以实现我们的目的？

问题 4：开放性探索问题：是否有更好的带宽模型建模方式，使得模型运算速度更快？或者在相同的温度和偏置电流下，可以获得更宽的 3dB（或 10dB）带宽？如果有，请给出建模方案，包括可能的数学公式，不同温度和偏置电流下的带宽响应曲线，并与问题 3 的模型进行比较。

二、模型假设

根据题意，可以进行如下假设：

1. 题目中给定的实验测试数据都是在同一激光器设备上采集的，且测量误差很小。

2. 转换效率 $\eta(T)$ 受温度影响较小，即 $\eta(T)$ 近似于常数 η 。

$$3. I_{th}(N, T) = I_{th0} + I_{off}(T)$$

其中 I_{th0} 为常数， $I_{off}(T)$ 是与温度相关的经验热偏置电流（即激光器内部的偏置电流，随激光器温度的变化而变化，有别于外部人为加载的激光器偏置电流 I_b ）。

4. 假设在稳态环境下，载流子和光子数变化为 0。

三、符号说明

符号	定义	单位
P 、 P_0 或 L	光功率强度	mW
I	工作电流	mA
V	电压	mV
$\eta(T)$	L-I 曲线斜率	-
$I_{th}(N, T)$	阈值电流	mA
N	载流子数	-
T	温度, 受外界温度和自身温度影响	°C
T_0	环境温度	°C
R_{th}	VCSEL 热阻抗	°C/W
τ_{th}	热时间常数	-
I_{th0}	电流, 常数	mA
a_0	参数, 常数	mA
a_1	参数, 常数	mA/K
a_2	参数, 常数	mA/K ²
a_3	参数, 常数	mA/K ³
a_4	参数, 常数	mA/K ⁴
η_i	注入效率; 转换效率	-
β	受激辐射耦合系数	-
τ_n	载流子复合寿命	s
k	输出光功率与光子数比例因子	W
G_0	增益系数, 激光产生的阈值条件	s ⁻¹
N_0	透明载流子数	-

τ_p	光子寿命	s
ε	增益压缩因子	-

四、问题分析

4.1 对问题 1 的分析

问题 1 第一问要求建立 L-I 模型。首先根据附录所提供内容推导出含参数的 L-I 模型，此模型含有 8 个未知参数（表 4-1）以及 3 个变量：光功率 P ，工作电流 I 以及电压 V ，首先需要将所有参数和变量进行单位统一处理，便于整体模型的计算。单位统一后 8 个参数的初始值设置如表 4-1 所示。然后利用题目所提供的实测数据进行 L-I 模型参数辨识。

该模型是含有三个变量 P, I, V 的隐函数模型，利用 solve 函数和实测数据的 V 和 I 可求得光功率 P 。进一步可求得各种温度下的光功率，进而画出 P - I （ L - I ）曲线。第二问要求保证满足用户正常使用网络条件下，VCSEL 激光器的工作环境最高温度。此时已知光功率 $P=2\text{mW}$ ，将温度 T 设为自变量，利用各种变量之间的关系以及实测数据可进行求解得到最高温度 T_{\max} 。

表 4-1 L-I 模型初值设置

参数	参考初值	单位
η	0.5	-
I_{th0}	0.3	mA
R_{th}	2.6	$^{\circ}\text{C}/\text{mW}$
a_0	1.246	mA
a_1	-2.545E-2	mA/K
a_2	2.908E-4	mA/K ²
a_3	-2.531E-7	mA/K ³
a_4	1.022E-9	mA/K ⁴

4.2 对问题 2 的分析

问题 2 要求对上述求得的 L-I 模型进行优化，并进行对比分析。根据附录一中所提到的温度 T 受环境温度和自身温度的影响，且自身温度受 V - I 特性影响，可联想到 V 和 I 之间有一定联系，可绘制散点图加以初步观察确定。文献[1]

提供了一种 V-I 参数模型结构，可利用本文提供的数据辨识出 V-I 模型参数，进一步，将此 V-I 模型应用到 L-I 模型进行在此建模得到新的 L-I 模型。

4.3 对问题 3 的分析

问题 3 主要是建立出 VCSEL 的带宽模型，附件中提供了基于速率方程的小信号响应数学表达式的推导，基于此可以推导出含有 8 个未知参数（表 4-2）以及 2 个变量（包括频率 f 和 S_{21} 幅度）的模型。题目中是给定偏置电流为 7.5mA，测试环境温度为 20 摄氏度，根据这两个条件可以确定出光功率 P_0 ，将参数初始值与 P_0 和题目中提供的数据代入到模型中，使用 MATLAB 工具箱中的 `isqnonlin` 函数对模型进行非线性拟合以及参数的提取，得到参数即得到相应的带宽模型。根据题目要求查找不同环境温度（20℃、30℃、40℃）和不同偏置电流下光功率的值代入模型，做出图像。第二小问，通过比较同一温度下不同偏置电流曲线，或同一偏置电流下不同温度曲线，来分析温度与偏置电流对带宽的影响。第三小问当固定某一温度与偏置电流环境下，尝试改变某些参数值，观察曲线的变化情况，寻找能使带宽变宽的参数修改值。第四小问由题目中给的数据可知，20℃ 7.5mA 偏置电流下 3dB 范围内频率处的幅值都低于 0 频，要在第三小问调节参数时注意调节哪些参数时会发生高于 0 频处幅值的现象，如果希望带宽曲线尽可能的平稳，就需要注意这些参数值不能被大幅修改。

表 4-2 小信号模型模型初值设置

参数	参考初值	单位
η_i	0.7	-
β	1E-5	-
τ_n	9.6E-9	s
k	1.5E-8	W
G_0	1.8E6	s ⁻¹
N_0	4.97E5	-
τ_p	3.8E-12	s
ε	4.7E-8	-

4.4 对问题 4 的分析

问题 4 是对 VCSEL 进行改进，使得在相同温度和偏置电流下，该 VCSEL 器件可以获得更宽的 3dB 带宽。对于改进 VCSEL，需要考虑的复杂一些，因为一旦一个 VCSEL 器件确定下来，对它进行建模，所得到的模型参数是一定的，并且 3dB 带宽也是一定的，要想在带宽上改进 VCSEL，就需要对它的硬件部分

进行改进，包括材料，尺寸，以及电子元件的参数等。可以通过考虑将原模型改写为只关于几个相关参数因子的表达式，并且分析相关参数因子如何影响 3dB 带宽，探究与相关参数因子对应的硬件参数（如器件材料，限制孔径，电容值等），最后通过改变这些参数来改进 VCSEL。

五、问题 1 的模型建立与求解分析

5.1 问题 1 模型建立

一般认为，VCSEL 的各参数间满足如下规律：

$$P_0 = \eta(T)(I - I_{th}(N, T)) \quad (5.1)$$

其中， P_0 表示激光器输出的光功率，即 L-I 模型中的 L；I 表示注入到激光器的外部驱动电流，包含外部加载的偏置电流 I_b 和信号电流，在无信号时为偏置电流 I_b ； $\eta(T)$ 表示 L-I 曲线的斜率，代表着能量转换效率的高低，与温度有关； $I_{th}(N, T)$ 表示阈值电流；激光器电流超过该值则激光发光；与载流子数和温度相关；N 表示载流子数目。

根据本文假设可知，

$$I_{th}(N, T) = I_{th0} + I_{off}(T) \quad (5.2)$$

其中 I_{th0} 为常数， $I_{off}(T)$ 是与温度相关的经验热偏置电流。

将式(5.2)带入到(5.1)得到，

$$P_0 = \eta(T)(I - I_{th0} - I_{off}(T)) \quad (5.3)$$

经验热偏置电流 $I_{off}(T)$ 可表示为，

$$I_{off}(T) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n T^n \quad (5.4)$$

式(5.4)中的温度 T 受外界环境温度 T_0 和自身的温度影响，自身的温度与器件产生的瞬时功率 VI 相关，即受 V-I 特性（电压-电流特性）影响， T 可表示为，

$$T = T_0 + (IV - P_0)R_{th} - \tau_{th} \frac{dT}{dt} \quad (5.5)$$

其中， R_{th} 为 VCESL 热阻抗； τ_{th} 为热时间常数； T_0 为环境温度； I 为偏置电流； V 是输入电压。在直流情况下，在直流情况下，温度 T 的表达式中的微分项 $\frac{dT}{dt}$ 将为 0，而且 L-I 曲线的斜率，即能量转换效率 $\eta(T)$ 受温度影响小，可认为

是常数。那么，基于此条件下，将式(5.4) 和式(5.5)带入到式(5.3)即得到 VCSEL 的 L-I 参数模型如下。

$$P_0 = \eta(T)(I - I_{th0} - \sum_{n=0}^{\infty} a_n [T_0 + (IV - P_0)R_{th}]^n) \quad (5.6)$$

图 5.1 为利用实测数据“L-I-20C.mat”绘制的 20℃情况下的 L-I 曲线。

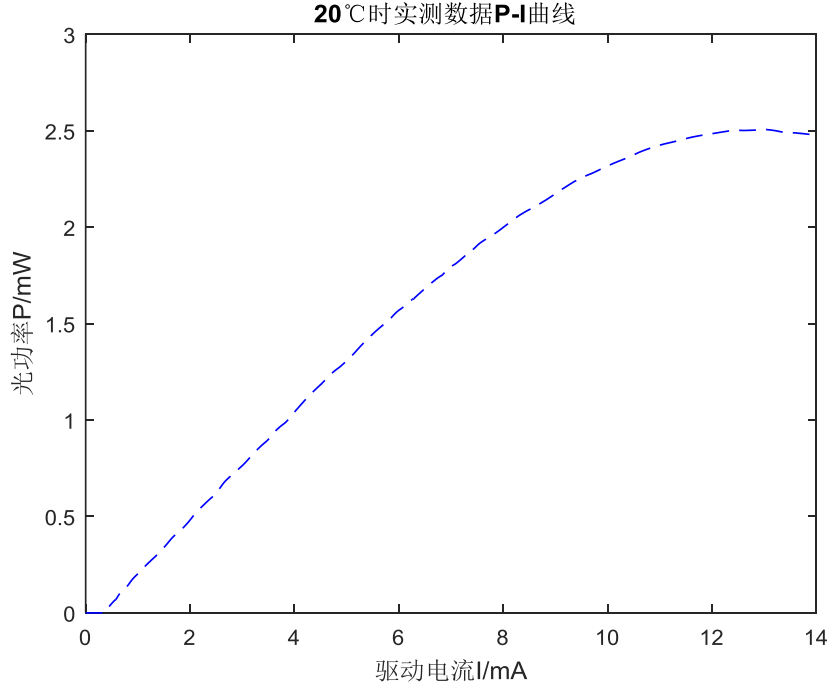


图 5.1 20℃时实测数据的 L-I 曲线

5.2 问题 1 的求解分析

5.2.1 第(1)问的求解分析

由于模型已建立，只是模型参数未知，考虑采用非线性回归分析法，利用实测数据中光功率 P ，电压 V 以及电流 I 的数据，进行模型参数求解。

本文利用 MATLAB 软件中的基于非线性最小二乘法原理的 `nlinfit` 函数进行非线性拟合（本文主要的 MATLAB 代码见附录）。参数的拟合结果如表 5.1 所示。

将表 5.1 中的参数拟合结果带入到式(5.6)中得到 L-I 模型的数学表达式，由于展开式过于繁杂，我们采取简化为如式(5.7)所示的隐函数模型。

$$P = f(P, V, I) \quad (5.7)$$

式(5.7)的 L-I 模型为一个包含三个变量： P, V, I 的隐函数模型，其中不含有未知参数。根据此模型，将实测数据中的电压 V 和电流 I 带入可求得输出光功率 P 。在这里，由于式(5.7)函数式为三变量的高次隐函数，求解较为复杂。

本文提出了一种声明变量并构造函数的循环求解的方法进行求解，主要代码框架如图 5.2 所示，理论上光功率必须是正值，所以在求解过程中我们将小于 0 的值置为 0。

表 5.1 L-I 模型参数拟合结果

参数	拟合结果	单位
η	0.2918	-
I_{th0}	5.4238	mA
R_{th}	1.8048	°C/mW
a_0	2.4769	mA
a_1	0.1215	mA/K
a_2	-8.1135E-4	mA/K ²
a_3	1.6823E-7	mA/K ³
a_4	3.0193E-9	mA/K ⁴

```

for j=1:size(p)
    disp(['请稍后，正在进行第',num2str(j),'次计算...']);
    syms P V I
    f1=V-u(j);
    f2=I-i(j);
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(283.15+(I*V-P)*1.8048)+8.113
    f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(293.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135

    %% 最小光功率对应的最大温度的PI模型，已求得Tmax=30.6，I=11.39
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(303.75+(I*V-P)*1.8048)+8.113

    [I,P,V]=solve(f1,f2,f);
    x(:,j)=double(P);
    x(2,j)=real(y(2,j));
    if y(2,j)<0
        x(2,j)=0;
    end
end
P=y(2,:)' :%模型得到的光功率P

```

图 5.2 模型光功率的求解过程

由于数据过多，表 5.2 只列出了前 90 组模型求得的 P 值。

表 5.2 20℃时 L-I 模型求得的 P 值

I/mA	P/mW	I/mA	P/mW	I/mA	P/mW
0	0	0.3	0	0.6	0.081337764
0.01	0	0.31	0	0.61	0.084284173
0.02	0	0.32	0	0.62	0.087230061
0.03	0	0.33	0.001650727	0.63	0.090177574
0.04	0	0.34	0.00460601	0.64	0.093125138
0.05	0	0.35	0.007560745	0.65	0.096072745
0.06	0	0.36	0.0105153	0.66	0.099020385
0.07	0	0.37	0.013469664	0.67	0.101967993
0.08	0	0.38	0.016423822	0.68	0.104913516
0.09	0	0.39	0.019377765	0.69	0.10785834
0.1	0	0.4	0.022331409	0.7	0.110802462
0.11	0	0.41	0.02528441	0.71	0.11374588
0.12	0	0.42	0.028237024	0.72	0.116688591
0.13	0	0.43	0.031189235	0.73	0.119630596
0.14	0	0.44	0.034141029	0.74	0.12257301
0.15	0	0.45	0.037092394	0.75	0.125515574
0.16	0	0.46	0.040043315	0.76	0.128457863
0.17	0	0.47	0.042994464	0.77	0.13139987
0.18	0	0.48	0.045945494	0.78	0.134341585
0.19	0	0.49	0.048896294	0.79	0.137283001
0.2	0	0.5	0.051846858	0.8	0.140223742
0.21	0	0.51	0.05479718	0.81	0.143163331
0.22	0	0.52	0.05774748	0.82	0.146102322
0.23	0	0.53	0.060697648	0.83	0.149040714
0.24	0	0.54	0.063647651	0.84	0.151978512
0.25	0	0.55	0.066597483	0.85	0.154915717
0.26	0	0.56	0.069546877	0.86	0.157852376
0.27	0	0.57	0.072495373	0.87	0.160790238
0.28	0	0.58	0.075443357	0.88	0.163727955
0.29	0	0.59	0.078390823	0.89	0.166665504

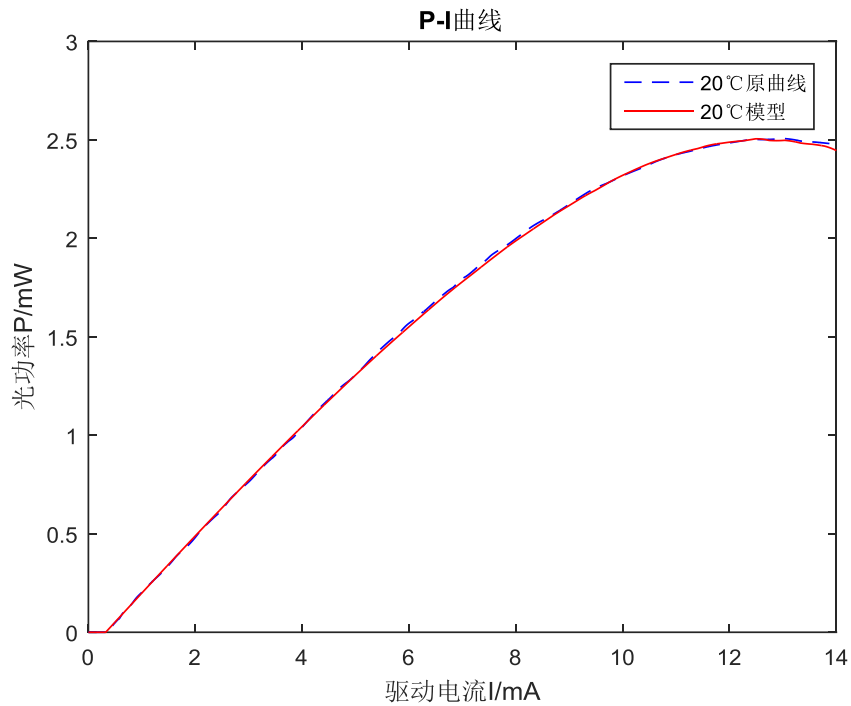


图 5.3 P-I 模型曲线与实测曲线的对比

其中 20℃原曲线代表实测数据曲线（以下相同）。从图中可以分析，模型值与实测值近乎相同，说明所建立的 L-I 模型取得了较好的效果。进一步，通过改变环境温度 T_0 的大小，可以得到一系列 L-I 曲线如图 5.4 所示。

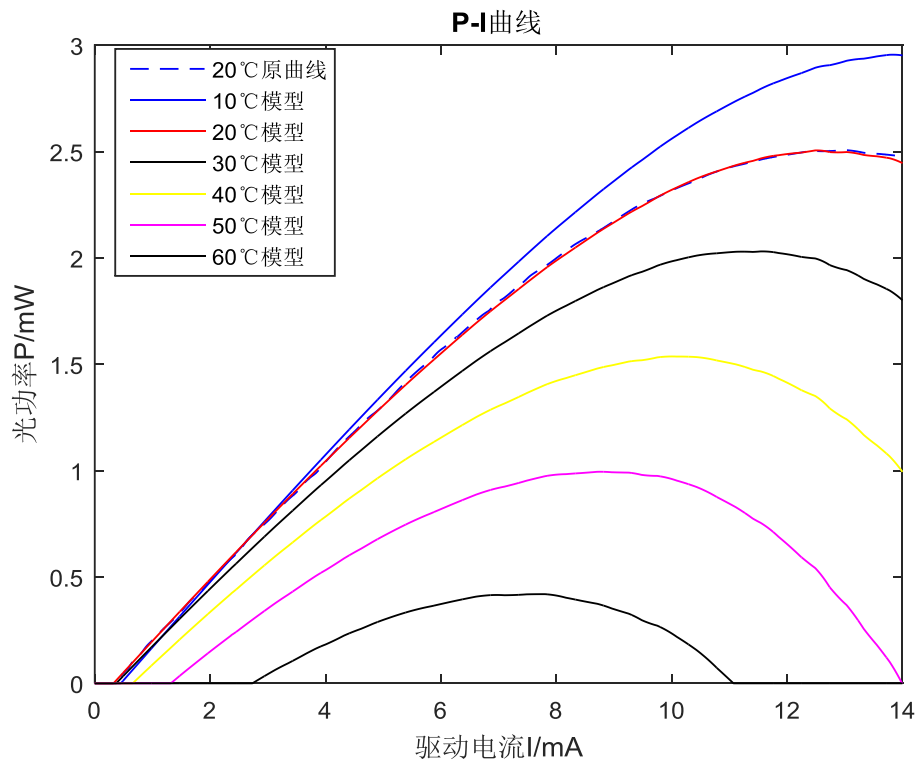


图 5.4 不同温度下的 P-I 曲线

图 5.4 为在不同环境温度下的 P-I 曲线。经过计算发现，当环境温度取 70℃，80℃ 和 90℃ 时，所求得的光功率均为负值，故在此舍去。10℃，20℃，...，60℃ 曲线如上所示。

对于温度 70℃ 以上的模型求解为负值，说明高温下模型已经很难与实验数据相匹配，在高温出现的这一差距应该是由于模型中忽略了系统空间相关性，虽然这点确实有局限，但是上述模型参数可以在有效的器件运转条件下合理描述器件特性。

5.2.2 第(2)问的求解分析

求解 VCSEL 激光器工作的最高环境温度 T_{\max} 时，可以把 T_0 同样作为自变量，那么此时 L-I 模型可表示为如下隐函数模型

$$P = f(P, V, I, T_0) \quad (5.8)$$

其中，光功率 P 为因变量，数值大小已知，即 $P=2\text{mW}$ ，电压 V 、电流 I 和环境温度 T_0 为自变量，数值均为未知。式(5.8)可以进一步理解为一个四元高次函数。要求解 T_{\max} ，就需要四个条件，而已知条件之一 $P=2\text{mW}$ ，那么还需要三个条件才能进行求解。

由题意可知，在某温度下求得的光功率的最大值必须大于 2mW 。那么，采用数形相结合的方法，可以再 P-I 曲线上作一条 $P=2\text{mW}$ 的直线，与该直线相切的 P-I 曲线即为所求，该曲线对应的环境温度即为最高环境温度。

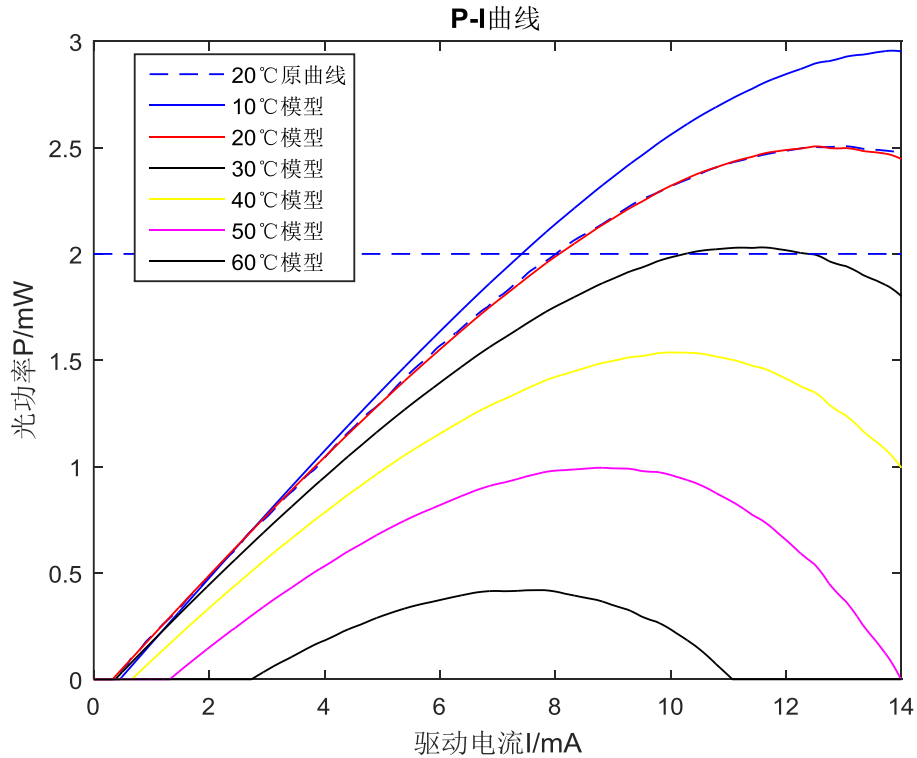


图 5.5 切线示意图

由此，可知条件之二为

$$\frac{dP}{dI} = 0 \quad (5.9)$$

式(5.9)表示 P 对 I 的偏导数等于 0。条件之三为

$$P - f(P, V, I, T_0) = 0 \quad (5.10)$$

显然三个方程难以解出含有四个变量的方程。考虑到上文论述的 V-I 模型，如果能确定 V 和 I 之间的关系，那么就有了条件之四，便可求得最高环境温度 T_{\max} 。因此，考虑对 V-I 模型进行求解。

为了深入研究 V-I 关系，本文首先根据实测数据“L-I-20C.mat”绘制出 V 和 I 之间的散点图，如图 5.6 所示，从这条近乎光滑的曲线中可以推测 V-I 之间有一定函数关系。

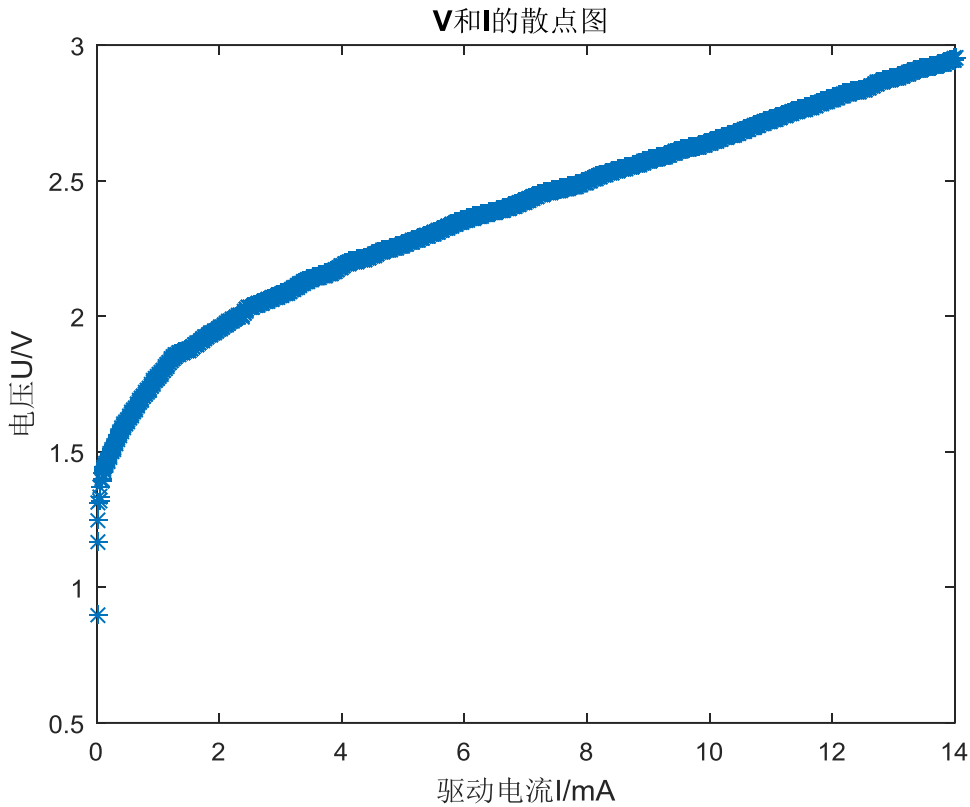


图 5.6 20℃时实测数据的 V-I 散点图

根据文献[1]，V-I 模型可以根据 VCSEL 的类似二极管的特性建立出来，为了简明的表达 V 和 I 之间的关系，可将 V-I 模型表示为

$$V = f(I, T) \quad (5.11)$$

理论上，通过引入一个电容或其它与电压有关的寄生原件，可以模拟完整的 VCSEL 的电特性。上述方法的优势是式(5.11)的具体形式能够基于不同器件选取。比如，在某些场合，关系用一个电阻与一个二极管串联来描述最恰当，表示如下：

$$V = IR_s + V_T \ln(1 + \frac{I}{I_s}) \quad (5.12)$$

其中 R_s 为串行电阻， V_T 和 I_s 分别是二极管的热电压和饱和电流。通常情况下， V_T 是温度的函数，然而当 V-I 数据是在同一温度下测量得到的，那么此时 V_T 可使用常数代替。在另一些场合，一个电流和温度的函数多项式可能更合适：

$$V = (t_0 + t_1 T + t_2 T^2 + \dots) * (i_0 + i_1 I + i_2 I^2 + \dots) \quad (5.13)$$

其中， $t_0 - t_2$ ， $i_0 - i_2$ 都是常数。应该指出，对于不同器件，这些常数将由实验所得不同温度下的数据拟合得到。也就是说，仿真前使用实验得到的曲线决定式(5.7)的具体形式和公式中的各常数值。这样做的好处是避开了复杂的物理机制分析，使用现有的经验公式形式和实际数据，更加准确地模拟器件特性。

附录中所提供的 VI 数据是在环境温度为 20℃ 情况下测得的，因此 V_T 可以是一个常数，此时选取式(5.8)作为 V-I 参数模型。亦可将其写成式(5.14)形式。

$$V = c_1 I + c_2 \ln(1 + c_3 I) \quad (5.14)$$

本文利用实测数据和 MATLAB 软件提供的 lsqcurvefit 函数对 V-I 模型参数进行辨识，得到以下参数辨识结果。

表 5.3 V-I 模型参数拟合结果

c_1	c_2	c_3
0.0579	0.1501	1.0309e5

此时得到 V-I 模型的数学模型如下。

$$V = 0.0579 * I + 0.1501 * \ln(1 + 1.0309e5 * I) \quad (5.15)$$

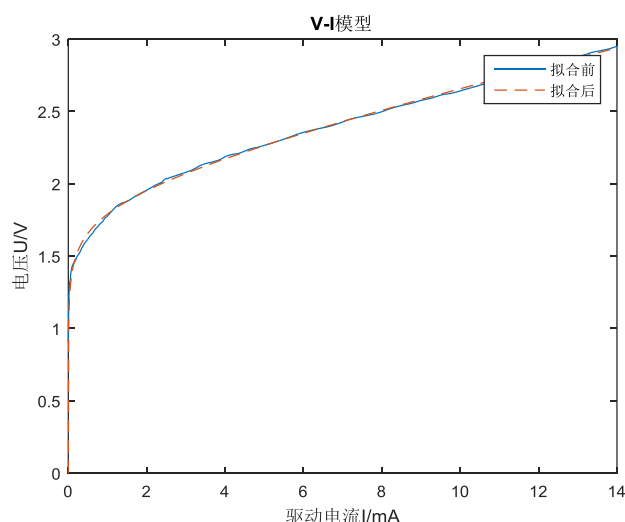


图 5.7 V-I 模型曲线和实测值曲线的对比

由图 5.7 看出 V-I 模型曲线与实测值基本吻合，且经计算求得 V-I 模型的平均相对误差为 0.5%，拟合效果非常好。

结合式以上公式以及 $P=2\text{mW}$ ，最终求得 $T_{\max}=30.6^{\circ}\text{C}$ 。

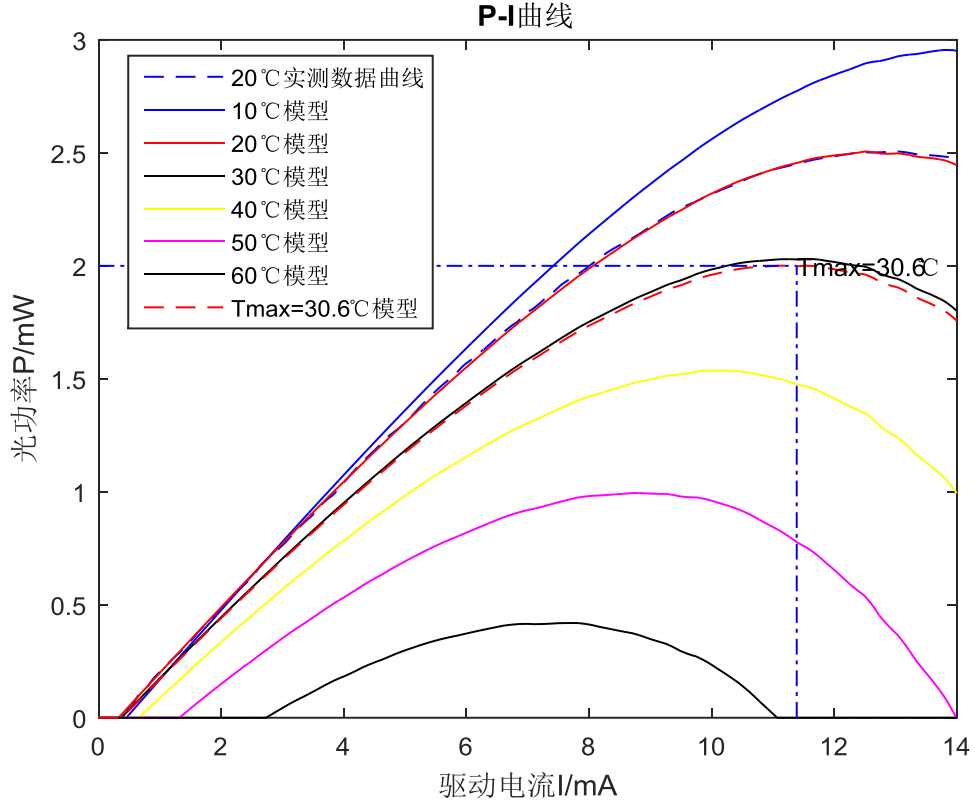


图 5.8 最高温度所对应的 P-I 曲线

六、问题 2 模型的建立与求解分析

6.1 问题 2 模型建立

在问题 1 中 L-I 模型的建模过程中把 V 和 I 都作为自变量进行建模，没有考虑 V 和 I 之间的联系。本文将式(5.14)所示的 V-I 模型带入到式(5.6)，得到了优化的 L-I 参数模型，表示如下。

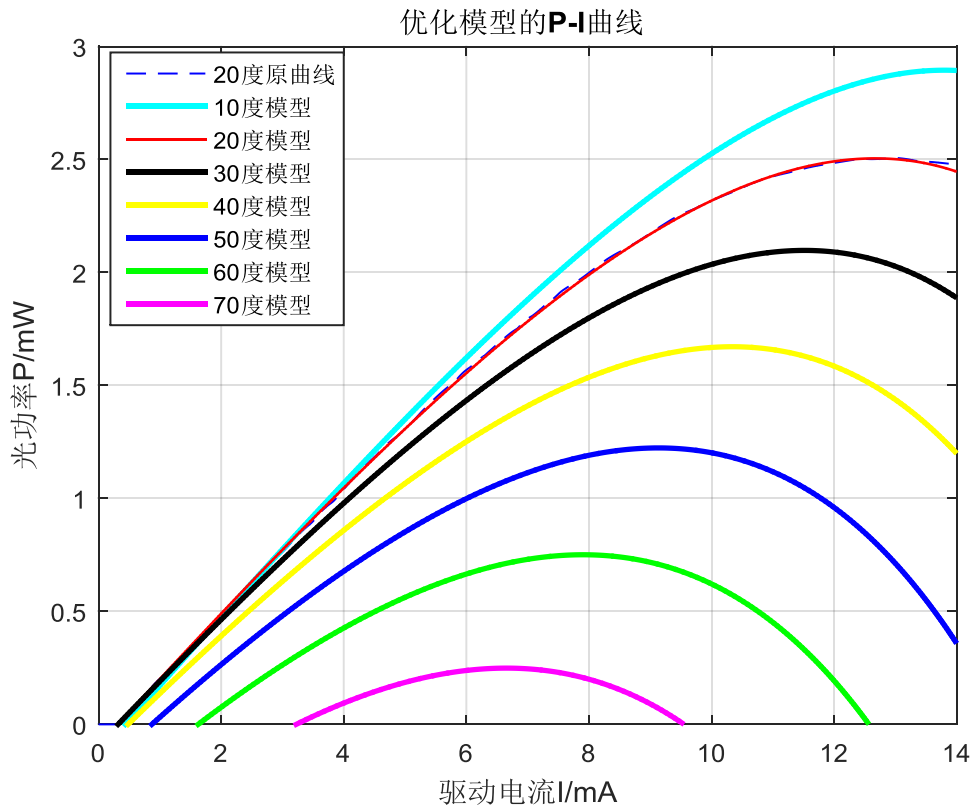
$$P_0 = \eta(T)(I - I_{th0} - \sum_{n=0}^{\infty} a_n [T_0 + (I(c_1 I + c_2 \ln(1 + c_3 I)) - P_0) R_{th}]^n) \quad (6.1)$$

6.2 问题 2 的求解分析

根据实测数据和 MATLAB 的 nlinfit 函数求得优化模型的参数如下表所示。

表 6.1 优化模型的参数拟合结果

参数	拟合结果	单位
η	0.2884	-
I_{th0}	4.1808	mA
R_{th}	2.1035	$^{\circ}\text{C}/\text{mW}$
a_0	3.1208	mA
a_1	0.0624	mA/K
a_2	-4.0756E-4	mA/K ²
a_3	-4.1335E-7	mA/K ³
a_4	2.7308E-9	mA/K ⁴



求得优化模型后，利用 MATLAB 软件的 ezplot 函数绘制不同温度下的 P-I 曲线如图 6.1 所示。

6.3 L-I 模型与优化模型的对比分析

本文利用残差绝对值和均方根误差来评价 L-I 模型和其优化模型，求解公式如下。

$$\text{err} = |y - y_i| \quad (6.2)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (y - y_i)^2}{N}} \quad (6.3)$$

其中，err 表示残差的绝对值，RMSE 表示均方根误差，y 表示模型拟合值， y_i 表示实际测量值，N 表示样本总数。

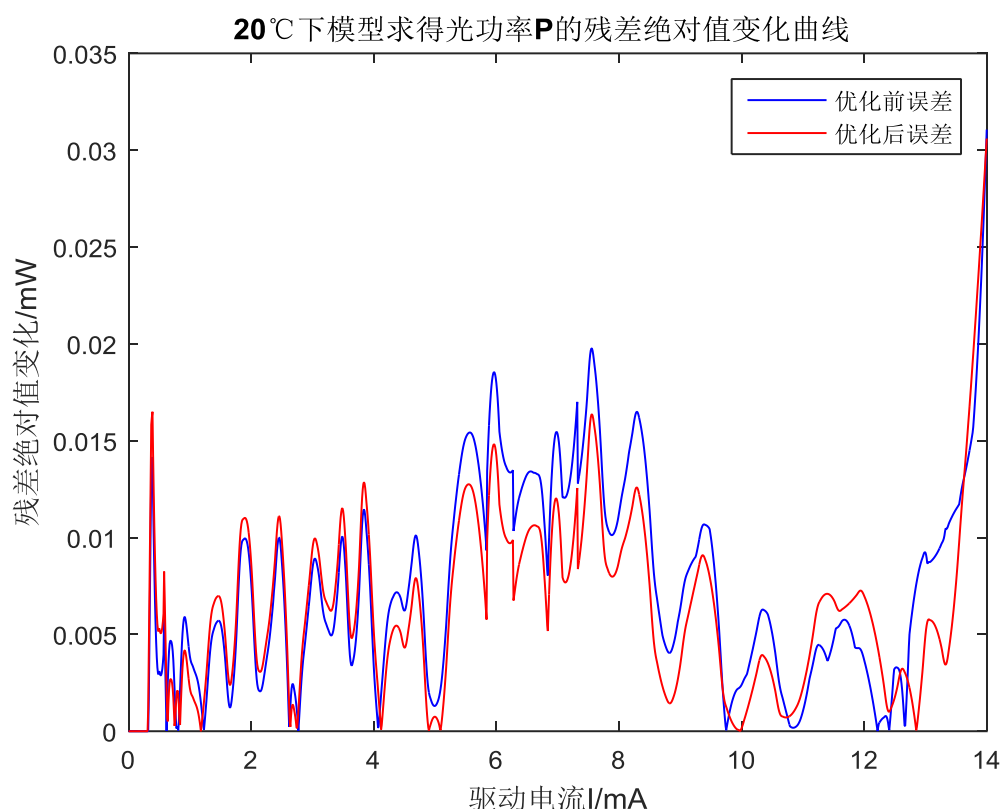


图 6.2 20°C下模型求得光功率 P 的残差绝对值变化曲线

分别求得模型优化前和优化后的输出值与实测值的绝对差值，并绘制误差变化曲线如图 6.2 所示。由图可以看出在电流 I 约为 4mA 之前优化模型的误差大于优化前模型的误差，但相差很小；但是在 $I > 4\text{mA}$ 的大多数时刻，优化前模型的误差大于优化模型的误差且差值比前段大得多。进一步，为了更直观地对比误差大小，求得了两个模型的平均绝对误差如下表所示。

表 6.2 原模型和优化模型的误差对比

均方根误差	原模型	优化模型
RMSE	0.0091	0.0079

结合图 6.2 和表 6.2 以看出优化模型的误差更小，精度更高。

七、问题 3 的模型建立与求解分析

7.1 问题 3 模型建立

带宽模型建模主要考虑采用激光器的速率方程，将偏置电流和注入激光器的外部驱动电流带入得到：

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = \frac{\eta_i(I - I_{th0} - I_{off}(T))}{q} - \frac{N}{\tau_n} - \frac{G_0(N - N_0)S}{1 + \varepsilon S} \\ \frac{dS}{dt} = -\frac{S}{\tau_p} + \frac{\beta N}{\tau_n} + \frac{G_0(N - N_0)S}{1 + \varepsilon S} \end{cases} \quad (7.1)$$

VCSEL 输出的光功率 P_0 与光子数 S 成正比，假定比例因子为 k

$$P_0 = kS \quad (7.2)$$

加载小信号后电流、载流子数和光子数：

$$\begin{aligned} I(t) &= I_s + i(f)e^{j2\pi ft} \\ N(t) &= N_s + n(f)e^{j2\pi ft} \\ S(t) &= S_s + s(f)e^{j2\pi ft} \end{aligned} \quad (7.3)$$

其中， $i(f)$ ， $n(f)$ ， $s(f)$ 足够小。

1、未加载小信号时：

在稳态环境下，外部驱动电流保持恒定，载流子数 N 与光子数 S 的变化为 0， N 和 S 对时间的求导为 0，即公式 (7.1) 等号左侧为 0。求出的 N 为稳态下载流子浓度，记为 N_s ，是由实测的激光器的出光功率 P_0 和 $(k, \tau_p, \tau_n, G_0, N_0, \varepsilon, \beta)$ 这些参数计算得来的。

$$N_s = \frac{P_0 / (k\tau_p) + G_0 N_0 P_0 / (k + \varepsilon P_0)}{\beta / \tau_n + G_0 P_0 / (k + \varepsilon P_0)} \quad (7.4)$$

由载流子浓度 N_s 可计算出激光器发光的驱动功率 I_{cur} ，以及稳态下的光子数 S_s 。在通常的 VCSEL 激光器中， $\varepsilon S_s \ll 1$ ，化简可得 I_{cur} 与 S_s 如下。

$$I_{cur} = \frac{q}{\eta_i} \left(\frac{N_s}{\tau_n} + \frac{G_0(N_s - N_0)P_0}{k + \varepsilon P_0} \right) + I_{th0} + I_{off}(T) \quad (7.5)$$

$$S_s = \frac{\eta_i(I - I_{th0} - I_{off}(T)) / q - N_s / \tau_n}{G_0(N_s - N_0)} \quad (7.6)$$

同时由公式（7.2）可计算出理论上的出光功率 $P_{od} = kS_s$ 。

2、加载小信号时：

需要将加载过小信号的电流 I_s ，载流子浓度 N_s 和光子数 S_s 带入速率方程中进行计算，为如下形式：

$$\frac{\eta_i(I_s - I_{th0} - I_{off}(T))}{q} - \frac{N_s}{\tau_n} - \frac{G_0(N_s - N_0)S_s}{1 + \varepsilon S_s} = 0 \quad (7.7)$$

$$-\frac{S_s}{\tau_p} + \frac{\beta N_s}{\tau_n} + \frac{G_0(N_s - N_0)S_s}{1 + \varepsilon S_s} = 0 \quad (7.8)$$

在等式化简过程中，考虑两个忽略假设，一是因为增益压缩因子 ε 本身比较小，因此认为 $\varepsilon s(f) \rightarrow 0$ 可忽略不计；二是 $e^{j2\pi(2f)t}$ 相比其他项为 2 倍频高次项，频信号在系统响应中不在考虑范围内，可忽略不考虑。

根据前面的描述，信号的响应等于对应频率处输出与输入信号的比值，假定小信号响应为线性频率响应 $h(f)$ ，按照定义表示为小信号带来的输出信号 $p(f)$ 与输入信号 $i(f)$ 的比值

$$h(f) = \frac{p(f)}{i(f)} = k \frac{s(f)}{i(f)} \quad (7.9)$$

通常，在通信系统里面的信号响应有如下形式

$$h(f) = \frac{X}{(j2\pi f)^2 + (j2\pi f)Y + Z} \quad (7.10)$$

再进行归一化处理后，最终可建立为如下的归一化小信号响应模型：

$$H(f) \equiv \frac{h(f)}{h(0)} = \frac{Z}{(j2\pi f)^2 + (j2\pi f)Y + Z} \quad (7.11)$$

其中 Z 与 Y 表示为：

$$Y = \frac{1}{\tau_p} + \frac{1}{\tau_n} + \frac{G_0 P_s}{k + \varepsilon P_s} - \frac{G_0(N_s - N_0)}{(1 + \varepsilon P_s / k)^2} \quad (7.12)$$

$$Z = \frac{1}{\tau_p \tau_n} + \frac{G_0 P_s}{\tau_p (k + \varepsilon P_s)} - \frac{(1 - \beta) G_0 (N_s - N_0)}{\tau_n (1 + \varepsilon P_s / k)^2} \quad (7.13)$$

模型 $H(f)$ 求解完是一个虚数，里面含有实部与虚部，要把它化为幅度，需要先算出 $H(f)$ 的模长 $|H(f)|$ 进一步的求解化为： $h = 20 \times \log_{10}(|H(f)|)$ ，将得到的 h 与题目给出的 S21 幅度数据进行拟合求取参数。

3、在拟合过程中需要考虑约束条件。

通过建立模型可以得到激光器理论的出光功率 P_{od} ，理论的驱动电流 I_{cur} ，以及理论计算出的小信号响应 h 。已知的是可通过仪器测出来的激光器的出光功率 P_0 ，驱动电流 I ，和与频率 f 对应的测试的小信号响应值 S21。考虑三个约束条件，都是计算残差，也就是实际的测量值与估计值（拟合值）之间的误差，使它最小。规定出光功率、驱动电流和小信号响应的残差分别为 $P_e; I_e; h_e$ 。

- 1) 对于激光器出光功率
出光功率残差为

$$P_e = P_{od} - P_0 \quad (7.14)$$

- 2) 对于驱动电流

理论的驱动电流 I_{cur} 可以由公式 (7.5) 表示，在问题一模型建立时由公式 (5.1) 可以得到

$$I_{th0} + I_{off}(T) = I - \frac{P_0}{\eta} \quad (7.15)$$

驱动电流残差为

$$I_e = I_{cur} - I \quad (7.16)$$

将公式 (7.5) 和 (7.15) 带入 (7.16) 中，可得驱动电流残差为

$$I_e = \frac{q}{\eta_i} \left(\frac{N_s}{\tau_n} + \frac{G_0(N_s - N_0)P_0}{k + \varepsilon P_0} \right) - \frac{P_0}{\eta} \quad (7.17)$$

- 3) 对于小信号响应
小信号响应的残差为

$$h_e = h - S21 \quad (7.18)$$

在建模过程中要注意使得三个物理量的残差要尽可能的小，这样建立的模型才会比较准确，拟合曲线时要使用这三个约束条件，最小化残差，其实这个建模问题也属于多目标优化问题。

7.2 问题 3 的求解与分析

7.2.1 第(1)问带宽模型求解

根据在环境温度 20℃ 和偏置电流为 7.5mA 情况下的频率 f 和幅度 S21 的实测数据，以及对应的光功率 P ，使用 MATLAB 工具箱中 `isqnonlin` 函数对模型

$H(f)$ 进行非线性拟合，使用的为信赖域算法（trust-region-reflective），并确定参数 $(k, \tau_p, \tau_n, G_0, N_0, \varepsilon, \beta)$ 的值。

信赖域方法和线搜索类似都是迭代方法，与其不同的是，每次迭代时，在一个选定的可信赖区域内，选择当前迭代点的近似模型 m_k ，然后计算最优步长；如果步长不合适，可以对区域进行缩放。在信赖域方法中，可信赖的区域（Region）的选择很重要，一般都会根据上一步结果进行动态变化；如果上一步太大则缩小，否则进行扩大，具体步骤为：

- step1: 给定信赖域，一般为当前点 x_k 的小邻域；
- step2: 在邻域内求解子问题，得到试探步长 s_k ；
- step3: 根据评价函数决定是否接受该试探步长，若接受，则 $x_{k+1} = x_k + s_k$ ，否则， $x_{k+1} = x_k$
- step4: 确定下一次迭代信赖域，若未达最终目标，则返回 step2.

注意对模型进行处理为 $h = 20 \times \log_{10}(|H(f)|)$ ，并且使用三个约束条件，最小化残差。拟合得到的参数结果如表 7.1 所示。

表 7.1 带宽模型参数拟合结果

参数	拟合结果	单位
η_i	0.7438	-
β	2.3564e-3	-
τ_n	1.5098e-8	s
k	4.133e-8	W
G_0	1.121e+6	s ⁻¹
N_0	9.6342e+5	-
τ_p	4.3546e-12	s
ε	43.562e-6	-

将拟合得到的 8 个参数带入到公式 (7.11) 中，即可以求得带宽响应模型（小信号响应模型） $H(f)$ ，该模型与环境温度和偏置电流有关。一旦给定某一环境

温度和偏置电流，就有一个相对应出光功率 P_0 ，带入则对应的带宽响应模型就确定了。

如图 7.1、7.2 (a)、7.2 (b) 分别为 20℃、30℃、40℃ 下不同偏置电流对应 S21 曲线图，表示在同一环境温度下，不同的偏置电流对应的带宽响应不同。从图 7.1 可以看出，20℃ 下当选取偏置电流为 5mA、6.5mA、7.5mA、10mA、11mA 时，对应的带宽响应曲线不同，依次是从左到右排列，在幅值为 -3dB 处画一条线，可以发现在 20 摄氏度情况时，3dB 带宽时对应的频率是随电流的增大而增大的。其中 7.5mA 时从图中可以看出，拟合的曲线与原始数据相符，同理在 30 摄氏度情况依旧选取偏置电流为 5mA、6.5mA、7.5mA、10mA、11mA，结果与 20 摄氏度一样，3dB 带宽时对应的频率随电流增大而增大。但是当温度 40℃ 时，选取偏置电流为 5mA、6.5mA、7.5mA、10mA、11mA 时，3dB 带宽对应的频率先随电流的增大而增大，但是会发现 11mA 时的频率反而比 10mA 时的频率小了，这是因为当温度一定时，出光功率是随着偏置电流增大先增大后减小，20℃ 与 30℃ 在 11mA 之前的 L-I 模型曲线都是单调递增的，40℃ 时在 11mA 之前的 L-I 模型曲线是先递增后下降，有峰值，可参考图 6.1。所以在 40℃ 时 3dB 带宽对应的频率不是随电流单调变化的。

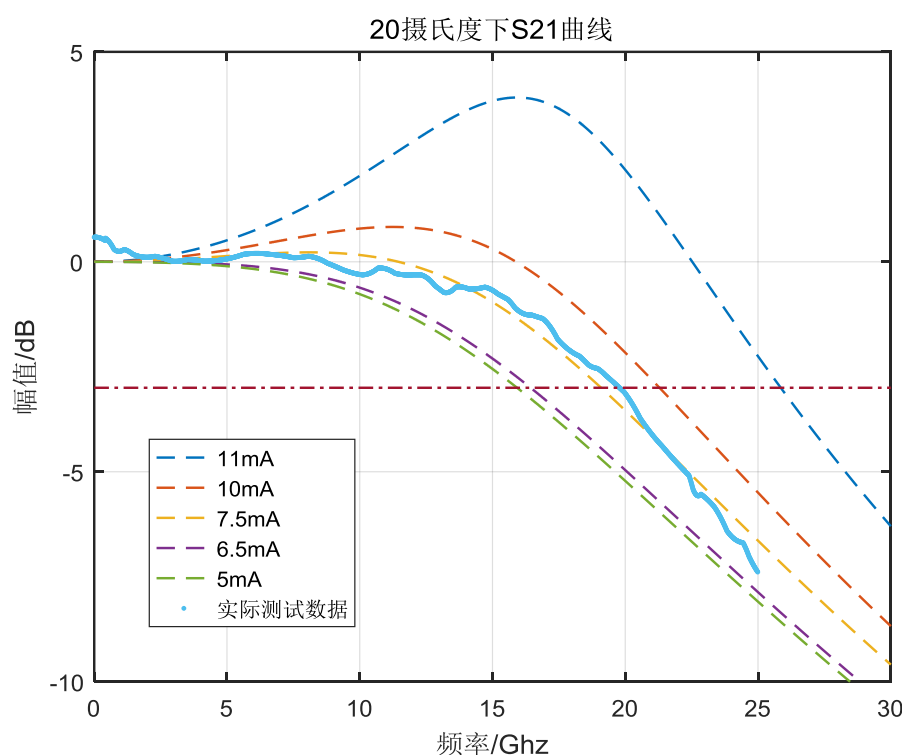


图 7.1 20℃ 下不同偏置电流对应 S21 曲线图

经计算，模型输出响应值与实际测量值的均方根误差为 0.0130，误差较小。

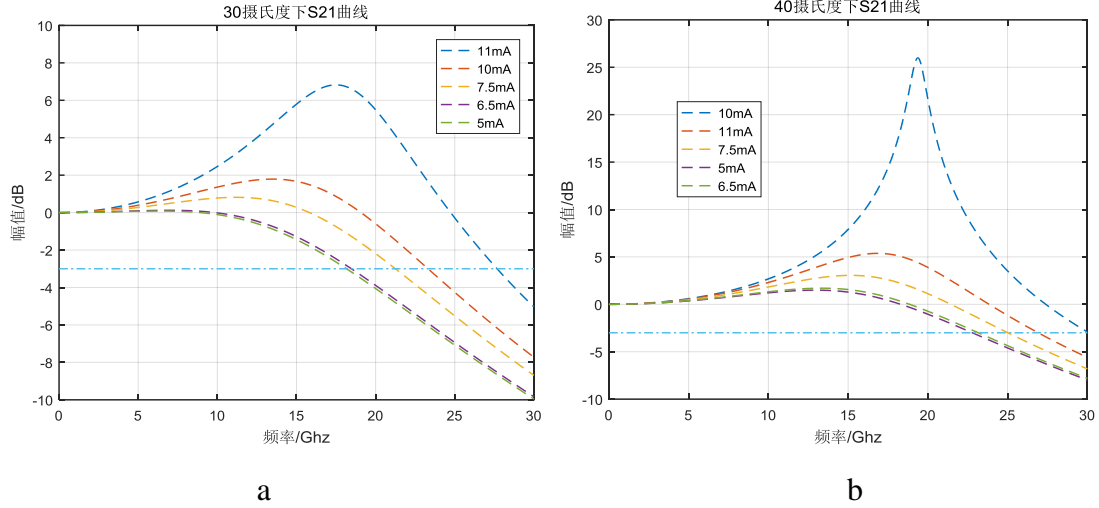


图 7.2 30℃与 40℃下不同偏置电流对应 S21 曲线图

如图 7.3 (a) 与 7.3 (b) 分别是偏置电流 6mA 和 7mA 时不同温度对应的 S21 曲线, 表示在同一偏置电流时, 不同环境温度对应的带宽响应不同。从图 6.10 可以看出, 当偏置电流为 6mA 时, 选取 10℃到 50℃时, 对应的带宽响应曲线不同, 在幅值为-3dB 处化一条线与各个曲线有交点, 会发现 3dB 带宽时对应的频率是随温度的增大而降低的, 成递减分布。同样在偏置电流为 7mA 时, 3dB 带宽对应的频率时随温度增大而减小的。这与图 6.1 中当电流一定时出光功率随温度升高而单调递减一致。

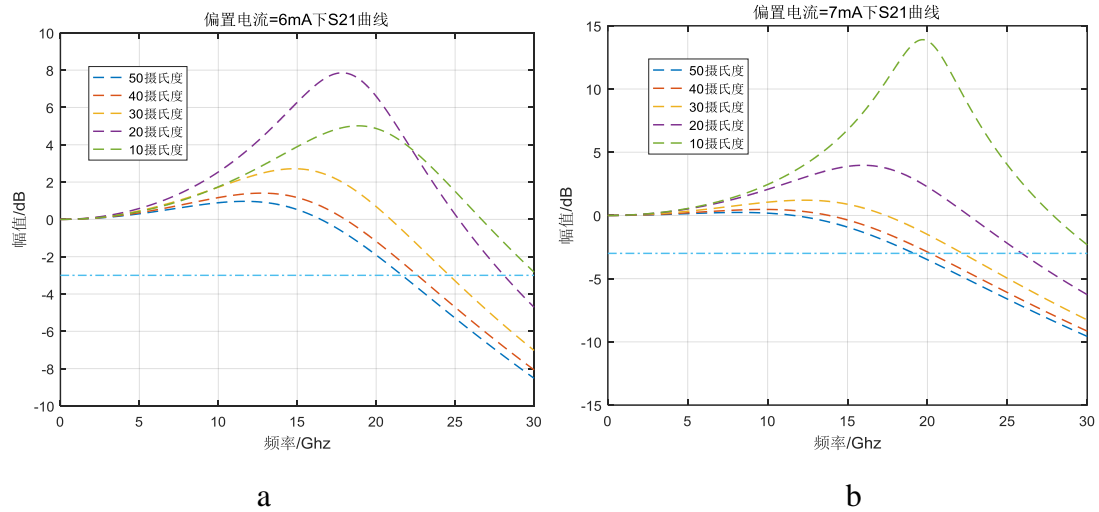


图 7.3 偏置电流 6mA、7mA 下不同温度对应 S21 曲线图

7.2.2 第(2)问求解分析

带宽模型 $H(f)$ 是由频率 f , 偏置电流 I_b 和测试温度 T_a 决定的, 可表示为:

$$H = f(f, I_b, T_a) \quad (7.19)$$

其中偏置电流 I_b 和测试温度 T_a 主要是以出光功率 P_0 作为载体出现的, 也就是说可将公式 (6.6) 改写为:

$$H = f(f, P_0) \quad (7.20)$$

在研究带宽响应值时只需要考虑当前的出光功率。根据图 7.4 所示，假定选取电流为 11mA 时直线，与各 P-I 曲线有交点，会发现当温度为 10℃、20℃、30℃ 时曲线的峰值在 11mA 虚线的右侧，当温度大于 30℃ 时，峰值就在左侧，也就是当选取的电流值大于某曲线的峰值所对应的电流时，画出的某温度的出光功率要先递增，再递减。

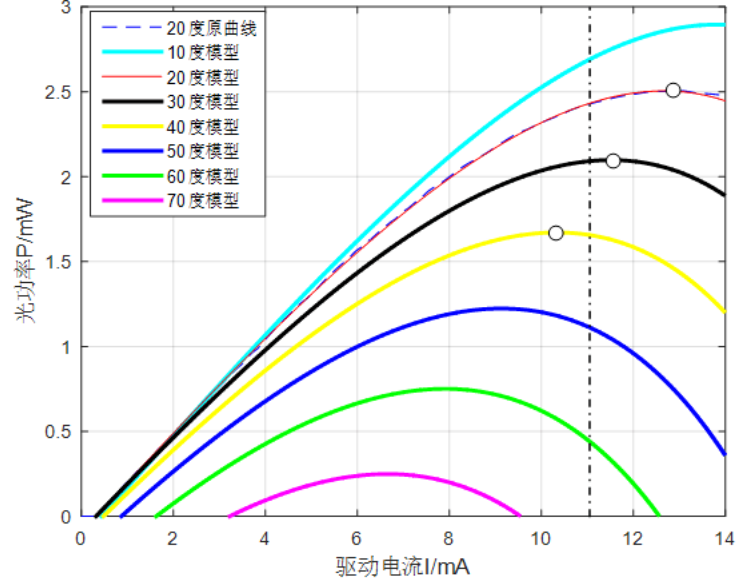


图 7.4 标定好峰值的 P-I 曲线

带宽模型 $H = f(f, P_0)$ 是与 P_0 有关的，结合第一小问中曲线图，可以判定当环境温度一定时，随着偏置电流的升高，3dB 带宽对应的频率是先变大再减少，反映在带宽曲线上就是先向右拉长，过了峰值后再向左压缩。

如果纵向看，对同一偏置电流，环境温度越高，出光功率越小，是单调递减的。结合图 7.3，得出结论当偏置电流一定时，环境温度升高，3dB 带宽对应的频率单调递减，反映在带宽曲线上为向左压缩。

7.2.3 第(3)问的求解分析

假定激光器工作环境温度恒为 20℃，偏置电流固定在 7.5mA，按照前面建立的带宽模型，可以知道带宽响应曲线是确定的，如果想要获得更宽带宽的激光器就需要改变一些内部参数，通过查找文献[2]，可以找到一些影响调制带宽的因素。

1) 光子密度变化对小信号调制带宽有影响，光子密度变大，小信号调制带宽也随之增大。

2) 载流子俘获时间对调制带宽有影响，在一定注入载流子和一定光子密度情况下，载流子俘获时间减小时，调制带宽增大。

3) 载流子逃逸时间对调制带宽有影响，在一定注入载流子和一定光子密度水平下，载流子逃逸时间增大时，小信号调制带宽变大。

综合以上三种情况，可以考虑改变光子数或者载流子数。

1) 增大光子数 S ，因为光子数与光子密度成正比，光子密度变大，带宽变大，所以可通过增加光子数来增加带宽。

2) 考虑增大透明载流子 N_0 ，这是带宽模型中的一个参数。如果俘获载流

子的单位时间变小，就说明在一定时间内，可俘获的载流子数目就变多。因为载流子俘获时间减小时调制带宽增大，也就是载流子数目变多时调制带宽增大，因此考虑增大透明载流子数 N_0 。对此在原有带宽模型上改变透明载流子 N_0 ，原参数 $N_0 = 9.6342e+5$ ，更改为 $8.6e+5, 10.6e+5, 11.6e+5$ 后分别作图，如图 7.5 所示，可以验证发现增大透明载流子数 N_0 可以增加带宽

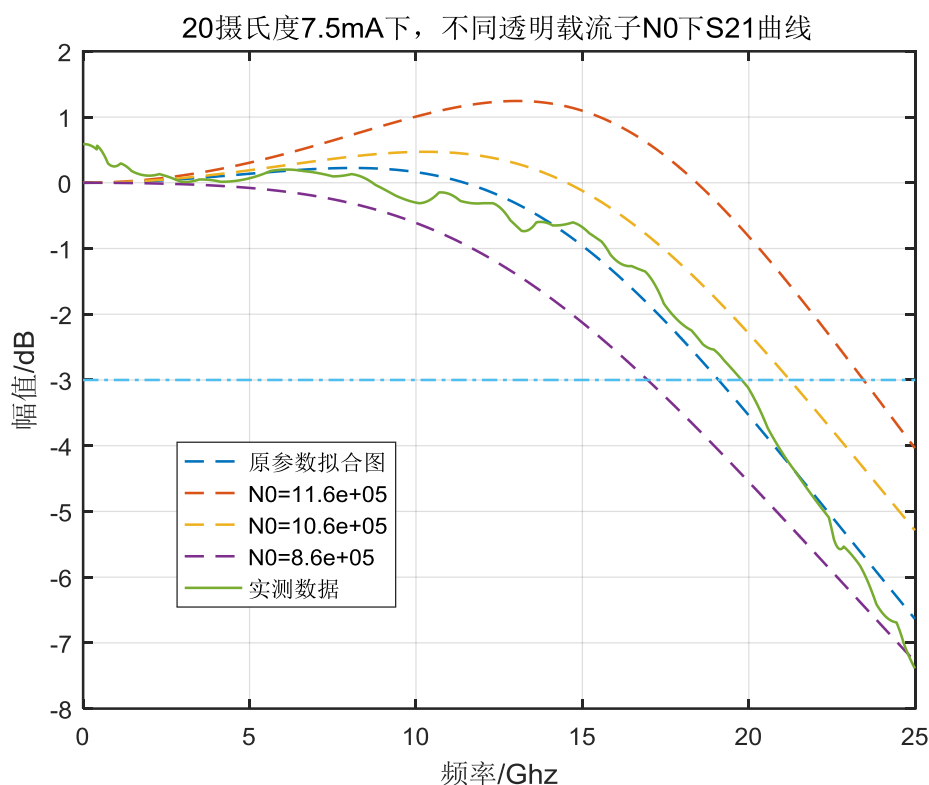


图 7.5 不同透明载流子 N_0 下 S21 曲线

7.2.4 第(4)问的求解分析

在第三小问改变透明载流子 N_0 时可以发现，如图 7.5 所示，随着透明载流子 N_0 的增大，3dB 时带宽变大的同时，带宽响应曲线由原来的近似平缓下降变为先上升再下降，恰好满足了本题调节参数时，激光器在 3dB 范围内的部分频率处幅度高于 0 频位置，因此透明载流子 N_0 参数属于该类。

文献[3]中提到， G_0 为增益系数，可以近似写成载流子密度的线性函数，也可以理解为与载流子密度和数目有关。因为透明载流子 N_0 属于题目中提到的符合要求的参数，调节会使得激光器在 3dB 范围内的部分频率处高于 0 频位置，所以就联想到增益系数 G_0 会不会和透明载流子 N_0 有联系，具有相似的性质。为

此就在原带宽模型的 $G_0 = 1.121e+6$ 的基础上改变，观察带宽曲线的变化。如图 6.13 所示，发现随着 G_0 的增大，带宽曲线也呈现出相同的变化趋势，在 3dB 范围内的部分频率处高于 0 频位置，并且在 3dB 的带宽也增大了。

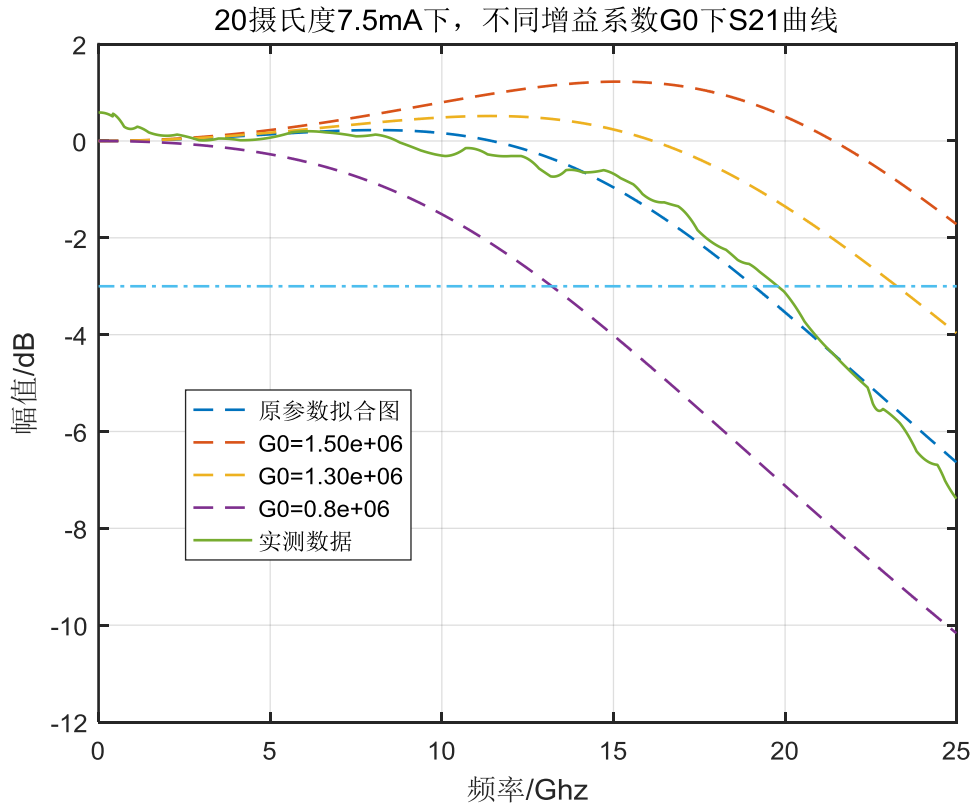


图 7.6 不同增益系数 G_0 下 S21 曲线

在调整参数透明载流子 N_0 和增益系数 G_0 时会发生在 3dB 范围内的部分频率处高于 0 频位置的现象。在实际应用中，希望这部分带宽越平坦越好，所以这两个参数不能设计的太大，但是又因为适当的增大这两个参数值会增大带宽，而增大带宽也是我们希望达到的，所以要权衡这两个因素，在设置透明载流子 N_0 和增益系数 G_0 时要适当，使带宽曲线平坦的基础上，带宽尽可能大。

八、问题 4 分析

8.1 问题分析

改进 VCSEL 器件的带宽可以从内部因素和外部因素两方面进行分析。

8.2 从内部影响因素分析

通过对题目的分析，要想改进 VCSEL 器件的带宽，需要先将原模型进行改写成关于几个相关参数因子的表达式，文献[4]中提供了一种改写带宽模型的思路，在考虑电学寄生效应影响的基础上，将传递函数表达式改写为：

$$H(f) = \text{const} \cdot \frac{f_R^2}{f_R^2 - f + j \cdot f \cdot \frac{\gamma}{2\pi}} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \frac{f}{f_p}} \quad (8.1)$$

上述传递函数是研究 VCSEL 小信号调制特性的理论基础，其中最关键的是三个参数因子，分别为松弛响应频率 f_R 、阻尼因子 γ 和寄生截止频率 f_p ，它们影响着 VCSEL 的调制特性，为了增大调制带宽，就需要增大松弛相应频率 f_R 和寄生截止频率 f_p ，并且减小阻尼因子 γ 。但是 f_R 和 γ 是相互矛盾的，因此要找折衷的办法来使调制带宽尽可能的大。

第一个限制因素是温度参数，激光器在工作中温度会升高，阈值电流与温度呈负相关，松弛相应频率 f_R 会在某一注入电流范围内达到饱和，超过某一数值后就会下降，因此存在最大值。第二个限制因素为阻尼因子 γ ，它随松弛响应频率的平方 f_R^2 线性增加。当阻尼因子的增加强度超过松弛响应频率，随着阻尼因子的增大，带宽会减少，因此要合理设置阻尼因子的取值。第三个限制因素为电学寄生截止频率 f_p ，通常将 VCSEL 寄生电阻和电容等效为一个一阶低通滤波器。考虑这三个限制因素，为了提高 3dB 的带宽，就需要克服温度因素、阻尼因子以及电学寄生因子这三个限制因素，即增大松弛响应频率、减少阻尼因子和降低电学寄生效应。通过查找文献，可以选择通过减小 VCSEL 谐振腔限制孔径，和减小谐振腔长度 L 来实现。

1、减小 VCSEL 的谐振腔限制孔径

VCSEL 谐振腔的不同限制孔径会影响松弛响应频率 f_R ，由图 8.1 可知，在相同的注入电流 I 条件下，不同限制孔径的 VCSEL 器件的松弛响应频率不同，总体来看，限制孔径越小，对应的饱和松弛响应频率也就是 f_R 的最大值越大。

我们希望能增大松弛响应频率，因此选择限制孔径比较小的（比如下图中 $4\mu\text{m}$ ）VCSEL 器件，这样可以提高 3dB 带宽。

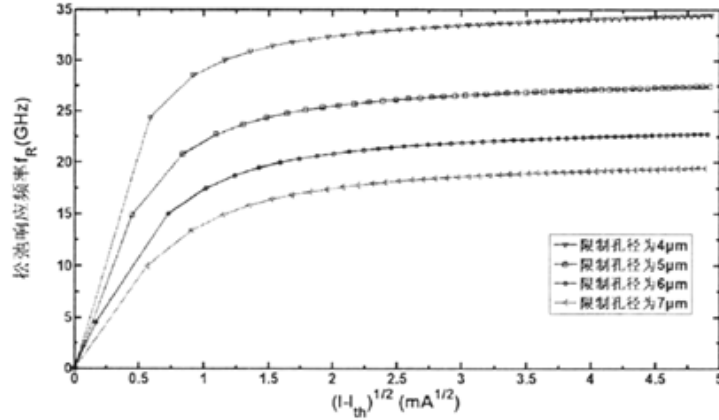


图 8.1 不同限制孔径 d 所对应的松弛响应频率

2、减小谐振腔长度 L

在相同注入电流 I 下，VCSEL 谐振腔长度 L 越短，相应的松弛响应频率 f_R 越大；相同松弛响应频率的平方 f_R^2 条件下，VCSEL 器件的腔长越短，阻尼因子 γ 越小。如图 8.2 为限制孔径为 $4\mu\text{m}$ 不同腔长的 VCSEL 器件的调制响应特性图。从图中可以看出谐振腔长度 L 越小，响应特性曲线越平滑，3dB 带宽也就越大。因此选取谐振腔长度比较的短的（比如 1λ 谐振腔）VCSEL 器件，以提高 3dB 带宽。

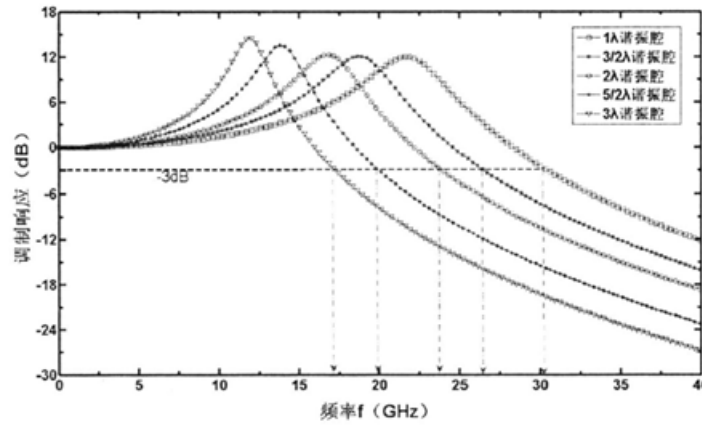


图 8.2 调制带宽 (Ghz)

8.3 从外部影响因素分析

分布电容引起的限制是限制调制带宽的外部因素，也是实际器件中限制调制带宽的一个很大的原因。分布电容一部分源于电流窄化构造，一部分是由于器件的微型化增大了串联电阻 R 。采用离子注入的方法可以减少分布电容。这时调制带宽取决于分布电容的充电时间[5]。用下式表示为：

$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi CR} \quad (8.2)$$

九、总结

9.1 模型总结与评价

对于问题一，本文对 VCSEL 的 L-I 模型进行了推导，得到了 L-I 参数模型，利用实测数据和 MATLAB 非线性拟合工具箱对参数模型进行了参数辨识，得到了 L-I 数学模型，在 20℃ 环境温度下，模型平均绝对误差为 0.0074mW。同时，也建立了 V-I 模型，并且 V-I 模型的平均相对误差仅为 0.5%，在此基础上，求得了工作环境最高温度 $T_{\max} = 30.6^{\circ}\text{C}$ 。

对于问题二，本文建立了 V-I 模型，并将 V-I 模型与 L-I 模型相结合，建立了新的 L-I 模型，绘制出了不同温度下优化模型的 L-I 曲线并与原模型的 L-I 曲线进行了对比。结果表明，新的 L-I 模型在环境温度 20℃ 情况下，模型平均绝对误差为 0.0064mW。小于原 L-I 模型误差，准确度得到了提升。

对于问题三，本文基于速率方程且从稳态解出发，建立 VCSEL 带宽模型。采用信赖域算法，通过三个约束条件，即最小化驱动电流，输出光功率，小信号响应各自的理论与实测值的偏差，对模型进行参数估计，建立出带宽模型，结果拟合效果很好，模型输出值与实际值的均方根误差为 0.0130。根据之前建立的 L-I 模型可以算出不同温度和偏置电流下的输出光功率 P_0 ，将其代入到带宽模型可做出不同温度和偏置电流下的小信号响应曲线，分析出模型在一定偏置电流下，带宽随温度升高而降低；在一定温度下，带宽随偏置电流增大先升高而后降低。如果想改进参数可考虑透明载流子 N_0 和增益系数 G_0 ，但应适度。

对于问题四，改进 VCSEL 模型提高 3dB 带宽可从温度因素、阻尼因子以及电学寄生因子这三个限制因素考虑，具体通过减小 VCSEL 谐振腔限制孔径，和减小谐振腔长度 L 以及改变电容值来提高 3dB 带宽。

9.2 模型扩展

本次建模还有很多地方可以改进，比如针对 L-I 模型，在 70℃ 以上时模型就很难表现出来，产生这一现象可能是由于模型中忽略相关性引起的，为了提高模型的精度，可以考虑采用基于速率方程来进行建模。对于带宽模型，在公式推导中为了方便计算，进行了很多简化，如 $\varepsilon s(f) \rightarrow 0$ 和 $e^{j2\pi(2f)t}$ 高频次省略，为了提高建模的精度可以考虑不进行化简。还可以使用机器学习等算法来对模型进行优化。

参考文献

- [1] P. V. Mena, J. J. Morikuni, S. -M. Kang, A. V. Harton, K. W. Wyaat. A Simple Rate-Equation-Based Thermal VCSEL Model[J]. JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY, 1999. 17(5):865-872.
- [2] 王同喜. 垂直腔面发射激光器高速调制特性研究[D]. 北京, 北京工业大学, 2009.
- [3] 刘维清, 邹文强, 黄瑞强. 垂直腔面发射激光器的特性分析[J]. 中国激光, 2007, 28(4):69-71.
- [4] 毛周. 1.55 μm +VCSEL 高频响应特性的优化研究[D]. 西安, 西安电子科技大学, 2013.
- [5] 韩丽英, 贾春辉, 刘磊, 刘立艳, 张存善, 赵红东. 垂直腔面发射激光器的特性分析[J]. 光子技术, 2006, 4:182-184..
- [6] 梁峰, 高建军, 田学农. 垂直腔面发射激光器的温度模型[J]. 半导体学报, 2007, 28(7):1125-1129.
- [7] 欧阳丽. 垂直腔体表面发射激光器等效电路模型的研究[D]. 上海, 华东师范大学, 2011
- [8] 郑世齐. 基于速率方程的垂直腔面发射激光器数值模拟与特性研究[D]. 北京, 北京邮电大学, 2006
- [9] 邓海峡. 垂直腔面激光器自混合振动传感的应用研究[D]. 天津, 天津大学, 2009.
- [10] Byrd, R.H., R.B. Schnabel, and G.A. Shultz. Approximate Solution of the Trust Region Problem by Minimization over Two-Dimensional Subspaces[J]. Mathematical Programming, 247-263, 1988.
- [11] 欧阳丽, 高建军. 垂直腔表面发射激光器的小信号等效电路模型的研究[J]. 电子器件, 2011, 34(2):190-193

附件（包含部分主要代码）

问题一 L-I 模型参数辨识：

```
%-----利用三个变量对 PI 模型进行参数辨识-----%
clc
clear all
close all
data=xlsread('data.xlsx');
%%
p=data(:,2);%光功率
i=data(:,1);%驱动电流
u=data(:,3);%电压
t0=data(:,4);%环境温度

%%
F=@(a,x)
    a(1)*(x(:,2)-a(2)-a(3)-a(4)*(293.15+(x(:,2).*x(:,3)-x(:,1))*a(5))-a(6)*(293.15+(x(:,2).*x(:,3)-x(:,1))*a(5)).^2-a(7)*(293.15+(x(:,2).*x(:,3)-x(:,1))*a(5)).^3-a(8)*(293.15+(x(:,2).*x(:,3)-x(:,1))*a(5)).^4)-x(:,1);
x=[p,i,u];
a0=[0.5 0.3 1.246 -2.545e-2 2.6 2.908e-4 -2.531e-7 1.022e-9];%%初值
warning off
[a,r]=nlinfit(x,zeros(size(x,1),1),F,a0);

c=a'; %辨识参数
%% 参数
yita=c(1)
Ith0=c(2)
Rth=c(5)
a0=c(3)
a1=c(4)
a2=c(6)
a3=c(7)
a4=c(8)
```

问题一 L-I 模型求不同温度下的输出光功率

```
clc
clear all
close all
data=xlsread('data.xlsx');
%%
p=data(:,2);%光功率
i=data(:,1);%驱动电流
u=data(:,3);%电压
```

```

t0=data(:,4);%环境温度
%%
for j=1:size(p)
    disp(['请稍后，正在进行第',num2str(j),'次计算...']);
    syms P V I
    f1=V-u(j);
    f2=I-i(j);
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(283.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(283.15+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(283.15+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(283.15+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%10 摄氏度

    f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(293.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(293.15+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(293.15+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(293.15+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%20 摄氏度
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(303.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(303.15+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(303.15+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(303.15+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%30 摄氏度
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(313.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(313.15+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(313.15+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(313.15+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%40 摄氏度
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(323.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(323.15+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(323.15+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(323.15+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%50 摄氏度
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(333.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(333.15+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(333.15+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(333.15+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%60 摄氏度
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(343.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(343.15+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(343.15+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(343.15+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%70 摄氏度
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(353.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(353.15+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(353.15+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(353.15+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%80 摄氏度
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(353.15+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(353.15+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(353.15+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(353.15+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%90 摄氏度
    %% 最小光功率对应的最大温度的 PI 模型，已求得 Tmax=30.6，I=11.39
    %f=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(303.75+(I*V-P)*1.8048)+8.1135e-4*(303.75+(I*V-P)*1.8048)^2-1.6823e-7*(303.75+(I*V-P)*1.8048)^3-3.0193e-9*(303.75+(I*V-P)*1.8048)^4)-P;%30.6 摄氏度

    [I,P,V]=solve(f1,f2,f) ;
    y(:,j)=double(P);
    y(2,j)=real(y(2,j));
    if y(2,j)<0

```

```

        y(2,j)=0;
    end
end
P=y(2,:);%模型得到的光功率 P

建立并求解 V-I 模型
clc
clear all
close all
data=xlsread('data.xlsx');
p=data(:,2);%光功率
i=data(:,1);%驱动电流
u=data(:,3);%电压
t0=data(:,4);%环境温度

%% U-I 模型
plot(i,u,'-')
f=@(a,i) a(1)*i+a(2)*log(1+i*a(3));

a0=[1 1 1]; % 假设初始值
r=lsqcurvefit(f,a0,i,u);
hold on
y=r(1)*i+r(2)*log(1+i*r(3));
plot(i,y,'--')
legend('拟合前','拟合后')
title('V-I 模型')
xlabel('驱动电流 I/mA')
ylabel('电压 U/V')
disp(r)
err=mean(abs(y-u)./u) % 平均相对误差

求问题一最高温度（主代码）
F=0.2918*(I-5.4238-2.4769-0.1215*(T+273.15+(I*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))
-P)*1.8048)+8.1135e-4*(T+273.15+(I*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*1.80
48)^2-1.6823e-7*(T+273.15+(I*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*1.8048)^3-
3.0193e-9*(T+273.15+(I*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*1.8048)^4)-P;%1
0 摄氏度
dy1=-diff(F,I)/diff(F,P); % P 对 I 的一阶导数

f1=P-2; % 最小光功率 P=2
[I,P,T]=solve(f1,F,dy1);
Tmax=T % 最高温度

```

问题二 L-I 模型参数辨识

```

clc
clear all
close all
data=xlsread('data.xlsx');
%%
p=data(:,2);% 光功率
i=data(:,1);% 驱动电流
u=data(:,3);% 电压
t0=data(:,4);% 环境温度

%%
F=@(a,x)
a(1)*(x(:,2)-a(2)-a(3)-a(4)*(293.15+(x(:,2).*(57.88e-3*x(:,2)+150e-3*log(1+1.03
e5*x(:,2))))-x(:,1))*a(5))-a(6)*(293.15+(x(:,2).*(57.88e-3*x(:,2)+150e-3*log(1+1.
03e5*x(:,2))))-x(:,1))*a(5)).^2-a(7)*(293.15+(x(:,2).*(57.88e-3*x(:,2)+150e-3*log
(1+1.03e5*x(:,2))))-x(:,1))*a(5)).^3-a(8)*(293.15+(x(:,2).*(57.88e-3*x(:,2)+150e-
3*log(1+1.03e5*x(:,2))))-x(:,1))*a(5)).^4)-x(:,1);
x=[p,i];
a0=[0.5 0.3 1.246 -2.545e-2 2.6 2.908e-4 -2.531e-7 1.022e-9];%% 初值
warning off
[a,r]=nlinfit(x,zeros(size(x,1),1),F,a0);

c=a'; % 辨识参数
%% 参数
yita=c(1)
Ith0=c(2)
Rth=c(5)
a0=c(3)
a1=c(4)
a2=c(6)
a3=c(7)
a4=c(8)

```

问题二绘制不同温度下的 L-I 曲线

%-----使用 UI 模型建立 PI 模型，得到一系列 PI 曲线-----

```

clc
clear all
close all
data=xlsread('data.xlsx');
p=data(:,2);% 光功率
i=data(:,1);% 驱动电流
u=data(:,3);% 电压
t0=data(:,4);% 环境温度
plot(i,p,'--blue')

```

```

hold on
%10 摄氏度
h=ezplot('0.2884*(I-4.1808-3.1208-0.0624*(283.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e
5*I))-P)*2.1035)+4.0756e-4*(283.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.
1035)^2+4.1335e-7*(283.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^3
-2.7308e-9*(283.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^4)-P',[0,14
],[0 3]);
set(h,'Linestyle','-','color','c','Linewidth',2);% 设置第一条曲线的线型、颜色、粗细
grid on
hold on

%20 摄氏度
h=ezplot('0.2884*(I-4.1808-3.1208-0.0624*(293.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e
5*I))-P)*2.1035)+4.0756e-4*(293.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.
1035)^2+4.1335e-7*(293.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^3
-2.7308e-9*(293.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^4)-P',[0,14
],[0 3]);
set(h,'Linestyle','-','color','r','Linewidth',1);% 设置第一条曲线的线型、颜色、粗细
grid on
hold on

%30 摄氏度
h=ezplot('0.2884*(I-4.1808-3.1208-0.0624*(303.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e
5*I))-P)*2.1035)+4.0756e-4*(303.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.
1035)^2+4.1335e-7*(303.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^3
-2.7308e-9*(303.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^4)-P',[0,14
],[0 3]);
set(h,'Linestyle','-','color','k','Linewidth',2);% 设置第一条曲线的线型、颜色、粗细
grid on
hold on

%40 摄氏度
h=ezplot('0.2884*(I-4.1808-3.1208-0.0624*(313.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e
5*I))-P)*2.1035)+4.0756e-4*(313.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.
1035)^2+4.1335e-7*(313.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^3
-2.7308e-9*(313.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^4)-P',[0,14
],[0 3]);
hold on;
set(h,'Linestyle','-','color','y','Linewidth',2);% 设置第一条曲线的线型、颜色、粗细

%50 摄氏度
h=ezplot('0.2884*(I-4.1808-3.1208-0.0624*(323.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e
5*I))-P)*2.1035)+4.0756e-4*(323.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.
1035)^2+4.1335e-7*(323.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^3

```

```

-2.7308e-9*(323.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^4)-P',[0,14
],[0 3]);
set(h,'Linestyle','-','color','b','Linewidth',2);% 设置第一条曲线的线型、颜色、粗细
grid on
hold on

%60 摄氏度
h=ezplot('0.2884*(I-4.1808-3.1208-0.0624*(333.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e
5*I))-P)*2.1035)+4.0756e-4*(333.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.
1035)^2+4.1335e-7*(333.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^3
-2.7308e-9*(333.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^4)-P',[0,14
],[0 3]);
hold on
set(h,'Linestyle','-','color','g','Linewidth',2);% 设置第一条曲线的线型、颜色、粗细
grid on

%70 摄氏度
h=ezplot('0.2884*(I-4.1808-3.1208-0.0624*(343.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e
5*I))-P)*2.1035)+4.0756e-4*(343.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.
1035)^2+4.1335e-7*(343.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^3
-2.7308e-9*(343.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^4)-P',[0,14
],[0 3]);
hold on
set(h,'Linestyle','-','color','m','Linewidth',2);% 设置第一条曲线的线型、颜色、粗细
grid on

%80 摄氏度
h=ezplot('0.2884*(I-4.1808-3.1208-0.0624*(353.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e
5*I))-P)*2.1035)+4.0756e-4*(353.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.
1035)^2+4.1335e-7*(353.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^3
-2.7308e-9*(353.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^4)-P',[0,14
],[0 3]);
hold on
set(h,'Linestyle','-','color','c','Linewidth',2);% 设置第一条曲线的线型、颜色、粗细
grid on

%90 摄氏度
h=ezplot('0.2884*(I-4.1808-3.1208-0.0624*(363.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e
5*I))-P)*2.1035)+4.0756e-4*(363.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.
1035)^2+4.1335e-7*(363.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^3
-2.7308e-9*(363.15+(I.*(0.0579*I+0.15*log(1+1.03e5*I))-P)*2.1035)^4)-P',[0,14
],[0 3]);
hold on
set(h,'Linestyle','--','color','c','Linewidth',2);% 设置第一条曲线的线型、颜色、粗细

```

```

grid on
%%

title('优化模型的 P-I 曲线')
xlabel('驱动电流 I/mA')
ylabel('光功率 P/mW')
legend('20 度原曲线','10 度模型','20 度模型','30 度模型','40 度模型','50 度模型','60
    度模型','70 度模型')

```

问题一和问题二两个 L-I 模型的对比分析

%-----比较 20 时候使用 UI 模型和不使用 UI 模型的误差，结果使用 UI 模型误差更小-----

```

clc
clear all
close all
data=xlsread('data.xlsx');%原数据
p=data(:,2);%光功率
i=data(:,1);%驱动电流
u=data(:,3);%电压
t0=data(:,4);%环境温度
data1=xlsread('E:\数学建模资料\B 题\问题 1\model_P.xlsx'); %不使用 UI 模型建立的
    PI 模型所得到的 P 值
data2=xlsread('UImodel_P.xlsx'); %使用 UI 模型建立的 PI 模型所得到的 P 值
P_noUI=data1(:,2);      %20℃情况下的 P
err_noUI=abs(P_noUI-p);
err1=mean(err_noUI)

P_UI=data2(:,1);
err_UI=abs(P_UI-p);
err2=mean(err_UI)

plot(i,err_noUI,'-b',i,err_UI,'-r') %画对比曲线
title('20℃下模型求得光功率 P 的残差绝对值变化曲线')
xlabel('驱动电流 I/mA')
ylabel('绝对误差变化/mW')
legend('优化前误差','优化后误差')

```

问题 3 小信号幅频响应参数求解

%%% lsqnonlin 函数用信赖域算法

```

% clc
clear all
close all

```



```

data2=xlsread('E:\Myprogram\EcustModel\B\data2.xlsx');
f = data2(:,1);      % 光功率 单位 Ghz
h = data2(:,2);      % 幅度单位

% % %数据说明: [yita 1, b 2 ,tn 3, k 4, g0 5,n0 6,tp 7,e 8]   ps,ns,p0   yita=0.288
      Q1  求出
p0 = 1.904172485e-3;

% % % 参考文献中参数值
% Q0=[0.821 2.68e-2 1.201e-9 4.166e-8 8.486e+5 1.286e+6 2.884e-12 3.888e-6];
% Q0 = [0.7 1e-5 9.6e-9 1.5e-8 1.8e+6 4.97e+5 3.8e-12 4.7e-8];      % 按表格数据
      顺序给定初值

Q0=[1.434906491648788,-0.623698441900038,-0.047376383997395,11.2397442116
      09425,1.104751216646196e+06,9.625871277296236e+05,0.014498156474950,1.
      273707804393284e+04]
% % %这个初始值对应的解  Q
      =[1.217997886872340,-1.334522607533852,-0.090279514178946,11.253429485
      929301,1.104751216645971e+06,9.625871277302962e+05,0.007787256401925,
      1.273707807443899e+04]

% % % % 数据求解
% options=optimset('Algorithm','Levenberg-Marquardt',...
% 'Display','iter');
options=optimset('Algorithm','trust-region-reflective',...
'Display','iter','MaxIter',50);
Q = lsqnonlin(@TRff,Q0,[],[],options,f,h);

% % % % 我的简单模型带点乘点除
function [E] = TRff(Q,f,h)
p0 = 1.904172485e-3;      % 7.5ma 单位 mw
% % % 分步计算
ns = (p0./(Q(4).*Q(7)) +
      Q(5).*Q(6).*p0./(Q(4)+Q(8).*p0))./(Q(2)./Q(3)+Q(5).*p0./(Q(4)+Q(8).*p0));
ss = (Q(1).*p0./0.288./(1.6e-19) - ns./Q(3))./(Q(5).*(ns-Q(6)));
ps = Q(4).*ss;
% ps = p0;
Z = 1./(Q(7).*Q(3)) + Q(5).*ps./(Q(7).*(Q(4)+Q(8).*ps)) -
      Q(4).*(1-Q(2)).*Q(5).*(ns-Q(6))./(Q(3).*(Q(4)+Q(8).*ps));
Y = 1./Q(7)+1./Q(3) + Q(5).*ps./(Q(4)+Q(8).*ps) -
      Q(4).*Q(5).*(ns-Q(6))./(Q(4)+Q(8).*ps);
H = Z./((2*pi*1i.*f).^2+(2*pi*1i.*f).*Y+Z);
y = 20*log10(sqrt(real(H).^2+imag(H).^2));
% y =10*log(abs(H));

```

```

% E = h-y;
E = zeros(2502,1);
E(1:2500,1) = h-y;
E(2501,1) = abs(ps-p0);
E(2502,1) =
    abs((1.6e-19)/Q(1)*(ns/Q(3)+Q(5)*(ns-Q(6))*p0/(Q(4)+Q(8)*p0))-p0/0.288);
end

```

问题 3 画图

% 20 度下不同电流情况图

```

data2=xlread('E:\Myprogram\EcustModel\B\data2.xlsx');
fe = data2(:,1);          % 光功率 单位 Ghz
% f = (1e+9)*data2(:,1);  % 光功率  hz
% h = data2(:,2);         % 幅度单位
% plot(f,h,'o')           % 画出散点图
f = 0:0.01:50;
% % %数据说明: [yita 1, b 2 ,tn 3, k 4, g0 5,n0 6,tp 7,e 8]   ps,ns,p0   yita=0.288
% Q1 求出

```

% 构造 p0 数组

```

% p0 = [0.481373742e-3 0.76331273e-3 1.307040554e-3 1.904172485e-3
    2.317636486e-3 2.506400853e-3]; % 2,3,5,7.5,10,13
p0=[1.307040554e-3 1.668337673e-3 1.904172485e-3 2.317636486e-3
    2.426337695e-3]; % 5, 6.5, 7.5, 10,11
Q
=[1.217997886872340,-1.334522607533852,-0.090279514178946,11.253429485
    929301,1.104751216645971e+06,9.625871277302962e+05,0.007787256401925,
    1.273707807443899e+04 ]
% Q = [0.7438 2.3564e-3 1.5098e-8 4.133e-8 1.121e+6 9.6342e+5 4.3546e-12
    43.562e-6];
for i= 1:5
    ns = (p0(i)/(Q(4)*Q(7)) +
    Q(5)*Q(6)*p0(i)/(Q(4)+Q(8)*p0(i)))/(Q(2)/Q(3)+Q(5)*p0(i)/(Q(4)+Q(8)*p0(i)));
    ss = (Q(1)*p0(i)/0.288/(1.6e-19) - ns/Q(3))/(Q(5)*(ns-Q(6)));
    ps = Q(4)*ss;
    Z = 1/(Q(7)*Q(3)) + Q(5)*ps/(Q(7)*(Q(4)+Q(8)*ps)) -
    Q(4)*Q(5)*(1-Q(2))*(ns-Q(6))/(Q(3)*(Q(4)+Q(8)*ps));
    Y = 1/Q(7)+1/Q(3) + Q(5)*ps/(Q(4)+Q(8)*ps) -
    Q(4)*Q(5)*(ns-Q(6))/(Q(4)+Q(8)*ps);
    H = Z./((2*pi*1i.*f).^2+(2*pi*1i.*f).*Y+Z);
    hh = 20*log10(sqrt(real(H).^2+imag(H).^2));
    plot(f,hh,'--','LineWidth',1)
    axis([0 30 -10 5])
    grid on

```

```

        hold on
    end

    title('20 摄氏度下 S21 曲线')
    xlabel('频率/Ghz')
    ylabel('幅值/dB')
    % legend('2mA','3mA','5mA','7.5mA','10mA','13mA')
    plot(fe,h,'.')
    legend('11mA','10mA','7.5mA','6.5mA','5mA','实际测试数据')

    hold on
    plot([0,50],[-3,-3],'-','LineWidth',1)
    % ezplot('2','t')
    hold on

```