

Exercises

1.1 Linearity

直方图均衡化是不一个线性操作，不满足公式 $T(Ax + By) = AT(x) + BT(y)$ 。

1.2 Spatial Filtering

1.2.1

结果图像为

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 8 & 13 & 13 & 8 \\ 13 & 21 & 21 & 13 \\ 13 & 21 & 21 & 13 \\ 8 & 13 & 13 & 8 \end{bmatrix}$$

1.2.2

反复使用给出滤波器的缺点为使图像变得模糊,无法辨识.

1.2.3

卷积与相关操作的不同为:卷积在滑动卷积操作之前需要将滤波器进行旋转 180° 再进行相关操作，而相关操作不需要旋转滤波器

1.2.4

- 1)该滤波器可以用于图像预处理任务中,可以在目标提取之前去除图像中一些琐碎细节
- 2)该滤波器可以连接直线或者曲线之间的缝隙
- 3)该滤波器可以降低噪声

1.3 Spatial Filtering

滤波器为：

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2 Programming Tasks

原图如图1所示。



图 1

2.2 Histogram Equalization

2.2.1

原图的直方图如图2所示。

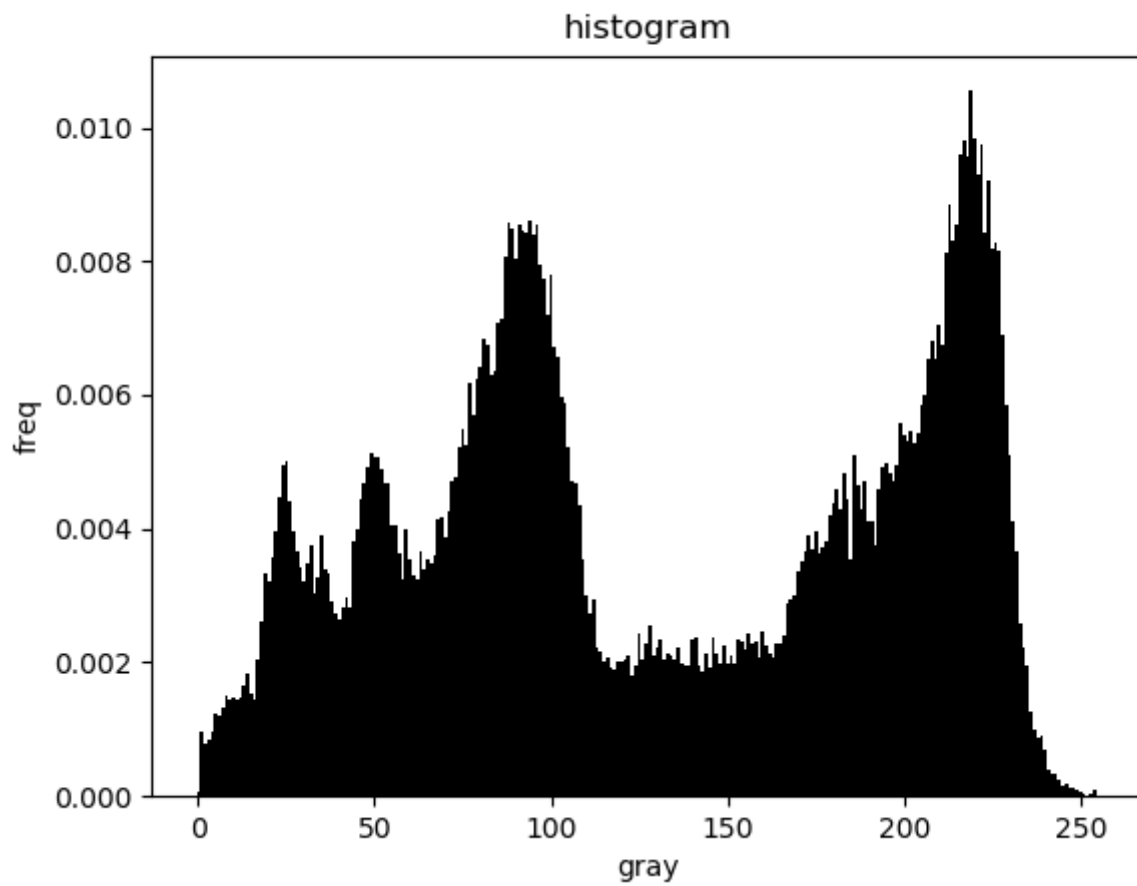


图 2

2.2.2

经过第一次直方图均衡化的图片如图3所示。



图 3

经过第一次直方图均衡化的图片直方图如图4所示。

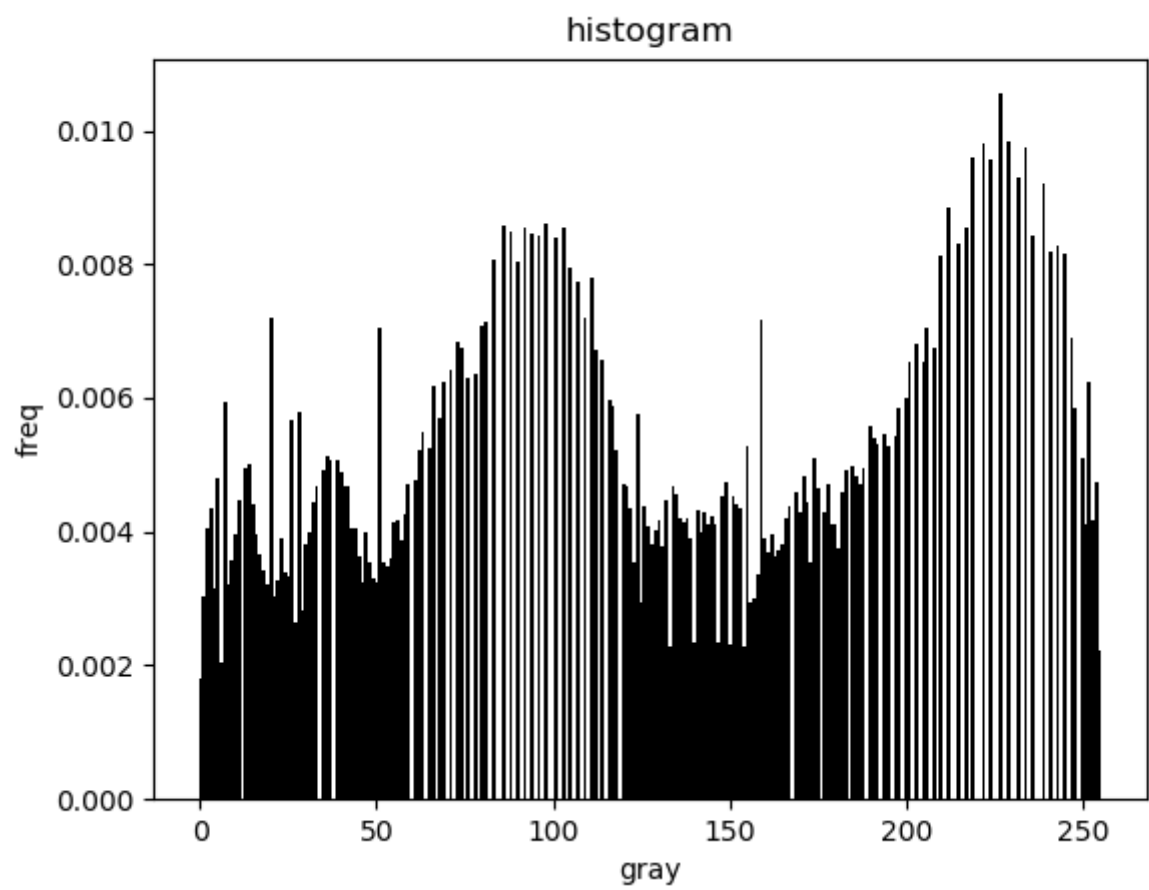


图 4

2.2.3

经过第二次直方图均衡化的图片直方图如图5所示。

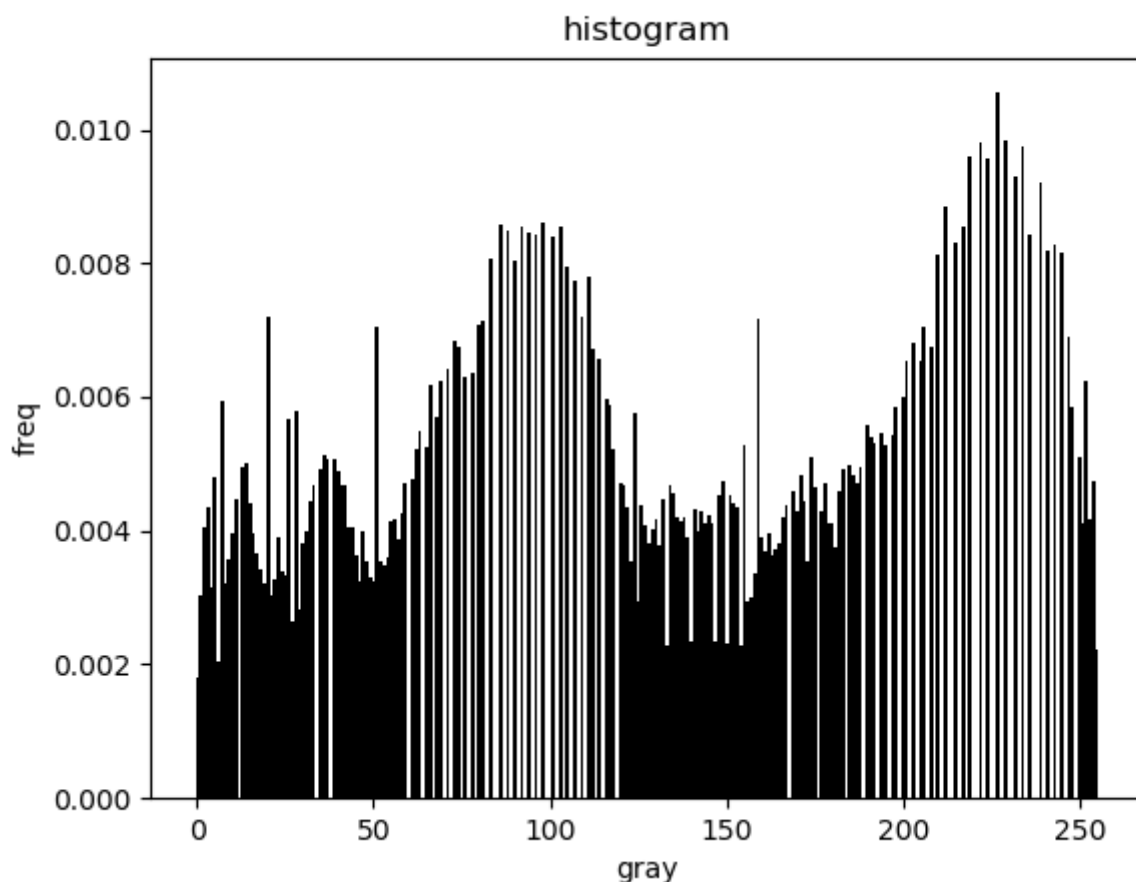


图 5

由图中可以得出第二次均衡化的结果和第一次均衡化的结果相同，原因是根据均衡化变换函数一个重要性质：单值且单调递增。即说明经过灰度变换后，相对大小不变，较大的灰度仍对应较大的灰度。且根据均衡化如下公式1，不难得出均衡化后像素值只跟原像素值变量的CDF有关，第一次均衡化后像素值[0,255]均匀分布，CDF在[0,1]之间有 $\sum_{j=0}^k P_r(r_j) = k$ ，所以下一次均衡结果和第一次均衡化结果相同。

$$s_k = T(r_k) = (L - 1) \sum_{j=0}^k P_r(r_j) \quad (\text{公式1})$$

2.2.4

实现直方图均衡化的可以大概分成以下4步：

- 1、首先遍历整个图像记录下每个灰度级的频数。
- 2、每个灰度级频数与总像素相除，获得每个灰度级 r_k 的频率($k = 0, 1, \dots, L - 1$, L 为灰度级总数)，即获得灰度级的PDF，以 $p(r_k)$ 表示。
- 3、从小到大遍历所有灰度级并对PDF累计求和，计算CDF，以 $F_r(r_k)$ 。

4、通过公式 $s_k = (L - 1)F_r(r_k)$ ，遍历输入图像，对应计算每个位置输出图像的灰度级，即获得直方图均衡化图像。

2.3 Spatial Filtering

2.3.1

经过3*3平均值滤波器结果图如图6所示。



图 6

经过3*3平均值滤波器结果图如图7所示。



图 7

经过5*5平均值滤波器结果图如图8所示。



图 8

经过7*7平均值滤波器结果图如图9所示。



图 9

2.3.2

经过3*3拉普拉斯滤波器结果图如图10所示。



图 10

拉普拉斯算子是二阶微分算子，二阶微分可以描述图像变化的速度，急剧增长下降还是平缓的增长下降，运用拉普拉斯可以增强图像的细节，找到图像的边缘，在与原图像进行相应的叠加可以得到锐化后图像。

2.3.3

经过高通3*3滤波器，且 $k=2$ 时结果图如图11所示。



图 11

2.3.4

实现空间滤波的可以大概分成以下4步：

- 1、首先先 180° 翻转滤波器
- 2、根据滤波器宽度选择以0填充图像背景。
- 3、以滤波产生的新图片为基础遍历所有像素点，像素值为对应原图像素点与滤波器点乘求和。因为原

图像已经根据滤波器宽度进行相应扩充，故有 $image[i][j]_{filter} = np.sum(image_{padded}[i : i + filter.shape[0], j : j + filter.shape[0]] * filter)$ 其中 $image[i][j]_{filter}$ 为滤波后图像数组， $image_{padded}$ 为扩充背景后原图像， $filter$ 为滤波器矩阵，矩阵乘法为对应元素相乘， $np.sum$ 为矩阵所有元素相加。

4、再根据不同空间滤波方法，原图像（未填充背景）和滤波后图像进行相应处理，得到最终的输出图像