140页

1. 对于一个包含100万随机数的数组排序，快速排序比插入排序快多少倍？

答：忽略常数、误差的平均情况下，快速排序执行约107次，插入排序执行约1012次，大约是10万倍。

1. 是非题:对于n>1的n元素数组，是否存在插入排序比快速排序更快的情形？

答：不存在

**229**页

1. 对于背包问题的自底向上动态规划算法，请证明：
2. 它的时间效率属于θ(nW)。
3. 它的空间效率属于θ(nW)。
4. 从一张填好的动态规划表中求得最优子集的组合所用的时间属于О(n)。

证明：

设子问题F（i,j）是能够放进承重量为j的背包中的前i个物品中最有价值子集的总价值。wi为物品的重量，vi为物品的价值。可以把前i个物品中能够放进承重量为j的背包中的子集分为两个类别：包括第i个物品的子集和不包括第i个物品的子集。

建立的状态转移方程为：

Max{F(i-1,j),vi+F(i-1,j-wi)} j-wi>=0

F（i,j）= （1）

F(i-1,j) j-wi<0

问题迭代的初始条件为：

v1 j>=w1

F（1,j）=

0 0<=j<w1

可以定义初始条件：当j>=0时，F(0,j)=0；当i>=0时，F(i,0)=0 （2）

所以常规的动态规划算法的时间效率属于θ(nW)，空间效率属于θ(nW)。根据公式（1）和公式（2）可以写出动态规划表，故从一张填好的动态规划表中求得最优子集的组合所用的时间属于О(n)。

234页

11.矩阵相乘 考虑如何使得在计算n个矩阵的乘积A1 A2 …An  时，总的乘法次数最小，这些矩阵的维度分别为d0\*d1,d1\*d2,…,dn-1\*dn  。假设所有两个矩阵的中间乘积都使用蛮力算法（基于定义）计算。

a.给出一个三个矩阵连乘的例子，当分别用(A1A2)A 3 和A1(A2A 3) 计算时，它们的乘法次数至少相差1000倍。

  答：矩阵维数A1为1000\*1，A2为1\*1000，A3为1000\*1

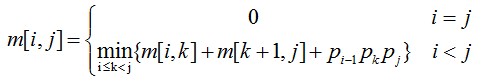
b.有多少种不同的算法来计算n个矩阵的连乘乘积？

答：算法数递推公式为. 并且m(1)=1.

c.设计一个求n个矩阵乘法最优次数的动态规划算法。

解答：设矩阵连乘积AiAi+1…Aj简记为A[i:j]，设计算A[i:j]，1≤i≤j≤n，所需要的最少数乘次数m[i,j]，则原问题的最优值为m[1,n]。当i=j时，A[i:j]=Ai，因此，m[i][i]=0，i=1,2,…,n。当i<j时，若A[i:j]的最优次序在Ak和Ak+1之间断开，i<=k<j,则：m[i][j]=m[i][k]+m[k+1][j]+pi-1\*pk\*pj。由于在计算是并不知道断开点k的位置，所以k还未定。不过k的位置只有j-i个可能。因此，k是这j-i个位置使计算量达到最小的那个位置。

 综上，有递推关系如下：



249页

7.谣言传播 有n个人，每个人都拥有不同的谣言。通过发电子信息，他们相互想共享所有的谣言。假定发送者会在信息中包含他已知的所有谣言，而且一条信息只有一个收信人。设计一个贪心算法，保证再给个人都能获得所有谣言的条件下，是发送的信息数最小。

答：将这n个人标记为1, 2, …, n，按照1发信给2, 2发信给3, 3发信给4，…，n-1发信给n的方式发送谣言，该贪心算法基于每次发信都使得当前收信人掌握的谣言更多，最后由n将所有谣言发送给其他n-1个人。

发送信息总数为2n-2，这是最小的发信息数。因为每增加一个人，至少需要增加两次发送信息，当n=2是，发送信息数为2，归纳法可证明2n-2为最小发信息数。